한국수학사학회지 *The Korean Journal for History of Mathematics*
제24권 제1호 (2011년 2월), 15–29

고대 인도의 술바수트라스 기하학

The geometry of Sulbasūtras in Ancient India

김종명 Jong Myung Kim 허혜자 Hae Ja Heo

본 연구는 동양수학의 뿌리를 찾기 위한 목적의 일환으로 인도의 술바수트라스 기하학에 대해 살펴보았다. 술바수트라스(끈의 법칙)는 고대 인도의 베다시대(BC 1500 ~600) 문헌으로 힌두교의 경전 중 하나이다. 이 경전 속에 있는 기하학은 성스런 제단이나 사원을 설계하거나 건축하기 위해서 연구되었다. 이 경전은 간단하고 명백한 평면 도형의 명제부터 도형의 작도법, 제단의 작도법과 같은 기하학적 내용뿐 만아니라, 피타고라스 정리와 활용, 도형의 변형, 분수와 무리수, 연립부정방정식 등과 같은 대수적 내용이 포함한다.

따라서 본 논문에서는 일반적인 술바스트라스 기하학의 특징과 희생제단과 불의 제단의 건축을 위한 술바스트라스 기하학을 살펴보고 술바수트라스의 기하학과 다른 문명권의 기하학의 발전을 비교하여 그 특징을 조사하였다.

This study was carrying out research on the geometry of Sulbasūtras as parts of looking for historical roots of oriental mathematics. The Sulbasūtras(rope's rules), a collection of Hindu religious documents, was written between Vedic period(BC 1500 ~ 600). The geometry of Sulbasūtras in ancient India was studied to construct or design for sacrificial rite and fire altars. The Sulbasūtras contains not only geometrical contents such as simple statement of plane figures, geometrical constructions for combination and transformation of areas, but also algebraic contents such as Pythagoras theorem and Pythagorean triples, irrational number, simultaneous indeterminate equation and so on.

This paper examined the key features of the geometry of Sulbasūtras and the geometry of Sulbasūtras for the construction of the sacrificial rite and the fire altars. Also, in this study we compared geometry developments in ancient India with one of the other ancient civilizations.

Keywords: 술바수트라스(Sulbasūtras), 바우다야나(Baudhayana), 무리수(irrational number), 연립부정방정식(Simultaneous indeterminate equation), 애그니카야나(Agnicayana).

MSC: 01A13,01A32
제출일: 2011년 1월 7일 수정일: 2011년 2월 21일 게재확정일: 2011년 2월 22일

0 들어가기

고대 인도는 기원전 3000년경부터 인더스 문명으로 시작되었다. 인더스 강가의 하라파(Harappa)와 모헨조다로(Mohenjo Daro)는 농경문화였다. 다양한 사회구조와 경제활동으로 잘 정비된 도시중심의 문명으로 그들의 기록도 발견되었다. 또한, 질서정연한 도시계획으로 넓은 거리와 벽돌로 이루어진 가옥, 포장된 도로, 하수시설, 공동수영장 등 발달된 도시가 있었다. 이 문명에서는 도시를 건설하고 관계수로를 개설하기 위해서는 수학이 요구되었을 것이다. 발견된 수학 문서에는 교역상황, 무게와 길이, 벽돌제작 방법 등이 있다. 하라파 문화는 쇠퇴하기 시작하여 기원전 1500년경에 북쪽의 중앙아시아에 살고 있었던 아리안족(Aryans)에 의해서 지배되었다. '아리안'이란 산스크리트어로 귀족이란 뜻을 가지고 있다. 그들은 카스트의 상층부를 형성하였다. 아리안족은 인도 유럽어를 사용하였고 목축을 하였다. 이들 문화의 특징은 제정일치의 사회로 신(神)에게 경건히 예배드리는 의식이 발달하였다. 제사의식(祭祀儀式)을 주관하는 사제계급은 철학적 사유와 신을 찬양하는 글과 제사의식, 과학지식, 격언 등을 집대성하여 베다경전(Sūtra, 經典)을 구성하였다. 도시국가가 형성되고 경전을 집대성하면서 베다문화가 형성되고 힌두교가 발생하였다. 신에게 드리는 제사의식을 매우 중요시 했던 그들의 제사의식이 점점 전문화되고 정교해짐에 따라 제사 자체에 관심을 가지고 완전하고 올바른 사원의 설계와 건설, 제단의 측정, 제단의 형태와 크기를 위하여 기하학을 연구하였다([5], [18]).

술바수트라스(Sulbasūtras)는 수학과 기하학에 대한 내용이 있는 문서로 인도의 고대 힌두교의 많은 경전 중에 부록 속에 있으며 '끈의 법칙' 라는 의미가 있는 경건한 제단을 위한 지식과 의식에 관한 경전이다. 술바수트라스는 베다 시대(BC 1500~600)와 서사시(敍事詩)시대(BC 600~AD 200)의 문서들이다. 가장 오래된 대표적으로 알려져 있는 술바수트라스는 바우다야나(Baudhayana, BC 800년경, BS)의 것이 있고, Manava(BC 750~650년경, MS), 아파스탐바(Apastamba, BC 600년경, AS), Katyayana(BC 200년경, KS), Maitrayana, Varaha 그리고 Vadhūla 등이 있다([17]).

