

## 고장감지장치를 고려한 수리가능 시스템의 신뢰도 분석

나성룡<sup>1</sup>

<sup>1</sup>연세대학교 정보통계학과

(2011년 2월 접수, 2011년 3월 채택)

### 요약

이 논문에서는 수리가능한 시스템의 고장을 감지해서 수리 개시를 가능하게 하는 고장감지장치를 고려한 시스템 신뢰도 산출을 연구한다. 실제 상황에서 고장감지장치의 고장이 가능할 수 있는데 이는 시스템 고장의 미발견을 초래할 수 있고 시스템 신뢰도에 큰 영향을 주게 된다. 적절한 마코프 확률과정을 이용하여 감지장치의 고장이 가져오는 시스템 신뢰도에 대한 영향을 분석한다.

주요어: 수리가능 시스템, 시스템 신뢰도, 가용도, 고장감지장치, 마코프 확률과정.

### 1. 서론

부품이나 단순 제품의 경우 주어진 기능을 수행하지 못하는 고장상태가 되면 교환 혹은 폐기되며 더 이상 사용되지 않게 된다. 부품 수준에서는 고장없이 주어진 기능을 수행하는 시간을 통하여 정의되는 신뢰도(reliability), 평균수명(mean time to failure; MTTF) 등이 중요한 척도이다. 반면에 여러 개의 부품으로 구성되는 상위 시스템의 경우에는 고장이 발생하더라도 수리를 통하여 주어진 기능을 다시 수행하도록 하는 것이 일반적이다. 수리가능한 시스템에서는 동작시간의 길이 외에도 임의의 시점에서 시스템이 동작상태에 있을 확률로 정의되는 가용도(availability), 고장간 평균시간(mean time between failures; MTBF), 평균수리시간(mean time to repair; MTTR) 등이 중요한 의미를 가진다. 다양한 신뢰도 척도에 대한 정의는 Blischke와 Murthy (2000)와 Rausand와 Høyland (2004) 등을 참고할 수 있다. 수리가능한 시스템에 대하여 정상상태와 고장상태를 반복하는 교대재생과정(alternating renewal process)의 모델링이 가능하다면 시스템 가용도  $A_v$ 는

$$A_v = \frac{MTBF}{MTBF + MTTR} \quad (1.1)$$

표현이 가능하다 (Ross, 1996). 이때 MTTR에는 시스템 고장의 발견, 시스템 수리, 복귀 준비 등에 소요되는 시간이 반영되게 되는데, 시스템 고장 발생 후에 수리를 거쳐 정상상태로 복귀할 때까지의 시간을 고장시간(down time)이라 한다. 대부분의 시스템 신뢰도 분석에서 고장 발견까지의 시간은 별도로 고려하지 않고 있으며 전체 고장시간의 모형을 다룬다.

실제 시스템 운용에서는 고장감지장치(failure detection equipment)를 별도로 구성하여 시스템 전체 혹은 구성 단위의 고장을 실시간으로 감지하여 즉각적인 수리 개시를 가능케 한다. 이러한 장치는 공장 자동화시스템과 원격 감시가 필요한 통신 및 전력 시스템 구축에서 필수적인 요소라 할 수 있다. 또한

<sup>1</sup>(220-710) 강원도 원주시 흥업면 매지리 234, 연세대학교 정보통계학과, 부교수. E-mail: nasr@yonsei.ac.kr

원격의료기기장치의 동작 상태를 감시하기 위한 고장감지장치의 사용은 일반적이다. 안전시스템(safety instrumented system; SIS)에서는 고장 및 사고의 탐지가 매우 중요하며 고장 발견 여부를 고려한 신뢰도 연구가 이루어지고 있는데, Zhang 등 (2003)와 Guo와 Yang (2008) 등을 참고할 수 있다. 이들 연구에서는 마코프 모형을 이용한 신뢰도 분석을 실시하며 탐지 가능한 고장과 탐지 불가능한 고장을 구별한다.

