

# 중간 지지된 유체 유동 외팔형 원통셀의 임계유속

## Critical Fluid Velocity of Fluid-conveying Cantilevered Cylindrical Shells with Intermediate Support

김 영 완\*

Young-Wann Kim

(2011년 2월 15일 접수 ; 2011년 4월 12일 심사완료)

**Key Words** : Critical Fluid Velocity(임계유속), Fluid-structure Interaction(유체-고체 상호작용), Intermediate Support(중간지지), Artificial Spring(가상 스프링), FSDT(1차 전단변형이론)

### ABSTRACT

The critical fluid velocity of cantilevered cylindrical shells subjected to internal fluid flow is investigated in this study. The fluid-structure interaction is considered in the analysis. The cantilevered cylindrical shell is supported intermediately at an arbitrary axial position. The intermediate support is simulated by two types of artificial springs: translational and rotational spring. It is assumed that the artificial springs are placed continuously and uniformly on the middle surface of an intermediate support along the circumferential direction. The steady flow of fluid is described by the classical potential flow theory. The motion of shell is represented by the first order shear deformation theory (FSDT) to account for rotary inertia and transverse shear strains. The effect of internal fluid can be considered by imposing a relation between the fluid pressure and the radial displacement of the structure at the interface. Numerical examples are presented and compared with existing results.

### 1. 서 론

유체를 운반하는 파이프는 원통셀의 한 형태로 화학플랜트, 발전소 등의 송유관, 가스관 및 배관 등으로 널리 사용되고 있다. 이들 구조물에 대한 동적 거동에 대해 수십 년 간 많은 연구가 이루어졌다. 유체를 포함한 구조물은 유체에 의해 진동수가 감소되며, 또한 유체 유동의 속도(유속) 증가는 구조물의 진동수를 더욱 감소시킨다. 외부의 동적 하중을 받는 유체 유동 파이프는 진동수 감소로 인해 쉽게 공진이 발생될 수 있으며, 심한 경우 구조물이 파괴될 수도 있다. 특히 유속이 빠른 경우 작은 진

동수에서 파이프는 불안정하게 된다. 이와 같이 진동수 감소나 불안정성을 피하기 위해 유체 유동 파이프의 축방향 임의의 지점을 다양한 조건으로 구속(이하 중간지지)하기도 한다.

유체 유동을 고려한 파이프 및 원통셀에 대한 연구는 수십 년 동안 많은 연구자에 의해 다루어졌다. 대부분의 연구가 등방성 재료<sup>(1,2)</sup> 및 복합재료<sup>(3)</sup>로 이루어진 것이며, 최근에 신재료로 등장한 경사기성 재료 원통셀<sup>(4)</sup>에 대한 연구가 일부 이루어졌다. 그러나 원통셀에 대한 대부분의 연구는 중간지지가 없는 경우이며, 중간지지가 있다 하더라도 단순히 유체가 채워진 저장 탱크에 대한 연구<sup>(5)</sup>이다. 중간지지가 있는 유체 유동 원통셀에 대한 연구는 거의 없는 실정으로 대부분 파이프에 대한 것<sup>(6-10)</sup>이다. Wu와 Shih<sup>(6)</sup> 및 Yang 등<sup>(7)</sup>은 전단 행렬법을 이용하여 중간지지부의 경계조건을 구현하였으며,

\* 교신저자; 정회원, 전남대학교 기계자동차공학부  
E-mail : wannkim@jnu.ac.kr  
Tel : (061)659-7285, Fax : (061)659-7280

Wadham-Gagnon 등<sup>(8)</sup>, Paidoussis 등<sup>(9)</sup> 및 Ghayesh 등<sup>(10)</sup>은 스프링을 이용하여 중간지지를 구현하였다.

이상에서와 같이 유체 유동과 중간지지를 동시에 고려한 원통셀에 대한 연구는 전무한 상태이다. 따라서 이 연구에서는 중간 지지부를 스프링으로 모델링한 후 스프링상수 값을 조절하여 중간지지조건을 만족하도록 하였다. 이 연구에서의 스프링을 이용한 방법은 기존의 원통셀 해석에서 쓰이는 보합수 등과 같은 변위식의 수정이 필요 없고, 지지부의 추가에 따라 풀어야할 행렬의 크기도 변하지 않은 상태에서 지지부의 경계조건을 보다 정확히 표현할 수 있다. 이와 같이 중간 지지된 유체 유동 원통셀에 대한 임계유속 해석을 수행하기 위해 Rayleigh-Ritz법을 이용하여 운동방정식이 유도되었으며, 이 이론해의 타당성을 검증하기 위해 기존의 문헌자료와 비교하였다.