술바수트라스는 수학의 법칙을 시문(詩文)형식으로 문장을 압축하여 기록하고, 기억을 잘 할 수 있도록 하여서 활용하도록 하였다. 신에게 제사를 잘 지내기 위한 제단의 건축을 규정했던 술바수트라스의 문서는 하라파 문명의 영향을 받은 것으로 보고 있다([5]). 술바수트라스의 문서 중에 최초의 것은 바우다야나(Baudhayana, BC 800년경)가 저술하였다. 그는 베다의 성직자로 제사 의식에 관한 규정을 제정하고 제물을 바치기 위한 거룩한 희생제단을 완전하게 세우기위해서 수학의 법칙들을 연구하고

저술하였다. 그의 술바수트라스에는 모두 21편 295절로 구성되었다. 다른 술바수트라스들은 앞의 경전의 전통을 이어 받았을 것이다. 마나바 술바수트라스는 16편 228절로 구성되고, 아파스탐바 술바수트라스는 21편 202절로 구성되고, 카타야나 술바수트라스는 6편 67절로 구성되어 있다. 술바 경전의 중요한 목적은 서로 다른 불의제단과 희생제단을 설계하고 건축하는 일에 기술적인 도움을 주는 것이었다. 여기에는 건축에 필요한 다양한 측정 단위와 도구들로 밧줄과 끈, 자, 대나무 지팡이, 추, 원을 그리는 구멍 뚫린 대나무자 등 측량도구들을 설명하고 있다. 수많은 기하학적 작도와 넓이의 결합과 변형 방법이 있으며, 기본적인 기하학의 이론과 개념, 성질, 명제, 정리들과 원리들이 설명되어 있다. 또한 분수, 무리수, 연립부정방정식이 포함되어 있다([14]).

1 고대 인도의 술바수트라스 기하학

바우다야나(BC 800년경)의 술바수트라스와 세 가지의 알려진 술바수트라스들에는 간단한 평면 도형에 대하여 다음과 같이 설명하고 있다.

> "한 직선의 선분은 같은 부분으로 나눌 수 있다. 한 원의 직경을 그려서 원을 임의 부분으로 나눌 수 있다. 직사각형의 대각선은 이 도형을 반으로 나눈다. 직사각형의 두 대각선은 서로 반으로 나눈다. 직사각형에서 두 대각선은 이 도형을 네 부분으로 나눈다. 이 때 두 맞은편의 삼각형은 모든 점에서 같다. 삼각형에서 각 변을 같은 부분으로 나누어서 두 점과 두 점을 이어서 같은 수의 닮은 부분으로 나눌 수 있다. 이등변 삼각형은 꼭지 점에서 맞은편 변의 중점을 이은 직선에 의해서 똑같은 두 부분으로 나누어진다. 정사각형의 한 변의 양 끝점과 맞은 편 중점을 연결하여 만든 삼각형은 정사각형의 반과 같다. 한 직사각형의 각 변의 중점과 연결선에 의해서 생긴 사각형은 그 직사각형의 넓이의 반이되는 마름모꼴이다. 밑변이 같고 같은 평행선 안에 있는 평행사변형과 직사각형의 넓이는 같다. 한 원에서 네 꼭지 점이 이 원위에 있는 극대 정사각형을 그릴 수 있다. 선분의 수직 이등분선은 그 선분의 양 끝점에서 같은 거리의 궤적이다. 원의 접선은 접점에서 반지름에 수직이다. 정사각형에서 각 변의 중점을 연결하여 만든 평행사변형은 주어진 정사각형의 넓이의 반을 가진 정사각형이다. 닮은 도형에 대응되는 각 변들은 비례한다. 닮은 삼각형의 넓이는 그들 대응변의 제곱에 비례한다([14])."

평면 기하학의 일반적인 명제들을 설명이나 증명하지 않고 나열한 것은 직관적으로 받아드릴 수 있는 명백한 진리로 간주하고 있기 때문이었다. 이런 내용은 이집트나 중국의 수학책과는 다른 특징이다. 이러한 명백한 기하학의 명제들은 특별한 목적이 있었다. 그것은 신성하고 거룩한 제단을 설계하고 건설하기 위한 기술적인 기초 지식이었다. 유클리드 기하학이 공리와 공준을 기초로부터 시작한 것처럼 인도의 기하학도 가장 기초적인 평면 도형의 성질들을 직관적으로 인정하고 기하학의 기초를 세웠다고 볼 수 있다. 유클리드 기하학은 눈금 없는 자와 컴퍼스만을 사용하여 작도하는 방법과 기하학의 법칙들을 완벽하게 증명하고 그것을 논리적으로 전개하고 있다. 그러나 인도의 술바수트라스의 기하학은 명제나 법칙들에 대하여 설명 없이 나열하고 있다. 이러한 특징은 이 문서가 수학의 이론서가 아니라 권위를 나타내는 간결하게 압축된 글로 써진 경전이기 때문이다.

또한, 술바수트라스들은 단순한 도형을 기하학적으로 작도하고 구성하는 기술적인 방법을 제시하고 있다.

> "주어진 직선에 수직선과 수직 이등분선 그리기(KS 1.2), 주어진 조건들을 가진 다양한 삼각형들의 작도법(AS 1.2), 사각형과 마름모꼴 그리기(BS 1.6), 주어진 변을 가진 정사각형 작도법(BS 1.4–6), 주어진 높이와 밑변 그리고 면을 가진 사다리꼴 작도법이 있다(BS 1.7)([14])."

또한, 복잡한 도형을 기하학적으로 작도하는 방법을 추론할 수 있는 작도법을 다루고 있다.

