

비정렬 삼각 격자를 이용한 2 차원 비직교 형상에서의 역복사 해석

이경주* · 백승욱*† · 김만영**

* KAIST 항공우주공학과, ** 전북대학교 항공우주공학과

Inverse Radiation Analysis of a Two-Dimensional Irregular Geometry Using Unstructured Triangular Meshes

Kyung Joo Yi*, Seung Wook Baek*† and Man Young Kim**

* Dept. of Aerospace Engineering, KAIST

** Dept. of Aerospace Engineering, Chonbuk Nat'l Univ.

(Received May 25, 2010 ; Revised March 26, 2011 ; Accepted March 28, 2011)

Key Words: Inverse Radiation Analysis(역복사 해석), Finite Volume Method(유한체적법), Conjugate Gradient Method(켈레구배법), Unstructured Triangular Mesh(비정렬 삼각 격자), Wall Emissivity(벽면 방사율)

초록: 2 차원 비직교 형상에 대해 비정렬 삼각 격자를 이용하여 복사 열전달의 역해석을 수행하였다. 본 논문에서는 확산적으로 방사 및 반사를 하는 벽면으로 이루어진 형상 내부에 흡수 및 방사, 산란하는 매질이 채워져 있는 문제를 고려하였다. 유한체적법을 사용하여 복사전달 방정식을 계산하였고 이 때 얻은 입사복사량을 역해석의 측정 데이터로 사용하였다. 벽면의 방사율을 추정하기 위해 켈레구배법을 적용하였으며, 목적 함수를 최소화하는 과정을 통해 해를 구하였다. 측정값의 측정 오차가 추정 정확도에 미치는 영향을 살펴보고, 비정렬 격자계의 성능을 확인하기 위해 정렬 격자계를 이용하여 얻은 결과와 비교해 보았다.

Abstract: The inverse radiation analysis of a two-dimensional irregular configuration using unstructured triangular meshes is presented. In this study, an enclosure filled with an absorbing, emitting and scattering medium with diffusely emitting and reflecting opaque boundaries is considered. The finite volume method is applied to solve the radiative transfer equation in order to simulate the measured incident radiation values which are used as input data for the inverse analysis. The conjugate gradient method is adopted for the estimation of wall emissivities by minimizing the objective function at each iteration step. To verify the performance of the unstructured grid system, we compare the results with those using a structured grid system for the two-dimensional lopsided shape. The effect of measurement errors on the estimation accuracy is also investigated.

- 기호설명 -

- I : 복사강도 [$W/(m^2 \cdot sr)$]
- G : 입사복사량 [W/m^2]
- ϵ_w : 벽면 방사율
- β_0 : 소멸 계수 [m^{-1}]
- κ_a : 흡수 계수 [m^{-1}]
- σ_s : 산란 계수 [m^{-1}]
- Ω : 입체각 [sr]
- θ, ϕ : 극각 및 방위각 [sr]

- J_{mn} : 민감도 계수
- S : 목적함수
- β^k : 탐색간격크기
- d^k : 하강방향
- γ^k : 결합 계수

1. 서론

대부분의 공학 문제는 주어진 초기 조건이나 경계 조건에 대해 어떤 물리적 결과가 발생하는지를 알고자 하는데 주안점을 두고 있다. 그러나 공학 문제의 근본 목적은 설계자가 원하는 시스템을 설

† Corresponding Author, swbaek@kaist.ac.kr
© 2011 The Korean Society of Mechanical Engineers

계하는 것에 있기에 이러한 접근 방법은 그다지 효율적이라 볼 수 없다. 이보다는, 특정한 물리적 현상을 만들어내기 위해 필요한 조건이 어떤 것인가를 찾아내는 역해석(inverse analysis) 방법이 보다 실용적인 접근 방법이라 할 수 있다. 주어진 조건을 가지고 결과를 계산해내는 직접 해석(direct analysis) 방법의 경우 원하는 결과를 제공하는 시스템을 설계하기 위해서는 조건을 변경해가며 반복계산을 한 후 그 중 원하는 결과를 제공하는 조건을 선택하게 된다. 이와 반대로, 역해석 방법은 측정 가능한 결과값을 이용하여 조건을 추정해내기 때문에 여러 차례에 걸친 계산 없이 최적의 설계 조건을 빠르게 구현할 수 있다.