이 논문에서는 고장감지장치의 고장 가능성을 고려한 시스템 신뢰도 분석을 연구한다. 고장감지장치의 고장은 시스템 기능을 담당하는 주시스템(main system)의 고장 수리를 지연시켜서 시스템 가용도에 영향을 주게 된다. 주시스템에 대한 모형은 기존 연구에서와 같이 가정하는데, 다만 고장감지장치의 상태가 수리 개시에 영향을 주게 된다. 고장감지장치의 상태를 별도로 고려한 모형에서 나타나는 주시스템의 신뢰도 변화를 살펴본다. 2절에서 고장감지장치를 고려한 시스템 모형을 정의하고 시스템 상태를 마코프 확률과정으로 표현한다. 시스템 상태의 극한확률을 통하여 관심 신뢰도 척도를 산출하고 고장감지장치의 영향을 분석한다. 3절에서 이 논문의 연구결과를 정리한다.

## 2. 고장감지장치와 신뢰도 분석

기존의 신뢰도 분석에서는 시스템 고장에 대하여 즉시 수리가 개시됨을 가정하는데 이는 고장 발견이 즉시 이루어지든지 또는 고장 발견에 소요되는 시간을 별도로 구분하지 않고 수리시간에 포함시켜 모형화하는 것이다. 하부 시스템 구성을 고려하지 않고 주시스템(main system; MS)을 정상과 고장의 2개의 상태를 가지는 교대과정으로 표현할 때 기존의 분석은 다음을 가정한다.

- (M1) MS가 고장이 발생하기 전까지 정상상태에 머무는 시간은 평균이  $\lambda_M^{-1}$ 인 지수분포를 따른다.
- (M2) 고장난 MS를 수리하고 정상상태로 복귀시키는데 소요되는 시간은 평균이  $\mu_M^{-1}$ 인 지수분포를 따른다.
- (M3) MS의 고장이 발견되는 즉시 수리가 개시된다.
- (M4) MS가 정상상태에 머무는 시간들과 수리소요시간들은 서로 독립이다.
- (M5) MS의 고장은 즉시 발견된다.

여기에 (1.1)을 적용하면 시스템 가용도에 대하여

$$Av = \frac{\lambda_M^{-1}}{\lambda_M^{-1} + \mu_M^{-1}} = \frac{\mu_M}{\lambda_M + \mu_M} \quad (2.1)$$

의 결과를 얻게 된다. (M1), (M2)의 지수분포 가정은 마코프 모델링을 가능하게 하지만 앞의 가용도 결과는 일반적인 분포에서 성립한다 (Ross, 1996).

많은 경우 전체 시스템을 본연의 주요 기능을 담당하는 주시스템 부분과 고장을 감지하고 수리작업을 가능케하는 고장감지장치(failure detection equipment; FDE) 혹은 결함진단시스템(fault diagnostic subsystem) 부분으로 구분하는 것이 논리적 혹은 물리적으로 가능하다. MS와 FDE의 예로 통신시스템의 네트워크 장비와 이의 상태를 체크하는 상황실 모니터를 생각할 수 있다. 이에 대한 간단한 그림과 MS와 FDE의 개념도가 그림 2.1에 표현되었다. 여기에서 MS의 고장이 시스템 고장을 의미하며 시스템 가용도를 결정한다. 이제 FDE를 고려한 신뢰도 모형을 생각하기로 하자. MS는 앞의 (M1)–(M4)의 가정에 따라 상태가 변화하고 MS의 고장을 감지하는 기능을 수행하는 FDE의 상태변화에 대하여 다음을 가정한다.

- (D1) FDE가 고장전까지 정상적으로 기능하는 시간은 평균  $\lambda_D^{-1}$ 의 지수분포를 따른다.

