

접지된 유전체 평면위의 스트립 양끝에서 0 저항율을 갖는 저항띠 격자구조에 의한 H-분극 산란

H-Polarized Scattering by a Resistive Strip Grating with Zero Resistivity at Strip-Edges Over a Grounded Dielectric Plane

윤의중*

Uei-Joong Yoon*

요 약

본 논문에서는 스트립 폭과 격자주기, 유전체 층의 비유전율과 두께, 그리고 transverse electric (TE) 평면파의 입사각에 따른 접지된 유전체 평면위의 스트립 양끝에서 0 저항율을 갖는 저항띠 격자구조에 의한 H-분극산란 문제를 Fourier-Galerkin Moment Method (FGMM)를 이용하여 해석하였다. 저항띠의 변하는 저항율은 저항띠의 양끝에서 0으로 변하는 경우를 취급하였고, 이때 저항띠 위에서 유도되는 전류밀도는 직교다항식의 일종인 2중 Chebyshev 다항식의 급수로 전개하였다. 반사전력의 급변점들은 공진효과에 기인한 것으로 과거에 wood's anomallies라고 불리워지며, 반사전력에 대한 수치결과들은 기존 논문의 균일 저항율의 수치 결과들과 비교하였다.

Abstract

In this paper, H-polarized scattering problems by a resistive strip grating with zero resistivity at strip-edges over a grounded dielectric plane according to the strip width and grating period, the relative permittivity and thickness of a dielectric layer, and incident angles of a transverse electric (TE) plane wave are analyzed by applying the Fourier-Galerkin Moment Method (FGMM). The tapered resistivity of resistive strips has zero resistivity at strip edges, then the induced surface current density on the resistive strip is expanded in a series of Chebyshev polynomials of the second kind as a orthogonal ploynomials. The sharp variations of the reflected power are due to resonance effects were previously called wood's anomallies, the numerical results for the reflected power are compared with those of uniform resistivity in the existing papers.

Key words : TE plane wave, H-polarized scattering, uniform resistivity, tapered resistivity, FGMM.

I. 서 론

격자구조(strip grating)는 광학, 필터, 레이더, 안테

나, 전자기학의 응용 및 수치해석 분야에서 널리 이용되어 왔으며[1]-[7], Richmond는 자유공간상에서 완전도체 띠에 유도되는 전류를 푸리에 급수로 전개하여 수치해석하였고 [1], Mittra와 Hall은자유공간상에서 저항띠를 가진 경우는 파수영역에서

* 가천의과학대학교 의공학과(Gachon University of Medicine and Science, Dept. of Biomedical Engineering.)

· 제1저자 (First Author) : 윤의중

· 투고일자 : 2011년 5월 4일

· 심사(수정)일자 : 2011년 5월 4일 (수정일자 : 2011년 6월 13일)

· 게재일자 : 2011년 6월 30일

spectral-Galerkin 모멘트법을 이용하여 수치해석하였으며 [2], Kallhor는 유전체 접지층 위에 완전도체띠의 격자구조에 대해 수치해석 방법인 PMM(Point matching method)을 이용하여 해석하였다 [3]. 그 후 접지된 유전체위에 저항띠 문제, 유전체 판상의 다층 유전체 문제 및 변하는 저항율을 가지는 경우 수치해석 방법인 FGMM을 이용하여 해석하였으며 [4],[5], 주로 E-분극(또는 TM(transverse magnetic))산란문제를 주로 취급하였다.

최근에 접지된 단일 유전층위의 저항띠 격자구조에 대해 H-분극(또는 TE(Transverse electric)) 산란문제를 취급함에 있어, 기저함수를 sine 함수와 cosine 함수를 이용하여 홀수 항과 짝수 항으로 구분해서 수치해석한 바 있으며 [6], 참고문헌 [6]의 2개의 기저함수를 간단한 하나의 지수함수를 적용한 후, FGMM을 이용하여 수치해석한 바 있다 [7]. 본 논문은 H-분극 산란을 취급함에 있어, TE 평면파가 비스듬히 입사하는 경우, 저항띠의 저항율이 저항띠 양끝에서 0으로 변하는 저항율(tapered resistivity)을 가질 때 수치해석 방법인 FGMM을 이용하여 기하광학적 정규화된 반사전력의 해를 구하고자 한다.