역열전달 해석은 특정한 온도 분포나 열유속 분포 등을 만들어내는 초기 조건 및 경계 조건, 열전달 물성치를 구하게 되는데,^(1,2) 본 연구에서는 열전달 문제 중 복사 에 의한 열전달 문제의 역해석을 수행하였다. 복사열전달 물성치로는 흡수 계수, 산란 계수, 벽면의 방사율 등을 들 수 있는데, 최근까지 역해석의 여러 가지 기법들을 사용하여 이런 물성치를 추정하는 연구가 다양하게 시도되고 있다.⁽³⁻⁶⁾ 역열전달 문제의 경우 일반적인 열전달 문제와 달리 해가 측정값의 오차에 매우 민감하게 반응하는 ill-posed 특성을 갖기 때문에 이를 해결할 수 있는 수치 기법을 필요로 한다.⁽¹⁾ 켈레구배법(conjugate gradient method, CGM)은 구배 정보를 이용하여 목적함수를 최소화하는 방향으로 해를 수렴해가는 방법인데, 이 기법은 선형 및 비선형 역해석 문제를 푸는데 있어 매우 효과적이고 적용이 비교적 간단하다는 장점을 갖는다.

본 연구에서는 비정렬 격자계를 이용하여 역복사 해석을 수행하였다. 2 차원 비직교 형상 내부에서 측정된 입사복사량(incident radiation) 값을 이용하여 벽면의 방사율을 추정하는 역해석 문제에 켈레구배법을 적용하였고, 측정값의 측정 오차가 추정 정확도에 미치는 영향을 살펴보았다. 또한, 정렬 격자계를 사용하여 문제를 해석하였을 때 얻은 결과와 비교함으로써 비정렬 격자계의 성능을 비교 확인하였다. 비정렬 격자계의 적용을 통해 역해석 알고리즘의 적용 범위를 넓히는 효과를 기대할 수 있다.⁽⁷⁾ 비정렬 격자계와 역복사 해석 분야는 그 각각에 대한 연구가 많이 수행되었으나, 이 두 가지를 접목시킨 연구 사례는 그리 많지 않다. 본 논문은 역복사 문제에 비정렬 격자계를 적용함으로써 향후 기하학적으로 정렬 격자계의 적용이 어려운 복잡한 형상으로의 역복사 해석 확장을 기

대할 수 있다.

2. 적용 이론

2.1 유한체적법(finite volume method, FVM)

임의의 위치 \vec{r} 에서 경로 \vec{s} 를 따라 흡수 및 방사, 산란하는 매질의 복사강도(intensity) $I(\vec{r}, \vec{s})$ 는 다음의 복사전달 방정식(radiative transfer equation, RTE)을 따른다.

$$\frac{dI(\vec{r}, \vec{s})}{ds} = -\beta_0 I(\vec{r}, \vec{s}) + \kappa_a I_b(\vec{r}) + \frac{\sigma_s}{4\pi} \int_{4\pi} \Phi(\vec{s}' \rightarrow \vec{s}) I(\vec{r}, \vec{s}') d\Omega' \quad (1)$$

이 때, $\beta_0 = \kappa_a + \sigma_s$ 는 소멸 계수이고 κ_a 와 σ_s 는 각각 흡수 계수와 산란 계수이다. 식 (1)의 우변 첫 번째 항은 매질에 의한 흡수(absorption) 및 유출 산란(out-scattering)을 통한 복사 에너지의 감소를 나타내고, 우변의 두 번째 항과 세 번째 항은 각각 방사(emission)와 유입 산란(in-scattering)을 통한 복사 에너지의 증가를 보여주고 있다. $\Phi(\vec{s}' \rightarrow \vec{s})$ 는 입사방향 \vec{s}' 에서 산란방향 \vec{s} 로 향하는 산란위상함수로서, 식 (2)와 같이 Legendre 다항식 근사를 사용하여 이를 모사하였고,⁽⁸⁾ 비등방성(anisotropy)을 고려하고자 전방 산란(forward scattering) 위상함수 F1 을 사용하였다.^(9,10)

$$\Phi(\vec{s}' \rightarrow \vec{s}) = \Phi(\cos\Psi) = \sum_{j=0}^J C_j P_j(\cos\Psi) \quad (2)$$

여기서 Ψ 는 산란각으로서 입사방향과 산란방향 사이의 각을 나타내며, C_j 는 팽창 계수이고 J 는 산란함수의 차수를 나타낸다.

한편, 확산적으로 방사 및 반사하는 벽면을 떠나는 복사강도는 아래 식과 같이 표현된다.

$$I(\vec{r}_w, \vec{s}) = \epsilon_w I_b(\vec{r}_w) + \frac{1 - \epsilon_w}{\pi} \int_{\vec{s}' \cdot \vec{n}_w < 0} I(\vec{r}_w, \vec{s}') |\vec{s}' \cdot \vec{n}_w| d\Omega' \quad (3)$$

여기서, 우변 첫 번째 항은 벽면의 온도에 의해 방사되는 양으로, ϵ_w 는 벽면 방사율(wall emissivity)을 나타낸다.

