

# 간섭 널 공간 투사에 의한 신호차단 방식의 적응 빔 형성

종신회원 최 양 호\*

## Signal-Blocking-Based Robust Adaptive Beamforming by Interference Null Space Projection

Yang-Ho Choi\* *Lifelong Member*

요 약

적응 빔 형성기(adaptive beamformer)는 원하는 신호의 도래각 정보를 이용하여 간섭신호를 제거하면서 원하는 신호 방향으로 어레이 이득을 최대로 한다. 그러나 도래각 정보가 정확치 않다면, 원하는 신호도 감쇠되어 심각한 성능저하가 발생한다. 이러한 문제에 대처하기 위해, 신호차단에 기초하여 적응 빔을 형성하는 Duvall 구조를 이용하여, 효과적으로 원하는 신호의 도래각 추정을 통해 에러에 강인한 적응 빔 형성방법을 제시하였다. 제시된 방법에서는 간섭신호공간을 추정하여 이에 직교하도록 간단한 계산을 통해 가중벡터를 구하며, 특히 센서의 수가 많을 수록 기존 방식에 비해 계산량의 절감이 크다.

**Key Words** : Robust Adaptive Beamforming, Duvall Beamformer, Null Space Projection

### ABSTRACT

Adaptive beamformers, which utilize a priori information on the arrival angle of the desired signal, suppress interferences while maximizing their gains in the desired signal direction. However, if there exist errors in the direction information, they can suffer from severe performance degradation since the desired signal is treated as an interference. A robust adaptive beamforming method is presented which exploits the signal-blocking structure of the Duvall beamformer. The proposed method finds an interference signal space directly from correlations of received signals and then obtains a weight vector such that it is orthogonal to the space. Applying the weight vector to two subarrays which consist of one less sensors than the original uniform linear array (ULA), the beamformer efficiently estimates the arrival angle of the desired signal. Its computational complexity is lower than existing methods, which require matrix inversion or eigendecomposition.

### 1. 서 론

원하는 신호의 도래각 정보를 이용하여 적응 빔 형성기는 간섭신호를 제거하고 원하는 신호의 방향으로 어레이 이득(array gain)을 최대로 할 수 있다. 그러나 도래각 정보가 정확하지 않다면 원하는 신호도 간섭신호로 간주되어 감쇠(suppression)가 일어나며, 이에 따라 심한 성능저하를 가져올 수 있다. 이러한 문제를 해결하기 위해 다양한 방법이 제안되

었다<sup>[1-5]</sup>.

조향벡터(steering vector)를 신호공간에 투사하여 투사된 벡터를 이용하여 조향벡터 에러로 인한 성능저하문제를 개선할 수 있다<sup>[3]</sup>. 신호공간은 수신신호의 공분산 행렬(covariance matrix)을 고유분해(eigen-decomposition)하여 얻을 수 있다. 다른 방법으로 대각 로딩(diagonal loading)이나 가중벡터(weight vector)에, 예를 들어 벡터의 크기라든가, 어떤 제한을 두어 원하는 신호가 감쇠되는 것을 감

\* 강원대학교 전자통신전공 (yhochoi@kangwon.ac.kr)

논문번호 : KICS2010-12-605, 접수일자 : 2010년 12월 7일, 최종논문접수일자 : 2011년 4월 4일

소시킬 수 있다<sup>4)</sup>. 조향벡터에 관한 불확실 집합(uncertainty set)을 정의하여 이 집합 내의 벡터 중 어레이 출력전력을 가장 크게 하는 벡터를 조향벡터로 이용하는 방법도 있다<sup>5)</sup>. 이들 방법들은 고유분해 또는 역행렬 계산이 필요하여 계산이 복잡하고, 로딩 수준(loading level) 또는 불확실 집합의 경계의 결정이 까다로운 어려움이 있다.

Duvall 빔 형성기에서는 ULA(uniform linear array) 어레이의 인접 센서의 신호를 빼서 원하는 신호를 차단하고, 원하는 신호가 차단된 이 차신호에 대한 출력전력이 최소가 되도록 가중벡터를 구해 원래 어레이에 적용 한다<sup>6)</sup>. 도래각 정보가 정확하다면, 원하는 신호가 없는 상태에서 가중벡터를 구함에 따라 빠른 수렴속도(convergence rate)를 가질 수 있다. 원래 이 Duvall 구조는 코히런트 간섭을 제거하기 위해 사용되어왔으나, 도래각 에러에 대처하기 위해 이를 이용한 방식이 제시되었다<sup>7)</sup>. 제시된 기존방식에서는 차신호로부터 구한 가중벡터를 원래 어레이 보다 센서의 수가 하나 작은 두 부어레이(subarray)에 적용하여 간단히 원하는 신호의 도래각을 추정한다. 그러나 이방식도 가중벡터를 구하는 데 역행렬 계산이 필요하여 계산이 복잡하고, 도래각 추정에 모호성이 있어 적용할 수 있는 에러의 범위가 제한된다.

본 논문에서는 신호차단을 하는 Duvall 구조에서 도래각 에러에 강인한 적응 빔 형성기법을 제안한다. 제안된 방법에서는 간섭신호 어레이 응답벡터가 생성하는 간섭신호 공간을 차신호로부터 직접 근사적으로 구하고 이에 직교하도록 가중벡터를 구한다. 이의 계산에 차신호에 대한 공분산 행렬의 일부만 필요하고, 이 일부로부터 직접 간섭신호공간을 추정함에 따라 계산이 간단하다. 또한 도래각 추정에서 기존 방식에 존재하는 모호성을 개선해서 큰 추정 에러에도 성능저하 없이 잘 동작할 수 있다.