II. 구조해석 및 FGMM 적용

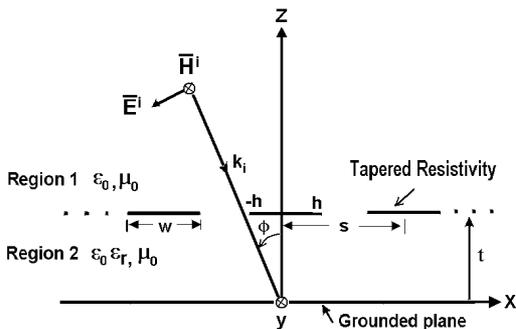


그림 1. 문제의 구조.

Fig. 1. Geometry of the problem.

문제의 구조는 그림 1과 같다. 그림 1에서 TE(H-분극) 평면파가 저항띠 격자구조에 대해 φ의 각도로 가장자리에 입사한다. 접지된 유전체층위에 저항띠가 x 방향으로 무한하게 배열되어 있고, 격자구조는 x-y 평면상에 위치하며, 스트립 주기

는 s, 스트립 폭은 w, h는 스트립 폭의 반(h=w/2)이다. 영역 2에서 유전체층의 비유전율 εᵣ [F/m], 두께 t, 영역 1에서 입사 자계 Hⁱ, 전계 Eⁱ, 접선성분의 전체 산란자계 H^s 및 전계 E^s는 평면파의 합으로 다음과 표시할 수 있다[7].

$$\overline{H}^i = \hat{a}_y H_0 e^{-jk_0 x \sin \phi} e^{jk_0 z \cos \phi} \quad (1)$$

$$\overline{E}^i = -\hat{a}_x \frac{H_0}{\omega \epsilon_0} k_0 \cos \phi e^{-jk_0 x \sin \phi} e^{jk_0 z \cos \phi} \quad (2)$$

$$\overline{H}^s = \hat{a}_y e^{-jk_0 x \sin \phi} \sum_n A_n e^{-j\gamma_n(z-t)} e^{-j2n\pi x/s} \quad (3)$$

$$\overline{E}^s = \hat{a}_x \frac{e^{-jk_0 x \sin \phi}}{\omega \epsilon_0} \sum_n A_n \gamma_n e^{-j\gamma_n(z-t)} e^{-j2n\pi x/s} \quad (4)$$

여기서 $k_0 = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$ 이며, k_0 는 매질의 전파상수, $\eta_0 = \sqrt{\mu_0 / \epsilon_0}$ 는 고유임피던스, μ_0 와 ϵ_0 는 자유공간의 투자율 및 유전율, H_0 는 입사자계의 진폭으로 크기는 1로 하고 편의상 생략 한다. 그리고 A_n 는 미지의 계수, $\beta_n = k_0 \sin \phi + 2n\pi/s$ 이고, γ_n 는 두 가지 모드인 전파모드와 감쇠모드로 구분하여 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$\gamma_n = \begin{cases} \sqrt{k_0^2 - \beta_n^2}, & k_0^2 \geq \beta_n^2 \\ -j \sqrt{\beta_n^2 - k_0^2}, & k_0^2 < \beta_n^2 \end{cases} \quad (5)$$

영역 2(0 ≤ z ≤ t)에서 접선성분의 전체 자계 및 전계 H₂^t와 E₂^t는 다음과 같다[7].

$$\overline{H}_2^t = \hat{a}_y e^{-jk_0 x \sin \phi} \sum_n (B_n e^{-j\eta_n x} + C_n e^{j\eta_n x}) e^{-j2n\pi x/s} \quad (6)$$

$$\overline{E}_2^t = \hat{a}_x \frac{e^{-jk_0 x \sin \phi}}{\omega \epsilon_0 \epsilon_r} \sum_n \eta_n (B_n e^{-j\eta_n x} - C_n e^{j\eta_n x}) e^{j2n\pi x/s} \quad (7)$$

여기서 B_n 과 C_n 는 미지의 계수이며, 2가지 모드로 구분하여 η_n 를 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$\eta_n = \begin{cases} \sqrt{k_d^2 - \beta_n^2}, & k_d^2 \geq \beta_n^2 \\ -j \sqrt{\beta_n^2 - k_d^2}, & k_d^2 < \beta_n^2 \end{cases} \quad (8)$$

식 (8)에서 $k_d = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0 \epsilon_r} = k_0 \sqrt{\epsilon_r}$ 이며, $z=0$ 인 접지평면에서 접선성분의 전계는 사라져야 하며, $z=t$ 인 영역 1과 2의 경계면에서 접선성분의 전계는 연속이므로 이들 경계조건들을 정리하면 다음과 같이 B_n 을 A_n 의 항으로 표현할 수 있다.

