

Mohr-Coulomb 파괴곡면에 근사하는 암석의 3차원 파괴조건식 고찰 이연규^{1)*}

Study on a 3-Dimensional Rock Failure Criterion Approximating to Mohr-Coulomb Surface

Youn-Kyou Lee

Abstract In spite of being unable to take into the effect of intermediate principal stress, Mohr-Coulomb and Hoek-Brown criteria are very popular as rock failure criteria. The recent researches reveal that the influence of intermediate principal stress on the failure strength of rock is substantial, so that 3-D failure criteria in which the intermediate principal stress could be considered is necessary for the safe design of the important rock structures. In this study, the likely application of the 3-D failure criterion proposed by Jiang & Pietruszczak (1988) to the prediction of the true triaxial strength of rock materials is discussed. The failure condition is linear in the meridian plane of principal stress space and it is represented by the smooth surface contacting the corners of the Mohr-Coulomb surface. The performance of the Jiang & Pietruszczak's criterion is demonstrated by simulating the actual true triaxial tests on the rock samples of three different rock types.

Key words Intermediate principal stress, True triaxial compression test, Rock failure criteria, Mohr-Coulomb criterion

초 록 암석의 파괴조건식으로 Mohr-Coulomb 및 Hoek-Brown 함수가 널리 이용되고 있으나 이들 함수는 중간주응력을 고려할 수 없다는 단점이 있다. 최근의 연구결과에 의하면 암석의 파괴강도는 중간주응력의 크기에 많은 영향을 받는 것으로 나타났다. 따라서 주요 암반구조물의 안전설계를 위해서는 중간주응력이 고려된 3차원 암석 파괴조건식이 도입될 필요성이 있다. 이 연구에서는 주응력좌표계의 자오면에서 선형으로 나타나며 또한 Mohr-Coulomb 파괴곡면의 모서리에 부드럽게 접하는 3차원 파괴함수인 Jiang & Pietruszczak(1988) 함수가 암석의 진삼축압축강도 예측에 활용될 수 있는 가능성에 대하여 논의하였다. Jiang & Pietruszczak 함수를 이용하여 실제 진삼축압축시험 결과를 모사함으로써 이 함수의 성능을 평가하였다.

핵심어 중간주응력, 진삼축압축시험, 암석의 파괴조건, Mohr-Coulomb 파괴조건

1. 서 론

양수발전소, 방사성폐기물 처분장, 유류비축기지 등 대심도 암반구조물의 건설이 최근 국내외적으로 활발히 진행됨에 따라 대심도 3차원 지압조건에서 암석의 파괴 특성을 규명하려는 연구가 많은 관심을 끌고 있다. 천부 조건에서 암반의 파괴는 구조적 불연속면의 분포특성에 좌우되는 경향이 있는 반면 큰 지압이 작용하는 심부 조건에서 암반의 파괴는 응력의 크기와 분포특성에 직접

적으로 영향을 받는다. 그러므로 심부 암반구조물 건설을 위한 설계기술 확보를 위해서는 3차원 응력조건에서 암반의 파괴특성을 정확히 이해해야할 필요가 있다.

암석의 파괴는 응력의 스칼라 함수로 정의하는 파괴 함수를 정의하여 판단할 수 있다. Mohr-Coulomb 함수와 Hoek-Brown 함수(Hoek & Brown, 1980)는 암석역학 분야에서 널리 적용되고 있는 대표적인 파괴함수이다. 이 두 함수는 최소 및 최대주응력을 이용하여 암석의 파괴를 판단하며 중간주응력을 고려하지 않는 불완전한 2차원 파괴함수이다. 진삼축압축시험(true triaxial compression test)에 의하면 중간주응력의 크기도 암석의 파괴강도에 상당한 영향을 미치는 것으로 나타났다(Mogi, 1967, Mogi, 1971, Chang & Haimson, 2000a,b). 그러므로 암석의 파괴특성을 정밀하게 기술하기 위해서

¹⁾ 군산대학교 해양건설공학과

* 교신저자 : kyulee@kunsan.ac.kr

접수일 : 2011년 3월 10일

심사 완료일 : 2011년 4월 11일

게재 확정일 : 2011년 4월 12일

는 중간주응력을 고려한 3차원 파괴조건식이 필요하다.

지금까지 여러 문헌을 통하여 제안된 대표적인 3차원 암석 파괴조건식으로는 Drucker-Prager 함수(Drucker & Prager, 1952), Mogi 함수(Mogi, 1971), 수정 Wiebols-Cook 함수(Zhou, 1994), 수정 Lade 함수(Ewy, 1999), Mogi-Coulomb 함수(Al-Ajmia & Zimmerman, 2005) 등이 있다. 이들 함수는 사용의 간편성과 강도예측의 정확성 측면에서 상호 장단점이 있다. 예를 들어 수정 Wiebols-Cook 함수는 강도예측성이 우수하며(Colmenares & Zoback, 2002), Mogi-Coulomb 함수는 상대적으로 사용이 간편하다. 한편 암석 파괴함수의 주요 활용분야가 수치해석임을 고려할 때 수치해석에 대한 적용성 또한 암석 파괴함수 개발 시 주요 고려사항이 되어야 한다. 탄소성 해석에서 파괴함수는 항복함수로 활용할 수 있다.

이 연구에서는 Jiang & Pietruszczak(1988)가 제안한 3차원 파괴조건식의 적용성이 검토되었다. 이 식은 Mohr-Coulomb 파괴곡면의 모서리 특이점이 해소되도록 Mohr-Coulomb식에 부드럽게 근사시켰기 때문에 수치해석에 대한 적용성이 우수함에도 불구하고 개발된 이후 아직까지 암석 파괴강도 예측에 적용된 적이 없다. 또한 이 식의 중간주응력에 대한 민감도 분석도 지금까지 보고되지 않고 있다. 이 연구에서는 기존의 파괴함수와 비교 분석을 통하여 암석 파괴강도 예측을 위한 Jiang & Pietruszczak 함수의 활용 가능성을 평가하였다.