차분방정식을 유도하기에 앞서, 식 (1)의 복사전달 방정식을 다음과 같이 표현하기로 한다.

$$\frac{dI^{mn}}{ds} = \beta_0 (-I^{mn} + S_R^{mn}) \quad (4)$$

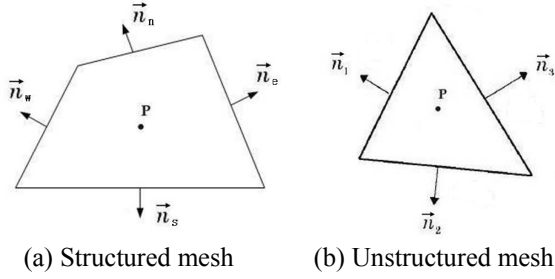


Fig. 1 Schematics of control volume

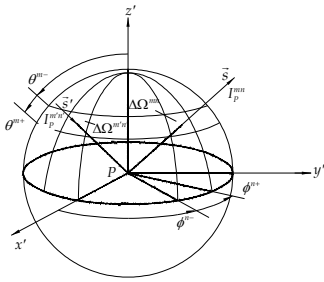


Fig. 2 Schematic of control angle

S_R^{mn} 은 복사 에너지의 증가를 나타내는 항으로, 산란 알베도 $\omega_0 = \sigma_s / \beta_0$ 를 이용하여 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$S_R^{mn} = (1 - \omega_0)I_b + \frac{\omega_0}{4\pi} \int_{4\pi} I^{m'n'} \Phi_{m'n' \rightarrow mn} d\Omega' \quad (5)$$

차분방정식을 유도하기 위해 식 (4)를 검사체적 ΔV 와 검사각도 $\Delta \Omega$ 에 대해 적분하게 되는데, 검사체적으로는 Fig. 1 에 도시된 사각 격자와 삼각 격자를 각각 적용하였다. Fig. 2 는 극각 θ 와 방위각 ϕ 에 따른 검사각도 $\Delta \Omega$ 를 보여주고 있다. 검사체적과 검사각도 내에서 복사강도의 크기가 일정하다고 가정하면 다음의 유한체적식을 얻을 수 있다.⁽¹¹⁾

$$\sum_i I_i^{mn} \Delta A_i D_{ci}^{mn} = \beta_0 (-I^{mn} + S_R^{mn})_P \Delta V \Delta \Omega^{mn} \quad (6)$$

여기서,

$$D_{ci}^{mn} = \int_{\phi_n^-}^{\phi_n^+} \int_{\theta_m^-}^{\theta_m^+} (\vec{s} \cdot \vec{n}_i) \sin \theta d\theta d\phi \quad (6a)$$

$$\Delta \Omega^{mn} = \int_{\phi_n^-}^{\phi_n^+} \int_{\theta_m^-}^{\theta_m^+} \sin \theta d\theta d\phi \quad (6b)$$

이 때, i 는 격자점 P 를 둘러싸고 있는 검사면 (control surface)을 의미하는데, 사각 격자의 경우 검사체적 P 주위의 격자점이 E, W, N, S 로 4 개이기 때문에 e, w, n, s 검사면을 i 로 고려하게 되고,

삼각 격자의 경우에는 P 주위에 3 개의 격자점이 존재하므로 검사면으로 $i = 1, 2, 3$ 을 고려한다. 방향가중치(directional weight) D_{ci}^{mn} 는 그 부호에 따라 검사면을 통한 복사 에너지의 유입 또는 출입을 나타내게 된다.

격자점의 복사강도로부터 검사면에 있는 복사강도를 표현하기 위해서는 보간법이 필요한데 본 연구에서는 적용이 간단하면서도 물리적으로 타당한 양(+, positive)의 복사강도를 갖게 하는 계단차분법(step scheme)을 도입하여 공간차분을 하였고,⁽¹¹⁾ 그로부터 식 (7)과 같은 차분방정식을 얻을 수 있다.

$$a_P^{mn} I_P^{mn} = \sum_i a_i^{mn} I_i^{mn} + b_P^{mn} \quad (7)$$

여기서,

$$a_i^{mn} = -\Delta A_i D_{ci,in}^{mn} \quad (7a)$$

$$a_P^{mn} = \sum_i \Delta A_i D_{ci,out}^{mn} + \beta_{0,P} \Delta V \Delta \Omega^{mn} \quad (7b)$$

$$b_P^{mn} = (\beta_0 S_R^{mn})_P \Delta V \Delta \Omega^{mn} \quad (7c)$$

한편, 경계조건인 식 (3)은 다음의 식으로 차분된다.

$$I_w^{mn} = \epsilon_w I_{bw} + \frac{1 - \epsilon_w}{\pi} \sum_{\vec{s}' \cdot \vec{n}_w < 0} I_w^{m'n'} |D_{cw,in}^{m'n'}|, \quad \text{for } \vec{s} \cdot \vec{n}_w > 0 \quad (8)$$

2.2 켈레구배법(CGM)

