# 직교격자를 이용한 단순 세장 구조물의 와유기 진동 해석

한명륜<sup>1</sup>·안형택<sup>1,†</sup> 울산대학교 조선해양공학부<sup>1</sup>

# Vortex-Induced Vibration of Simple Slender Structure Using Cartesian Mesh

Myung-Ryoon Han<sup>1</sup>·Hyung-Teak Ahn<sup>1,†</sup> School of Naval Architecture & Ocean Engineering, University of Ulsan<sup>1</sup>

## Abstract

For long slender offshore structures, such as cables and pipe lines, their interaction with surrounding fluid flow becomes an important issue for global design of ocean systems. We employ a long circular cylinder as a representative case of slender offshore structure. A flexibly mounted cylinder in cross-flow generates complex vortex shedding and results in oscillation of the structure. In this paper, flow behind a circular cylinder at Re=100 is simulated. The vortex shedding pattern and flow induced motion are examined in the cross flow configuration as well as with various yaw-angled configurations. The "Lock-in" phenomenon is also observed when reduced velocity is approximately 4.0. The MAC Grid system, which is the typical grid system for Cartesian mesh and pressure correction methods, are used for solving the incompressible Navier–Stokes equations. Predictor/Corrector method is applied for obtaining a non-linear response of structure at the flexibly mounted. The existance and motion of the body is represented by the immersed boundary technique.

Keywords : Cartesian mesh(직교격자), Immersed boundary method(가상경계법), Vortex shedding(와흘림), Vortex-induced vibration(와유기 진동), Fluid-structure interaction(유체-구조 연성), CFD(전산유체역학)

# 1. 서 론

복잡한 유동에 노출되어 있는 해양구조물에는 주위 유동에 의 한 히중이 지속적으로 작용하며 이로 인하여 구조물의 변형과 운 동이 야기된다. 해양 구조물의 주위 유동으로 인한 진동은 구조 물의 안전, 안정성뿐만 아니라 수명에도 큰 영향을 미친다. 이러 한 유동유기 진동현상의 예측을 위해서는, 해양 구조물에 주위 유동현상에 대한 이해와, 이로 인하여 구조물에 작용하는 유체력, 그리고 최종적으로 구조물의 운동을 해석하여야 한다. 따라서 해 양구조물의 유동유기 진동현상은 복잡한 유동구조 연성 현상의 그 전형적인 예라고 할 수 있다. 본 논문에서는 직교격자를 이용 하여 원형 실린더주위 비정상 유동을 해석화고, 그 결과로 얻어 지는 유체력을 가진력으로 하여 원형 실린더의 운동을 해석함으 로써, 유체와 구조물의 연성현상을 해석하였다.

변형 혹은 운동을 동반하는 물체주의의 전산 유동해석을 위해 서는 고정된 물체주위 유동해석에 비하여 변형하는 유동장을 표 현하기 위한 추가적인 고려를 하여한 한다. 물체 경계에 밀착된 (Body-Fitted) 격자를 사용하는 경우 물체의 움직임에 따라 매 시 간단계 마다 변형하는 물체주위의 유동장을 효과적으로 표현하는 격자변형기법이 필수적이다. 이러한 방법은 물체의 변형이 전체 유동영역에 비하여 비교적 제한적이거나 단일 물체 주위유동인 경우 적합하나 물체의 운동이 커지거나 복잡해지는 경우 격자의 중첩(Park. et al., 2003) 또는 추가적인 고려가 없이는 일반적인 적용이 어려운 단점이 있다. 반면, 최근에는 이러한 제한조건을 극복하는 직교격자 기반의 단순화된 물체 표현방법이 제안되고 있다. 직교격자로 표현된 유체 도메인 안에 내재되어 있는 물체 의 존재를 표현하는 가상경계법(Immersed boundary method)을 이용하였다. 이 기법의 가장 중요한 장점은 물체가 움직일 때, 직 교 격자의 변형이나 재배치가 필요하지 않다는 것이다. 가상경계 법의 초기 논문으로 Peskin (2000)은 Dirac Delta 함수를 이용하 여 3차원 도메인 내 탄성체와 비압축성 유체와의 상호작용을 모 사하였다. 이후 Direct Forcing을 이용한 가상경계 처리 기법이 제안되었고, Fadlun, et al. (2000)과 Kim, et al. (2001)등에 의 하여 확장되었고, Shin and Kim (2006)에 의해 두께가 0인 물체 의 표현에도 적용 가능한 기법이 개발되었다.