## 2. 수식화

길이가  $L$ , 평균 반지름이  $R$ 이고 두께가  $h$ 인 원통셀에 대한 기하형상을 Fig. 1에 나타냈다. 여기서  $u, v$  및  $w$ 는 셀의 중립면에 대한 축방향( $x$ ), 원주방향( $\theta$ ) 및 반경방향( $z$ ) 변위이다. 셀 내부에는 비압축성, 비점성 및 비회전성 유체가 일정한 속도  $U_0$ 로 축 방향으로 흐른다. 그림에서 셀 및 유체영역을 각각  $\Omega_S, \Omega_F$ , 그리고 셀과 유체가 접하는 경계를  $\Gamma_I$ 로 나타냈다. 셀의 원점에서 축방향으로 임의의 지점  $L_c$ 에 원주방향으로 동일한 형태의 중간 지지부를 갖는다. 중간지지부는 스프링으로 표현하였다.

임의의 경계조건을 갖는 원통셀의 중립면에 대한 각 방향변위  $u_0, v_0$  및  $w_0$  그리고  $\theta, x$ 축에 대한 회전  $\phi_x$ 와  $\phi_\theta$ 를 다음과 같이 가정하였다.

$$\begin{Bmatrix} u_0 \\ v_0 \\ w_0 \\ \phi_x \\ \phi_\theta \end{Bmatrix} = \sum_{m=1}^M \sum_{n=0}^N \eta(t) \begin{Bmatrix} U_{mn} \psi'_m(\alpha_m x) \cos n\theta \\ V_{mn} \psi_m(\alpha_m x) \sin n\theta \\ W_{mn} \psi_m(\alpha_m x) \cos n\theta \\ X_{mn} \psi'_m(\alpha_m x) \cos n\theta \\ Y_{mn} \psi_m(\alpha_m x) \sin n\theta \end{Bmatrix} \quad (1)$$

여기서  $U_{mn}, V_{mn}, W_{mn}, X_{mn}, Y_{mn}$ 는 진폭을 나타내는 상수이며,  $m$  및  $n$ 은 축방향 반파수(half-wave number) 및 원주방향 파수이다.  $\eta$ 는 모드관계수

로 시간  $t$ 의 함수이다. 축방향 진동모드를 구현하기 위해 사용한  $\psi'_m, \psi_m$ 는 축방향 경계조건을 만족하는 보합수로서 다음과 같은 형태를 갖는다.

$$\begin{aligned} \psi_m &= \cosh \alpha_m x - \cos \alpha_m x \\ &\quad - \sigma_m (\sinh \alpha_m x - \sin \alpha_m x) \\ \psi'_m &= \psi_{m,x} / \alpha_m \end{aligned} \quad (2)$$

여기서  $\alpha_m, \sigma_m$ 은 경계조건으로부터 결정될 값이며, ( )는 뒤에 명시된 아래첨자에 대한 미분을 나타낸다. 이 연구에서는  $x=0$ 에서 고정이며  $x=L$ 에서 자유인 외팔형 경계조건을 갖는 원통셀을 고려하였다. 각 단에 대한 경계조건은 다음과 같다.

$$\text{고정경계조건 } \psi = \psi_{,x} = 0 \quad (3a)$$

$$\text{자유경계조건 } \psi_{,xx} = \psi_{,xxx} = 0 \quad (3b)$$

1차 전단변형이론으로부터 원통셀의 변위장을 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$u = u_0 + z\phi_x; v = v_0 + z\phi_\theta; w = w_0 \quad (4)$$

원통셀의 변형률은 식 (5)와 같이 내평면 변형률 식과 횡단면변형률로 나타낼 수 있으며, 원통셀에 대한 응력성분은 식 (6)과 같다.

$$\boldsymbol{\epsilon} = \{\epsilon_x \quad \epsilon_\theta \quad \gamma_{\theta z} \quad \gamma_{xz} \quad \gamma_{x\theta}\}^T \quad (5)$$

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D}\boldsymbol{\epsilon} = \{\sigma_x \quad \sigma_\theta \quad \tau_{\theta z} \quad \tau_{xz} \quad \tau_{x\theta}\}^T \quad (6)$$

식 (6)에서  $\mathbf{D}$ 는 응력과 변형률의 관계를 나타내는 구성행렬이다. 식 (5)에서의 내평면 변형률은 식 (7),

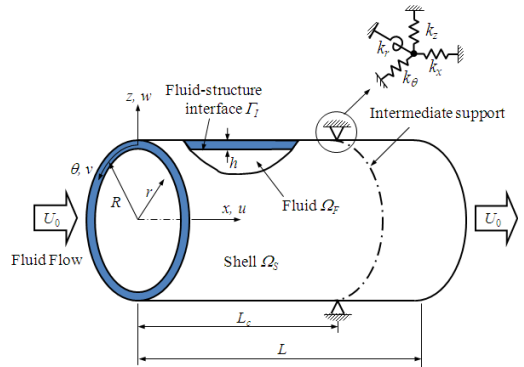


Fig. 1 Geometry and coordinate system of fluid-conveying cylindrical shell

회전단변형률은 식 (8)과 같다.