> "주어진 직선위의 점에서 수직선 그리기, 주어진 변과 기울기를 가지는 평행사변형 작도법, 원 그리기, 원에서 지름으로 여러 부분으로 나누기, 직선을 같은 부분으로 나누기, 주어진 넓이의 정사각형이나 등변 사다리꼴 작도하기, 주어진 등변 사다리꼴 넓이의 1/3 이나 2배되는 닮은 등변 사다리꼴 작도법이 기록되어 있다. 매 모양의 불의제단의 원래 넓이 7과 1/2 제곱 prušas와는 다른 m 제곱 prušas이 되는 닮은 불의제단 작도법이 기록되어 있다. 여기서 한 puruša는 120 angulas인데 표준 측정 단위이다([14])."

고대 이집트와 중국의 수학 문헌을 살펴보면, 그들은 작도에는 별 관심이 없었던 것으로 보인다. 그러나 고대 그리스의 유클리드 기하학은 엄밀한 논리적 체계와 자와 컴퍼스만을 사용하여 작도하는 방법을 보여주고 증명하였다. 인도에서는 엄격한 희생제단을 건축하기위해서 정확한 작도가 필요하였고 기하학의 명제들을 체계적으

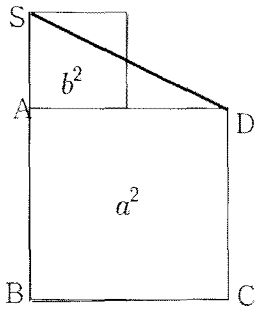

그림 1: $a^2 + b^2 = (\mathrm{SD})^2$

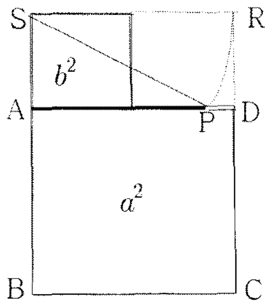

그림 2: $a^2 - b^2 = (\mathrm{AP})^2$

로 기록하였다. 그뿐만 아니라 그들은 도형의 넓이에 관하여 결합을 한다든가 변형을 하기위해서 정확하고 엄밀하게 계산하였다. 술바수트라스에는 다음과 같은 작도법이 기록되어 있다.

> "주어진 정사각형의 n배의 정사각형 작도법은 다음과 같다. 주어진 정사각형의 한 변이 a라 하면 밑변이 $(n-1)a$이고 두변이 $\frac{1}{2}(n+1)a$인 이등변 삼각형에서 높이를 한 변으로 하는 정사각형을 그리는 것이다. 이렇게 그리면 원래 넓이 a^2의 n배가 된다. 또한 주어진 정사각형의 $1/n$배의 정사각형 작도법도 있다([17])."

서로 다른 두 정사각형의 넓이의 합과 같은 넓이를 갖는 정사각형과 차와 같은 넓이를 갖는 정사각형 작도법이 기록되어 있다(BS 2.1, 2.2). [그림1]에서 두 개의 정사각형의 넓이의 합은 $a^2 + b^2$으로서 $(\mathrm{SD})^2$와 같게 된다. 서로 다른 두 정사각형 넓이의 차와 똑같은 정사각형을 만드는 작도법은 [그림2]에서 큰 정사각형의 넓이는 a^2과 작은 정사각형 넓이 b^2의 차는 $(\mathrm{AP})^2$임을 알 수 있다.

주어진 두 삼각형과 넓이가 같은 정사각형 작도, 주어진 두 오각형의 넓이와 같은 정사각형의 작도법이 있다. 바우다야나의 경전에는 고대 그리스의 피타고라스 정리보다 약 삼백년 빨리 이 정리가 발견된다.

> "한 직사각형의 대각선 길이의 밧줄이 만드는 정사각형의 넓이는 직사각형의 수평 변과 수직변이 만드는 두 정사각형의 면적의 합과 같다(BS 1.12, AS 1.4, KS 2.7, MS 10.10)([17])."

또, 이 정리를 이용하여 다음과 같은 원리를 만들었다.

> "한 정사각형의 대각선으로 만든 정사각형의 넓이는 본래 정사각형 넓이의 두 배이다."

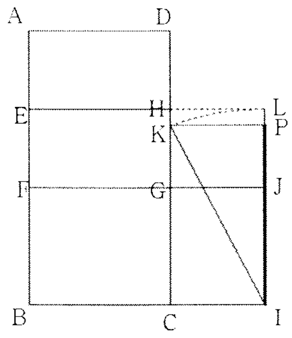

그림 3: 넓이 □ABCD = $(PI)^2$

3개의 수가 한 쌍으로 된 피타고라스 수가 술바수트라스에서 많이 기록되어 있다. 그것을 나열하여 보면 다음과 같다.

"(3, 4, 5), (5, 12, 13), (7, 24, 25), (8, 15, 17), (12, 35, 37), (15, 36, 39), (15, 20, 25)[BS 1.5]: (20, 15, 25)[AS 5.3, 1.2]: (16, 12, 20), (12, 9, 15)[AS 5.3]: (6, 5/2, 13/2), (5, 25/12, 65/12), (10, 25/6, 65/6)[AS 6.6, 7, 8]: (188, 235/3, 611/3)[AS 6.3]: (27, 45/4, 117/4), (18, 15/2, 39/2)[AS 7.1, 2]: (1, 5/12, 13/12) [KS 1.4]: (1, 3, "10), (2, 6, "40)[KS 2.4, 5]: (1, "2, "3)[KS 2.10]: (40, 96, 104), (188, 52, 194)[MS 1.4-6]: (6, 9/2, 15/2), (1, "10, "11)[MS 2.5]([14])."