역해석 문제는 목적 함수(objective function)를 최소화하는 과정을 통해 해를 구하게 되는데, 이는 켈레구배법에도 동일하게 적용된다. 최소자승법의 원리를 이용하여 다음과 같이 목적 함수를 정의하기로 한다.⁽¹⁾

$$S = \sum_{m=1}^M (Y_{meas,m} - Y_{est,m})^2 \quad (9)$$

여기서, Y 는 측정값으로 사용하는 물리량을 나타내고 M 은 측정값의 개수를 나타낸다. 아래첨자 $meas$ 와 est 는 각각 측정값(measured value)과 추정값(estimated value)을 뜻한다. 즉, 목적 함수를 최소화한다는 것은 측정점에서의 측정값과 추정값의 차이를 최소화한다는 것을 의미한다.

역해석을 통해서 얻고자 하는 미지수가 추정값에 얼마나 영향을 주는지를 나타내는 척도를 민감도(sensitivity)라 하며, 민감도 계수(sensitivity coefficient)

는 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$J_{mn} = \frac{\partial Y_{est,m}}{\partial X_n} \quad \begin{cases} m = 1, 2, \dots, M \\ n = 1, 2, \dots, N \end{cases} \quad (10)$$

이 때, X_n 은 구하고자 하는 미지수이고 N 은 미지수의 개수이다. 추정값 $Y_{est,m}$ 은 미지수에 영향을 받게 되므로 $Y_{est,m}(X)$ 가 되고, 식 (9)의 목적 함수 역시 X 의 함수이다. 민감도 계수의 값이 작다는 것은 변수 X_n 의 큰 변화가 계산값 $Y_{est,m}$ 에 작은 영향을 준다는 의미가 되기 때문에, 이런 경우 변수 X_n 을 추정하는 것이 매우 어렵게 된다. 또한, 변수의 개수가 많을 경우, 그에 따라 계산해야 하는 민감도 계수의 수도 많아지기 때문에 계산 시간이 크게 증가한다는 단점이 있다.

켈레구배법의 반복 절차는 각 반복 계산 과정에서 목적 함수를 최소화하는 방향으로 나아가게 되는데, 다음 식을 통해 구할 수 있다.

$$X^{k+1} = X^k - \beta^k d^k \quad (11)$$

이 때, 위첨자 k 는 k 번째 반복 계산을 뜻한다. β^k 는 탐색간격크기(search step size)이고, d^k 는 하강방향(direction of descent)으로 k 번째 계산에서의 기울기 방향을 알려주는데, 식 (12)와 같이 구배방향(gradient direction) $\nabla S(X^k)$ 와 그 전 단계의 하강방향 d^{k-1} 의 켈레를 이용해 구할 수 있다.

$$d^k = \nabla S(X^k) + \gamma^k d^{k-1} \quad (12)$$

즉, 이전 반복 계산에서 구한 기울기와 현재 반복 계산에서 구한 기울기를 이용해 해를 찾아가는 방법이 켈레구배법이다.

식 (12)에 나오는 γ^k 는 결합 계수(conjugation coefficient)로, 아래의 Fletcher-Reeves 식을 사용하여 구한다.

$$\gamma^k = \frac{\sum_{n=1}^N [\nabla S(X^k)]_n^2}{\sum_{n=1}^N [\nabla S(X^{k-1})]_n^2} \quad \text{with } \gamma^0 = 0 \quad (13)$$

여기서, $[\nabla S(X^k)]_n$ 은 구배방향 $\nabla S(X^k)$ 의 n 번째 성분으로, $\nabla S(X^k)$ 는 식 (9)의 목적 함수를 변수 벡터 X 에 대해 미분하여 얻을 수 있다.

$$[\nabla S(X^k)]_n = -2 \sum_{m=1}^M \frac{\partial Y_{est,m}^k}{\partial X_n} [Y_{meas,m} - Y_{est,m}(X^k)] \quad (14)$$

탐색간격크기 β^k 는 $k+1$ 번째 목적 함수인 $S(X^{k+1})$ 를 β^k 에 대해 최소화시키는 과정을 통해 구할 수 있는데, $\min_{\beta^k} S(X^{k+1})$ 에 식 (11)을 대입한 후 정리하면 다음과 같은 결과를 얻게 된다.