본 논문에서는 외부 유체의 속도를 이용해 물체 안의 가상의 속도를 부여하는 2차 정확도의Ghost-Cell 가상경계법을 이용하여 물체의 움직임을 표현하였고, 비압축성 유체의 Navier-Stokes방정 식을 풀기 위해 엇갈린(Staggered) MAC(Marker-And-Cell) 격자 기반의 압력수정(Pressure correction) 방식을 사용하였다. 압력을 구하기 위한 계산 비용을 줄이기 위해 BICG STAB(Bi-Conjugated Gradient Stabilized)알고리즘을 이용하여 수치해석 하였다.

유체-구조의 연성해석을 위해 여러 기법들이 연구되어 왔고. 연구 중에 있다. 특히 Ahn and Kallinderis (2006)의 연구에서 는 혼합격자(hybrid mesh) 상에서 ALE(Arbitrary Lagrangian -Eulerian) 기법을 이용해 저 레이놀즈 수 유동에서의 구조-연 성 해석을 시도하였다. 또한 Predictor/Corrector 방법을 이용하 여 유체-구조의 연성문제를 다뤄 정확한 결과를 도출하였다. Mittal and Kumar (1999)의 연구에서는 원형 실린더의 구조-유 체의 해석을 유한 요소법을 이용하여, in-line과 cross-flow방향 의 유동에서 실린더가 받는 유체력과 움직임이 어떠한 특징을 보이는지 보여 주었다. Newman and Karniadakis (1997)는 DNS기법을 이용하여 저 레이놀즈 수 유동에서 긴 케이블 주위 에 나타나는 유동 패턴을 가시화하였다. Kim. et al. (2006)의 연구에서는 강제 횡 진동하는 실린더의 유동을 가상경계법을 이 용하여 조사하였다. 본 연구에서는 직교 격자계 내에서 3차원 강체 원형 실린더의 와유기진동(Vortex-induced vibration)이 어 떠한 특징을 가지는지 보여주고, 원형실린더주위에 발생하는 유 동을 관찰하였다.

본 논문은 아래와 같이 구성되어 있다. 먼저, 다음절에서 직교 격자상에서 유동해석방법과, 가상경계법에 의한 물체주위 경계조 건 설정, 그리고 구조동역학 해석 및 유동해석과의 연성방법에 대해서 기술한다. 이어지는 절에서는 저 레이놀즈수 유동에서의 원형 실린더의 와유기 진동현상을 아래 세가지 경우로 나누어 점 진적으로 일반화 시켰다. 그 첫째로 고정된 실린더, 둘째로 탄성 지지를 받는 실린더, 마지막으로 유동과 실린더가 횡 경시각(Yaw angle)을 가지는 경우를 3차원 해석을 통하여 해당 결과를 제시 하고자 한다. 마지막 절에서는 본 논문의 결과를 정리하고 향후 연구 진행방향에 대하여 기술한다.

# 2. 수치해석방법

### 2.1 Governing Equations

점성을 가진 비압축성 유체의 Navier-Stokes 방정식을 풀기 위한 지배 방정식은 아래의 두 식으로 표현된다.

Continuity equation :

 $\nabla \cdot u = 0$ 

(1)

Momentum equation:

$$\frac{\partial}{\partial t}\vec{u} + (\vec{u} \cdot \nabla)\vec{u} = -\nabla p + \frac{1}{\operatorname{Re}}\Delta\vec{u}$$
(2)

위의 두 식에서u는 유체의 속도, *P*는 압력을 나타내며, 레이 놀즈수는  $Re = \rho U_{\infty} D/\mu$ 라 정의되며, 이 때 *D*는 실린더의 지름 을 의미하고  $U_{\infty}$ 는 수치해석 도메인에 진입하는 일정한 유속을 나타낸다.