주어진 평면 도형과 똑같은 넓이를 갖는 다른 모양의 도형으로 변형하는 방법들이 기록되어 있다. 예를 들면, 삼각형과 같은 넓이의 직사각형이나 정사각형으로 변형하기(BS 4.1), 직사각형이나 정사각형을 같은 넓이의 삼각형으로 변형하기이다.(BS 2.7, [22]). 첫째, 주어진 한 직사각형의 넓이와 같은 넓이를 갖는 정사각형을 만드는 법칙을 살펴보자(BS 2.5, [17]). 이 방법은 [그림3]에서 주어진 직사각형 ABCD에서 BC = BF이 되는 점 F를 선택하여 선분 FG를 긋고, 선분 AF의 반을 나누는 점 E에서 선분 EH를 그어 직사각형 AEHD를 GCIJ에 겹쳐 놓으면 정사각형 EBIL이 생긴다. 두 정사각형 EBIL와 HGJL의 넓이의 차를 구하기 위해서 I에서 IL를 회전하여 선분 CD 위의 만나는 점 K에서 밑변과 평행하게 그려서 LI위의 점 P에서 만난다. 이때 선분 IP로 하는 정사각형의 넓이와 주어진 직사각형의 넓이는 같게 된다.

둘째, 주어진 한 정사각형의 넓이를 각각 직사각형, 등변 사다리꼴, 이등변 삼각형, 마름모꼴과 같도록 하는 법칙이 기록되어 있다(BS 2.3-10). 여기서는 주어진 정사각형의 넓이를 원의 넓이와 근사적으로 같게 만드는 방법에 대해 살펴보자.

"정사각형을 변형하여 원의 면적과 같게 하려면, 사각형의 대각선을 반으

로 나누어 정사각형 중앙에서 정사각형의 한 변 중앙에 놓았을 때 정사각형 변 밖에 나간 길이의 1/3만큼을 더한 반지름으로 원을 만들면 이것이 주어진 정사각형 넓이와 근사적으로 같다(BS 2.9)([17])."

여기에서 적용된 원주율 π는 근삿값으로 $\frac{36}{6+4\sqrt{2}} \fallingdotseq 3.088$ 된다.

셋째, 한 원의 넓이와 같은 정사각형을 근사적으로 만드는 방법들이 기록되어 있다. 그 중 하나를 살펴보자.

"한 원을 정사각형으로 변형하기위해 직경을 8개로 나누고, 이중 한 개에서 이것을 29개로 나누어 이중 28개와 이 한 개에 1/6와 $1/(6 \times 8)$의 차를 곱하여 제하면 정사각형의 한 변이 된다(BS 2.10)([17])."

기호로 표시하면,

$$a = \frac{7}{8}d + \left[\frac{1}{8}d - \left\{\frac{28}{8 \times 29} + \frac{d}{8 \times 29}\left(\frac{1}{6} - \frac{1}{6 \times 8}\right)\right\}\right]$$

여기서 d는 주어진 원의 직경이고, a는 구하고자하는 정사각형의 한 변이다. 이 때 π의 근삿값은 $\pi \fallingdotseq 3.088$이 된다.

다음은 한 원의 넓이와 같은 정사각형을 근사적으로 만드는 또 다른 방법이다.

"원의 직경을 15개 부분으로 나누어 그중 2개를 줄여 정사각형의 한 변으로 하면 이것이 주어진 원의 넓이와 근사적으로 같다(BS 2.11)([17])."

여기서 원주율 π가 근삿값 $\frac{676}{225} \fallingdotseq 3.004$이 된다.

고대 인도에서는 여러 가지 분수와 무리수를 자유롭게 다루었다. 분수의 이름들이 있었고, 근(root)을 karani라 불렀다. 마나바(Manava) 술바수트라스에는 다음과 같은 근삿값이 있다.

$$\text{“}40 + 40 \fallingdotseq 56, 4 + 4 \fallingdotseq (17/3)^2 \quad ([17])\text{”}.$$

여기서 각각 $\sqrt{2} \fallingdotseq 56/40 = 1.4$, $\sqrt{2} \fallingdotseq 17/12 \fallingdotseq 1.41667$로 계산되었다.

똑같은 두개의 정사각형을 결합하여 이 정사각형 대각선 $\sqrt{2}$의 길이에 대한 근삿값을 매우 정확하게 구하였다.

"이 값은 주어진 길이에서 1/3만큼 늘이고, 다시 이 1/3을 1/4만큼 늘리는데, 그 늘린 1/4의 1/34만큼 작게 하면 이것이 정사각형의 대각선의 값이 된다(BS 2.12)([21])."

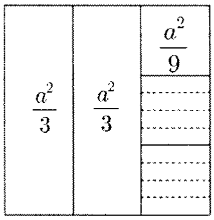

그림 4:

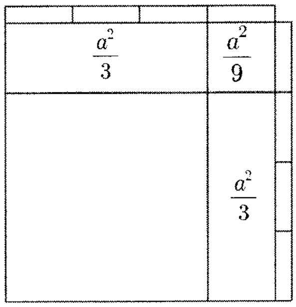

그림 5:

이것을 기호로 표현하면, 다음과 같다.

$$\sqrt{2} \fallingdotseq 1 + 1/3 + (1/3)(1/4) - (1/3)(1/4)(1/34) = \frac{577}{408} = 1.414215686.$$

이것은 소수 다섯째 자리까지 정확하다. 이런 계산은 기원전 15세기의 바빌로니아인이 60진법으로 표현한 방법과는 다르다.