$$\epsilon_x = u_{,x}; \epsilon_\theta = \frac{1}{R}(v_{,\theta} + w); \gamma_{x\theta} = \frac{u_{,\theta}}{R} + v_{,x} \quad (7)$$

$$\gamma_{\theta z} = v_{,z} + \frac{1}{R}(w_{,\theta} - v); \gamma_{xz} = u_{,z} + w_{,x} \quad (8)$$

셀에 대한 변형 및 운동에너지는 다음과 같다.

$$U_S = \frac{1}{2} \int_{\Omega_S} \{\sigma\}^T \{\epsilon\} d\Omega_S \quad (9)$$

$$T_S = \frac{1}{2} \int_{\Omega_S} \rho [u_{,t}^2 + v_{,t}^2 + w_{,t}^2] d\Omega_S \quad (10)$$

여기서  $d\Omega_S = dxRd\theta dz$ 이다.

이 연구에서는 병진스프링과 회전스프링을 이용하여 중간지지조건을 표현하였다. 병진스프링( $k_x, k_\theta, k_z$ )은 각 방향의 변위를, 회전스프링( $k_r$ )은 회전을 구속한다. 스프링은 원주방향으로 연속적이며 균일하게 분포되며 셀의 중립면에 설치된다. 스프링에 저장된 변형에너지는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$U_{SP} = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} [k_x u^2 + k_\theta v^2 + k_z w^2 + k_r w_{,x}^2]_{x=L_c} R d\theta \quad (11)$$

스프링 강성값을 적절히 조절하여 중간지지부를 탄성지지로 하거나 강건하게 구속하도록 모델링할 수 있다. 스프링을 이용하여 원주방향 및 수직방향 변위를 구속하는 단순지지조건을 구현하기 위해서는 이 방향으로의 변위를 구속하는 두 개의 병진스프링( $k_\theta, k_z$ )만을 고려하면 되고, 고정조건을 구현하기 위해서는 모든 스프링을 고려하여 스프링 상수를 충분히 크게 함으로써 이들 조건을 만족시킬 수 있다. 이 연구에서는 중간 지지조건으로 단순지지조건을 고려하였다. 만일 외팔형 원통셀의 자유단을 충분한 크기의 스프링 상수를 갖는 원주방향 및 수직방향 병진 스프링으로 지지할 경우 이 원통셀은 고정-단순지지 경계조건을 갖는 원통셀이 된다.

비점성, 비압축성인 유체가 축 방향으로 일정한 속도  $U_0$ 로 흐를 때 유체의 속도 포텐셜  $\Psi$ 은

$$\Psi = U_0 x + \Phi \quad (12)$$

이며,  $\Phi$ 는 섭동 속도 포텐셜이다. 각 방향에 대한

유속( $V$ )은 다음과 같이 된다.

$$V_x = \Psi_{,x}; \quad V_\theta = \frac{1}{R}\Psi_{,\theta}; \quad V_r = \Psi_{,r} \quad (13)$$

섭동 속도 포텐셜은 다음의 라플라스 식을 만족해야 한다.

$$\Phi_{,rr} + \frac{1}{r}\Phi_{,r} + \frac{1}{r^2}\Phi_{,\theta\theta} + \Phi_{,xx} = 0 \text{ in } \Omega_F \quad (14)$$

유체 밀도를  $\rho_F$ 라 하면 원통셀의 벽면에 작용하는 유체 동압  $p_d$ 는 베르누이 방정식으로부터 다음과 같이 된다.

$$p_d = -\rho_F(\Phi_{,t} + U_0\Phi_{,x}) \quad (15)$$

셀과 유체가 접하는 지점  $\Gamma_I$ 에서 반경방향 속도는 서로 같아야 하므로 다음 조건을 만족해야 한다.

$$V_r = \Phi_{,r} = w_{,t} + U_0 w_{,x} \text{ at } \Gamma_I \quad (16)$$

라플라스식 (14)와 연속 조건식 (16)을 동시에 만족하는 섭동 속도 포텐셜  $\Phi$ 를 2종 Bessel함수  $I_n$ 을 이용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\Phi = \sum_{m=1}^M \sum_{n=0}^N W_{mn} \frac{I_n(\alpha_m r)}{I_{n,r}(\alpha_m R)} [\psi_m \eta_{,t} + U_0 \psi_{m,x} \eta] \cos n\theta \quad (17)$$

따라서 원통셀의 벽면에 작용하는 유체 동압 식 (15)은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$p_d = -\rho_F \sum_{m=1}^M \sum_{n=0}^N W_{mn} \frac{I_n(\alpha_m r)}{I_{n,r}(\alpha_m R)} \times [\psi_m \eta_{,tt} + 2U_0 \psi_{m,x} \eta_{,t} + U_0^2 \psi_{m,xx} \eta] \cos n\theta \quad (18)$$