2. 응력 상태의 기하학적 표현

3차원 응력조건에서 응력텐서의 독립 성분의 개수가

6개인 점을 고려하면 파괴함수는 6차원 공간에서 기술되어야 하지만, 이에 따른 수학적 복잡함을 피하기 위해 흔히 2개 혹은 3개의 주응력 성분으로 파괴함수를 표시하는 것이 일반적이다.

3개의 주응력을 $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ 이라 할 때 한 점의 응력상태는 주응력 좌표계에서 Fig. 1(a)와 같이 점 $p(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$ 로 표시할 수 있다. 점 p 를 지나고 정수압축(hydrostatic axis, $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$)에 수직인 평면을 편차응력면(deviatoric plane) 혹은 팔면체응력면(octahedral plane)이라 부른다. 그림에서 ξ 는 원점에서 편차응력면에 이르는 거리이고 ρ 는 편차응력면과 정수압축의 교점 o' 으로부터 p 점까지의 거리이다. Fig. 1(b)의 편차응력면에서 $\sigma'_1, \sigma'_2, \sigma'_3$ 은 주응력축을 각각 편차응력면에 투영한 것이며 θ 는 점 p 의 방향을 나타내는 Lode각이다. 세 변수 ξ, ρ, θ 는 다음과 같이 표시되는 응력불변량이며 암석의 파괴함수는 이 불변량들을 이용하여 편리하게 표시할 수 있다.

$$\xi = \frac{\sigma_{ii}}{\sqrt{3}} = \frac{I_1}{\sqrt{3}} \tag{1}$$

$$\rho = \sqrt{s_{ij}s_{ij}} = \sqrt{2J_2} \tag{2}$$

$$\theta = \frac{1}{3} \cos^{-1} \left(\frac{3\sqrt{3}}{2} \frac{J_3}{J_2^{3/2}} \right) \tag{3}$$

여기서 I_1 은 응력텐서 σ_{ij} 의 1차 불변량이다. $s_{ij} = (\sigma_{ij} - \delta_{ij}\sigma_{kk}/3)$ 는 편차응력 텐서이며 J_2 와 J_3 는 각각 편차응력텐서의 2차 및 3차 불변량이다. $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ 일 때 θ 는 $0 \leq \theta \leq \pi/3$ 의 범위에 있다.

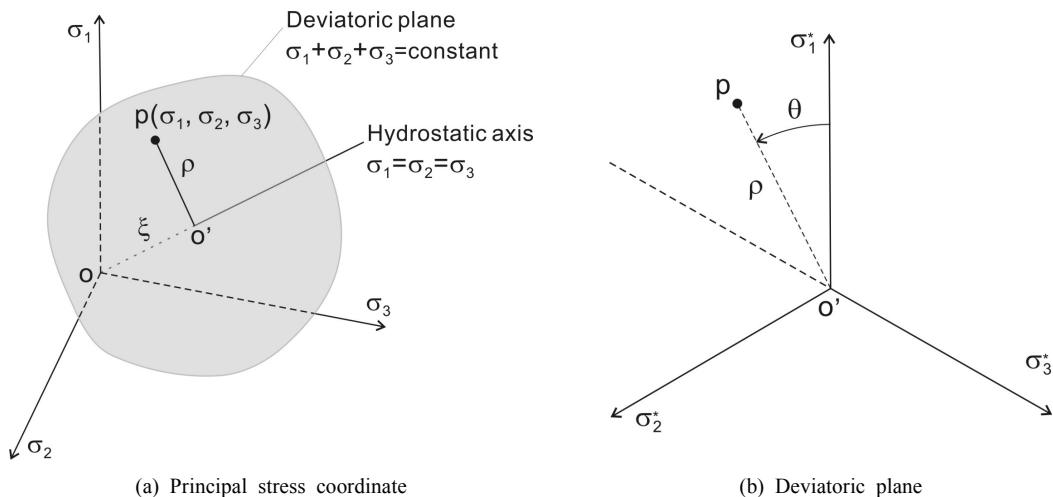


Fig. 1. Geometric representation of stress.

$\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ 일 때 주응력은 불변량 ξ, ρ, θ 을 이용하여 다음과 표시할 수 있다.

$$\sigma_1 = \frac{\xi}{\sqrt{3}} + \sqrt{\frac{2}{3}} \rho \cos(\theta) \quad (4a)$$

$$\sigma_2 = \frac{\xi}{\sqrt{3}} + \sqrt{\frac{2}{3}} \rho \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \quad (4b)$$

$$\sigma_3 = \frac{\xi}{\sqrt{3}} + \sqrt{\frac{2}{3}} \rho \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \quad (4c)$$

$$\frac{\rho}{g(\theta)} - \frac{2\sqrt{2} \sin\phi}{3 - \sin\phi} \xi - \frac{2\sqrt{6} c \cos\phi}{3 - \sin\phi} = 0 \quad (5a)$$

$$g(\theta) = \frac{3 - \sin\phi}{3\cos\theta + \sqrt{3} \sin\theta - \sin\phi \cos\theta + \sqrt{3} \sin\phi \sin\theta} \quad (5b)$$

$$\rho = \frac{m\sigma_c \cos(\theta + 2\pi/3) + \sqrt{m^2\sigma_c^2 \cos^2(\theta + 2\pi/3) + 4(\sqrt{3} m\sigma_c \xi + 3s\sigma_c^2)\sin^2(\theta + \pi/3)}}{2\sqrt{6} \sin^2(\theta + \pi/3)} \quad (6)$$

여기서 ϕ 는 내부마찰각, c 는 점착력이며 m 과 s 는 각각 Hoek & Brown 강도정수이다. 또한 σ_c 는 일축압축강도이다.

3. 암석의 기존 파괴함수

3.1 중간주응력을 고려하지 않는 파괴함수

중간주응력을 고려하지 않는 대표적 암석 파괴함수인 Mohr-Coulomb 함수와 Hoek-Brown 함수는 불변량 ξ, ρ, θ 을 이용하여 각각 다음 식 (5)와 식 (6)으로 표시할 수 있다.