## II. 원하는 신호의 차단과 적응 빔 형성

$M$ 개의 센서로 구성된 ULA 어레이 안테나에  $(d+1)$ 개의 신호가 각각  $\theta_0, \theta_1, \dots, \theta_d$ 의 방향으로부터 수신된다.  $\theta_0$ 를 원하는 신호의 도래각이라 하자.  $m$ 개의 센서로 구성되는 ULA 안테나의  $\theta$  방향에 대한 어레이 응답 벡터  $\mathbf{a}_m(\theta)$ 는

$$\mathbf{a}_m(\theta) = [1 \ \beta(\theta) \ \dots \ \beta^{m-1}(\theta)]^T \quad (1)$$

와 같이 표현할 수 있으며, 여기서  $\beta(\theta) = \exp(j2\pi\delta\sin\theta/\lambda)$ 로  $\delta$ 는 센서간 거리,  $\lambda$ 는 파장,  $T$ 는 행렬의 전치(transpose)를 나타낸다. 어레이에 수신되는 신호  $\mathbf{x}(t)$ 는

$$\mathbf{x}(t) = [x_1(t) \ x_2(t) \ \dots \ x_M(t)]^T = \mathbf{a}_M(\theta_0)s_0(t) + \mathbf{A}_M\mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t) \quad (2)$$

와 같이 나타낼 수 있고, 여기서  $s_0(t)$ 는 원하는 신호의 복소 포락선(complex envelope)이고,  $\mathbf{s}(t)$ 는 간섭신호에 대한 복소 포락선 벡터로  $\mathbf{s}(t) = [s_1(t) \ \dots \ s_d(t)]^T$ ,  $s_i(t)$ 는  $i$ 번째 간섭신호의 복소 포락선,  $\mathbf{A}_M = [\mathbf{a}_M(\theta_0) \ \mathbf{a}_M(\theta_1) \ \dots \ \mathbf{a}_M(\theta_d)]$ 이며,  $\mathbf{n}(t) = [n_1(t) \ n_2(t) \ \dots \ n_M(t)]^T$ 는 잡음벡터이다.

Duvall 빔 형성기 구조를 이용하여 간섭신호의 어레이 응답벡터를 변경하지 않으면서 원하는 신호를 제거할 수 있다. Duvall 빔 형성기의 동작원리를 설명하기 위해 잠시 원하는 신호는 어레이의 broadside로부터 도래한다고 생각하자 ( $\theta_0 = 0$ ). 이 빔 형성기에서는 원하는 신호성분을 제거하기 위해 두 인접한 센서로부터 차 신호를 구하며, 차 신호 벡터  $\mathbf{x}'(t)$ 는

$$\mathbf{x}'(t) = \mathbf{x}_1(t) - \mathbf{x}_2(t) \quad (3)$$

와 같이 주어지고, 여기서

$$\mathbf{x}_i(t) = [x_i(t) \ x_{i+1}(t) \ \dots \ x_{M+i-1}(t)]^T, \quad i = 1, 2 \quad (4)$$

이다. 첫 번째 센서에서  $(M-1)$ 번째 센서로 구성되는 어레이를 부어레이1(subarray1), 두 번째 센서부터  $M$ 번째 센서까지  $(M-1)$ 개의 센서로 구성되는 어레이를 부어레이2라 하자.  $\mathbf{x}_1(t)$ ,  $\mathbf{x}_2(t)$ 는 각각 부어레이1, 2에 수신되는 신호이고, 이들을 다음처럼 표현할 수 있다.

$$\mathbf{x}_1(t) = \mathbf{a}_{M-1}(0)s_0(t) + \mathbf{A}_{M-1}\mathbf{s}(t) + \mathbf{n}_1(t) \quad (5)$$

$$\mathbf{x}_2(t) = \mathbf{a}_{M-1}(0)\beta_0s_0(t) + \mathbf{A}_{M-1}\mathbf{D}_\beta\mathbf{s}(t) + \mathbf{n}_2(t) \quad (6)$$

여기서

$$\beta = [\beta_1 \ \beta_2 \ \dots \ \beta_d]^T \quad (7)$$

$$\beta_i = \beta(\theta_i), \quad i = 0, 1, \dots, d \quad (8)$$

이고,  $D_v$ 는 벡터  $v = [v_1 \ v_2 \ \dots \ v_d]^T$ 를 대각요소로 갖는 대각행렬(diagonal matrix)을 나타내며, 즉

$$D_v = \text{diag}[v_1 v_2 \dots v_d] \quad (9)$$

와 같고,  $n_i(t)$ 는

$$n_i(t) = [n_i(t) \ n_{i+1}(t) \ \dots \ n_{M+i-1}(t)]^T, \quad i = 1, 2 \quad (10)$$

이다. 식 (5), (6)을 (3)에 대입하면  $x'(t)$ 는

$$x'(t) = A_{M-1}(I - D_\beta)s(t) + n'(t) \quad (11)$$

와 같이 나타내지며, 원하는 신호는 차단되어 차신호에는 원하는 신호가 없게 된다. 식 (11)에서  $n'(t) = n_1(t) - n_2(t)$  이다.