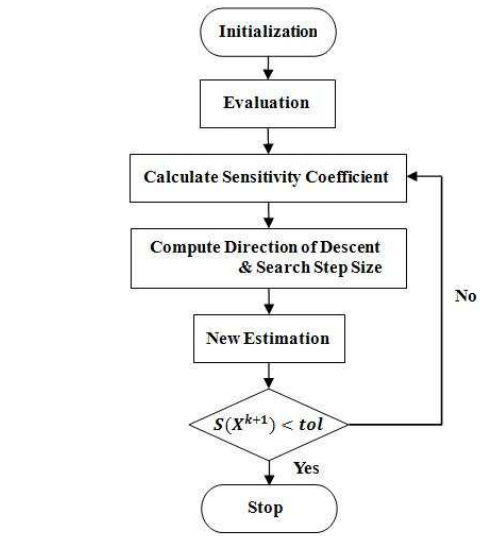


Fig. 3 Flowchart of conjugate gradient method

$$\beta^k = \frac{\sum_{m=1}^M \left[\left(\frac{\partial Y_{est,m}}{\partial X^k} \right)^T d^k \right] [Y_{est,m}(X^k) - Y_{meas,m}]}{\sum_{m=1}^M \left[\left(\frac{\partial Y_{est,m}}{\partial X^k} \right)^T d^k \right]^2} \quad (15)$$

켈레구배법은 반복 계산을 통해 해를 구하기 때문에 수렴 여부를 판단하는 수렴 조건을 필요로 하게 되는데, 목적 함수가 허용 오차보다 작아졌을 때 반복 계산을 멈추도록 하는 다음의 조건을 수렴 조건으로 삼는다.

$$S(X^{k+1}) < tol \quad (16)$$

여기서 tol 은 허용 오차 값으로, 안정된 해를 얻기 위해서는 충분히 작은 값을 가져야 하며, 논문에서는 $tol = 10^{-4}$ 로 정하기로 한다.

3. 수치해석 결과 및 고찰

3.1 역복사 해석 절차

역해석에 앞서, Fig. 4 와 같은 비직교 형상에 흡수 및 방사, 산란하는 매질이 채워져 있는 경우에 대한 복사열전달 해석을 한다. 이는 뒤이어 수행될 역복사 해석의 직접적 문제 해석이 되며 이를 통해 얻은 물리량을 역해석의 측정값으로 사용하게 된다. 열복사의 경우 모든 방향에 대해 복사 에너지가 방사되기 때문에 격자계를 생성할 때 공간 격자계뿐만 아니라 각도 격자계도 만들어 주어야 한다. 본 연구에서는 Fig. 4 의 (a)에 도시된 것과 같이 702 개의 사각 격자를 이용한 정렬 격

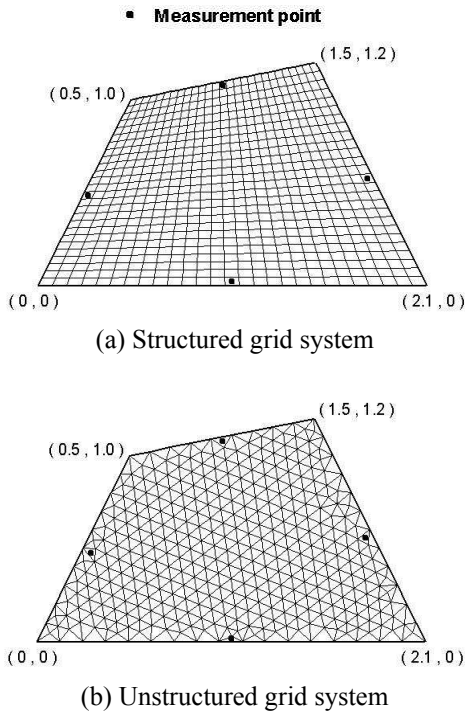


Fig. 4 Geometry and spatial grid systems

자계와 (b)와 같이 712 개의 삼각 격자를 이용한 비정렬 격자계를 각각 사용하여 공간 격자계를 생성하였고, $[N_\theta \times N_\phi] = [6 \times 16]$ 의 각도 격자계를 사용하였다. 벽면과 내부 매질의 온도는 각각 $T_w = 300K, T_g = 1,000K$ 이고, 내부 매질의 흡수 계수와 산란 계수는 각각 $\kappa_a = 0.5m^{-1}$ 와 $\sigma_s = 0.5m^{-1}$ 이며, 벽면의 방사율은 $\epsilon_w = 0.7$ 이다.

이와 같은 조건에서 직접적 문제를 통해 복사강도를 구할 수 있다. 그러나 복사강도는 $I(\vec{r}, \vec{s})$ 의 차원을 가지기 때문에, 임의의 점 혹은 측정점에서 하나 이상의 값, 정확히 말하면 $N_\theta \times N_\phi$ 개의 값을 가지므로 측정값으로 부적당하다. 따라서, 복사강도만의 함수로 이루어져 있으며 임의의 점에서 하나의 값만을 갖는 값을 측정값으로 삼아야 하는데, 이 조건을 만족하는 물리량 중 입사복사량 G 를 측정값으로 사용하기로 한다. 이 때, 임의의 위치에서의 입사복사량이란 그 위치에 작용하는 모든 방향에서의 복사강도의 합을 의미하며, 식 (17)을 통해 그 값을 계산해 낼 수 있다.

$$G(\vec{r}) = \int_{4\pi} I(\vec{r}, \vec{s}) d\Omega \quad (17)$$

위의 절차를 통해 구한 입사복사량 중에서 Fig. 4에 도시되어 있는 4개의 측정점에서의 입사복사량 값을 측정값으로 정한다. 그리고 벽면 방사율을 제외한 다른 물리량과 경계 조건을 알고 있다

고 가정한 후, 2.2 절에서 설명한 계산 알고리즘을 이용하여 벽면의 방사율을 추정하게 된다.