$$B_n = \frac{\epsilon_r (A_n \gamma_n - k_0 \cos \phi e^{jk_0 t \cos \phi} \delta_n)}{\eta_n (e^{-j\eta_n t} - e^{j\eta_n t})} \quad (9)$$

식 (9)에서 δ_n 는 $n = 0$ 일 때만 1이고, $n \neq 0$ 인 경우는 0인 Kronecker delta 함수이며, $z=t$ 인 경계면에서 저항띠에 유도되는 전류밀도는 임의의 기저함수 $G_p(x)$ 의 급수와 미지의 계수의 곱의 합으로 전개하였다.

$$\bar{J}_x(x) = \hat{a}_x e^{-jk_0 x \sin \phi} \sum_p f_p G_p(x) \quad (10)$$

식 (10)에서 f_p 는 미지의 계수이며, 기저함수 $G_p(x)$ 는 다음과 같이 놓았다.

$$G_p(x) = U_p(x/h) P_x(-h, h) \quad (11)$$

식 (11)에서 $U_p(x/h)$ 는 2중 Chebyshev 다항식[8]이며, $P_x(-h, h)$ 는 저항띠 구간에서 1, 이외의 구간에서 0인 함수이다. 영역 1에서 유도 전류밀도와 자계에 대한 관계식($\bar{J} = \hat{a}_z \times \bar{H}$)을 식 (1), (3), (6), (10)에 적용하면 다음 식을 얻는다.

$$\begin{aligned} & [B_n (e^{-j\eta_n t} p_{n1} e^{j\eta_n t}) - e^{jk_0 t \cos \phi} \delta_n A_n] \\ & \cdot e^{-j2n\pi x/s} = \sum_p f_p U_p(x) \quad (12) \\ & p = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm M, \\ & n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm N \end{aligned}$$

식 (12)의 양변에 $e^{j2n\pi x/s}$ 를 곱하고 $-s/2 < x < s/2$ 구간에서 양변을 적분한 후 식 (9)의 B_n 을 대입하면 다음과 같다.

$$A_n = \frac{1}{s} \sum_p f_p \frac{U_{pn}}{p_{n1}} + e^{k_0 t \cos \phi} \frac{p_{n2}}{p_{n1}} \delta_n \quad (13)$$

여기서 p_{n1} 과 p_{n2} 는

$$p_{n1} = j \frac{\epsilon_r \gamma_n \cot(\eta_n t)}{\eta_n} - 1 \quad (14)$$

$$p_{n2} = j k_0 \cos \phi \frac{\epsilon_r \cot(\eta_n t)}{\eta_n} + 1 \quad (15)$$

이며, $z=t$ 인 저항띠의 경계면에서 영역 1의 입사전계와 산란전계의 합인 전체전계 \bar{E}_1^t 와 연관된 다음과 같은 저항경계조건(resistive boundary condition)을 만족해야 한다.

$$\bar{E}_1^t = R(x/h) \bar{J}_x(x/h) \quad (16-1)$$

$$R(x/h) = \eta \sqrt{1 - (x/h)^2} P_x(-h, h) \quad (16-2)$$

식 (16)에서 $R(x/h)$ 는 저항띠 위에서 변하는 저항율, 단위는 [Ω/square], η 는 임의의 상수이며, 식 (1), (2), (3), (4), (6), (10), (16)을 이용하여 정리한 후, 양변에 $e^{-jq\pi x/h}$ 를 곱하고, $-h < x < h$ 구간에서 적분하면 다음 식을 얻는다.

$$\begin{aligned} & - \frac{k_0 \cos \phi}{\omega \epsilon_0} e^{jk_0 t \cos \phi} U_q + \frac{1}{\omega \epsilon_0} \sum_n A_n \gamma_n U_{qn}^* \\ & = \sum_p f_p U_{pq} \quad (17) \end{aligned}$$

식 (17)에서 “*”는 공액복소, $\omega \epsilon_0 = k_0/\eta_0$ 이다. 식 (17)에 식 (13)의 A_n 을 대입하여 행렬에 관한 식으로 정리하면 다음 선형방정식을 얻을 수 있다 [8], [9].

$$\sum_{p=0}^M f_p Z_{pq} = V_q \quad (18)$$

$$Z_{pq} = U_{pq} - \frac{\eta_0}{s k_0} \sum_{n=-N}^N \left(\frac{\gamma_n U_{pn}}{p_{n1}} \right) U_{qn}^* \quad (19)$$

$$V_q = -\frac{\eta_0}{k_0} e^{jk_0 t \cos \phi} [k_0 \cos \phi U_q - \sum_{n=-N}^N \left(\frac{p_{n2} \gamma_n \delta_n}{p_{n1}} \right) U_{qn}^*] \quad (20)$$