Fig. 2는 두 함수를 편차응력면과 자오면(meridian plane)에 도시한 것이다. 자오면은 정수압축을 포함하는 평면을 지칭한다. 편차응력면에서 두 함수는 육각형 형상이다. 6개의 꼭지점은 도함수가 정의되지 않는 특이점이므로 두 함수를 수치해석에 적용하는 과정에서는 불편함이 따른다. Mohr-Coulomb 함수는 자오면에서 선형 관계를 보이는 반면에 Hoek-Brown 함수는 비선형으로

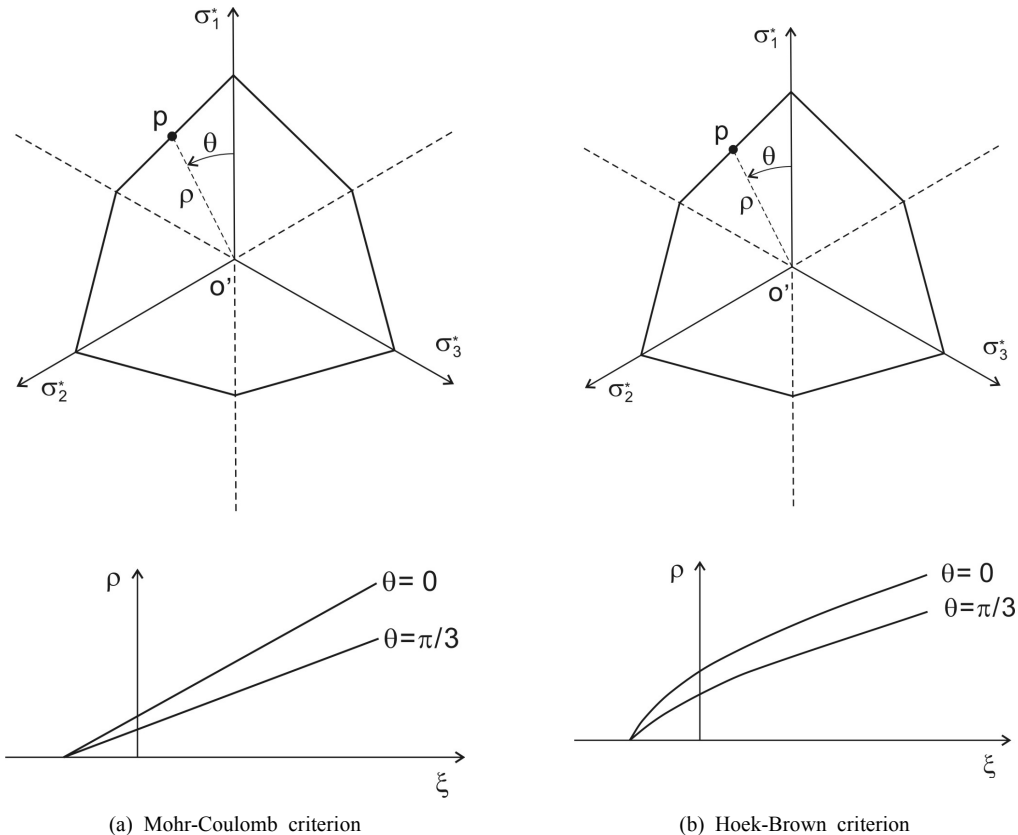


Fig. 2. Rock failure criteria neglecting the effect of intermediate principal stress.

나타난다. 비선형 $\rho-\xi$ 관계는 취성 암석의 강도를 더 잘 예측하지만 수치해석에 대한 적용성 측면에서 선형의 경우에 비해 불편함이 따른다.

3.2 중간주응력을 고려하는 파괴함수

Drucker-Prager 파괴함수에서는 $\rho-\xi$ 관계가 다음과 같이 선형으로 표시된다.

$$\rho - \alpha\xi - k = 0 \tag{7}$$

여기서 α 와 k 는 강도정수이다. 이 정수들을 적절히 선택함으로써 Drucker-Prager 파괴함수를 Mohr-Coulomb 함수에 근사시킬 수 있다. 예를 들어 Mohr-Coulomb 함수의 외측 모서리에 접하는 조건을 가정할 경우 α 와 k 는 다음과 같이 표시된다.

$$\alpha = \frac{2\sqrt{2} \sin\phi}{3 - \sin\phi}, \quad k = \frac{2\sqrt{6} c \cos\phi}{3 - \sin\phi} \tag{8}$$

Fig. 3은 Drucker-Prager 함수를 편차응력면과 자오면에 도시한 것이다. 이 함수는 편차응력면에서 원형으로 표시된다. 자오면에서 선형이므로 사용이 간편하지만 삼축압축조건($\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$)과 삼축신장조건($\sigma_2 = \sigma_3 > \sigma_1$)

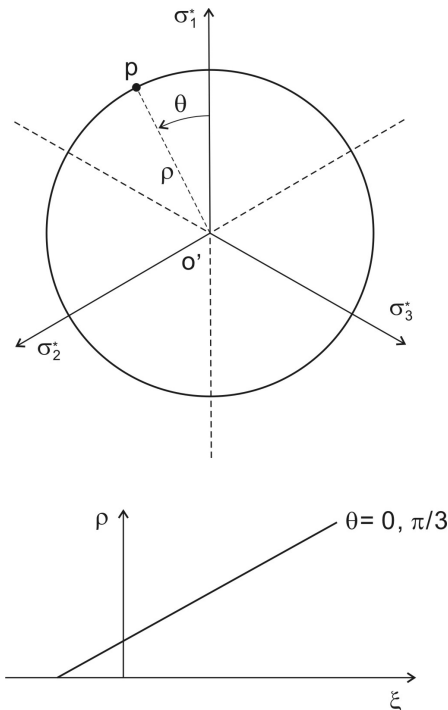


Fig. 3. Drucker-Prager criterion.