원래의 Duvall 방식<sup>6)</sup>에서는 차신호  $x'(t)$ 에 대해 LCMV(linearly constrained minimum variance) 방식에 따라 가중벡터를 계산하며, 이때 가중벡터  $w'$ 는 다음처럼 구해진다.

$$w' = cR_x^{-1}a_{M-1}(0) \quad (12)$$

여기서  $R_x$ 는  $x'(t)$ 에 대한 공분산행렬(covariance matrix)로  $R_x = E[x'(t)x'^H(t)]$ 이고,  $E, H$ 는 각각 기대치, Hermitian 연산을 나타내며, 상수  $c$ 는  $c = 1/a_{M-1}^H(0)R_x^{-1}a_{M-1}(0)$ 과 같다. 가중벡터  $w'$ 을 부어레이1에 복사하여 적응 어레이(adaptive array) 출력을 얻는다. 표기의 간편함을 위해, 이후로  $a_{M-1}(\theta)$ ,  $a_M(\theta)$ 를 벡터차원의 표지 없이  $a(\theta)$ 로 나타낸다.

Duvall 빔 형성기에서는 단지  $(M-1)$ 개의 센서를 이용해서 어레이 출력을 구한다.  $M$ 개 모두를 이용하여 성능을 개선시킬 수 있으며,  $w'$ 을 부어레이1 뿐만 아니라 부어레이2에도 복사하여 두 부어레이 출력을 합해 적응 빔 형성기 출력을 얻으면

부어레이1에만 적용했을 때보다 더 좋은 성능을 가진다<sup>8)</sup>.

### III. 도래각 정보 에러와 적응 빔 형성

#### 3.1 기존방식

원하는 신호의 도래각 방향이 정확히 알려져 있다면 Duvall 빔 형성기는 동작을 잘 하지만, 이 정보에 에러가 있으면 원하는 신호가 완전히 차단되지 않고 일부 성분이  $x'(t)$ 에 존재하여 빔 형성기는 원하는 신호도 제거하려고 함에 따라 심각한 성능저하를 가져올 수 있다. 최근에 Duvall 빔 형성기 구조에서 도래각 방향을 간단히 예측하여 에러에 강인한 빔 형성 방법<sup>7)</sup>을 제시하였다.

원하는 신호의 추정된 도래각을  $\hat{\theta}_0$ 이라 하자. 실제 도래각이 추정 도래각과 일치하지 않는다면, 즉  $\theta_0 \neq \hat{\theta}_0$  이라면, 조향벡터  $a(\hat{\theta}_0)$ 는 원하는 신호의 어레이 응답벡터와 일치하지 않고, 이때 가중벡터는

$$w' = cR_x^{-1}a(\hat{\theta}_0) \quad (13)$$

와 같이 주어진다. 상관벡터  $r_{xij}$ 를 아래와 같이 정의한다.

$$r_{xij} = E[x_i^*(t) x_j(t)] \quad (14)$$

여기서  $i = 1, 2, \dots, M, j = 1, 2$  이다. 센서 간에 잡음은 상관되어 있지 않으므로  $r_{x12}$ 와  $r_{xM}$ 은 잡음에 의한 성분을 가지지 않으며, 다음처럼 주어진다.

$$r_{x12} = \beta_0 p_0 a(\theta_0) + A D_\beta \rho_{s1} \quad (15)$$

$$r_{xM} = \beta_0^{-(M-1)} p_0 a(\theta_0) + A \rho_{sM} \quad (16)$$

여기서

$$p_l = E[s_l^*(t) s_l(t)], \quad l = 0, 1, \dots, d, \quad (17)$$

$$\rho_{si} = E \left[ \sum_{j=1}^d \beta_j^{-(i-1)} s_j^*(t) s(t) \right] \quad (18)$$

이며, 원하는 신호는 간접신호와 상관되어 있지 않

다고 가정하였다. 식 (13)  $w'$ 의 Hermitian과  $r_{x12}$ 와  
의 곱  $w'^H r_{x12}$ 은 원하는 신호와 간섭신호에 대한  
성분으로 나눌 수 있다. 간섭신호가 잡음에 비해 그  
전력이 매우 크므로 (13)의 가중벡터는 간섭방향벡  
터에 거의 직교하며, 원하는 신호가 어레이의  
broadside로부터 도래하지 않지만 이에 가까운 방향  
에서 도래한다면,  $w'^H r_{x12}$ 에서 원하는 신호 성분의  
크기가 간섭신호 성분의 크기보다 매우 커서 간섭  
신호 성분을 무시할 수 있다.  $w'^H r_{xM}$ 에서도 같은  
이유로 간섭신호 성분을 무시할 수 있다. 따라서  
 $w'^H r_{x12}$ ,  $w'^H r_{xM}$ 을 다음처럼 근사 시킬 수 있다.

$$w'^H r_{x12} \approx \beta_0 p_0 w'^H a(\theta_0) \quad (19)$$

$$w'^H r_{xM} \approx \beta_0^{-(M-1)} p_0 w'^H a(\theta_0) \quad (20)$$

식 (19)를 (20)으로 나누면

$$\frac{w'^H r_{xM}}{w'^H r_{x12}} \approx \beta_0^M \quad (21)$$

와 같이 주어진다. 식 (21)로부터  $\theta_0$ 을 구할 수 있  
다. 이 방법은 역행렬을 구해야 함에 따라 계산이  
다소 복잡하고, 뒤에 설명한 바와 같이,  $\beta_0$ 의  $M$ 승  
인  $\beta_0^M$ 를 이용함에 따라  $\theta_0$ 의 값이 어느 값보다  
크면 위상추정에 있어 모호함이 발생한다.