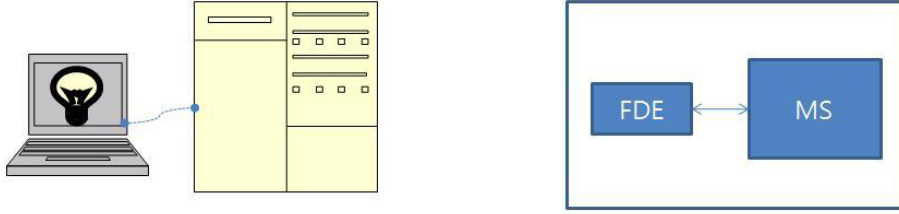


그림 2.1. MS와 FDE의 개념도

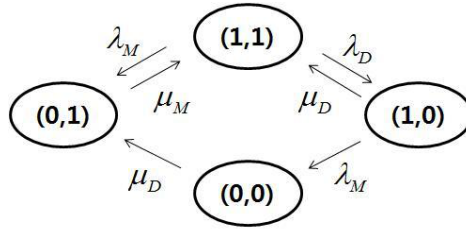


그림 2.2. MS-FDE 시스템의 상태전이도

- (D2) 고장난 FDE를 고쳐서 정상상태로 복구하기에 소요되는 시간은 평균이  $\mu_D^{-1}$ 인 지수분포를 따른다.
- (D3) FDE가 정상적으로 기능하는 시간들과 고장수리시간들은 서로 독립이다.
- (D4) FDE의 고장은 즉시 발견되며 수리개시된다.
- (D5) FDE가 정상상태일 때만 MS의 고장이 즉시 발견되고 FDE가 수리중이면 MS의 고장은 발견되지 않는다.
- (D6) MS의 고장을 탐지해서 수리를 하는 동안에는 FDE에 고장이 발생하지 않는다.

MS의 고장을 실시간으로 발견하기 위하여 FDE를 계속적으로 체크한다는 점과 일반적으로 관리자와 가깝게 설치되는 점을 고려한다면 앞의 (D4)를 가정하는 것은 어렵지 않다. 또 MS의 고장을 발견하고 수리를 거친 후 정상상태로 복구시킬 때 FDE 상태를 점검하는 것이 일반적이므로 (D6)은 충분히 타당한 가정이라고 하겠다.

조건 (M1)–(M4), (D1)–(D6)을 가정할 때 MS와 FDE로 구성되는 시스템의 상태는 마코프 확률과정으로 표현될 수 있다. 시간  $t$ 에서의 MS와 FDE의 상태를 각각  $X(t)$ ,  $Y(t)$ 라 하자. 이때  $X(t)$ ,  $Y(t)$ 의 값이 1이면 정상상태, 0이면 고장상태를 의미한다. 연속시간 확률과정  $(X(t), Y(t))$ 는 MS와 FDE의 상태에 따라  $\{(1, 1), (0, 1), (1, 0), (0, 0)\}$ 를 상태공간으로 갖는 마코프과정이고 상태전이를 그림 2.2와 같이 표현할 수 있다. 조건 (D6)에 의하여  $(0, 1) \rightarrow (0, 0)$ 의 전이는 발생하지 않는다. 상태  $(0, 0)$ 은 FDE의 고장이 발생하고 수리 중에 MS의 고장이 발생한 경우이므로 MS에 대한 수리는 이루어지지 않으며 따라서 상태  $(0, 1)$ 로의 전이만 일어나게 된다. 한편  $(1, 1)$ ,  $(0, 1)$ 만으로 상태를 제한하게 되면 FDE를 고려하지 않는 (M1)–(M5)의 기존 시스템에 대한 상태전이와 같다.

시스템 가용도는 평형상태에서 MS가 주어진 기능을 정상적으로 수행할 확률로 정의된다. 즉

$$\begin{aligned}
 Av &= \lim_{t \rightarrow \infty} P[X(t) = 1] \\
 &= \lim_{t \rightarrow \infty} P[(X(t), Y(t)) = (1, 1)] + \lim_{t \rightarrow \infty} P[(X(t), Y(t)) = (1, 0)] \quad (2.2)
 \end{aligned}$$

의 식으로 결정되며 이를 위하여 마코프과정  $(X(t), Y(t))$ 의 극한확률을 계산한다. 시스템 가용도에 대하여 다음의 정리를 얻는다.