에서 동일한 전단강도를 예측하는 등 실제 암석강도 실험결과와 모사에 적합하지 않는 것으로 알려져 있다.

Colmenares & Zoback(2002)의 연구에 의하면 중간주응력을 고려하는 3차원 파괴조건식 중 Zhou(1994)에 의해 제안된 수정 Wiebols-Cook 파괴함수가 암석의 긴 삼축압축강도를 잘 모사하는 것으로 나타났다. 이 함수는 다음과 같이 표시된다.

$$\rho = \sqrt{2}A + \frac{\sqrt{6}B}{3}\xi + \frac{\sqrt{2}C}{3}\xi^2 \tag{9}$$

여기서 계수 A, B, C 는 최소주응력 σ_3 의 함수로서 다음과 같이 표시된다.

$$C = \frac{\sqrt{27}}{2c_1 + (q-1)\sigma_3 - \sigma_c} \left(\frac{c_1 + (q-1)\sigma_3 - \sigma_c}{2c_1 + (2q+1)\sigma_3 - \sigma_c} - \frac{q-1}{q+2} \right) \tag{10}$$

$$B = \frac{\sqrt{3}(q-1)}{q+2} - (2\sigma_c + (q+2)\sigma_3) \frac{C}{3} \tag{11}$$

$$A = \frac{\sigma_c}{\sqrt{3}} - \frac{\sigma_c}{3}B - \frac{\sigma_c^2}{9}C \tag{12}$$

식 (10)~식 (12)에서 $q = (1 + \sin\phi)/(1 - \sin\phi)$ 이며 σ_c 는 일축압축강도이다. c_1 은 삼축신장조건($\sigma_2 = \sigma_3 > \sigma_1$)에서 암석의 강도를 나타내며 Colmenares & Zoback(2002)에 의하면 $c_1 = (1 + 0.6 \tan\phi)\sigma_c$ 로 표시할 수 있다.

수정 Wiebols-Cook 함수를 편차응력면에 나타내면 Fig. 4와 같은 형태를 보인다. 따라서 이 함수는 세 꼭지점 부분을 Mohr-Coulomb 함수와 일치시킬 수 있음

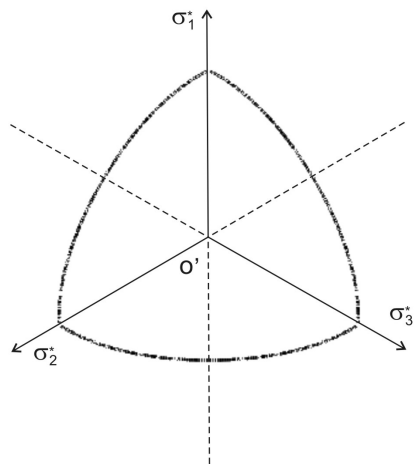


Fig. 4. Modified Wiebols-Cook criterion.

을 알 수 있다. 그러나 이 함수 역시 세 꼭지점이 특이점이 되는 단점을 가지고 있어 수치해석에 활용 시 불편함이 예상된다.

4. Jiang & Pietruszczak 파괴함수

4.1 함수의 정의

Pietruszczak(2010)에 의하면 Mohr-Coulomb 함수에 근사하는 중간주응력을 고려한 선형파괴함수는 다음 식으로 일반화시킬 수 있다.

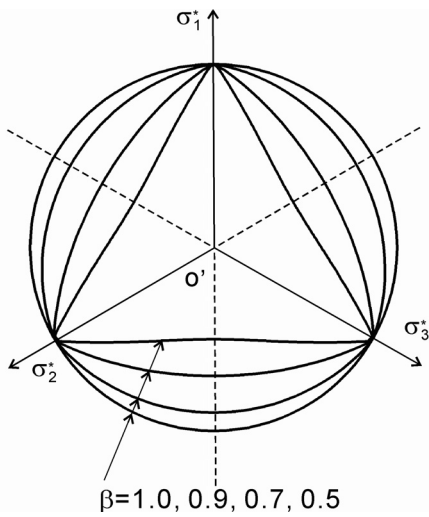


Fig. 5. Convexity of Jiang & Pietruszczak criterion.

$$\frac{\rho}{g(\theta)} - \frac{2\sqrt{2} \sin\phi}{3 - \sin\phi} \xi - \frac{2\sqrt{6} \cos\phi}{3 - \sin\phi} = 0 \quad (13)$$

여기서 함수 $g(\theta)$ 는 편차응력면에 나타나는 파괴함수의 궤적을 나타낸다. $g(\theta)$ 는 다음의 경계조건을 만족하여야 한다.

$$g(0) = 1; \quad g(\pi/3) = \beta \quad (14)$$

여기서 $\beta = \rho_{\theta=\pi/3} / \rho_{\theta=0} = (3 - \sin\phi) / (3 + \sin\phi)$ 이다. 파괴함수가 탄소성 해석에 활용될 때 탄소성 거동의 안정조건 (Drucker, 1959)을 만족하기 위해서 $g(\theta)$ 는 편차응력 평면에서 볼록한 형태를 취해야 한다. 또한 모서리 특이점이 발생하지 않기 위해서는 $\theta = 0, \pi/3$ 에서 $dg(\theta)/d\theta = 0$ 를 만족하여야한다.

따라서 함수 $g(\theta)$ 의 선택에 따라 Mohr-Coulomb 함수에 근사하는 다양한 3차원 암석파괴함수를 정의하는 것이 가능하다. 이 연구에서는 Jiang & Pietruszczak(1988)가 제안한 다음의 $g(\theta)$ 를 적용한 3차원 파괴조건을 연구 대상으로 선정하였다.

$$g(\theta) = \frac{\beta(\sqrt{1+a} - \sqrt{1-a})}{\beta\sqrt{1+a} - \sqrt{1-a} + (1-\beta)\sqrt{1-a\cos 3\theta}} \quad (15)$$

식 (15)는 $a=1$ 일 경우 $\theta=0$ 에서 특이점이 되지만 $a<1$ 인 경우 부드러운 볼록 곡면이 되어 특이점이 해소된다.