### 3.2 제안방식

$\theta_0 = 0$  일 때, 공분산 행렬  $R_x$ 은 (11)를 이용,  
다음처럼 구해진다.

$$R_x = A(F - D_\beta)R_s(F - D_\beta)^H A^H + 2\sigma^2 I - \sigma^2 I_{(M-2)} - \sigma^2 I_M \quad (22)$$

여기서  $R_s = E[s(t)s^H(t)]$ ,  $\sigma^2$ 은 잡음전력,  $F$ 는  
단위행렬이고,  $I_{(i)}$ 은  $i$  번째 대각요소가 1이고 나  
머지 요소는 0인 행렬을 나타내며, 크기가  $(M-1)$   
인 단위행렬  $I$ 는  $I_{(M-1)}$ 과 같이 표현된다. 일반적으  
로 간섭신호 전력은 잡음전력에 비해 매우 크므로  
(22)에서 잡음전력을 무시할 수 있다. 이때  $R_x$ 의  
각 열은 (근사적으로) 간섭신호공간에 놓여있게 되

고,  $R_x$ 의  $d$ 개의 열은 간섭신호공간을 생성한다.  
 $R_x$ 의 역행렬을 구함이 없이 이 간섭신호공간에 직  
교하도록 가중벡터를 구하여 간섭신호를 제거할 수  
있다.

$\hat{\theta}_0 \neq 0$ 일 때, 적응 빔을 형성하기 전에, 먼저 각  
센서에 수신된 신호를 빔 조향(beam steering) 하여  
어레이의 broadside로부터 도래하는 것처럼 보이게  
한다. 빔 조향된 신호  $x''(t)$ 는

$$x''(t) = x(t) \otimes a^*(\hat{\theta}_0) \quad (23)$$

와 같고, 여기서  $\otimes$ 는 Hadamard 곱,  $*$ 는 켈레 복  
소수를 의미한다. 이때 차신호  $x'(t)$ 는

$$x'(t) = x_1''(t) - x_2''(t) \quad (24)$$

와 같이 주어지며, 여기서  $x_1''(t)$ 는  $x''(t)$ 의 처음  
 $(M-1)$ 개의 성분으로,  $x_2''(t)$ 는 뒤의  $(M-1)$ 개  
의 성분으로 구성되는 벡터이다. 이 차신호를 이용  
하여 적응 빔을 형성한다.

실제로는 공분산 행렬  $R_x$ 는 알려져 있지 않고,  
데이터 샘플을 이용하여 추정해야 한다.  $N$ 개의 데  
이터 샘플이 있을 때,  $R_x$ 는

$$R_x(N) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N [x(n)x^H(n) + R_x(0)] \quad (25)$$

와 같이 추정할 수 있다. 위 식에서  $R_x(0)$ 는  
 $R_x(N)$ 이  $N < M$  이어도 역행렬을 가질 수 있도록  
더해졌으며, 이렇게 할 필요가 없다면  $R_x(0)$ 을 모  
든 요소가 0인 행렬로 하면 된다, 실제 가중치 계  
산에 사용되는 것은  $R_x(N)$ 이 아니라  $R_x$ 에 대한  
추정  $R_x(N)$ 이며,  $R_x(N)$ 은  $R_x(N)$ 으로부터 구할  
수 있다. 이에 대해서는 뒤에 설명한다. 제안방식에서  
 $R_x(N)$ 의 모든 열이 필요하지 않고,  $d$ 개의 열  
만 있으면 된다.  $R_x(N)$ 의 처음  $d$ 개의 열로 구성  
되는  $(M-1) \times d$  행렬을  $R_{x,d}(N)$ 으로 나타낸다.  $N$   
번째 데이터 샘플에서 도래각이  $\theta_{0N}$ 으로 추정되었  
다면, 가중벡터  $w'(N) = [w'_M w'_{M2} \dots w'_{M(M-1)}]^T$   
를 아래처럼  $R_{x,d}(N)$ 의 열공간(column space)에  
직교하도록 계산한다.

$$w'(N) = c_N P_{R_{x',d}(N)}^\perp a(\theta_{0N}) \otimes a(\theta_{0N}) \quad (26)$$

여기서  $P_M^\perp$ 은 행렬  $M$ 의 열공간과 직교하는 공간, 즉 널(null) 공간에 투사하는 행렬이고,  $\theta_{0n}$ 은  $n$ 개의 데이터 샘플에서  $\theta_0$ 에 대한 추정이며,  $c_N$ 은  $w'^H(N)a(\theta_{0N}) = 1$ 의 조건에 따라 결정되는 인자이다. 식 (26)에서  $a(\theta_{0N})$ 과 Hadamard 곱을 한 이유는  $w'(N)$ 을 빔 조향된  $x''(t)$ 이 아닌  $x(t)$ 에 사용하기 때문이다. 개선된 Duvall 빔 형성 방식에 따라,  $M$ 차원 수신벡터  $x(t)$ 에 대한 가중벡터  $w(N)$ 은

$$w(N) = \begin{bmatrix} w'(N) \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \beta_{0N} w'(N) \end{bmatrix} \quad (27)$$

과 같고, 여기서  $\beta_{0n} = \exp(j2\pi\delta\sin\theta_{0n}/\lambda)$ 이다.

