

# 영구자석 동기전동기를 위한 퍼지 관측기 기반의 퍼지 제어기의 설계 및 안정도 해석

鄭鎭佑<sup>†</sup>, 崔永植<sup>\*</sup>, 劉炯寧<sup>\*\*</sup>

## Design and Stability Analysis of a Fuzzy Observer-based Fuzzy Speed Controller for a PM Synchronous Motor

Jin-Woo Jung, Young-Sik Choi, and Dong-Young Yu

### 요 약

본 논문에서는 영구자석 동기전동기(PMSM)의 강인한 속도 제어를 위하여 퍼지 부하 토크관측기와 퍼지 속도제어기를 제안한다. 또한, 퍼지 부하 토크관측기와 퍼지 속도제어기가 존재하기 위한 LMI 조건을 유도하고, 관측기 및 제어기의 이득을 계산한다. 제안된 제어시스템의 안정도가 보장됨을 해석적으로 증명한다. 본 연구에서 제안된 관측기 기반의 퍼지 속도제어기의 성능을 검증하기 위하여, 시뮬레이션 및 실험 결과가 주어졌다. 본 결과를 통하여 제안된 제어 알고리즘은 영구자석 동기전동기의 속도를 정확하게 제어할 수 있음을 검증하였다.

### ABSTRACT

This paper proposes a new fuzzy load torque observer and a fuzzy speed regulator to guarantee a robust speed control of a permanent magnet synchronous motor (PMSM). Also, the LMI conditions are given for the existence of the fuzzy load torque observer and fuzzy speed controller, and the gains of the observer and controller are calculated. The stability of the proposed control system is analytically proven. To validate the effectiveness of the proposed observer-based fuzzy speed controller, the simulation and experimental results are presented. Finally, it is definitely demonstrated that the proposed control algorithm can be used to accurately control the speed of a PM synchronous motor.

**Key Words** : Fuzzy load torque observer, Fuzzy speed controller, PM synchronous motor

## 1. 서 론

영구자석 동기전동기(PMSM)는 고효율, 저소음, 저관성, 강인성 등의 장점 때문에 산업분야에서 속도 및 위치 제어 응용에 많이 사용되고 있다. 그러나 PMSM

은 비선형이고 시스템 파라미터 및 부하 토크 변동에 매우 민감하므로 속도 제어가 쉽지 않다. 그래서 기존의 PID 제어와 같은 선형 제어방식은 비선형인 PMSM 시스템의 제어에 만족스러운 성능을 보장할 수 없다. 그러므로 이러한 문제를 해결하기 위하여 다양한 비선형 제어방식이 제안되었으며, 대부분의 엔지니어들은 비선형 속도제어기와 함께 부하 토크관측기를 사용하여 부하 토크 변동을 억제하기 위한 다양한 설계방식을 제안하였다.<sup>[1]-[5]</sup> 그러나 대부분의 기존방식은 PMSM의 비선형성과 불확실성을 해결하기 위하여 선형관측기와 선형화된 모델을 사용하였으므로, 모

<sup>†</sup>교신저자 : 정회원, 동국대(서울) 전자전기공학부 조교수  
E-mail : jinwojung@dongguk.edu

<sup>\*</sup>학생회원, 동국대 전자전기공학부 석·박사 통합과정

<sup>\*\*</sup>학생회원, 동국대 전자전기공학부 박사과정

접수일자 : 2010. 9. 3                      1차 심사 : 2010. 10. 13

심사완료 : 2010. 10. 19

터 파라미터와 부하 토크 변동 시에는 PMSM의 안정도뿐만 아니라 강인한 제어 성능을 보장할 수 없다. 반면에 Takagi-Sugeno(T-S) 퍼지 모델은 기존의 제어 기법에서는 해결하기 힘든 복잡한 비선형 또는 불확실한 시스템을 성공적으로 제어할 수 있었다.<sup>[6]-[9]</sup>