Datta[21]는 1932년 베다시대에 $\sqrt{2}$의 근삿값을 구하는 방법을 다음과 같이 생각해내었다.

주어진 정사각형 넓이의 두 배가 되는 정사각형을 구성하기 위해서 주어진 정사각형을 3등분한다([그림4]). 그리고 [그림5])처럼 넓이가 $a^2/3$인 두 조각을 가로 변과 세로 변에 각각 붙인다. 다시 세 번째 조각을 3등분하여 넓이가 $a^2/9$인 조각을 모퉁이에 붙이고, 나머지 두 개의 3등분 조각을 다시 4등분하여 그림과 같이 8개를 각 변에 붙이면 주어진 정사각형의 두 배가 된다. 그러나 모퉁이에 들어간 곳이 있어 완전한 정사각형이 되지 않는다. 이 때 한 변의 길이는,

$$1 + 1/3 + (1/3)(1/4)$$

이다. 이것은 주어진 넓이의 두 배가 되는 한 변의 근삿값이다. 두변의 가장자리를 잘라내어 모퉁이에 보충하여 완전한 정사각형으로 만들어야한다. 여기 모퉁이의 넓이는 $(1/12)^2$이다. 따라서 양변에서 잘라낼 작은 변의 길이를 x라 하면 잘라낸 넓이는,

$$\{1 + 1/3 + (1/3)(1/4)\} \times x \times 2$$

이다. 이것이 $(1/12)^2$과 같다고 생각하여 x를 구하면, $x = (1/3)(1/4)(1/34)$이 되어 바우다야나가 제시한 값과 같게 된다.

기하학적 작도의 몇 가지 문제에서는 대수적 해결이 필요하다. 이러한 문제는 고대 인도의 기하학적 대수학의 기초가 되었다.

"등변 사다리꼴을 확대하기 위해서는 방정식 $972x^2 = 972 + m$이 유도된다. 매 모양 제단의 첫 번째 형태를 확대하기 위해서는 방정식 $x^2 = 1 + (2m/15)$의 해가 필요하다. 매 모양 제단의 두 번째 형태를 확대하기 위해서는 방정식 $7x^2 + (1/2)x = 7/2 + m$의 해가 있어야한다. 방정식 $7x^2 + (1/2)x = 43/2$의 해를 필요로 하는 제단 형태도 있다. 유리수 직각삼각형에서 방정식 $x^2 + y^2 = z^2$의 해에 대한 Katyayana의 공식은,

$$m^2 + [(m^2 - 1)/2]^2 = [(m^2 + 1)/2]^2$$

을 제시하였다([14])."

2 희생제단과 불의제단을 위한 술바수트라스

베다시대에 신에게 제물을 성공적으로 바치기 위해서는 의례규칙과 관습에 따라 매우 정확한 크기와 모양으로 희생제단을 세워야한다. 술바수트라스에는 전통이 다른 제단 건축물과 정사각형을 포함한 다양한 모양의 희생제단들에 대한 설명이 기록되어 있다. 바우다야나에는 7장에서 21장까지 정교한 14개 형태의 불의제단에 대한 설명이 있는 데, 이 제단의 넓이가 15/2제곱 puruša이고 200개의 벽돌을 사용하여 건축한다. 바우다야나에 소개된 불의 제단의 형태는 다음과 같다. 하늘에 소원을 빌기 위한 매 모양 형태에는 정방 매(falcon), 굽은 날개와 펼쳐진 꼬리의 매, 솔개(kite)모양 몸통과 꼬리, 알라자(alaja)새 모양 몸통으로 머리와 꼬리의 매가 있으며, 이등변 삼각형, 미래의 적을 제압하기위한 마름모, 전차 바퀴, 정사각형, 둥근형, 장작더미 형이 있으며, 부라만 세계를 얻기 위한 거북이형은 모난 날개의 거북이형과 둥근 날개의 거북이형, 진흙을 바른 원형 등이 기록되어 있다. 승려들이 손으로 벽돌들을 잡으면서 경전(mantrās)을 낭독하였다([14]).

제사의 의식과 제단에는 큰 공공적인 모임을 위한 것과 가족을 위한 가족용 제사의식과 제단이 있다. 두 가지의 다른 형태의 희생제단과 제사 의식이 있게 된다. 가족을 위한 불의 제단은 큰 정사각형으로 직사각형 벽돌 21개로 구성된 5개 층으로 쌓게 되어있고, 인접한 층의 벽돌은 가로 질러 놓음으로 튼튼하게 쌓았다. 또한 제단의 방향은 동서남북으로 정확히 위치해야했다([그림6], [22]).