이 유체 동압에 의해 행해진 일은 다음과 같다.

$$W_P = \int_{\Gamma_I} p_d w d\Gamma_I \quad (19)$$

원통셀에 저장된 총 에너지는 아래와 같다.

$$\Pi = U_S + U_{SP} - W_P - T_S \quad (20)$$

식 (20)에 Rayleigh-Ritz법을 적용하면 식 (21)과 같은 유체 유동을 고려한 원통셀의 운동방정식을

언을 수 있다.

$$\begin{aligned} [\mathbf{M}\eta_{,tt} + \mathbf{C}\eta_{,t} + \mathbf{K}\eta] \{\mathbf{d}\} &= 0 \\ \mathbf{M} &= \mathbf{M}_S + \mathbf{M}_F, \quad \mathbf{K} = \mathbf{K}_S + \mathbf{K}_F + \mathbf{K}_{SP} \end{aligned} \quad (21)$$

여기서  $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{C}$  및  $\mathbf{K}$ 는 질량, 감쇠 및 강성행렬이다. 이들 행렬에서의  $\mathbf{K}_S$ ,  $\mathbf{M}_S$ 는 셸 구조물의 강성 및 질량행렬이며,  $\mathbf{K}_F$ ,  $\mathbf{M}_F$  및  $\mathbf{C}$ 는 유체 유동에 의한 강성, 질량 및 감쇠행렬이다. 그리고  $\mathbf{K}_{SP}$ 는 스프링의 강성행렬이다.

식 (21)은 다음과 같은 고유치 문제로 된다.

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{M} \\ \mathbf{M} & \mathbf{C} \end{Bmatrix} \Lambda - \begin{Bmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -\mathbf{K} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \Lambda \mathbf{d} \\ \mathbf{d} \end{Bmatrix} = 0 \quad (22)$$

이 식으로부터  $\Lambda = \xi \pm i\omega$ 를 얻게 된다. 유속  $U_0 > 0$ 인 경우  $\omega$ 가 구하고자 하는 계의 고유진동수가 된다.  $\xi < 0$ 이면, 계는 안정하며,  $\xi > 0$ 이면 불안정하다.  $\omega \neq 0$ 이면서  $\xi > 0$ 이면 플러터형 불안정 상태가 되며,  $\omega = 0$ 일 때에는 계는 발산형 불안정 상태에 놓이게 된다. 여기서  $\omega = 0$ 가 될 때의 유속을 유동유체의 임계유속이라 한다.

### 3. 결과 및 고찰

이 연구에서 고려한 유체 및 셸의 재료는 다음과 같은 물성을 갖는다.

유체 :  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$   
 셸 :  $E = 206 \text{ GPa}$     $\nu = 0.3$     $\rho = 7850 \text{ kg/m}^3$

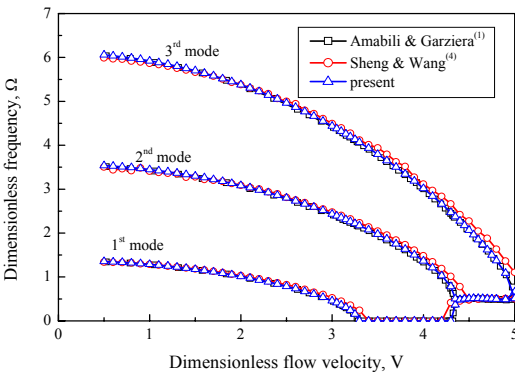


Fig. 2 Dimensionless frequencies for the simply supported fluid conveying cylindrical shell

해의 타당성을 검증하기 위해 단순지지된 유체 유동 원통셸에 대해 유속에 따른 진동수의 변화를 참고문헌(1,4)과 함께 그 결과를 Fig. 2에 제시하였다. 이때 셸의 길이 대 반경 비( $L/R$ )가 2, 셸의 두께 대 반경비( $h/R$ )가 0.01이며, 고려된 유체는 물이다. 결과에 이용된 무차원 진동수 및 유속은

$$\Omega = \frac{\omega/(2\pi)L^2}{\pi^2 \sqrt{D_x/(\rho h)}}, \quad V = \frac{U_0 L}{\pi^2 \sqrt{D_x/(\rho h)}} \quad (23a, b)$$

로 정의되었으며,  $D_x$ 는 셸의 굽힘강성계수이다. 이 결과는 원주방향 파수  $n=5$ 에서의 1, 2 및 3차 진동수를 나타낸 것이다. Amabili(1)는 해 유도과정에서 내평면 관성, 횡전단변형 및 회전관성을 무시하였으나 비교적 얇은 셸이기 때문에 이 해석 결과와 매우 잘 일치한다. 그러나 Sheng(4)의 결과는 해석 과정에서 변위식 등에서의 급수항을 충분히 고려하지 않았기 때문에 차이가 나는 것으로 판단된다. 그림에 나타난 것처럼 유속이 증가함에 따라 진동수가 감소한다. 결국에는 무차원 유속  $V=3.3$ 에서 1차 진동수가 0이 되며, 이때의 유속이 발산형 불안정성에 대한 임계유속이다.