도래각 추정치가  $\hat{\theta}_0$ 일 때, 수신된 데이터 샘플 모두를 (23)과 같이 위상 천이 시킨다. 위상 천이된 샘플에 대한 행렬  $R_{x''}(N)$ 은 (25)의  $R_x(N)$ 과 (28)의 관계를 가진다.

$$R_{x''}(N) = R_x(N) \otimes a^*(\hat{\theta}_0) a^T(\hat{\theta}_0) \quad (28)$$

식 (24)에 주어진 차신호  $x'(t)$ 에 대한 샘플행렬  $R_{x'}(N)$ 은

$$R_{x'}(N) = R_{x''11}(N) + R_{x''22}(N) - R_{x''12}(N) - R_{x''21}(N) \quad (29)$$

처럼 주어지고,  $R_x(0)$ 가 영행렬(zero matrix)인 경우,  $R_{x''ij}(N)$ 는 다음과 같다.

$$R_{x''ij}(N) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N x_i''(n) x_j''^H(n), \quad i, j = 1, 2 \quad (30)$$

앞에서 언급한 바와 같이 (21)에 의거하여  $\beta_0^M$ 으로부터 도래각을 추정하면 모호함이 발생할 수 있다. 정확하게  $\beta_0^M$ 을 얻었다고 상정하자.  $\beta_0^M = \exp(j\phi_0)$ 와 같이 표현할 수 있고,  $\phi_0$ 는  $\beta_0^M$ 의 위상을 나타낸다.  $\phi_0$ 를 구한 후,  $\phi_0 = 2\pi M\delta\sin\theta_0/\lambda$ 의 관계를 이용하여  $\theta_0$ 을 구한다. 어떤 위상에  $2\pi$ 를 더하거나

빼도 같은 위상을 나타낸다.  $\phi_0$ 가 양수라 하자. 양수  $\phi_0$ 와 음수 값을 갖는  $\phi_0 - 2\pi$ 는 같은 위상을 나타낸다. 식 (21)에 의거,  $\theta_0$ 을 구할 때,  $\phi_0$ 으로부터 구한 결과는  $\phi_0 - 2\pi$ 로부터 구한 결과와 다르다. 예로  $\delta/\lambda = 1/2$ ,  $\theta_0 = 6.32^\circ$ , ( $\sin\theta_0 = 0.11$ ),  $M = 10$ 인 경우,  $\beta_0 = \exp(j11\pi/100)$ ,  $\beta_0^M = \exp(j11\pi/10)$ 이다. 이때  $\phi_0 = 11\pi/10$  또는  $\phi_0 = -9\pi/10$ 로 구해진다.  $\phi_0 = 11\pi/10$  선택하면 정확히  $\theta_0$ 을 구할 수 있으나,  $\phi_0 = -9\pi/10$ 로 선택하면  $\hat{\theta}_0 = -5.16^\circ$ 로 잘못 계산된다.  $\theta_0 = -5.16^\circ$ 이더라도  $\beta_0^M$ 은  $\beta_0^M = \exp(j11\pi/10)$ 로 주어지며, 따라서  $\beta_0^M$ 을 정확히 구하더라도  $\theta_0$ 이  $6.32^\circ$ 인지  $-5.16^\circ$ 인지 구분할 수가 없다. 이러한 모호함이 없으려면  $|10\pi\sin\theta_0| < \pi$  이어야하고, 이때  $|\theta_0| < 5.74^\circ$ 이다. 요약하면, 반파장으로 이격된  $M = 10$ 인 ULA 어레이를 사용하는 경우, 식 (21)에 따른 추정은  $|\theta_0| < 5.74^\circ$ 인 범위 내에서만 정확한 추정이 가능하다.

이와 같은 모호성을 피하기 위해 제안방식에서는  $r_{xM}$  대신  $r_{x11}$ 을 이용한다.  $r_{x11}$ 은

$$r_{x11} = p_0 a(\theta_0) + A p_{s1} + \sigma^2 z_{(1)} \quad (31)$$

와 같이 주어지고,  $z_{(i)}$ 은  $i$ 번째 요소만 1이고 나머지는 0인 벡터이다. 도래각을 추정하는 원리를 보이기 위해  $N$ 이 무한대로 접근한 경우를 생각하자.  $N$ 이 무한대로 접근하면  $R_{x',d}(N)$ 은  $R_{x',d}$ 로 접근한다. 이때 (26)의  $w'(N)$ 은  $w'$ 로 접근한다.  $w'^H r_{x11}$ 을 구하면

$$w'^H r_{x11} = p_0 w'^H a(\theta_0) + w'^H A p_{s1} + \sigma^2 w'_1 \quad (32)$$

여기서  $w'_i$ 는  $w'$ 의  $i$ 번째 요소이다.  $w'$ 는 간섭신호벡터에 거의 직교하고, 일반적으로  $p_0 \gg \sigma^2$ 이므로 (32)는 다음처럼 근사적으로 쓸 수 있다.

$$w'^H r_{x11} \approx p_0 w'^H a(\theta_0) \quad (33)$$

제안방식에서 구한  $w'$ 에서도  $w'^H r_{x12}$ 가 (19)와 같이 근사되므로  $w'^H r_{x12}$ 를  $w'^H r_{x11}$ 로 나누면

$$\frac{w'^H r_{x12}}{w'^H r_{x11}} \approx \beta_0 \quad (34)$$

와 같고,  $\beta_0^M$ 이 아닌  $\beta_0$ 으로부터  $\theta_0$ 를 추정하므로 위에서 설명한 모호함이 없게 된다.