Jiang & Pietruszczak 파괴함수에서는 a 값이 작을수록 이 함수의 볼록성이 확보되는 ϕ 의 범위가 축소된다. $a=0.999$ 를 가정하였을 경우 식 (15)는 $0.56 \leq \beta \leq 1$ 일 때

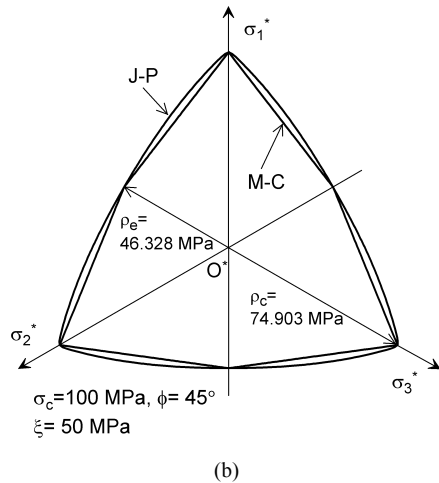
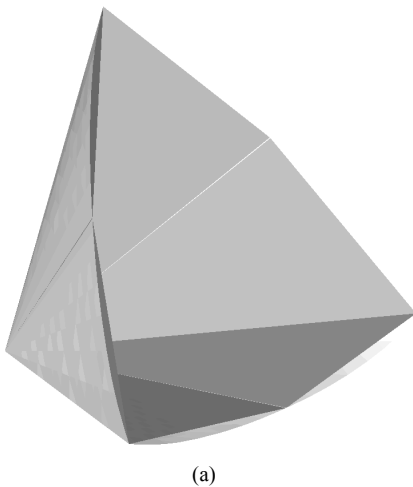


Fig. 6. Jiang & Pietruszczak criterion compared with Mohr-Coulomb criterion; (a) Three dimensional view of J-P criterion (grey) and M-C criterion (blue), (b) The failure loci of J-P and M-C criteria on the deviatoric plane.

항상 볼록임을 증명할 수 있다(Jiang & Pietruszczak, 1988). 이는 $0 \leq \phi \leq 57.8^\circ$ 의 조건에 해당하며, 암석의 마찰각은 대부분 이 범위에 존재한다. 물리적 의미를 갖는 β 의 범위는 $0.5 \leq \beta \leq 1.0$ 이다. Fig. 5는 β 의 변화에 따른 파괴함수의 형태 변화를 편차응력면에 도시한 것으로서 $\beta = 0.5$ 인 경우 파괴함수의 볼록성이 확보되지 않음을 잘 보여준다. 또 $\beta = 1$ 인 경우 Jiang & Pietruszczak 파괴함수는 Drucker-Prager 함수와 일치한다는 것을 알 수 있다.

따라서 $a = 0.999$ 를 가정하고 식 (15)를 식 (13)에 적용하면 특이점이 해소되고 볼록성이 확보된 중간주응력을 고려한 3차원 선형 파괴조건식이 얻어진다. Fig. 6은 Jiang & Pietruszczak 파괴함수를 Mohr-Coulomb 함수와 비교하여 각각 주응력 좌표계와 편차응력면에 나타낸 것이다. Jiang & Pietruszczak 파괴함수는 Fig. 4에 나타낸 수정 Wiebols & Cook 함수와 유사한 모습이지만 특이점이 없다는 점과 함수의 간편성 측면에서 수정 Wiebols & Cook 함수보다 활용가능성이 큰 것으로 판단된다.

4.2 중간주응력에 대한 민감도 분석

Jiang & Pietruszczak 파괴함수에서 중간주응력 σ_2 가 삼축압축강도에 미치는 영향을 분석하였다. Fig. 7은 4가지 최소주응력 즉 $\sigma_3 = 0, 20 \text{ MPa}, 40 \text{ MPa}, 60 \text{ MPa}$ 에 대해 Jiang & Pietruszczak 파괴함수를 $\sigma_1 - \sigma_2$ 평면에 도시한 것이다. 비교를 위해 수정 Wiebols & Cook 함수와 Mohr-Coulomb 함수를 함께 도시하였다. 여기

서 내부마찰각은 $\phi = 38^\circ$, 일축압축강도는 $\sigma_c = 50 \text{ MPa}$ 로 가정하였다.

중간주응력을 고려하는 Jiang & Pietruszczak 함수와 Wiebols & Cook 함수는 σ_2 의 증가와 함께 σ_1 이 정점까지 증가한 후 다시 감소하는 특징을 잘 보여준다. 반면에 중간주응력을 고려하지 않는 Mohr-Coulomb 함수의 σ_1 값은 일정하게 나타난다. 3가지 파괴함수 중 중간주응력의 영향을 고려하지 못하는 Mohr-Coulomb 함수가 가장 낮은 σ_1 값을 보여주고 있다. 삼축압축조건 ($\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$)과 삼축신장조건 ($\sigma_2 = \sigma_3 > \sigma_1$)에서 Jiang & Pietruszczak 함수에 의해 예측되는 압축강도는 Mohr-Coulomb 강도와 일치한다. 이는 편차응력면에서 Mohr-Coulomb 함수의 6개 꼭지점에 Jiang & Pietruszczak 파괴함수가 접하기 때문이다. 반면에 외측 3개 꼭지점에서 Mohr-Coulomb 함수와 접하는 수정 Wiebols & Cook 함수의 강도 예측 값은 삼축압축조건에서만 Mohr-Coulomb 강도 값과 일치한다.

Fig. 7의 Jiang & Pietruszczak 파괴함수에 의하면 중간주응력 σ_2 가 대략 다음 조건을 만족할 때 삼축압축강도가 최대가 됨을 보여준다.

$$\sigma_2 = \frac{1}{2} \left\{ \sigma_c + \left(1 + \frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi} \right) \sigma_3 \right\} \tag{16}$$

반면에 Wiebols & Cook 함수의 경우 삼축압축강도가 최대가 되는 σ_2 값은 Jiang & Pietruszczak 함수의 경우보다 약간 크게 나타난다. Jiang & Pietruszczak 파괴함수와 수정 Wiebols & Cook 함수의 삼축강도 예측치 차이는 삼축신장조건에 가까워질수록 커짐을 알 수 있다.