이 연구에서는 다음과 같은 무차원 유속을 재정의하여 사용하였다.

$$\bar{U} = U_0 / \sqrt{E/\rho(1-\nu^2)} \quad (24)$$

Fig. 3에서는  $L/R=2$ 이고  $h/R=0.01$ 인 원통셸에 대해 다양한 원주방향 파수에 대해 유속에 따른 1차

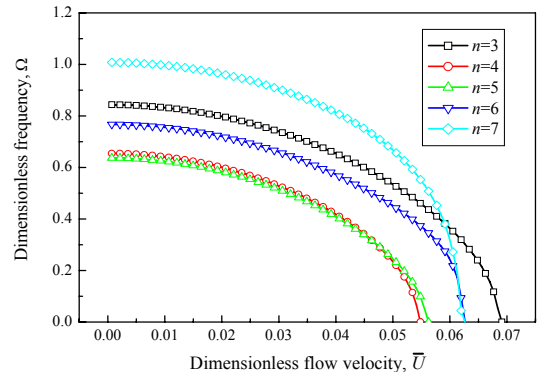


Fig. 3 Effect of circumferential wave number on frequency ( $m=1$ ,  $R=0.2 \text{ m}$ ,  $h=0.01R$ ,  $\bar{k}=10^8$ )

진동수의 변화를 나타냈다. 중간 지지부는  $L_c/L = 0.5$ 에 위치하며, 스프링 상수  $\bar{k} = 10^8$ 의 값을 갖는다. 그림에서처럼 유속이 작은 경우 기본진동수가  $n=5$ 에서 나타나지만 무차원 유속이 0.047이상이면  $n=4$ 에서 기본진동수가 나타난다. 또한  $\bar{U} = 0.059$ 를 기준으로  $n=3$ 과  $n=7$ 의 진동차수가 바뀌며, 그 이상의 유속에서  $n=5$ 와  $n=6$ 에서의 진동차수가 뒤바뀌는 것을 볼 수 있다. 이와 같이 유속에 따라 기본진동수가 나타나는 원주방향 파수가 다르기 때문에 유속에 따른 진동형상을 검토해야 한다.

지금부터 제시될 결과는 가장 낮은 임계유속을 중심으로 전개된다. Fig. 4는 중간 지지된 원통셀에 대해 스프링 상수의 변화에 따른 임계유속을 나타낸 것이다. 다양한 길이의 원통셀에 대해 단순지지 형태의 중간지지조건을 구현할 스프링 상수값을 결정하기 위해 길이 대 반경비( $L/R$ )가 2 및 20인 원통 셀이 고려되었다. 여기서 사용된 무차원 스프링 상수는 다음과 같이 정의되었다.

$$\bar{k} = \frac{k_t R^3}{D} \quad (k_t = k_\theta, k_z) \quad (25)$$

그림에서 데이터 점에 표기된 숫자는 임계유속이 나타나는 원주방향 파수  $n$ 이다. Fig. 3(a)는  $L/R$ 가 2인 원통셀에 대한 결과로 스프링상수가 작은 경우에는 중간지지의 영향이 거의 없어 임계유속의 변화가 없지만 무차원 스프링상수가 어느 값( $\bar{k} \approx 1$ ) 이상이 되면 임계유속에 큰 변화가 나타난다. 스프링 상수의 변화에 따라 임계유속이 증가 또는 감소를 하다가  $\bar{k}$ 가  $10^6$  이상이 되면 일정한 값으로 수렴을 한다. 이는 무차원 스프링 상수가  $10^6$ 이면 스프링이 각 방향에 대해 움직이지 못하도록 충분히 구속한다는 것을 의미한다. 한편 스프링 상수가 충분히 큰 경우  $L_c/L \leq 0.5$ 에서는 중간지지가 없는 원통셀보다 임계유속이 크게 나타나지만 0.5 이상에서는 임계유속이 작게 형성되고 있다. 이와 같은 현상은 원통셀의 임의 지점에 중간지지가 존재함으로써 원통셀은 고정-단순-자유지지 조건을 갖는 돌출형 원통셀이 되어 고정-단순지지 경계조건을 갖는 셀과 단순지지-자유 경계조건을 갖는 셀로 분리되어 두 영역 중 한 곳에서 임계유속이 결정될 수 있기 때문에 나타난다. 즉 셀의 경계조건에 따라 임계유속이 달라진다고 할 수 있다. 경계조건에 따른 임계유속의 특징을 Fig. 5 및 Fig. 6에서 일부 확인할 수 있다. Fig. 5와 Fig. 6에서 외팔형 원통셀( $L_c/L = 0$ )의 경우 길이가 짧을수록 임계유속이 크다. 이로 인해 중간지지부가 고정단에서 멀어질수록(즉, 자유단의 길이가 짧아질수록) 임계유속이 증가한다. 또한 길이가 짧은 셀의 경우 같은 길이를 갖는 외팔형 원통셀이 고정-단순지지 경계조건을 갖는 원통셀( $L_c/L = 1$ )보다 큰 임계유속을 갖는다. 이와 같은 이유로  $L_c/L \geq 0.5$ 인 경우에는 고정-단순 지지부는 길어지고 돌출부(단순-자유 지지부)는 짧아지만 임계유속이 고정-단순 지지조건을 갖는 부분에 의해 지배를 받게 되어 중간지지가 있을지라도 중간지지가 없는 원통셀보다 임계유속이 작아진다. Fig. 4(b)는  $L/R$ 가 20인 비교적 길이가 긴 원통셀에 대한 결과로  $\bar{k}$ 가  $10^3$  정도에서 일정한 임계유속으로 수렴한다. 그리고 길이가 짧은 셀과는 달리 모든 중간지지 셀에 대해 중간지지를 가짐으로써 임계유속이 증