#### 2.2 MAC Grid Method

본 연구에서는 비압축성 Naiver-Stokes 방정식을 풀기 위해 압력수정(Pressure Correction) 방법을 이용하였다. 압력수정 (Pressure Correction) 방법은 각 격자의 속도를 이용하여 압력을 구하는 방법으로, 이를 직교 격자에서 적용하기 위해 Staggered Grid system 또는 Non-Staggered Grid system을 사용한다. 본 연구에서는 Staggered Grid system의 한 방법인 MAC Grid 방법 을 적용하였다. MAC(Marker-And-Cell) 방법은 Harlow and Welch(1965)에 의해 개발된 격자 체계로, 직교격자에서 유한 차 분법 이용해 비압축성 Navier-Stokes 방정식을 풀기 위한 가장 전통적인 방법 중의 하나이다. MAC Grid 방법은 Fig. 1과 같이 각 격자의 중앙에 압력 p가 존재하고, 속도는 격자의 중앙이 아 닌 격자 경계의 중앙에 놓고 속도와 압력을 추정하는 방법이다. 이와 같이 속도와 압력이 배치 될 경우, 연속된 자료의 접근이 필 요한 유한 차분법의 적용이 용이하다고 볼 수 있다.



Fig. 1 Staggered variable arrangement on Mac Grid

$$\frac{\overrightarrow{u} - \overrightarrow{u}}{\Delta t} + [\overrightarrow{u} \cdot \nabla \overrightarrow{u}]^n = \frac{1}{\operatorname{Re}} [\nabla^2 \overrightarrow{u}]^n$$
(3)

$$\nabla^2 p = \frac{1}{\Delta t} \nabla \cdot \overrightarrow{u^*} \tag{4}$$

$$\frac{\overrightarrow{u}^{n+1} - \overrightarrow{u}^{*}}{\Delta t} = -\nabla p \tag{5}$$

MAC Grid 시스템에서 비압축성 Navier-Stokes 방정식을 풀기 위해서는 식 (3)을 이용해 임시의 속도장(intermediate velocity field)을 구한 뒤, 압력 포와송(Poisson) 방정식, 식 (4)를 계산하 고, 이 압력을 이용하여 다음 타임 스텝의 속도를 얻을 수 있다. 이 때, 압력 포와송 방정식을 효율적으로 계산하는 것이 비압축 성 Navier-Stokes 방정식을 풀기 위한 계산 시간을 줄이는 필수 요소라 하겠다. 따라서 본 연구에서는 압력 계산을 위해 희귀행렬 를 구성하여 해를 구하는 implicit method를 이용하였다. 이를 위 해 실제 수치 계산 시 PETSC 라이브러리에 내장된 BICG -STAB 알고리즘을 사용하였으며, Jacobi, SOR과 같은 point relaxation 방법과 비교해 보다 빠른 결과를 도출할 수 있었다. 마지막으로 타임 스텝의 크기를 결정하기 위해 대류현상에 의한 제한조건인 CFL 조건과 확산현상의 의한 제한조건을 사용하였다.

## 2.3 Treatment of Immersed boundary

2차 정확도의 가상 경계(immersed boundary) 처리 기법은 직 교 격자에서 물체를 표현하기 위한 가장 편리한 방법 중 하나이 다. 이 기법은 물체 주위의 유체 속도를 이용하여 물체 내부의 속 도를 부여하는 방법으로 물체가 일정한 움직임을 갖더라도 격자 의 변화가 없이 모션을 표현 할 수 있다. Fig. 2에서 보듯 물체 안의 속도를 설정하기 위해서는 물체 주변의 가장 가까운 유체 격자를 이용하여야 한다. 다시 말해, 물체의 안쪽에 완전히 속하 는 body cell과 유체 영역에 완전히 속하는 fluid cell 사이의 ghost cell를 찾아, ghost cell의 양쪽 edge의 속도  $u_f$ ,  $u_s$ 를 찾 아내어야 한다.



Fig. 2 Treatment of immersed boundary

식 (6)은 물체 주위의 속도와 물체 안 속도와의 관계를 나타낸 식이다. 식 (6)에서  $u_w$ 는 물체의 표면에서의 속도를 의미하고,  $u_s$ 는 물체 안 최외각 격자의 속도를 표현한다.  $u_f$ 의 경우 물체 표면 에 가장 근접한 격자의 유체속도를 나타내며, 이 속도를 이용하 여 물체 안 속도  $u_s$ 를 설정할 수 있다.

$$u_{w} = \left(\frac{w_{f}}{w_{f} + w_{s}}\right)u_{f} + \left(\frac{w_{s}}{w_{f} + w_{s}}\right)u_{s} \tag{6}$$

여기서 각각의 가중치는 아래와 같이 정의 된다.