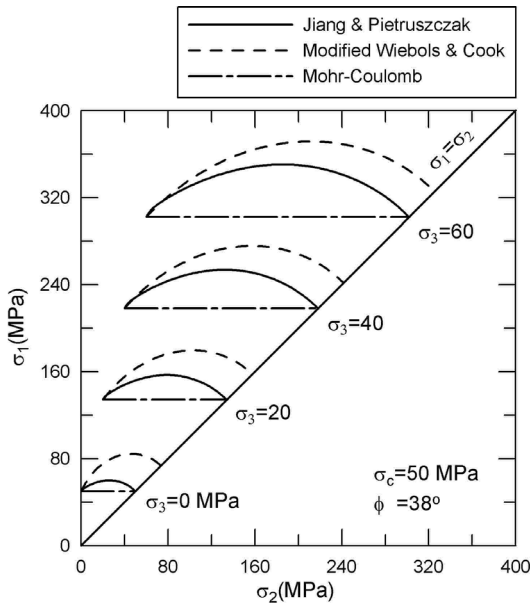


Fig. 7. Sensitivity of triaxial strength to the intermediate principal stress.

5. Jiang & Pietruszczak 파괴함수를 이용한 진삼축압축강도 모사

암석의 진삼축압축강도 예측을 위한 Jiang & Pietruszczak 파괴함수의 적용성을 검토하기 위하여 여러 문헌에 보고된 진삼축압축시험 결과를 모사하였다. 총 4개의 진삼축압축시험 자료를 대상으로 적용성 검토가 이루어졌으며 여기에는 Shirahama 사암(Takahashi & Koide, 2000; Al-Ajmi & Zimmerman, 2005), Dunham 백운암(Mogi, 2007), Yuubari 셰일(Takahashi & Koide, 2000; Al-Ajmi & Zimmerman, 2005), KTB 각섬암(Colmenares & Zoback, 2002; Chang & Haimson, 2000b)이 포함된다.

Jiang & Pietruszczak 파괴함수는 2개의 강도정수 즉, 마찰각 ϕ 와 점착력 c 에 의해 결정된다. 점착력은 일축 압축강도 σ_c 및 마찰각 ϕ 와 다음의 관계가 있으므로 이 파괴함수는 마찰각과 일축압축강도에 의해 결정된다고

Table 1. Polyaxial data for the Shirahama sandstone (Al-Ajmi & Zimmerman, 2005) and corresponding ξ , θ , ρ values

σ_1 (MPa)	σ_2 (MPa)	σ_3 (MPa)	ξ (MPa)	θ (rad)	ρ (MPa)
94	9	5	62.35	0.04	71.09
97	15	5	67.55	0.10	71.39
88	29	5	70.44	0.28	60.40
109	44	5	91.22	0.38	74.30
94	65	5	94.69	0.72	64.19
109	12	8	74.48	0.03	80.88
129	27	8	94.69	0.15	92.03
132	41	8	104.50	0.26	90.82
135	50	8	111.43	0.33	91.50
127	79	8	123.55	0.63	84.67
147	15	15	102.19	0.00	107.78
157	29	15	116.05	0.09	110.67
165	62	15	139.72	0.31	108.50
162	82	15	149.53	0.47	104.08
159	88	15	151.27	0.53	101.83
168	97	15	161.66	0.57	108.28
178	20	20	125.86	0.00	129.01
183	30	20	134.52	0.05	129.20
173	41	20	135.10	0.13	117.29
185	50	20	147.22	0.17	124.30
177	57	20	146.65	0.23	116.07
197	68	20	164.54	0.27	129.45
194	82	20	170.90	0.36	124.72
193	97	20	178.98	0.46	122.58
185	100	20	176.09	0.51	116.69
197	30	30	148.38	0.00	136.35
218	47	30	170.32	0.08	147.05
224	69	30	186.48	0.19	145.12
232	88	30	202.07	0.28	147.09
229	109	30	212.46	0.41	141.71
241	129	30	230.94	0.49	149.29
227	150	30	234.98	0.65	140.40
215	171	30	240.18	0.82	136.68
224	40	40	175.51	0.00	150.24
244	60	40	198.61	0.09	159.03
252	70	40	209.00	0.13	162.24
253	79	40	214.77	0.17	160.38
252	100	40	226.32	0.28	154.54
274	99	40	238.45	0.24	172.11
265	118	40	244.22	0.35	161.57
279	138	40	263.85	0.42	169.91
274	159	40	273.09	0.53	165.47

생각할 수도 있다.

$$c = \frac{\sigma_c(1 - \sin\phi)}{2\cos\phi} \quad (17)$$

이 연구에서는 Jiang & Pietruszczak 파괴함수에 최적화되는 강도정수 ϕ 와 σ_c 를 결정하기 위해 실험값 $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ 를 대응되는 불변량 ξ, θ, ρ 로 변환시킨 후 비선형 회귀분석을 실시하였다. Jiang & Pietruszczak 파괴함수에서 ρ 는 ξ 와 θ 에 대한 비선형 함수이므로 최적의 강도정수 ϕ 와 σ_c 를 결정하기 위해서는 2변수 비선형 회귀분석이 필요하다. 최소자승법을 적용하여 ρ 에 대한 오차 제곱합으로 정의되는 다음의 목적함수(object function) O 가 최소가 되도록 강도정수 ϕ 와 σ_c 를 결정하였다.

$$O(\phi, \sigma_c) = \sum_{i=1}^n (\rho_i - \rho_i^*)^2 \quad (18)$$

여기서 ρ_i 는 실험값이며 ρ_i^* 는 예측 값이다. 예측 값에 대한 잔차표준편차(RSD, residual standard deviation)는 다음과 같다.