3.2 민감도 계수 계산

역해석을 통해 얻고자 하는 값이 벽면 방사율 ϵ_w 이고 입사복사량 G 를 측정값으로 사용하므로 민감도 계수 J_{mn} 은 다음과 같이 정의된다.

$$J_{mn} = \frac{\partial G_m}{\partial \epsilon_{w,n}} \quad (18)$$

이 때, n 은 1에서 4까지 값을 가지며 각각은 형상의 네 벽면을 의미한다.

위 식에 식 (17)을 대입하면, 민감도 계수를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$J_{mn} = \frac{\partial G_m}{\partial \epsilon_{w,n}} = \frac{\partial [\int_{4\pi} I(\vec{r}_m, \vec{s}) d\Omega]}{\partial \epsilon_{w,n}} = \int_{4\pi} \frac{\partial I(\vec{r}_m, \vec{s})}{\partial \epsilon_{w,n}} \quad (19)$$

즉, 직접적 문제의 지배방정식인 복사전달 방정식, 식 (1)과 식 (3)을 각 벽면의 방사율 $\epsilon_{w,n}$ 으로 미분한 후 이를 수치적으로 풀어 $\partial I(\vec{r}_m, \vec{s})/\partial \epsilon_{w,n}$ 를 구한다. 이 값을 입체각 4π 에 대해 적분하면 민감도 계수 J_{mn} 을 구할 수 있다. 이 때, 민감도 계수는 음의 값을 가질 수 있다는 점에 주의해야 한다. 다시 말해, 변수 X_n 의 변화에 따라 측정값의 변화가 변수 변화 방향과 반대로 일어날 수도 있기 때문에 민감도 계수가 음의 값도 가질 수 있게 된다.

3.3 벽면 방사율 추정

3.3.1 측정 오차에 의한 영향

측정값에는 측정 오차가 포함될 수 있으므로 아래와 같이 오차를 고려해 측정값을 모사하였다.

$$Y_{meas} = Y_{exact} + E\zeta \quad (20)$$

이 때, ζ 는 $-2.576 < \zeta < 2.576$ 사이의 값을 가지는 무작위 수이고, E 는 측정값의 오차를 나타내며 $E = \alpha \times Y_{exact}$ 의 형태를 가진다. 측정 오차가 Y_{exact} 에 대해 몇 %의 오차를 갖는지를 α 를 통해 조절할 수 있는데, 여기서는 α 를 0~5% 사이에서 변화시키면서 역해석을 하였다.

Fig. 4에 도시된 것과 같이, 정렬 격자계(a)와 비정렬 격자계(b)를 적용하여 주어진 형상을 분할한 후 각각 4개의 점을 측정점으로 잡는다. 측정점에서의 입사복사량 값을 이용하여 각 벽면의 방사율을 추정한 결과가 Table 1과 Table 2에 정리되어 있다. 측정값에 오차가 없다고 가정할 때($\alpha = 0\%$),

Table 1 Estimated emissivities and relative errors for structured grid system

	True Value	$\alpha = 0\%$		$\alpha = 1\%$		$\alpha = 5\%$	
		CGM	Error (%)	CGM	Error (%)	CGM	Error (%)
$\epsilon_{w,1}$	0.7	0.700	9×10^{-6}	0.694	0.93	0.696	0.60
$\epsilon_{w,2}$	0.7	0.700	1×10^{-5}	0.681	2.66	0.551	21.3
$\epsilon_{w,3}$	0.7	0.700	3×10^{-6}	0.716	2.33	0.761	8.66
$\epsilon_{w,4}$	0.7	0.700	1×10^{-5}	0.697	0.41	0.669	4.40
			9×10^{-6}		1.58		8.73

Table 2 Estimated emissivities and relative errors for unstructured grid system

	True Value	$\alpha = 0\%$		$\alpha = 1\%$		$\alpha = 5\%$	
		CGM	Error (%)	CGM	Error (%)	CGM	Error (%)
$\epsilon_{w,1}$	0.7	0.700	2×10^{-5}	0.688	1.78	0.637	9.06
$\epsilon_{w,2}$	0.7	0.700	7×10^{-6}	0.706	0.88	0.731	4.39
$\epsilon_{w,3}$	0.7	0.700	2×10^{-5}	0.704	0.61	0.721	3.03
$\epsilon_{w,4}$	0.7	0.700	7×10^{-6}	0.724	3.40	0.817	16.8
			1×10^{-5}		1.67		8.31