$$w_f = rac{l_s}{h}, \; w_s = rac{l_f}{h}, \; \mbox{Where} \; \; h = l_s + l_f$$

### 2.4 Fluid-Structure Coupling

본 연구와 같이 와유기 진동해석을 위해서는 강체의 1자유도 방정식을 풀어야 한다. 식 (7)은 물체가 양력을 받아 상하로만 진동하는 현상을 가정하였을 경우 해석에 필요한 운동방정식을 나타낸다. 이 때, Y는 물체의 변위, Ý는 물체의 속도, Ÿ는 물체의 가속도를 의미한다. 본 연구에서는 식 (7)을 식 (8)와 같 은 무차원화 된 형태로 변환하여 적용하였다.

$$m\ddot{Y} + c\dot{Y} + kY = F_{y} \tag{7}$$

$$\ddot{y} + \frac{4\pi\zeta}{U^*} \dot{y} + \left(\frac{2\pi}{U^*}\right)^2 y = \frac{C_L}{2m}$$
(8)

여기서 각 무차원 인자들은 아래와 같이 정의된다.

reduced velocity : 
$$U^* = \frac{U_{\infty}}{f_n D}$$
  
mass ratio :  $m^* = \frac{m}{m_d} (m_d = \frac{\pi}{4} \rho D^2)$   
structure damping ratio :  $\zeta = \frac{c}{2\sqrt{km}}$   
v : displacement by Lift force

식 (7)의 질량(m)을 무차원화 할 경우, 식 (7)의 시스템 질량 (m)과 물체가 차지하는 체적(md)의 비로 나타낼 수 있으며, 이를 mass ratio라 한다. 시스템의 감쇠계수의 무차원화는 강제 진동 모드에서의 감쇠비( $\zeta$ )를 이용하여 나타내고,  $f_n (= \sqrt{k/m})$ 은 시스템의 고유 진동수를 표현한다. 식 (7)의 강성비(k)를 무차원 화 하기 위하여 reduced velocity,  $U^*$ 를 사용하고, reduced velocity는 구조물의 고유 진동수( $f_n$ )와 free stream velocity( $U_\infty$ ) 과의 관계로 표현된다. 수치해석에서는 reduced velocity( $U^*$ )를 변경하기 위해 free stream velocity( $U_\infty$ )를 일정하게 유지하고, 구조물의 고유진동수( $f_n$ )를 변경하여 적용한다. 즉 수치해석 모 델에서 reduced velocity가 변한다는 의미는 고유진동수를 가진 각기 다른 물체의 운동을 해석한다는 의미이며, 이는 일정한 레 이놀즈 수에서 구조물의 고유 진동수와 와흘림 진동수의 관계에 따른 유동의 변화와 물체의 운동을 조사하기 위함이다.

본 연구에서는 작은 mass ratio를 이용하여 reduced velocity 를 변화시키며, 그 특징을 살펴보았다. 또한 무차원화된 운동 방 정식을 풀기 위해, Ahn and Kallinderis(2006)의 연구에서 제시한 Predictor/Corrector방법을 사용하였다.

## 3. 결과

## 3.1 Simulation domain

해석영역 안에서의 원형 실린더의 운동으로 인한 유동의 변화를 관찰하고 이로 인한 정량적인 데이터를 수집하였다. 본 수치해석에서는 mass ratio는 '2'로 설정하였고, U<sup>\*</sup>를 변 화시켜가며 진행하였다. 본 연구에서는 mass-damping 효과를 고려하지 않았고, 이를 위해 damping ratio는 '0'로 설정하였 다. 본 수치해석을 위해 4개의 CPU가 각각의 가로 방향의 블 록을 계산하는 병렬화 방식을 이용하였으며, PPE를 풀기 위해 BICG STAB (Bi-Conjugate Gradient Stabilized)알고리즘을 사 용하였다.



Fig. 3 Simulation domain

## 3.2 Fixed Cylinder

Fig. 4는 레이놀즈 수가 100일 때의 고정된 실린더의 Lift Coefficient와 Drag Coefficient을 나타내고 있다. 이 때,  $S_t (= f_s D/U)$ 는 1.75이고, 이 값은 Williamson, et al.(1988)의 근 사식 보다 약간 작은 값이다. 스트로홀 수(Strouhal number)는 불 안정한 유체에서 물체의 진동주기를 알 수 있는 무차원 진동수로, 본 연구와 같은 구조-유체의 연성 해석시 스트로홀 수는 reduced velocity( $U^*$ )와 밀접한 관계가 있다. 만약 free stream velocity가 일정하고 구조물의 고유 진동수와 와흘림(vortex shedding) 주파 수가 같다면, 스트로홀 수의 역수(1/S)는 reduced velocity( $U^*$ ) 와 일치하게 된다.