여기서 각 수식에 사용된 함수인 U_{pm} , U_{qn}^* , U_{pq} , U_q 는 다음과 같이 주어진다[9].

$$U_{pm} = \int_{-h}^h U_p(x/h) e^{j \frac{2n\pi}{s} x} dx \quad (21)$$

$$U_{qn}^* = \int_{-h}^h U_q(x/h) e^{-j \frac{2n\pi}{s} x} dx \quad (22)$$

$$U_{pq} = \int_{-h}^h R(x/h) U_p(x/h) U_q(x/h) dx \quad (23)$$

$$U_q = \int_{-h}^h U_q(x/h) dx \quad (24)$$

III. 수치계산 결과 및 검토

미지의 계수 f_p 는 식 (18)을 이용하여 구한 후 식 (13)에 대입하여 기하광학적 정규화된 반사전력을 구하고, 저항띠의 변하는 저항율에 유도되는 전류밀도는 식 (10)을 이용하여 구한다. 또한 식 (18)에서 식 (20)까지 행렬의 크기 $p = q = [0:M]$, $n = [-N:N]$ 을 가지며, $M = 10$, $N = 100$ 의 매트릭스의 크기를 가지고 수치해석하였다. 격자주기, 저항띠의 폭 및 유전체 층의 두께의 단위 [λ]와 저항율의 단위 [Ω/square]는 편의상 생략하였다. 식 (16)에서 변하는 저항율의 상수 $\eta = 0, 100, 300, 500$ 의 경우에 대해 그림 2에 나타내었으며, $\eta = 0$ 인 경우는 x축의 값과 동일한 값을 가진다.

그림 3은 수직입사($\phi = 0^\circ$)의 경우, 격자상수

$s = 1.2$, $w = 0.8$ 및 $h = w/2$, $\epsilon_r = 1$ 및 $t = 0.4$ 인 경우 저항띠에 유도되는 전류밀도를 계산하였을 때, 수직입사의 경우이므로 유도전류의 크기가 좌우 대칭이므로 수치해석의 타당성을 검증할 수 있었다.

그림 4는 수직입사($\phi = 0^\circ$)의 경우, 격자상수 $s = 1.2$, $h = w/2$, $\epsilon_r = 1$ 및 $t = 0.4$ 일 때, 상수 $\eta = 0, 100, 300, 500$ 의 값에 따른 스트립 폭 w 에 대한 반사전력을 계산하였다. 스트립 폭이 $0.4[\lambda]$ 에서 $0.85[\lambda]$ 부근에서 η 의 값이 증가할수록 반사전력이 크게 나타났으며, “●” 표시는 참고문헌[7]에서 $R = 0$ 인 완전도체 띠의 수치결과와 비교하였을 때 매우 일치하여 수치해석의 타당성을 입증하였다.

그림 5는 입사각 $\phi = 30^\circ$ 의 경우, 격자상수 $s = 1.2$, $t = 0.3$ 및 $\eta = 100$ 인 경우에 대해 각각의 비유전율 $\epsilon_r = 2.0, 2.06, 2.10, 2.14$ 로 증가시켰을 때 스트립 폭 w 에 대한 반사전력을 계산하였으며, 비유전율 ϵ_r 이 증가할수록 반사전력이 전반적으로 증가하였고, 또한 반사전력의 변곡점은 스트립 폭이 작아지는 방향으로 반사전력을 이동함을 알 수 있었다. 또한 “●” 표시는 참고문헌[7]의 균일저항율 $R = 100$ 일 때의 반사전력을 비교하였을 때, 스트립 폭이 $0.8[\lambda]$ 이상에서 $\eta = 100$ 의 경우가 균일저항율 $R = 100$ 인 경우보다 크게 나타남을 알 수 있었다.