**정리 2.1** 조건 (M1)–(M4), (D1)–(D6)을 가정하자. 시스템 가용도  $A_v$ 는

$$A_v = \frac{\mu_M}{\lambda_M + \mu_M} \cdot \frac{\mu_D(\lambda_M + \mu_M)(\lambda_M + \lambda_D + \mu_D)}{\mu_D(\lambda_M + \mu_M)(\lambda_M + \lambda_D + \mu_D) + \lambda_M \lambda_D \mu_M} \quad (2.3)$$

식으로 주어진다.

증명: 극한확률  $p(i, j) = \lim_{t \rightarrow \infty} P[(X(t), Y(t)) = (i, j)]$ 에 대한 평형방정식을 다음과 같이 수립할 수 있다.

$$(1, 1): p(1, 1)(\lambda_M + \lambda_D) = p(0, 1)\mu_M + p(1, 0)\mu_D$$

$$(1, 0): p(1, 0)(\lambda_M + \mu_D) = p(1, 1)\lambda_D$$

$$(0, 1): p(0, 1)\mu_M = p(1, 1)\lambda_M + p(0, 0)\mu_D$$

$$(0, 0): p(0, 0)\mu_D = p(1, 0)\lambda_M$$

위 평형방정식을 풀어서

$$\begin{aligned} p(1, 1) &= \mu_M \mu_D (\lambda_M + \mu_D) \cdot C, & p(1, 0) &= \lambda_D \mu_M \mu_D \cdot C \\ p(0, 1) &= \lambda_M \mu_D (\lambda_M + \lambda_D + \mu_D) \cdot C, & p(0, 0) &= \lambda_M \lambda_D \mu_M \cdot C \end{aligned}$$

의 결과를 얻게 되고, 정규화상수는

$$C = [\mu_M \mu_D (\lambda_M + \mu_D) + \lambda_D \mu_M \mu_D + \lambda_M \mu_D (\lambda_M + \lambda_D + \mu_D) + \lambda_M \lambda_D \mu_M]^{-1}$$

식으로 주어진다.

시스템 가용도를 구하기 위하여 식 (2.2)에 위의 극한확률을 대입하면

$$\begin{aligned} A_v &= p(1, 1) + p(1, 0) \\ &= \mu_M \mu_D (\lambda_M + \lambda_D + \mu_D) \cdot C \\ &= \frac{\mu_M}{\lambda_M + \mu_M} \cdot \frac{\mu_D (\lambda_M + \mu_M) (\lambda_M + \lambda_D + \mu_D)}{\mu_D (\lambda_M + \mu_M) (\lambda_M + \lambda_D + \mu_D) + \lambda_M \lambda_D \mu_M} \end{aligned}$$

의 식을 얻을 수 있고, 식 (2.3)이 증명된다.  $\square$

시스템 가용도 식 (2.3)의 결과에서 FDE의 고장을 고려할 때 가용도가 감소하는 것을 보게 된다. 기존 신뢰도 분석에서는  $\lambda_D = 0$ 을 가정하는데 이때 정리 2.1의 결과는 (M1)–(M5) 시스템에 대한 식 (2.1)과 같아진다.

다른 신뢰도 척도 MTBF와 MTTR을 구해보자. 다른 관점에서 MTBF를 평균작동시간(mean up time; MUT), MTTR을 평균고장시간(mean down time; MDT)라고 부르는 경우도 있다 (Rausand와 Høyland, 2004). MTBF와 MTTR에 대하여 다음의 결과를 얻는다.

**정리 2.2** 조건 (M1)–(M4), (D1)–(D6)을 만족하는 MS와 FDE로 구성된 시스템을 가정하자. MS가 정상적인 기능을 수행하는 시간의 평균으로 정의되는 MTBF는

$$MTBF = \lambda_M^{-1} \quad (2.4)$$

의 값으로 주어진다. 또 MS가 고장상태에 머무는 시간의 평균인 MTTR은

$$MTTR = \mu_M^{-1} + \mu_D^{-1} \cdot \frac{\lambda_D}{\lambda_M + \lambda_D + \mu_D} \quad (2.5)$$

와 같다.