Table 1의 Drag coefficient 결과는 Ding, et al.(2007)의 수치 해석 결과와 일치하며, Tritton(1959)와 Wiesenberger(1921)의 실험 결과 보다는 높은 값을 얻었다. 일반적으로 레이놀즈 수가 45이상 150 이하 일 때는 vortex shedding이 주기적인 패턴을 보 이게 되고, 본 수치해석에서도 Fig. 5와 같은 와동 패턴을 관찰 할 수 있었다.



Fig. 4 Lift and Drag coefficient histories

	Table 1	Drag	coefficient	comparison	table	at	Re=10	)(
--	---------	------	-------------	------------	-------	----	-------	----

	Drag coefficient
Atal Bihari(2010)	1.352
Menegini et al.(2007)	1.370
Ding et al.(2007)	1.356
Tritton(1959)	1.320
Wiesenberger(1921)	1.326
Present simulation	1.357



Fig. 5 Vorticity ISO surface at Re=100

## 3.3 Elastically mounted Cylinder in Cross flow

본 연구에서는 레이놀즈 수가 100, mass ratio를 2으로 설정 하고, reduced velocity $(U^*)$ 를 변화 시켜가며, 탄성 지지된 원형 실린더의 유동 패턴 변화와 유체력을 살펴보았다.

Lock-in현상이란 와흘림 주파수가 특정 reduced velocity 영역

에서 물체의 진동수에 고착되는 현상을 의미한다. 이 때, 와흘림 주파수와 물체의 진동 주파수가 동일하고 위상이 같아지면, 물체 의 운동 진폭은 최대가 된다. Fig. 6의  $U^*$ = 4.0일 때, 최대 운동 진폭을 보이는 것을 확인 할 수 있고, Table 2는  $U^*$ = 5.0일 때, 실린더의 진폭을 비교한 것으로 Ahn과 Kallinderis(2006)의 결과 와 비교해 근사한 결과를 얻을 수 있었다.



time

Fig. 6 Lift coefficients and displacements (---- Lift coefficient, ---- displacements)

Fig. 7에서 최대 운동 진폭을 보일 때 유동은 vortex pair shedding cycle을 그리는 것을 관찰할 수 있었고, 이는 Mittal 과 Kumar(199)의 수치 해석 연구에서 cross flow의 Lock in 시 vortices contour와 동일한 경향을 보였다. Fig. 6의  $U^*$ = 5.0일 때, Lift coefficient와 운동 변위 사이의 위상이 변하는 위상교대 (phase switch) 현상을 보인다.



Fig. 7 Vortices contours at the middle plane

Table 2 Comparison of max amplitude(A/D) at m*=	=2.0	)
---	------	---

	Re	Max. A/D
Ahn and Y.Kallinderis	100	0.53
Ahn and Y.Kallinderis	150	0.54
Schulz and allinderis	110	0.58
Present Simulation	100	0.581

#### 3.4 Elastically mounted cylinder with Yaw Angle

해석 도메인에서 진입 유동의 방향을 설정하기 위해 Fig. 8과 같이 유속을  $u = \sin\theta$ ,  $w = \cos\theta$ 로 적용하였고, Yaw angle( $\theta$ )을 30°, 45°, 60°, 90°로 바꾸어 가며 레이놀즈 수가 100일 때 실린더 의 운동을 조사하였다. Table 3은 Yaw angle별 Drag coefficient 를 나타낸 것이며, u방향 속도에 비례하여 감소하는 경향을 보이 고 있다. Fig. 9는 U\*에 따른 진폭의 변화를 Yaw angle의 변화에 따라 나타낸 것이다. Yaw angle이 감소함에 따라 Lock-in 현상에 의한 진폭의 최고치가 발생하는 U\*가 증가함을 보이고 최대 운동 진폭의 값은 일정함을 알 수 있다. Lock-in시 최대 운동이 발생 하는 실린더의 진동 주파수를 조사하면 Fig. 10과 같다. Fig. 9에 서 확인했듯 최대 진폭의 크기는 일정하지만, 최대 진폭이 발생 할 때, Yaw angle이 감소할수록 실린더의 진동 주파수도 감소함 을 알 수 있다.