제단의 건축을 위해서 다음과 같은 연립부정방정식의 해가 필요하다. 벽돌의 수는 21개이고, 벽돌의 크기는 $1/p$, $1/q$(vyayam)이다. 이때 연립방정식은

$$x + y = 21, \quad \frac{x}{p^2} + \frac{y}{q^2} = 1$$

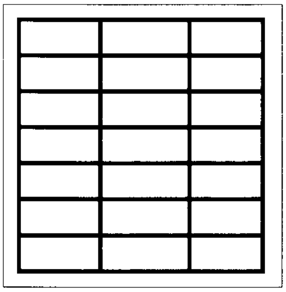

그림 6: 가정용 불의 제단 제1층 모양

이다. 이 방정식에 대한 바우다야나의 해는 $x=9$, $y=12$, $p=6$, $q=4$와 $x=16$, $y=5$, $p=6$, $q=3$이 있다. 이 경우 제단은 정사각형의 벽돌 한 변의 크기는 3 종류로 1/6, 1/4, 1/3(vyayam)로 구성되며, 첫 번째 층은 1/6형태 9개와 1/4형태 12개로 쌓아지고, 두 번째 층은 1/6형태 16개와 1/3형태 5개로 쌓아진다. 세 번째 층과 다섯 번째 층은 첫 번째 층과 같은 방법으로 쌓고, 네 번째 층은 두 번째 층과 같은 방법으로 쌓는다([17]).

큰 집단을 위한 공공적인 희생제단은 애그니카야나(Agnicayana)라 불렸다. 이것은 새나 매 모양의 건축물로 각각 다른 모양의 벽돌 200개를 배열하여 매 모양으로 만들고 5개의 층으로 쌓았는데, 중앙을 제외하고는 인접한 층과 갈라진 틈 사이는 일치하지 않도록 쌓았다.

매 모양 희생제단에는 벽돌이 200개이고 넓이는 15/2제곱 puruša이다. 그러므로 연립부정방정식,

$$x+y+z+w=200, \quad \frac{x}{p}+\frac{y}{q}+\frac{z}{r}+\frac{w}{s}=\frac{15}{2}$$

과 같은 방정식이 발생된다. 바우다야나의 해는 $p=16$, $q=25$, $r=36$, $s=100$에 대하여 $x=24$, $y=120$, $z=36$, $w=20$ 혹은 $x=12$, $y=125$, $z=63$, $w=0$이 있다. 이것은 정사각형 벽돌의 4가지 형태로 제조하여 200개를 쌓게 된다. 경전에는 직사각형 벽돌도 사용할 수 있고, 정사각형 벽돌을 쪼개어 쓸 수도 있다고 하였다. 벽돌을 붙이거나 쪼갠 것을 쓸 수 있으므로 벽돌의 각각의 개수는 달라질 수 있지만 모든 벽돌의 수는 200개가 되도록 한다. 정사각형이 아닌 다른 해는 $p=25$, $q=50$, $r=50/3$, $s=100$에 대하여 $x=160$, $y=30$, $z=8$, $w=2$ 혹은 $x=165$, $y=25$, $z=6$, $w=4$가 있다.

Apastamba에는 5개 형태의 벽돌을 사용하여 희생제단을 쌓았다. 이 제단에 대한

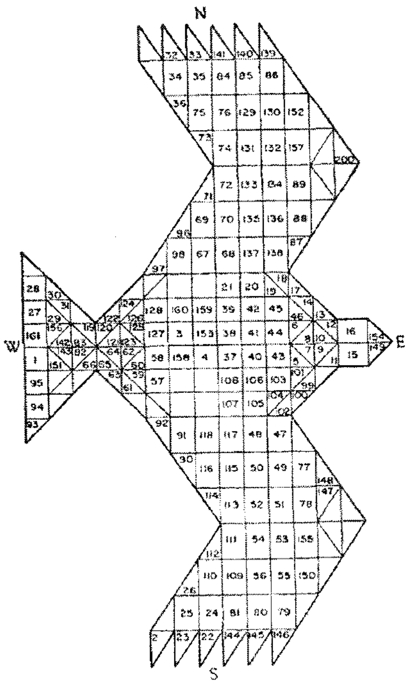

그림 7: 날개 끝이 6개인 매 모양 제단 제1층

5개항의 연립부정방정식,

$$x+y+z+u+v=200, \quad \frac{x}{p}+\frac{y}{q}+\frac{z}{r}+\frac{u}{s}+\frac{v}{t}=\frac{15}{2}$$

에서 $p=16$, $q=25$, $r=64$, $s=100$, $t=144$와 $x=67$, $y=58$, $z=48$, $u=18$, $v=9$를 해로 제시하였다. 여기에는 더 많은 해가 존재한다.

바우다야나와 아파스탐바의 술바수트라스에는 다양한 25종류의 벽돌모양을 설명하고 있다. 여기에는 정사각형 6가지, 직사각형 6가지, 삼각형 11가지와 삼각형 두 개를 붙여 만든 것과 오각형이 있다([14]).

인도의 남쪽 케랄라(Kerala) 지방에는 현재까지 보존된 전통적인 매 모양의 희생 제단이 있다. 날개 끝이 6개([그림7])와 날개 끝이 5개 그리고 정방형([그림8], [21]) 3가지가 남아 있다([18]).