적용 격자계의 종류와 상관없이 매우 정확하게 벽면 방사율을 추정해냈다. 한편, 측정값에 오차가 포함되어 있다고 가정할 경우에는 α 값을 높여가며 측정 오차 E 를 증가시키기에 따라 추정 오차도 함께 증가함을 확인할 수 있다. α 를 5%까지 증가시키고 역해석을 하였을 때, 각 벽면에 대해 평균 9%의 상대 오차 범위 안에서 방사율을 추정해냈으며, 이는 측정 오차량을 고려했을 때 믿을 만한 추정 결과라 할 수 있다.

3.3.2 비정렬 격자계 성능 검증

역복사 해석에 있어 비정렬 격자계 적용의 가능성 및 그 성능을 살펴보기 위해 동일 문제에 대해 정렬 격자계와 비정렬 격자계를 각각 적용하여 역해석을 수행하였다. Fig. 1의 (b)와 같이, 2차원 문제의 경우 보통 삼각형의 검사체적을 사용하여 비정렬 격자계를 구성한다. 앞서 설명한 바와 같이, 정렬 격자계는 702 개의 사각 격자로 이루어져 있고 비정렬 격자계의 경우 712 개의 삼각 격자로 이루어져 있다.

Fig. 5 는 측정 오차가 없는 경우($\alpha = 0\%$)에 대해 반복 계산에 따른 목적 함수의 감소를 나타낸다. 정렬 격자계 적용시와 비정렬 격자계 적용시 모두 목적 함수를 최소화하는 방향으로 계산이 진행되며 그 경향에 있어 큰 차이가 없음을 확인하였다. 또한, Fig. 6 은 측정 오차를 변화시키기에 따라 각 격자계에서 벽면 방사율 추정의 정확도가 어떻

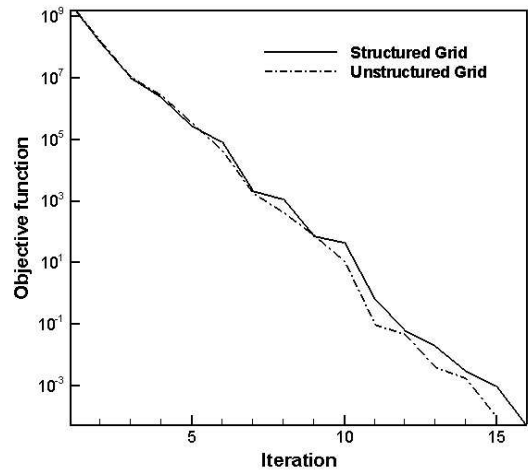


Fig. 5 Plot of objective function vs. iteration for the case of no measurement error

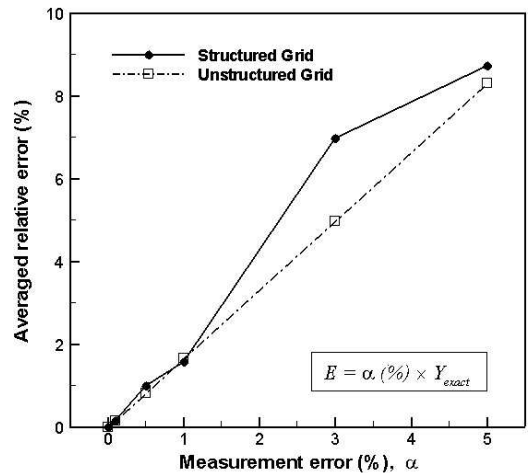


Fig. 6 Comparison between structured and unstructured grid system

게 변하는지를 보여주고 있다. 앞의 3.3.1 절에서 살펴본 바와 같이, 두 격자계 모두 측정 오차가 증가함에 따라 추정 오차가 증가하지만 $\alpha = 5\%$ 인 경우에 대해서도 비교적 정확한 추정 결과를 얻었다. 또한 두 격자계의 성능을 비교해 보았을 때, 정렬 격자계와 마찬가지로 비정렬 격자계 역시 높은 추정 정확도를 보이고 있으며, 이를 통해 역복사 해석에 있어서의 비정렬 격자계 적용 가능성을 확인할 수 있었다.