Fig. 8 Elastically mounted cylinder with yaw angle

Table 3 Drag coefficient with Yaw Angle at the stationary cylinder(Re=100)

Angle	Drag Coefficient
90°	1.373
60°	1.005
45°	0.654
30°	0.333











# 4. 결 론

레이놀즈 수가 100일 때, 직교 격자를 이용하여 유체-구조의 연성 문제를 해석해 보았다. 직교 격자와 Immersed boundary기 법을 적용하여 계산 비용을 줄이고, 이전 연구와 근사한 해석 결 과를 도출 할 수 있었다. 이와 더불어 구조의 고유 주파수와 vortex shedding 주파수와의 관계를 이용하여, cross flow에서  $U^*$ = 4일 때, 최대 운동 진폭을 보이는 것을 확인할 수 있었고, 그 유동을 살펴보았다. 본 연구는 저 레이놀즈 수에서 구조-유체 의 연성 해석을 다루고 있지만, 향후 LES, RANS와 같은 난류 유 동을 기반으로 한 실제 해양환경에 적용 가능한 유체-구조해석의 기초 자료로 활용 가능할 것으로 보인다.

# 후 기

이 논문은 2010년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연 구재단의 기초연구사업(#2010-0004606)과, 2010년도 울산대학 교 조선해양공학부 세계일류화 사업단(SOTOP)의 공동 지원을 받 아 수행되었음.

## 참 고 문 헌

- Ahn, H. T. & Kallinderis, Y., 2006. Strongly coupled flow/structure interactions with a geometrically conservative ALE scheme on general hybrid meshes. *Journal of Computational Physics*, 219(2), pp.671–696.
- Ding, H. Shu, C. Yeo, K. S. & Xu, D., 2007. Numerical simulation of flows around two circular cylinders by mesh-free least square-based finite difference method. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 53(2), pp.305–332.
- Fadlun, E.A. Verzicco, R. Orlandi, P. & Mohd-Yusof, J., 2000. Combined Immersed-Boundary Finite-Difference Methods for Three-Dimensional Complex Flow Simulations. *Journal of Computational Physics*, 161(1), pp.35–60.
- Harlow, F. H. & Welch, J. E., 1965. Numerical Calculation of Time-Dependent Viscous Incompressible Flow of Fluid with Free Surface. *Physics of Fluids*, 8(12), pp.2182–2189.

- Kim, J. Kim, D. & Choi, H., 2001. An Immersed–Boundary Finite–Volume Method for Simulations of Flow in Complex Geometries. *Journal of Computational Physics*, 171(1), pp.132–150.
- Kim, J.H. Yoon, H.S. & Chun, H.H. 2006. Immersed Boundary Method for Flow Induced by Transverse Oscillation of a Circular Cylinder in a Free–Stream. *Journal* of the Society of Naval Architects of Korea, 43(3), pp.322–330.
- Lai, M.C. & Peskin, C.S., 2000. An immersed boundary method with formal second–order accuracy and reduced numerical viscosity. *Journal of Computational Physics*, 160(2), pp.705–719.
- Mittal, S. & Kumar, V., 1999. Finite element study of vortex-induced cross-flow and in-line oscillations of a circular cylinder at low Reynolds number. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 31(7), pp.1087–1120.
- Newman, D. J. & Karniadakis, G. E., 1997. A direct numerical simulation study of flow past a freely vibrating cable. *Journal of Fluid Mechanics*, 344, pp.95–136.
- Park, J.C. Chun, H.H. & Song, K.J., 2003. Numerical Simulation of Body Motion Using a Composite Grid System. *Journal of the Society of Naval Architects of Korea*, 40(5), pp.36–42.
- Shin, S. & Kim, H.T., 2006. Numerical Simulation of a Viscous Flow Field Around a Deforming Foil Using the Hybrid Cartesian/Immersed Boundary Method. *Journal of the Society of Naval Architects of Korea*, 43(5), pp.538–549.
- Williamson, C. H. K. & Roshko, A., 1988. Vortex formation in the wake of an oscillating cylinder. *Journal of Fluids and Structures*, 2(4), pp.355–381.



한 명 륜 안 형 택