실제로는 데이터 샘플로부터 도래각을 추정해야 한다.  $N$ 개의 데이터 샘플을 이용하는 경우를 생각하자. 처음에 주어진  $\theta_0^{(0)}$ 을 가지고 반복계산을 통해 추정한다.  $(k-1)$ 번째 반복에서 얻어진 값이  $\theta_{0,N}^{(k-1)}$ 이라면  $k$ 번째 반복에서 추정치는

$$\beta(\theta_{0,N}^{(k)}) = \frac{w'^{(k-1)H}(N)r_{x12}(N)}{w'^{(k-1)H}(N)r_{x11}(N)} \quad (35)$$

$$/ \left| \frac{w'^{(k-1)H}(N)r_{x12}(N)}{w'^{(k-1)H}(N)r_{x11}(N)} \right|$$

와 같이 계산되고, 여기서  $w'^{(k-1)}(N)$ 은

$$w'^{(k-1)}(N) = c_N^{(k-1)} P_{R_{x',d}(N)}^\perp a(\theta_{0,N}^{(k-1)}) \otimes a(\theta_{0,N}^{(k-1)}) \quad (36)$$

이다. 반복계산은 현재 추정값과 직전의 추정값간 차이가 미리 정해놓은 어느 값 이하이면 종료된다. 다시 말하면,  $K$ 번째에서

$$|\theta_{0,N}^{(K)} - \theta_{0,N}^{(K-1)}| \leq \Delta\theta \quad (37)$$

이면,  $K$ 번째 반복에서 종료되며,  $\Delta\theta$ 는 정해놓은 작은 상수 값이다. 이  $\theta_{0,N}^{(K)}$ 가  $N$ 번째 데이터 샘플에서의 도래각 추정치  $\theta_{0,N}$ 이며, 이때  $w'(N)$ 은 (26)과 같고, 전체신호에 대한 가중벡터  $w(N)$ 은 (27)에 주어졌다.

$w(N)$ 을 계산하려면 수신되는 신호의 수  $(d+1)$ 을 알아야한다.  $(d+1)$ 은 사전에 알려져 있다고 가정한다. 만약 신호수를 모른다면,  $R_x(N)$ 의 처음  $p$ 행과  $p$ 열로 구성되는  $p \times p$ 의 작은 행렬  $R_{x(p,p)}(N)$ 을 고유분해 하여 고유치로부터 MDL(minimum description length)<sup>[9]</sup>을 계산하여 수신되는 신호의 수를 검출할 수 있다. 여기서  $p$ 는  $d$ 보다 큰 어떤 정수이다. 수신되는 신호의 수는 알려졌다고 상정하였고,  $N$ 번째 데이터 샘플에서 가중벡터  $w(N)$ 을

구하는 과정을 아래에 정리하였다.

1) 초기화

1.1)  $\theta_0^{(0)} \rightarrow \theta_{0,N}^{(0)}$ ;  $\theta_{0,N}^{(0)} \rightarrow \hat{\theta}_0$ ;  $1 \rightarrow k$

1.2)  $r_{x11}(N)$ ,  $r_{x12}(N)$ 을 구함;  $R_{x',d}(N)$  계산 (식 (28) - (30))

1.3)  $w'^{(0)}(N)$  계산 (식 (36))

2)  $\theta_0$  추정

2.1)  $\theta_{0,N}^{(k)}$ 를 구함 (식 (35));  $\theta_{0,N}^{(k)} \rightarrow \hat{\theta}_0$

2.2)  $\theta_{0,N}^{(k)}$ 를 이용하여,  $R_{x',d}(N)$ 과  $w'^{(k)}(N)$  계산

2.3)  $|\theta_{0,N}^{(k)} - \theta_{0,N}^{(k-1)}| \leq \Delta\theta$ 를 만족하는지 검사  
만족하면 단계 3)으로 감  
만족치 않으면 단계 2.4)로 감

2.4)  $k+1 \rightarrow k$ ; 단계 2.1)로 감

3)  $w(N)$ 을 구함 (식 (27))

$w(N)$ 을 구하는 데 있어  $(M-1) \times (M-1)$  행렬  $R_x(N)$ 의 모든 열이 필요치 않고, 그 일부분인  $(M-1) \times d$  행렬  $R_{x',d}(N)$ 이 필요하다.  $R_{x',d}(N)$ 으로부터  $w'^{(k)}(N)$ 을 구하는데  $P_{R_{x',d}(N)}^\perp$ 의 계산이 요구된다.  $R_{x',d}(N)$ ,  $P_{R_{x',d}(N)}^\perp$ 을 구하는 데  $O(Md^2)$ 의 곱셈 계산이 요구되고, 이외에는 이보다 적은 량의 계산이 소요된다. 반복계산의 회수가  $K$ 라면,  $N$ 번째 데이터 샘플에서  $w(N)$ 을 구하는 데 필요한 계산 량은  $O(KMd^2)$ 이다. 다음 장의 시뮬레이션 결과에 의하면, 센서의 수  $M$ 에 관계없이 비교적 큰  $N$ 에 대해서  $K$ 는 5 이하의 값을 가진다. 샘플행렬의 역행렬을 직접 구하는 데  $O(M^3)$ 의 계산량이 요구되고, 따라서  $M \gg d$ 인 많은 센서를 가지는 어레이에서 제안방식은 역행렬의 계산이 필요한 방식보다 계산량이 매우 적다.