4. 결론

본 논문은 역복사 문제에 비정렬 삼각 격자를 적용하여 복사물성치인 벽면 방사율을 추정하는 내용으로, 정렬 격자계 적용시의 결과와 비교해봄으로써 비정렬 격자계 적용의 가능성을 연구해

보고자 하였다. 확산적으로 방사 및 반사하는 벽면으로 이루어진 2 차원 비직교 형상 내부에 흡수 및 방사, 산란하는 매질이 채워져 있을 때 켈레구 배법을 사용하여 벽면의 방사율을 역으로 추정하는 연구를 수행하였다. 정렬 격자계와 비정렬 격자계를 각각 적용하여 형상을 나눈 후 벽면에 가까운 곳에 4 개의 측정점을 설정하였다. 입사복사량을 측정값으로 하여 측정 오차가 포함되어 있다는 가정 하에 측정 오차의 변화에 따른 추정 정확도의 변화를 살펴보았다.

먼저, 벽면 방사율을 추정하는데 있어 측정값의 측정 오차가 미치는 영향을 살펴보았는데, 측정 오차가 없을 경우에는 매우 정확하게 벽면 방사율을 추정해냈다. 측정 오차가 증가함에 따라 추정 오차도 증가하는 경향을 보였으나 측정값이 5%의 측정 오차를 가진다고 가정할 경우에도 평균상대 오차 9% 미만의 신뢰할 만한 해석 결과를 얻을 수 있었다. 한편, 격자계에 의한 영향을 살펴보기 위해 정렬 격자계와 비정렬 격자계를 각각 적용하여 역해석을 수행하였는데, 두 격자계가 측정 오차 변화에 대해 비슷한 추정 경향을 보이며 믿을 만한 추정 결과를 보여주었고 비정렬 격자계 적용 시에도 정렬 격자계와 같이 높은 추정 정확도를 얻을 수 있었다. 즉, 벽면 방사율 추정의 정확도를 높이기 위해서는 측정값 자체의 신뢰도를 높이는 것이 중요하며, 향후 정렬 격자계 적용이 어려운 복잡한 형상에서의 역해석 연구에 비정렬 격자계를 이용한 기법을 도입할 수 있음을 확인하였다.

후 기

본 연구는 방위사업청과 국방과학연구소가 지원 하는 국방 피탐지 감소기술 특화연구센터 사업의 일환으로 수행되었으며, 이에 감사의 뜻을 전합니다.

참고문헌

(1) Özisik, M. N. and Orlande, H. R. B., 2000, *Inverse Heat Transfer: Fundamentals and Applications*, Taylor and Francis, New York.

- (2) Verma, S. and Balaji, C., 2007, "Multi-Parameter Estimation in Combined Conduction-Radiation from a Plane Parallel Participating Medium Using Genetic Algorithms," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 50, No. 9~10, pp. 1706~1714.
- (3) Ou, N. R. and Wu, C. Y., 2002, "Simultaneous Estimation of Extinction Coefficient Distribution, Scattering Albedo and Phase Function of a Two-Dimensional Medium," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 45, No. 23, pp. 4663~4674.
- (4) Park, H. M. and Yoon, T. Y., 2000, "Solution of the Inverse Radiation Problem Using a Conjugate Gradient Method," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 43, No. 10, pp. 1767~1776.
- (5) Kim, K. W., Baek, S. W., Kim, M. Y. and Ryou, H. S., 2004, "Estimation of Emissivities in a Two-Dimensional Irregular Geometry by Inverse Radiation Analysis Using Hybrid Genetic Algorithm," *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer*, Vol. 87, No. 1, pp. 1~14.
- (6) Pourshaghaghay, A. Pooladvand, K., Kowsary, F. and Karimi-Zand, K., 2006, "An Inverse Radiation Boundary Design Problem for an Enclosure Filled with an Emitting, Absorbing, and Scattering Media," *Int. Commun. Heat Mass Transf.*, Vol. 33, No. 3, pp. 381~390.
- (7) Kim, J. T., Kim, Y. M. and Maeng, J. S., 1995, "Finite Volume Method for Incompressible Flows with Unstructured Triangular Grids," *KSME*, Vol. 19, No. 11, pp. 3031~3040.
- (8) Chai, J. C., 1994, *A Finite-Volume Method for Radiation Heat Transfer*, Ph. D. Thesis, University of Minnesota, Minneapolis, MN.
- (9) Kim, T. K. and Lee, H. O., 1988, "Effect of Anisotropic Scattering on Radiative Heat Transfer in Two-Dimensional Rectangular Enclosures," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 31, No. 8, pp. 1711~1721.
- (10) Parthasarathy, G., Lee, H. S., Chai, J. C. and Patankar, S. V., 1995, "Monte Carlo Solutions for Radiative Heat Transfer in Irregular Two-Dimensional Geometries," *J. Heat Transfer*, Vol. 117, No. 3, pp. 792~794.
- (11) Kim, M. Y., Baek, S. W. and Park, J. H., 2001, "Unstructured Finite-Volume Method for Radiative Heat Transfer in a Complex Two-Dimensional Geometry with Obstacles," *Numerical Heat Transfer, Part B*, Vol. 39, No. 6, pp. 617~635.