$$RSD = \sqrt{\frac{1}{n-2} \sum_{i=1}^n (\rho_i - \rho_i^*)^2} \quad (19)$$

Table 1은 Shirahama sandstone의 진삼축압축시험 결과를 불변량 ξ, θ, ρ 로 변환시킨 예를 보여준다. 나머지 3개의 암종에 대해서도 유사한 변환을 거친 후 비선형 회귀분석이 실시되었다. Table 2는 각 암종에 대한 회귀분석결과를 정리한 것이다. 비교를 위해 Mohr-Coulomb 함수에 대한 최적화 결과도 함께 나타내었다. 잔차표준

편차를 살펴볼 때 제안된 Jiang & Pietruszczak 파괴함수는 표에 나타낸 4가지 암종에 대해 Mohr-Coulomb 함수보다 매우 우수한 적합도를 나타내고 있다. 특히 Shirahama 사암과 Yuubari 셰일의 경우 잔차표준편차가 약 3.2 MPa 정도로 작아 Jiang & Pietruszczak의 예측 강도는 실험치와 거의 일치하는 결과를 나타내고 있다. 일축압축강도가 큰 Dunham 백운암과 KTB 각섬암의 경우 잔차표준편차가 상대적으로 크게 나타나고 있으며 이는 강도가 큰 암석의 경우 삼축강도의 실험값 분산이 커지기 때문으로 판단된다.

Fig. 8은 비선형 회귀분석에서 도출된 ϕ 와 σ_c 를 Jiang & Pietruszczak 함수에 적용하여 구한 예측값과 실험결과를 $\sigma_1 - \sigma_2$ 평면에 비교하여 도시한 것이다. 중간주응력 σ_2 의 증가에 따라 σ_1 이 증가하다가 정점 값에 이른 후 다시 감소하는 특징을 볼 수 있고 이는 실험결과의 경향과 일치한다. 전체적으로 4개의 암종에 대한 Jiang & Pietruszczak 함수의 진삼축압축강도 예측 성능은 매우 뛰어난 것으로 판단된다. 잔차표준편차 분석에서 예측할 수 있었던 것처럼 Jiang & Pietruszczak 함수의 Shirahama 사암과 Yuubari 셰일에 대한 적합도는 매우 뛰어난 것으로 나타났다. Dunham 백운암과 KTB 각섬암의 경우 σ_3 가 낮아짐에 따라 적합도가 약간 떨어지는 경향을 볼 수 있으며 이는 이들 암석이 σ_3 가 낮은 영역에서 구속압에 대한 강도 비선형성이 있음을 추측할 수 있게 해준다.

6. 결론

지금까지 암석의 파괴조건으로 Mohr-Coulomb 함수

Table 2. Strength parameters best-fitting the experimental data

Rock type	Jiang & Pietruszczak criterion		Mohr-Coulomb criterion	
	ϕ (°)	σ_c (MPa)	ϕ (°)	σ_c (MPa)
	RSD* (MPa)		RSD* (MPa)	
Shirahama sandstone	36.86	78	39.43	85
	3.2374		4.4393	
Dunham dolomite	32.00	381	36.55	387
	12.2166		22.0962	
Yuubari shale	28.58	97	30.67	104
	3.2017		5.8635	
KTB amphibolite	44.56	301	47.09	324
	22.0030		27.2944	