IV. 시뮬레이션

2개의 간섭신호가  $\theta_1 = -25^\circ$ ,  $\theta_2 = 35^\circ$ 의 방향으로로부터 반파장 간격으로 이격된 ULA 어레이에 수신된다. 원하는 신호의 SNR(signal-to-noise ratio)은 10 dB 이다. 두 간섭신호의 전력은 똑같이 30 dB 이다. 처음에 주어진 원하는 신호의 추정 도래각  $\theta_0^{(0)}$ 은  $0^\circ$ 이다. 제안방식, III.1절에서 소개한 기준

방식, 도래각 추정을 하지 않는 Duvall 빔 형성방식에 대한 SINR 성능을 비교하였다. 편의상, 이 세 방식을 각각 제안방식, 기존방식, Duvall 방식이라 부른다. 도래각 추정을 하지 않는 방식에서도 개선된 Duvall 빔 형성방식<sup>[8]</sup>을 사용하였고, 100번의 서로 독립적인 시뮬레이션을 수행하여 SINR의 평균값을 구하였다. 제안방식에서는 반복계산이 필요한데,  $\Delta\theta = 0.05^\circ$  이고, 각  $N$ 에서 최대 반복 횟수는 10으로 제한하였다. 식 (25)와 같이 계산되는 표본행렬  $R_x(N)$ 이  $N < M$  이더라도 역행렬을 가질 수 있도록  $R_x(0) = \alpha I$  로 하였고,  $\alpha = 10^{-5}(p_0 + p_1 + p_2)$  이다.

그림 1은  $M=10$  일 때 성능을 보여준다. 그림 1(a)에  $N=500$  에서 빔 조향에러(pointing error)  $\theta_0 - \theta_0^{(0)}$ 에 대한 SINR 성능이 도시되어 있다. 기존방식은 Duvall 방식보다 에러에 매우 둔감함을 보여준다. 그러나 대략  $\theta_0$ 가  $-5^\circ$ 보다 작거나  $5.5^\circ$ 보다 크면 기존방식에서 성능이 감소함을 나타낸다. III.2 절에서 설명한 바와 같이 도래각 추정에 모호함이 없으려면  $|\theta_0| < 5.74^\circ$  이어야하며, 그림 1(a)의 기존방식에 대한 결과는 이러한 도래각 추정의 모호함으로 성능이 저하됨을 보여준다. 추정에 모호함이 없는 제안방식에서는 큰 에러에서도 성능저하가 거의 없음을 보인다. 그림 1(b)는  $\theta_0 = 7^\circ$  일 때  $N$ 에 대한 성능이다. 제안방식은 매우 빠르게 정상상태(steady-state)에 수렴함을 보여준다. 반면에 기존방식은  $N$ 이 증가하여도 여전히 성능저하를 보인다.  $\theta_0 = 7^\circ$ 이면, 앞에서 설명한 바와 같이, 기존방식에선 도래각 추정에 모호함이 발생하고 이로 인해 성능저하를 겪는다.

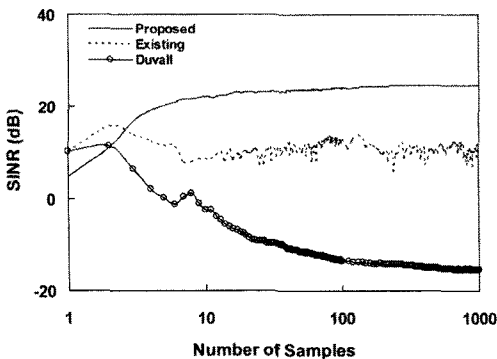


그림 1.  $M=10$  일 때의 성능 (a) 조향에러에 대한 SINR (b) 데이터 샘플 수에 대한 SINR

그림 2에  $M=20$  일 때 성능을 나타내었다. 그림 2(a)에  $N=500$  에서 빔 조향에러에 대한 SINR 성능이 예시되어 있다. 많은 센서를 가지는 어레이에서도 제안방식은 도래각 에러로 인한 성능저하가 거의 없음을 나타낸다. 그림 1(a)와 비교하면 센서의 수가 2배로 증가함에 따라, SINR은 3 dB 증가함을 보여준다. 센서의 수가 증가하면 기존방식에서 모호함이 없이 추정할 수 있는 에러의 범위가 작아지며,  $M=20$ 에서는  $|\theta_0| < 2.87^\circ$  이어야 모호함이 없게 된다. 시뮬레이션 결과를 보면, 대략  $\theta_0 = \pm 2.5^\circ$ 에서 감소하기 시작한다. 그림 2(b)에  $N$ 에 대한 성능을 나타내었다.  $\theta_0 = -3.5^\circ$  이다. 그림 1(b)와 유사한 특성을 나타내며, 기존방식에서 도래각 추정의 모호함으로 인한 성능저하를 볼 수 있다.