그림 6는 입사각 $\phi = 30^\circ$ 의 경우, 격자상수 $s = 1.2$, $\epsilon_r = 2.06$ 및 $\eta = 100$ 인 경우에 대해 비유전율의 두께 $t = 0.3, 0.31, 0.32, 0.33[\lambda]$ 로 증가시켰을 때 스트립 폭 w 에 대한 반사전력을 계산하였다. 전반적으로 유전체 층의 두께가 증가할수록 반사전력이 증가하였고, 반사전력의 변곡점은 스트립 폭이 작아지는 방향으로 반사전력을 이동함을 알 수 있었다. 또한 “●” 표시는 참고문헌[7]의 균일저항율 $R = 100$ 인 경우의 반사전력을 나타낸 것으로 스트립 폭이 $0.62[\lambda]$ 이상에서 $\eta = 100$ 의 경우가 균일저항율 $R = 100$ 인 경우보다 크게 나타남을 알 수 있었다.

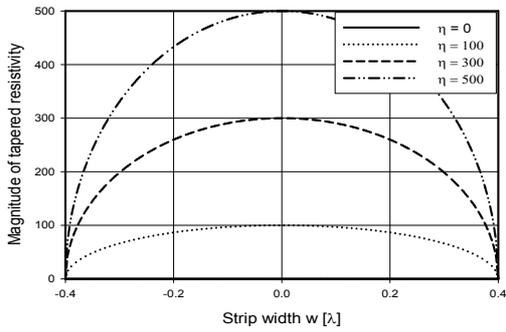


그림 2. 저항띠의 변하는 저항율

Fig. 2. The tapered resistivity of resistive strip ($h = 0.3, -h \leq w \leq h$)

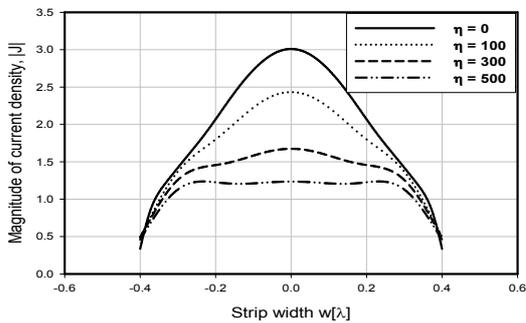


그림 3. 수직입사시 상수 η 에 따른 전류밀도 크기
Fig. 3. Magnitude current density according to several η parameters at normal incident angle

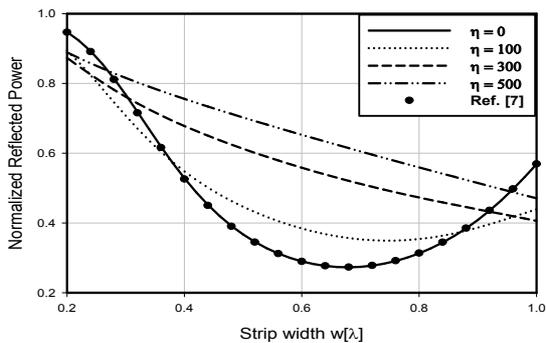


그림 4. 수직입사시 여러 가지 η 상수에 대한 스트립 폭대 정규화된 반사전력의 변화
Fig. 4. Variation of the normalized reflected power vs. the strip width for several η parameters at normal incident angle.

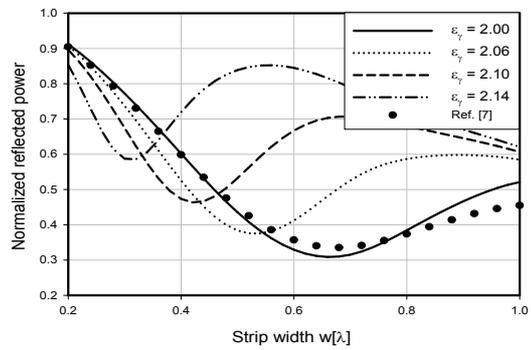


그림 5. 입사각 $\phi = 30^\circ$ 의 경우 여러 가지 ϵ_r 상수에 대한 스트립 폭대 정규화된 반사전력의 변화
Fig. 5. Variation of the normalized reflected power vs. the strip width for several ϵ_r parameters at incident angle $\phi = 30^\circ$

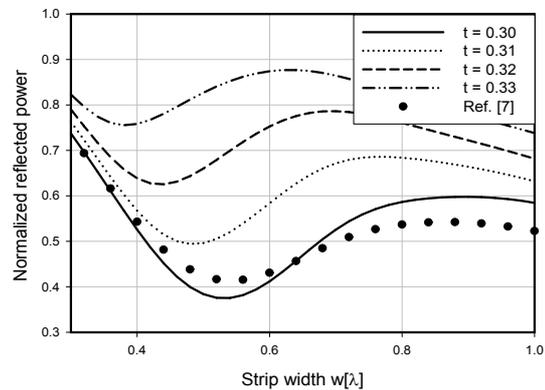


그림 6. 입사각 $\phi = 30^\circ$ 의 경우 여러 가지 t 상수에 대한 스트립 폭대 정규화된 반사전력의 변화
Fig. 6. Variation of the normalized reflected power vs. the strip width for several t parameters at incident angle $\phi = 30^\circ$