*Residual standard deviation

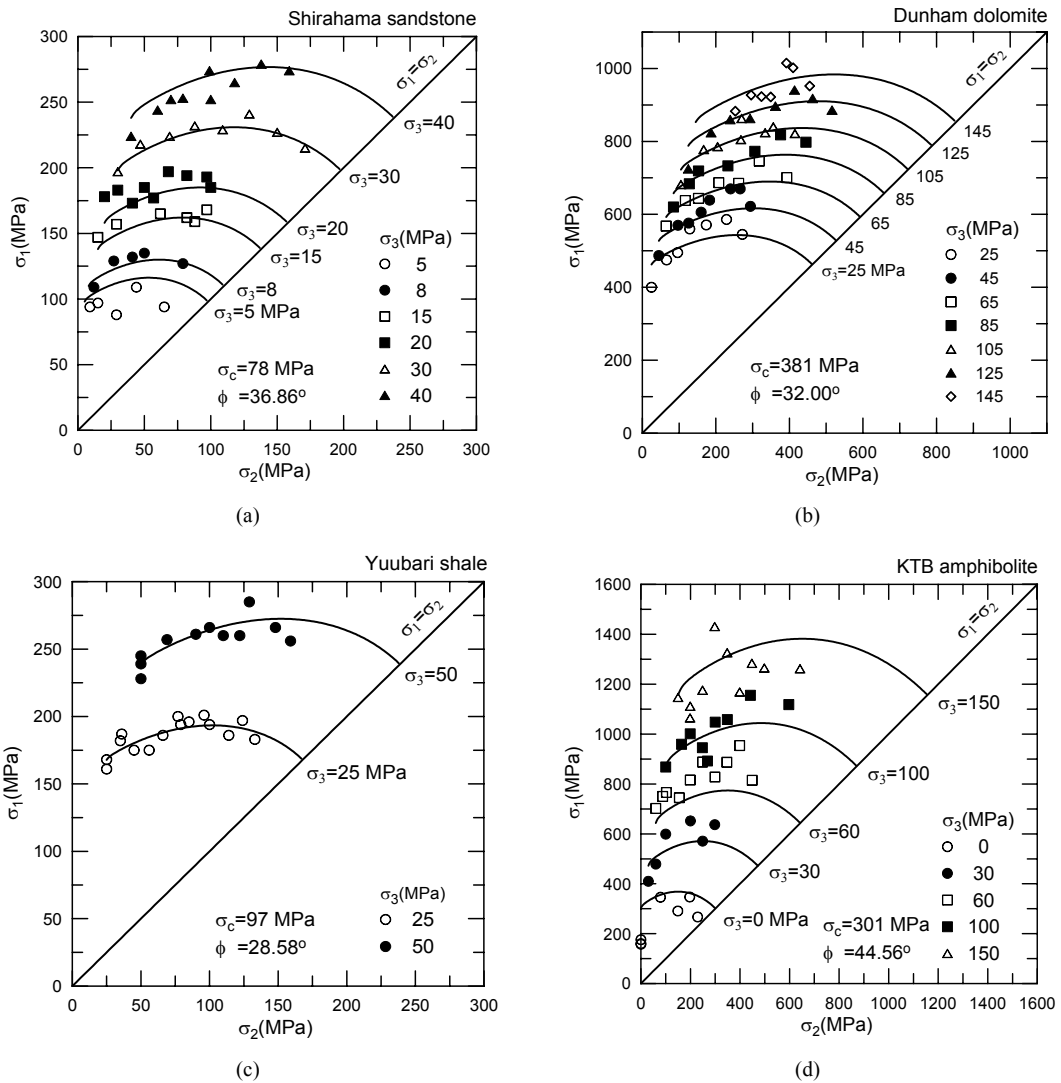


Fig. 8. Prediction of Jiang & Pietruszczak's criterion compared with the experimental data; (a) Shirahama shale, (b) Dunham dolomite, (c) Yuubari shale, (d) KTB amphibolite.

와 Hoek-Brown 함수가 널리 이용되고 있다. 그러나 이 함수들은 최소주응력과 중간주응력이 동일한 삼축압축 시험 자료를 바탕으로 개발되었기 때문에 중간주응력이 강도에 미치는 영향을 고려할 수 없는 불완전한 파괴조건식이다. 최근의 연구 결과에 의하면 암석의 강도는 중간주응력에 상당한 영향을 받는 것으로 알려져 있으며, 이에 따라 중간주응력을 고려하는 다양한 3차원 암석파괴함수들이 제안되고 있다. 그러나 최근까지 제안된 진삼축압축강도 예측성이 뛰어난 3차원 암석파괴 함수들은 대부분 사용하기에 너무 복잡한 형태이거나

비선형 함수이어서 수치해석에 대한 적용성이 떨어진다.

이 연구에서는 암석의 진삼축압축강도 예측을 위한 Jiang & Pietruszczak(1988)의 3차원 파괴함수 적용성이 검토되었다. 이 함수는 주응력 공간에서 Mohr-Coulomb 함수에 부드럽게 접하도록 고안되었다. Jiang & Pietruszczak 파괴함수는 기존의 삼축압축시험에서 구해지는 점착력과 마찰각을 이용하여 정의하는 선형파괴함수이므로 사용이 비교적 간단하고 수치해석에 대한 적용성이 우수한 것으로 판단되었다.

Jiang & Pietruszczak 파괴함수를 이용하여 4종류의

암석에 대한 진삼축압축시험 결과를 모사한 결과, Jiang & Pietruszczak 파괴함수는 실제 진삼축압축시험 결과를 잘 모사하고 있음을 보여주었다.

감사의 글

이 논문은 2009년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 기초연구사업임(No.2009-0075527).

참고문헌

1. Al-Ajmi, A.M and Zimmerman, R.W., 2005, Relation between the Mogi and the Coulomb failure criteria, *Int J. Rock Mech. Min. Sci.*, 42, 431-439.
2. Chang, C. and Haimson, B.C., 2000a, A new true triaxial cell for testing mechanical properties of rock and its use to determine rock strength and deformability of Westerly granite, *Int J. Rock Mech. Min. Sci.*, 37, 285-296.
3. Chang, C. and Haimson, B.C., 2000b, True triaxial strength and deformability of the German Continental deep drilling program (KTB) deep hole amphibolite, *J. Geophys. Res.*, 105, 18999-19013.
4. Colmenares, L.B. and Zoback, M.D., 2002, A statistical evaluation of intact rock failure criteria constrained by polyaxial test data for five different rocks, *Int J. Rock Mech. Min. Sci.*, 39, 695-729.
5. Drucker, D. and Prager, W., 1952, Soil mechanics and plastic analysis or limit design. *Q. Appl. Math.*, 10, 157-65.
6. Drucker, D., 1959, A definition of stable inelastic material, *J. Appl. Mech.*, 26, 101-106.
7. Ewy, R., 1999, Wellbore-stability predictions by use of a modified Lade criterion. *SPE Drill Completion*, 14(2), 85-91.
8. Hoek, E. and Brown, E.T., 1980, *Underground excavation in rock*, Institute of Mining and Metallurgy, London.
9. Jiang, J. and Pietruszczak, S., 1988, Convexity of yield loci for pressure sensitive materials, *Comput. Geotech.*, 5, 51-63
10. Mogi K., 1967, Effect of the intermediate principal stress on rock failure, *J. Geophys. Res.*, 72, 5117-5131.
11. Mogi, K., 1971, Fracture and flow of rocks under high triaxial compression. *J. Geophys. Res.*, 76, 1255-1269.
12. Mogi, K., 2007, *Experimental rock mechanics*, Taylor & Francis.
13. Pietruszczak, S., 2010, *Fundamentals of plasticity in geomechanics*, CRC Press.
14. Takahashi, M. and Koide, H., 1989, Effect of the intermediate principal stress on strength and deformation behavior of sedimentary rocks at the depth shallower than 2000m, *Rock at great depth* (V. Maury & D. Fourmaintraux Ed.), Vol 1, 19-26.
15. Zhou, S., 1994, A program to model the initial shape and extent of borehole breakout. *Comput. Geosci.*, 20, 1143-1160.



이 연구

1987년 서울대학교 공과대학 자원공학과 공학사
 1989년 서울대학교 대학원 자원공학과 공학석사
 1994년 서울대학교 대학원 자원공학과 공학박사

Tel: 063-469-1864

E-mail: kyoulee@kunsan.ac.kr

현재 군산대학교 해양과학대학 해양건설공학과 교수