증명: MS가 정상상태에 머무는 시간은  $(X(t), Y(t))$ 의 상태가  $(1, 1)$ 에서 시작하여  $(0, 1)$  혹은  $(0, 0)$ 으로 변할 때까지의 시간이다. 동작중인 MS의 고장은 FDE의 상태와는 무관하게 발생하며 그 시간은  $(M1)$ 의 가정에 의하여 평균이  $\lambda_M^{-1}$ 인 지수분포를 따른다. 따라서 식 (2.4)의 신뢰도 척도가 성립한다.

반면에 MS가 고장상태에 머무는 시간은 고장이 시작되는 상태에 영향을 받는다. 즉 MS가 먼저 고장나는  $(0, 1)$ 이 고장의 시작이라면  $(M2), (M3), (D5), (D6)$  가정에 의하여 고장상태에 머무는 시간은 평균이  $\mu_M^{-1}$ 인 지수분포이다. 그러나 시스템 고장이  $(0, 0)$ 에서 시작된다면 FDE의 고장수리가 이루어지고 MS의 고장이 수리된다. 이때  $(M2), (M3), (D2), (D4)-(D6)$  가정에서 고장상태에 머무는 시간은 서로 독립인 평균이 각각  $\mu_D^{-1}$ 와  $\mu_M^{-1}$ 인 두 지수분포의 합과 같다. 결과적으로 MS가 고장상태에 머무는 시간은 혼합분포(mixture distribution)의 형태를 가짐을 알 수 있다.

신뢰도 척도 MTTR을 구하기 위해서 고장상태가  $(0, 1)$ 과  $(0, 0)$ 에서 시작할 확률을 각각 구한다. 먼저  $Z_0 = (X(0), Y(0)) = (1, 1)$ 을 가정하고  $n = 1, 2, \dots$ 에 대하여  $Z_n$ 을  $n$ 번째 전이가 발생했을 때  $(X(t), Y(t))$ 의 상태로 정의한다. 또  $n^*$ 를  $Z_n = (0, 1)$  또는  $Z_n = (0, 0)$ 을 만족하는 최소의  $n$ 으로 정의한다. 이때 마코프 성질에 의하여

$$\begin{aligned} P[Z_{n^*} = (0, 1) | Z_0 = (1, 1)] &= P[Z_{n^*} = (0, 1), Z_1 = (0, 1) | Z_0 = (1, 1)] + P[Z_{n^*} = (0, 1), Z_1 = (1, 0) | Z_0 = (1, 1)] \\ &= \frac{\lambda_M}{\lambda_M + \lambda_D} + \frac{\lambda_D}{\lambda_M + \lambda_D} P[Z_{n^*} = (0, 1) | Z_1 = (1, 0)] \\ &= \frac{\lambda_M}{\lambda_M + \lambda_D} + \frac{\lambda_D}{\lambda_M + \lambda_D} \cdot \frac{\mu_D}{\lambda_M + \mu_D} P[Z_{n^*} = (0, 1) | Z_2 = (1, 1)] \end{aligned}$$

식을 얻는다. 이 식을 풀어서

$$P[Z_{n^*} = (0, 1) | Z_0 = (1, 1)] = \frac{\lambda_M + \mu_D}{\lambda_M + \lambda_D + \mu_D}$$

의 결과를 얻는데, 이 값이  $(0, 1)$  상태로 MS의 고장이 시작될 확률이다. 따라서

$$MTTR = \frac{\lambda_M + \mu_D}{\lambda_M + \lambda_D + \mu_D} \cdot \mu_M^{-1} + \frac{\lambda_D}{\lambda_M + \lambda_D + \mu_D} (\mu_D^{-1} + \mu_M^{-1})$$

식이 성립하고 식 (2.5)가 증명된다. □

앞의 식 (2.5)에서 FDE의 고장을 감안할 때 MTTR의 증가가 있음을 보게 되며 시스템 가용도의 감소가 이에 기인하는 것으로 해석할 수 있다. 한편 ON/OFF 확률과정에 기초한 개념을 적용하여 식 (1.1), (2.3), (2.4)를 이용해 식 (2.5)의 MTTR을 구할 수 있다.