IV. 결 론

접지된 유전체 층위의 저항띠 격자구조에 대해 TE 평면파가 비스듬히 입사될 때 저항띠의 양끝에서 0으로 변하는 저항율을 가질 때 H-분극 산란 문제를 취급하였다. 이때 입사각, 저항띠의 폭 및 유전체층의 두께, 비유전율의 값에 따른 반사전력을 구하는 것이 본 논문의 목적이다. 수치해석 결과로 유전체 층의 두께 및 비유전율이 증가할수록 반사전력이 증가됨을 알 수 있고, 급변점들이 스트립 폭이 감소하는 방향으로 이동하였다. 그리고 입사각 30도

의 경우 격자상수 $s = 1.2$, $\epsilon_r = 2.06$ 의 경우 반사 전력은 스트립 폭이 $0.62[\lambda]$ 이상에서 $\eta = 100$ 의 경우가 균일저항을 $R = 100$ 의 경우보다 크게 나타남을 알 수 있었으며, 또한 입사각이 30도, 격자상수 $s = 1.2$, $t = 0.3$ 및 비유전율 $\epsilon_r = 2.0$ 의 경우 스트립 폭이 $0.8[\lambda]$ 이상에서 $\eta = 100$ 의 경우가 균일저항을 $R = 100$ 의 경우보다 반사전력이 크게 나타남을 알 수 있었다.

본 논문을 이용하여 다른 형태의 변하는 저항율에 대해서도 적용이 가능할 것으로 기대되며, 단일 유전체층의 문제를 다층유전체로 확장하고, 또 다른 수치해석 방법을 적용하기 위해서는 지속적인 연구가 필요할 것으로 본다.

참 고 문 헌

- [1] J. H. Richmond, "On the Edge Mode in the Theory of TM scattering by a Strip or Strip Grating", *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-28, pp. 883-887, 1980.
- [2] R. Mittra and R. C. Hall, "Scattering from a Periodic Array of Resistive Strips", *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-33, pp. 1009-1011, 1985.
- [3] H. A. Kalthor, "Electromagnetic Scattering by a Dielectric Slab Loaded with a Periodic Array of Strips Over a Grounded Plane", *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-36 no. 1, pp. 147-151, 1988.
- [4] U. J. Yoon and S. I. Yang, "E-Polarized Electromagnetic Scattering by a Resistive Strip Grating with a Grounded Dielectric Layer Using Fourier-Galerkin Moment Method", *KITE Journal of Electronics Engineering*, vol. 7, no. 2, pp. 15~19, 1996.
- [5] 정오현, 윤의중, 양승인, "접지된 유전체층 위에 저항띠 양끝에서 0으로 변하는 저항율을 갖는 저항띠 격자구조에서의 전자파산란 해석", *한국통신학회*, vol.28 no. 11A, pp. 883~890, 2003.
- [6] 최영선, 양승인, "접지된 유전체 위의 저항율이 일정한 저항띠 격자구조에 대한 전자파 산란 해석", *한국통신학회*, vol. 31 no. 3A, pp. 321~327, 2006.

- [7] 윤의중, "접지된 유전체 평면위의 저항띠 격자구조에 의한 TE 산란 해석", *한국항공학회*, vol. 10, no. 3, pp. 198~204, 2006.
- [8] M. Abramowitz and I. A. Stegun, *Handbook of Mathematical functions*, Dover, New York, 1972.
- [9] I. S. Gradshteyn and I. M. Ryzhik, *Table of Integrals, Series, and Products*, Academic Press, 1980.

윤 의 중 (尹義重)



1993년 8월 : 숭실대학교 전자공학과 (공학박사)

1990년 3월 ~ 1992년 2월 : 숭실대학교 전자공학과 강사

1990년 3월 ~ 1992년 2월 : 한국항공대학교 통신정보공학과 강사

1997년 6월 ~ 1997년 8월 :

Bemidji State University in Minnesota(USA), 미국 방문 연수
1992년 2월~현재 : 가천의과학대학교 의공학과 교수
2008년 7월~현재 : 가천의과학대학교 학생처장
관심분야 : 전자파산란 수치해석, 마이크로파 회로, 인체 유해전자파, EMI/EMC, Medical Image Processing 등