날개 끝이 6개인 매 모양 제단의 첫째 층은 정사각형 38개, 직사각형 58개(2종), 삼각형 104개(2종)로 모두 200개의 벽돌이 놓이고, 배열 방법은 첫째 층과 3층 그리고 5층이 같다. 둘째 층과 넷째 층은 같은 배열이고 정사각형 11개, 직사각형 88개

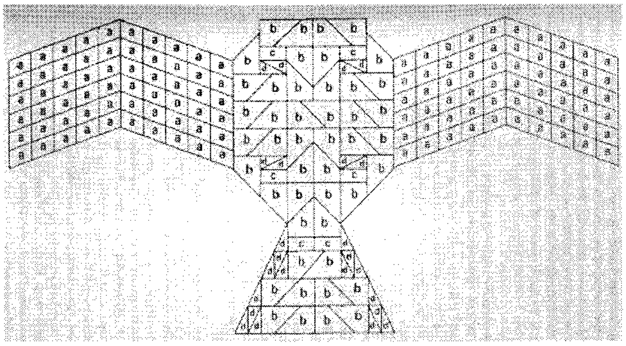

그림 8: 매 모양 정방형 제단 제1층

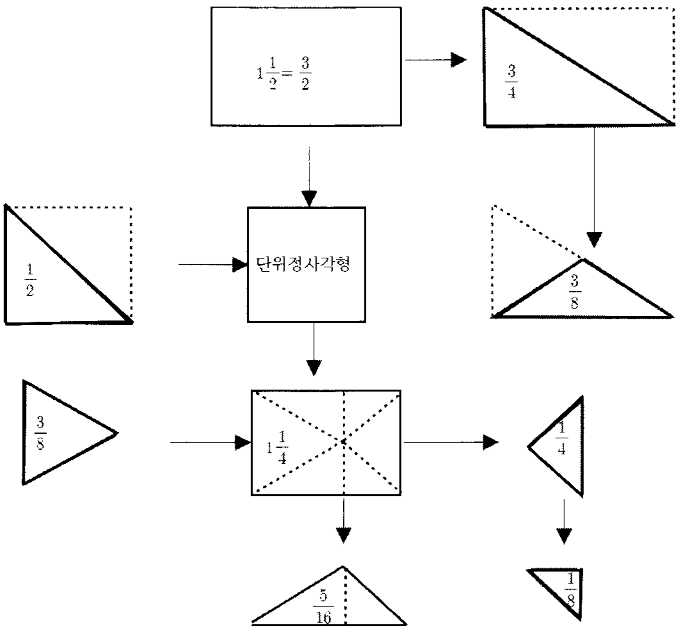

그림 9: 날개 끝이 6개인 매 모양 제단의 벽돌 크기와 모양

(2종), 삼각형 201개(6종, 5가지 형태)로 모두 300개의 벽돌로 [그림9]의 모양들이다.([18]).

날개 끝이 5개인 매 모양 희생제단의 첫째 층은 정사각형 61개, 삼각형 136개(2종), 5각형 3개(2종 3가지 형태)로 모두 200개의 벽돌로 구성되어 있다. 둘째 층과 넷째 층은 정사각형 72개, 삼각형128개(2종)로 모두 200개의 벽돌로 되어 있다([18]).

3 술바수트라스 기하학의 특징

고대문명이 지역마다 독특한 문화를 가진 것처럼 고대 인도의 술바수트라스 기하학 역시 독자적인 수학적 구조와 이론들을 구축하였다. 힌두교의 성직자들의 종교적이고 명상적인 기질은 그들의 필요성과 그들의 방법대로 수학을 표현하였으며 후대의 인도 수학자들에 많은 영향을 주었다.

고대 인도의 수학자들은 고대 힌두교의 성직자들로 카스트 제도의 사회에서 상류층의 승려들이었다. 그들이 기하학을 연구한 목적은 경건한 희생제단의 건축과 제사의식을 제정하거나 규정하여 완전한 제단을 설계하거나 건축하기 위한 건축기술을 발전시키기 위한 것이었다.

고대 이집트와 메소포타미아 그리고 중국의 수학 연구자들은 지배층의 관리들로 수학을 연구하고 기록하였다. 따라서 그들의 수학문서는 현실생활의 필요성에 의해서 구체적이고 특별한 문제들로 구성하였다. 경험적이고 실험적인 기술로서 수학의 문제들을 구성하였다. 중국의 경우는 수학은 기술 관리들의 지침서이기도 하지만, 인문학의 일부로서 수학은 세상의 이치를 깨닫기 위해서 만물의 구조를 밝혀내고 일반적인 수학적 원리를 이해하여 문제를 해결하는 학문이기도 하였다.

또한, 고대 그리스인들은 완전무결한 창조주에 의해서 기하학적으로 우주가 창조되었다고 생각하였다. 우주와 자연의 세계는 기하학적으로 구성되었고 여기에 법칙이 있으며 이 원리들을 이해하고 설명하는 일이 진리를 탐구하는 학문의 길이었다. 기하학의 이론은 이상적인 절대 진리이며 완전하고 변할 수 없는 진리였다. 기하학의 완전한 이론을 위해서 공준과 공리를 기초로 하는 논리적이고 연역적인 증명으로 체계적인 기하학을 구성하였다. 그리스의 수학자들은 경험적 자연 철학자들이었고 기학적인 이론과 방법으로 자연의 현상과 변화를 설명하려고 노력하였다.

한편, 고대 인도의 술바수트라스 기하학은 타 문화권과는 다른 문화적 환경에 의해서 높은 수준의 기하학을 구축하였다. 이 기하학 문서에는 기하학 이론에 관한 설명이나 증명은 없다. 이것은 힌두교 경전의 일부로서 기하학의 명제들을 운문 형식으로 간결하게 요약된 문장으로 기록하였기 때문일 것이다. 여기에 축적된 수학과 기하학에 관한 지식은 세계 최초로 체계적으로 구성되었고, 독창성이 있는 전문지식이다.