### 3. 결론

시스템의 유지보수를 위해서 별도의 서브시스템을 두는 것이 일반적이다. 원격 감시와 제어가 이루어지는 공장자동화 설비와 통신 및 전력 시스템 등에서 시스템 상태 관리를 위한 감시 장치의 예를 쉽게 볼

수 있다. 한편 고장이 발생하면 수리해서 다시 기능을 수행하는 수리가능 시스템에서는 고장 발견이 필수적이라고 하겠다. 기존 시스템 신뢰도분석에서는 고장 발견과 관련한 과정을 별도로 고려하지 않고 수리시간에 포함시키는 것이 일반적이다.

이 논문에서는 고장 발견과 수리 개시에 대한 현실 시스템의 프로세스를 적절히 반영하기 위하여 주시스템(MS)과 함께 별도의 고장감지장치(FDE)를 고려한다. MS의 상태를 모니터하는 FDE가 제기능을 수행하지 못하면 MS에 대한 고장 수리가 지체되고 이의 결과로 시스템 가용도가 감소하리라 예상할 수 있다. MS와 FDE의 상태를 마코프과정으로 표현하고 극한확률을 유도하여 시스템 가용도를 정확하게 산출하였고 가용도가 감소하는 것을 확인할 수 있다. 또 MS가 각 상태에 머무는 시간의 확률분포를 분석하여 MTBF와 MTTR을 유도하였다. MS의 상태로 정의되는 ON/OFF 확률과정은 교대재생과정(alternating renewal process)이고, 이에 기초하여 MTBF와 MTTR을 이용해서 시스템 가용도를 정할 수 있는데 직접 유도한 값과 일치한다.

FDE를 고려한 신뢰도 분석은 더욱 현실성 있게 시스템을 표현한다는데 의미가 있다고 하겠다. 고장 발견에 소요되는 시간을 독립적으로 고려함으로써 정확한 신뢰도 분석이 가능해지고 그 효과를 이론적으로 확인할 수 있다. 이 논문에서는 MS의 하부구조를 별도로 다루지 않았는데 직렬, 병렬,  $k$ -out-of- $n$  구조 등을 생각할 수 있으며 다수의 FDE가 설치된 시스템에 대하여 이들의 구성도 고려될 수 있다. 또 이 논문에서 가정한 조건에 변화가 있는 시스템을 고려할 수 있다. 다양한 시스템 환경에서 FDE가 시스템 신뢰도에 어떤 영향을 주는가를 연구하는 것은 의미있는 작업일 것이다.

## 참고문헌

- Blischke, W. R. and Murthy, D. N. P. (2000). *Reliability; Modeling, Prediction, and Optimization*, Wiley, New York.
- Guo, H. and Yang, X. (2008). Automatic creation of Markov models for reliability assessment of safety instrumented systems, *Reliability Engineering and System Safety*, **93**, 829–837.
- Rausand, M. and Høyland, A. (2004). *System Reliability Theory; Models, Statistical Methods, and Applications*, 2nd Edition, Wiley, Hoboken.
- Ross, S. M. (1996). *Stochastic Processes*, 2nd Edition, Wiley, New York.
- Zhang, T., Long, W. and Sato, Y. (2003). Availability of systems with self-diagnostic components – applying Markov model to IEC 61508-6, *Reliability Engineering and System Safety*, **80**, 133–141.

# Reliability Analysis of Repairable Systems Considering Failure Detection Equipments

Seongryong Na<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Department of Information and Statistics, Yonsei University

(Received February 2011; accepted March 2011)

---

## Abstract

In this paper we consider failure detection equipment that which find failures in repairable systems and enable repair operations. In practical situations, failure detection equipment may come across troubles that can cause the omissions in detecting system failures and have a serious effect on system reliability. We analyze this effect through the appropriate modeling of Markov processes.

Keywords: Repairable system, system reliability, availability, failure detection equipment, Markov process.

---

---

<sup>1</sup>Associate Professor, Department of Information and Statistics, Yonsei University, 234 Maeji, Heungup, Wonju, Gangwon 220-710, Korea. E-mail: nasr@yonsei.ac.kr