그림 3은 그림 1(b), 2(b)의 시뮬레이션에서 제안방식이 반복 계산한 횟수를 보여준다. 각  $N$ 에서 계산한 반복횟수는 센서의 수에 관계없이 비슷하다.  $N$ 이 증가함에 따라 그 횟수는 감소하며,  $N \geq 330$

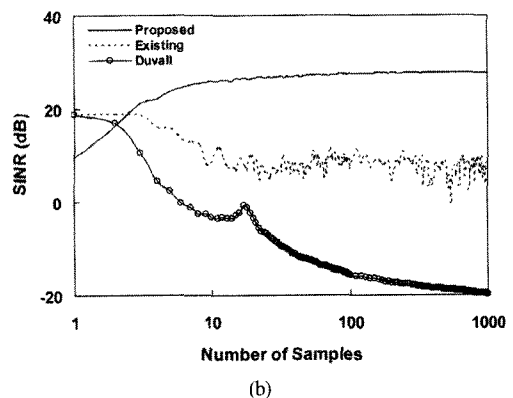
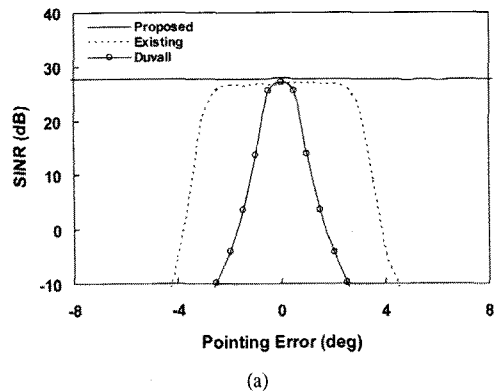


그림 2.  $M=20$  일 때의 성능 (a) 조향에러에 대한 SINR (b) 데이터 샘플 수에 대한 SINR

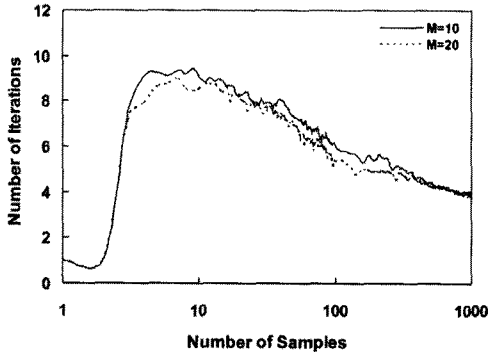


그림 3.  $M=10, 20$  에서 반복계산 횟수

이면 다섯 번 이하의 반복계산을 한다.

### V. 결 론

원하는 신호를 차단하는 빔 형성기 구조에서 빔 조향에러에 대처할 수 있는 적응 빔 형성 방법을 제안하였다. 제안된 방식에서는 차신호의 상관으로부터 간섭신호 공간에 직교하는 기중벡터를 직접 구하며, 역행렬을 필요치 않아 그 계산이 간단하다. 기존방식에서는  $\beta_0^M$ 에 기초하여 도래각 추정을 함에 따라 모호함이 없이 추정할 수 있는 에러의 범위가 제한되며 센서의 수  $M$ 이 커지면 그 범위가 작아지는 문제가 있었다. 반면에 제안 방식에서는  $\beta_0$ (엄밀하게 말하면  $\beta_0$ 와 거의 같은 양)에 기초하여 추정 함에 따라 이러한 문제를 해소하였다. 시뮬레이션은 이러한 사실과 일치된 결과를 나타내었으며, 큰 조향에러에도 제안방식에서는 성능저하가 거의 없음을 보여주었다.

### 참 고 문 헌

[1] J. E. Hudson, Adaptive Array Principles. New York: Peregrinus Ltd., 1981.  
 [2] J. Li and P. Stoica,, Robust Adaptive Beamforming. Hoboken, NJ: Wiley, 2005.  
 [3] D. D. Feldman and L. J. Griffith, "A projection approach for robust adaptive beamforming," *IEEE Trans. Signal Process.*, Vol.SP-42, pp.867-876, Apr., 1994.  
 [4] Z. Tian, K. L. Bell, and H. L. Van Trees, "A recursive least squares implementation for LCMP beamforming under quadratic

constraint," *IEEE Trans. Signal Process.*, Vol.49, No.6, pp.1138-1145, June, 2001.

[5] J. Li, P. Stoica, and Z.-S. Wang, "Doubly constrained robust Capon beamforming," *IEEE Trans. Signal Process.*, Vol.52, No.9, pp.2407-2423, Sept., 2004.  
 [6] B. Widrow, K. M. Duvall, R. P. Gooch, and W. C. Newman, "Signal cancellation phenomena in adaptive arrays: Causes and cures," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, Vol.30, pp.469-478, May, 1982.  
 [7] Y.-H. Choi, "Signal-blocking-based adaptive beamformer with simple direction correction," *Electron. Lett.*, Vol.40, No.8, pp.463-464, Apr., 2004.  
 [8] Y.-H. Choi, "Performance improvement of adaptive arrays with signal blocking," *IEICE Trans. Commun.*, Vol.E86-B, No.8, Aug., 2003.  
 [9] M. Wax and T. Kailath, "Detection of the number of coherent signals by the MDL principle," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Process.*, Vol.37, pp.1190-1196, Aug., 1989.

최 양 호 (Yang-Ho Choi)

종신회원

1982년 연세대학교 전자공학과 학사  
 1984년 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 석사  
 1989년 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 박사  
 1989년 3월~1997년 2월 한국통신 연구개발본부 팀장  
 1997년 3월~2002년 2월 동양대학교 정보통신공학 부 교수  
 2002년 3월~현재 강원대학교 전기전자공학부 교수  
 <관심분야> 무선신호처리, 무선접속기술, 이동통신