술바수트라스의 기하학은 세계에서 가장 먼저 기하학의 명제들을 체계적으로 구성한 기하학이다. 이 기하학의 이론들과 구성에 대한 자세한 설명이나 정당성에 대한 증명 없이 가장 기본적인 평면 기하학의 명제들로 부터 기하학적 작도, 넓이의 결합과 분할, 넓이의 변환, 제단의 건축을 위한 연립부정방정식 등으로 구성되어 있다. 이것은 체계적인 구성으로 핵심적인 내용을 최소한의 단어들로 간결하게 기록하였기

때문이었다.

그들은 문자와 기호로 정확하게 표현하여 저술하면서 운문의 형식을 빌어서 가장 간결하고 명확한 단어들로 작성하였다. 제단 건설에 필요하고 중요한 내용을 질서 있게 요약된 문장으로 기록하였다. 기하학적 성질을 활용하고 적용할 수 있는 여러 가지 경우와 예들을 제시 하였다. 불필요한 설명이 없고, 결점이나 흠잡을 데 없는 내용들로 구성되어 있다.

그들에 의해서 기하학적 규칙과 법칙 그리고 공식 등 제단 설계와 제단건축의 전문지식으로 힌두교의 경전에 기록하여 잘 보존하였다.

또한, 희생제단의 건축 과정에서 요구되었던 작도법과 도형의 성질 등 기하학의 연구에 수반된 분수와 무리수 그리고 연립부정방정식과 같은 수학 분야에 대한 연구의 필요성이 발생되었고, 연구되었다.

4 결론

술바수트라스는 고대 인도의 힌두교의 경전 중 하나로 고대 인도의 수학과 기하학에 관하여 해독되는 최초의 기록이다. 베다시대 문헌으로 이 경전 속에 있는 기하학은 성스런 제단이나 사원을 설계하고 건축하기 위해서 연구되었다. 고대 인도의 많은 수학자들은 힌두교의 성직자들로 일찍이 십진법에 의한 계산과 기하학과 천문학 등을 연구하였다.

술바수트라스 기하학은 타 문화권과는 다른 고대 힌두교의 제도와 영향에 의해서 체계적이고 높은 수준의 기하학을 구축하였다. 이 기하학에 관한 문헌은 힌두교 경전의 일부로서 시적(詩的)인 운문 형식으로 써져 있으며, 또한 간결한 문장으로 저술되었기 때문에 다른 고대 문화권과 마찬가지로 기하학 이론에 관한 설명이나 증명은 없다. 그러나 여기에 기록된 기하학에 관한 지식은 세계 최초의 것으로 독창성이 있는 기하학의 지식들이다.

참고 문헌

1. 김용운 김용국, 수학사대전, 우성문화사, 1986.
2. 김종명, 고대 인도수학의 특징, 한국수학사학회지 23(2010), No. 1, 41-52.
3. 김종명, 고대 그리스수학과 동양수학, 한국수학사학회지 20(2007), No. 2, 47-58.
4. 최명자, 東洋數學이 西洋數學에 미친 影響, 이화여자대학교, 교육대학원 석사논문, 1976.
5. Boyer, Carl., Merzbach, Uta C.(양영호, 조윤동 역), 수학의 역사, 상·하, 경문사, 2000.

6. Cajori, Florian (정지호 역), 수학의 역사, 창원사, 1983.
7. Eves, Howard (이우영, 신항균 역), 수학사, 경문사, 1995.
8. Mankiewicz, Richard (이상원 역), 문명과 수학, 경문사, 2002.
9. Radhakrishnan, Sarvepalli (이거룡 역), 인도 철학사, 한길사, 1999.
10. Bose D. M., Sen S. N., Subbarayappa B. V., *A Concise History of Science in India*, Universities Press(India) Private Limited, 2009.
11. Bronkhorst, J., "Panini and Euclid: Reflections on Indian Geometry," *J. Indian Philos*. Vol. 29(2001), No.1–2, 43–80.
12. Burnett, C., "The Semantics of Indian Numerals in Arabic, Greek and Latin," *J. Indian Philos*. Vol. 34(2006), No.1–2, 15–30.
13. Kaye G. R., *Indian Mathematics*, Thacker, Spink & Co., 1915.
14. Krishna Murty K. V., *Ancient Indian Mathematicians*, Institute of Scientific Research on Vedas, 2010.
15. Narasimha, R, "Epistemology and Language in Indian Astronomy and Math.," *J. Indian Philos*. Vol. 35(2007), No.5–6, 521–541.
16. Plofker Kim, "A Perspective on Ancient Indian Mathematics," *The Hyderabad Intelligencer*, Springer (India) Private Limited (2010), 13–23.
17. Srinivasiengar C. N., *The History of Ancient Indian Mathematics*, The World Press Private Limited, 1967.
18. Staal, F., "Greek and Vedic Geometry," *J. Indian philos*. Vol. 27(1999), No.1–2, 105–127.
19. Wujastyk, D., "Science and Vedic Studies," *J. Indian philos*. Vol. 26(1998), No. 4, 335–345.
20. http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/HistTopics/Indian_mathematics.html
21. http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/~history/Projects/Pearce/index.html
22. http://en.wikipedia.org/wiki/Indian_mathematics

김종명 관동대학교 수학교육과
Department of Mathematics Education, Kwandong University
E-mail: jmkim@kd.ac.kr

허혜자 관동대학교 수학교육과
Department of Mathematics Education, Kwandong University
E-mail: hjheo@kd.ac.kr