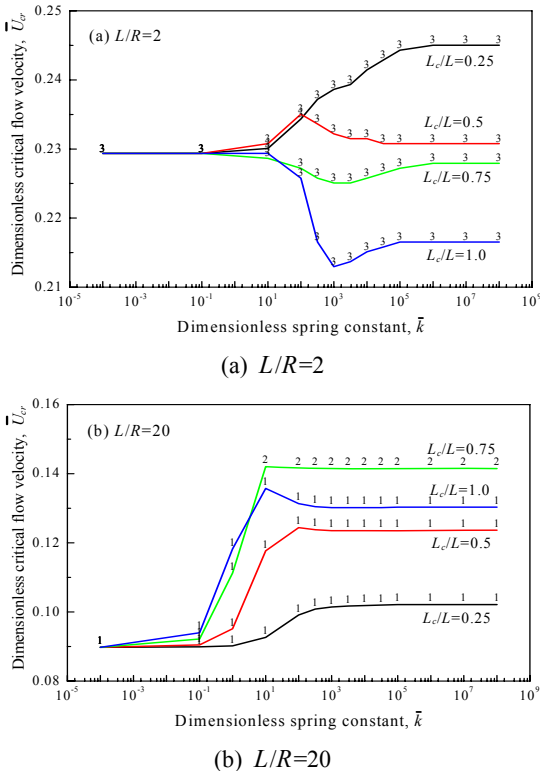


Fig. 4 Effect of spring constant on critical flow velocity( $R=0.2$  m,  $h=0.05R$ )

가하는 것을 볼 수 있다. 스프링 상수의 변화에 따라 임계유속이 나타나는 원주방향 파수의 변화가 짧은 셀에서는 나타나지 않지만 긴 셀에서 변화가 나타나고 있다. 이는 중간지지가 존재함으로써 긴 셀이 보의 특성에서 셀의 특성으로 전환되기 때문에 나타나는 현상이다. 이상에서처럼 중간지지된 원통셀에 대해 중간지지부의 단순지지 효과를 얻기 위해서는 길이가 짧을수록 스프링상수를 충분히 크게 하여야 한다. 또한 중간지지부의 위치를 적절히 선정하여야 보다 좋은 중간지지 효과를 얻을 수 있다.

중간지지부의 위치에 따른 임계유속의 거동을 보다 자세히 알아보기 위해 Fig. 5가 제시되었다. 중간지지부가 고정단에서 멀어질수록 임계유속이 최댓값까지 증가하다 감소한다. 이와 같이 중간지지부의 위치가 고정단에서 멀어질수록 임계유속이 증가하는

이유는 셀의 돌출부의 길이 변화 때문이다. 즉, 중간지지가 존재함으로써 셀의 돌출부분인 외팔부분의 길이가 짧아져 중간지지가 없는 셀보다 길이가 짧은 외팔형 원통셀의 거동을 하기 때문이다. 길이 대 반경비가 비교적 작은  $L/R=2,6$ 을 갖는 셀의 경우에는 임계유속이 최댓값을 이룬 후 감소를 할 때 어느 위치에 가서는 감소를 멈춘 후 다시 증가하여 극댓값을 이룬 후 또다시 감소한다. 이와 같은 현상은 중간지지부의 위치가 중앙으로 접근함에 따라 임계유속이 돌출부의 셀 쪽이 아닌 고정-중간지지부의 셀 크기에 의해 결정되기 때문이다. 길이가 매우 긴  $L/R=20$ 인 경우를 제외하고는 모든 셀에 대해 중간지지가 자유단에 위치할 경우(고정-단순지지 원통셀) 임계유속이 최소가 된다. 일부 셀의 경우 중간지지부의 위치가 변함에 따라 임계유속이 나타나는 원주방향 파수가 변하는 것을 볼 수 있다. 특히  $L/R=6$ 인 경우 중간지지부가 고정단 쪽에 있을 경우에는  $n=2$ 에서 1차 임계유속이 나타났지만  $L_c/L=0.2$ 이상에서  $n=3$ 으로 전환된 후 다시  $n=2$ 로 전환된다. 이상과 같이 진동수를 높이거나 구조적 안전성 등의 이유로 중간지지를 할 경우 중간지지부의 위치에 따라 임계유속이 중간지지가 없는 경우보다 작게 나올 수 있기 때문에 중간지지부의 위치에 따른 임계유속의 변화를 반드시 검토하여야 한다.

Fig. 6은 중간지지된 원통셀에 대해 셀의 길이 대 반경 비( $L/R$ )에 따른 임계유속의 변화를 나타낸 것이다.  $L/R$ 비가 증가할수록 즉, 셀의 길이가 길어질

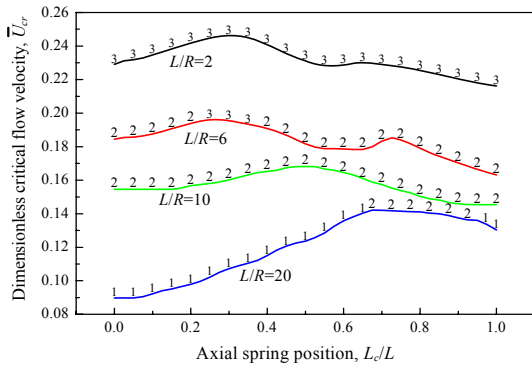


Fig. 5 Effect of spring position on critical flow velocity ( $R=0.2$  m,  $h=0.05R$ ,  $\bar{k}=10^8$ )

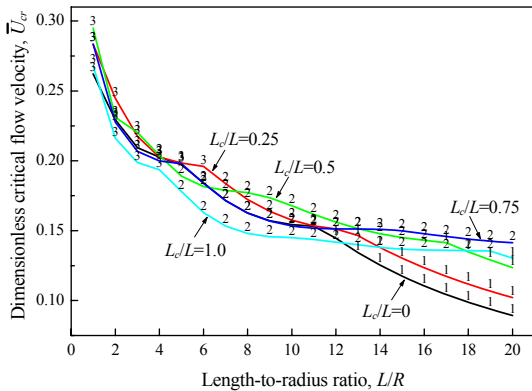


Fig. 6 Effect of  $L/R$  ratio on critical flow velocity ( $R=0.2$  m,  $h=0.05R$ ,  $\bar{k}=10^8$ )

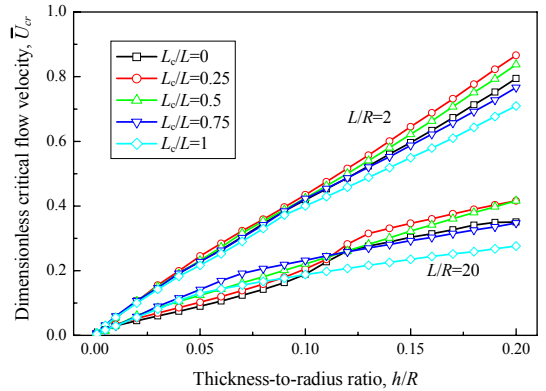


Fig. 7 Effect of  $h/R$  ratio on critical flow velocity ( $R=0.2$  m,  $\bar{k}=10^8$ )

수축 임계유속은 감소를 하며 임계유속이 나타나는 원주방향 파수도 작아진다. 특히 중간지지부 없거나  $L_c/L \leq 0.5$ 인 경우에 임계유속의 감소가 크게 일어나고 있다. 그러나  $L_c/L > 0.5$ 인 경우에는 임계유속이 어느 이하까지 감소한 후 거의 변하지 않는다. 이와 같이 길이가 긴 원통셀에 대해 임계유속의 감소를 줄이기 위해서는 중간지지를 셀의 중앙부 이상에 설치해야 한다는 것을 알 수 있다. 한편  $L/R$ 가 13 이하인 경우 중간지지부 없는 셀( $L_c/L=0$ )의 임계유속이 중간지지부 자유단( $L_c/L=1$ )에 있는 셀의 임계유속보다 큰 값을 갖는다. 다시 말해  $L/R$ 이 13 이하인 경우 외팔형 원통셀의 임계유속이 동일한 기하형상을 갖는 고정-단순지지 원통셀의 임계유속보다 크다는 것을 알 수 있다.

Fig. 7은 셀의 두께 대 반경 비( $h/R$ )의 변화에 따른 임계유속의 거동을 보이고 있다. 그림에 제시된 것처럼  $h/R$ 가 증가할수록, 즉 두께가 두꺼워질수록 임계유속은 증가하고 있다.  $L/R=2$ 인 셀의 경우 중간지지를 셀의 축방향 중앙을 기준으로 고정단 쪽에 위치시킬 경우 중간지지부 없는 셀보다 임계유속이 커지지만 자유단에 가깝게 위치시킬 경우에는 작아진다. 특히 중간지지부 자유단에 존재할 경우  $h/R$ 비에 관계없이 가장 작은 임계유속을 보이고 있다. 반면에 길이가 비교적 긴  $L/R=20$ 인 셀의 경우  $h/R$ 비에 따라 약간 다른 거동을 한다. 즉  $h/R$ 비가 0.1 이하인 경우에는 중간지지부 없는 셀보다 임계유속이 크게 나오지만 0.1 이상인 경우에는 짧은 셀과 같은 거동을 한다.

#### 4. 결 론

이 연구에서는 유체 유동을 고려한 중간지지된 외팔형 원통셀에 대해 유체-고체 연성효과를 고려하여 임계유속의 특성을 분석하였다. 이때 중간지지부의 경계조건을 표현하기 위해 가상스프링을 이용하여 모델링하였다. 중간지지부 존재함으로써 길이가 매우 긴 원통셀은 중간지지부 없는 원통셀보다 임계유속이 증가하지만 길이가 그다지 길지 않은 경우에는 임계유속이 중간지지부의 위치에 따라 오히려 감소할 수도 있다. 셀의 길이가 길어질수록 임계유속은 감소한다. 중간지지를 통해 임계유속의 감소를 줄이기 위해서는 길이가 긴 원통셀의 경우 중

간지지부의 위치를 셀의 중앙부 이상에 설치해야 한다. 한편 셀의 두께가 두꺼워질수록 임계유속은 증가한다. 그리고 두꺼운 셀일수록 중간지지부를 고정단 쪽에 위치시킬 경우 자유단 쪽에 위치시킨 셀보다 큰 임계유속을 갖는다.

#### 참 고 문 헌

- (1) Amabili, M. and Garziera, R., 2002, Vibrations of Circular Cylindrical Shells with Nonuniform Constraints, Elastic Bed and Added Mass. Part II: Shells Containing or Immersed in Axial Flow, *J. of Fluids and Structures*, Vol. 16, No. 1, pp. 31~51.
- (2) Langthjem, M. A. and Olhoff, N., 2003, Modal Expansion of the Perturbation Velocity Potential for a Cantilevered Fluid-conveying Cylindrical Shell, *J. of Fluids and Structures*, Vol. 17, No. 1, pp. 147~161.
- (3) Chang, J.-S. and Chiou, W.-J., 1995, Natural Frequencies and Critical Velocities of Fixed-fixed Laminated Circular Cylindrical Shells Conveying Fluid, *Computers and Structures*, Vol. 57, No. 5, pp. 929~939.
- (4) Sheng, G. G. and Wang, X., 2010, Dynamic Characteristics of Fluid-conveying Functionally Graded Cylindrical Shells under Mechanical and Thermal Loads, *Composite Structures*, Vol. 93, No. 1, pp. 162~170.
- (5) Kim, Y.-W., 2004, Vibration Analysis of Partially Fluid-filled Continuous Cylindrical Shells with Internal Supports, *Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering*, Vol. 14, No. 3, pp. 244~252.
- (6) Wu, J.-S. and Shih, P.-Y., 2001, The Dynamic Analysis of a Multispan Fluid-conveying Pipe Subjected to External Load, *J. of Sound and Vibration*, Vol. 239, No. 2, pp. 201~215.
- (7) Yang, K., Li, Q. S. and Zhang, L., 2004, Longitudinal Vibration Analysis of Multi-span Liquid-filled Pipelines with Rigid Constraints, *J. of Sound and Vibration*, Vol. 273, No. 1, pp. 125~147.
- (8) Wadham-Gagnon, M., Paidoussis, M. P. and

Semler, C., 2007, Dynamics of Cantilevered Pipes Conveying Fluid. Part 1: Nonlinear Equations of Three-dimensional Motion, *J. of Fluids and Structures* Vol. 23, No. 4, pp. 545~567.

(9) Païdoussis, M. P., Semler, C., Wadham-Gagnon, M. and Saaid, S., 2007, Dynamics of Cantilevered Pipes Conveying Fluid. Part 2: Dynamics of the

System with Intermediate Spring Support, *J. of Fluids and Structures*, Vol. 23, No. 4, pp. 569~587.

(10) Ghayesh, M. H. and Païdoussis, M. P., 2010, Three-dimensional Dynamics of a Cantilevered Pipe Conveying Fluid, Additionally Supported by an Intermediate Spring Array, *Int. J. of Non-Linear Mechanics*, Vol. 45, No. 5, pp. 507~524.