본 논문에서는 표면 부착형 PMSM의 강인한 속도 제어를 위하여 퍼지 속도제어기를 제안한다. 또한 제안된 퍼지 제어기는 부하 토크의 정보를 필요로 하므로 퍼지 부하 토크관측기를 제안한다. 제안된 퍼지 속도제어기와 퍼지 토크관측기의 해가 존재하기 위한 LMI 조건을 유도하며, 이로부터 제어기 및 관측기의 이득을 계산한다. 본 연구에서는 제안된 퍼지 부하 토크관측기 기반의 퍼지 속도제어기의 안정도를 수학적 해석하여 증명한다. 마지막으로 제안된 제어기의 성능을 검증하기 위하여 다양한 조건하에서 시뮬레이션 및 실험 결과가 주어진다.

## 2. 영구자석 동기전동기 모델링

표면 부착형 영구자석 동기전동기의 동적인 모델은 토크 및 전압방정식으로 부터 아래 식 (1)과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \dot{\theta} &= \omega \\ \dot{\omega} &= k_1 i_{qs} - k_2 \omega - k_3 T_L \\ \dot{i}_{qs} &= -k_4 i_{qs} - k_5 \omega + k_6 V_{qs} - \omega i_{ds} \\ \dot{i}_{ds} &= -k_4 i_{ds} + k_6 V_{ds} + \omega i_{qs} \end{aligned} \quad (1)$$

여기서,

$$\begin{aligned} k_1 &= \frac{3}{2} \frac{1}{J} \frac{p^2}{4} \lambda_m, \quad k_2 = \frac{B}{J}, \quad k_3 = \frac{p}{2J}, \\ k_4 &= \frac{R_s}{L_s}, \quad k_5 = \frac{\lambda_m}{L_s}, \quad k_6 = \frac{1}{L_s}. \end{aligned}$$

$T_L$ : 부하토크,  $\theta$ : 전기적인 회전자 각도,  $\omega$ : 전기적인 회전자 각속도,  $i_{qs}$ :  $q$ 축 전류,  $i_{ds}$ :  $d$ 축 전류,  $V_{qs}$ :  $q$ 축 전압,  $V_{ds}$ :  $d$ 축 전압,  $p$ : 극수,  $R_s$ : 고정자 상 저항,  $L_s$ : 고정자 상 인덕턴스,  $J$ : 회전자 관성,  $B$ : 점성 마찰 계수,  $\lambda_m$ : 영구자석 자속.

식 (1)에서 보는 바와 같이 영구자석 동기전동기는 정확한 속도 제어를 위해서 속도( $\omega$ ) 및 전류( $i_{ds}$ ,  $i_{qs}$ )의 정보뿐만 아니라 부하 토크( $T_L$ )의 정보도 필요함을 알 수 있다. 특히, 속도 제어기가 부하 토크의 변동을 적

절하게 고려하지 않는다면, 시스템의 제어 성능은 현저히 저하될 수 있다. 그러나 부하 토크를 측정하기 위하여 고가의 토크 센서를 사용할 수 없으므로, 대부분의 경우에는 부하 토크관측기를 설계하여 부하 토크를 추정한다.

본 논문에서는 퍼지 속도제어기와 퍼지 부하 토크관측기를 설계하기 위하여 대부분의 논문에서처럼 다음의 가정을 사용한다.

**A1** :  $\theta, i_{ds}, i_{qs}$ 는 측정 가능하다.

**A2** :  $T_L$ 의 정확한 값을 알 수는 없으나,  $\dot{T}_L$ 은 무시할 수 있다. 즉,  $\dot{T}_L=0$ 으로 정할 수 있다.

**A3** : 속도 지령치( $\omega_d$ )는 2차 미분이 가능하다. 그리고  $\omega_d, \dot{\omega}_d, \ddot{\omega}_d$ 는 유한하다.

## 3. 퍼지 속도제어기 설계

T-S 퍼지 모델링 기법을 이용하면, 비선형 속도제어기 설계 시에 식 (1)과 A2에 의해서 4차  $r$ -rule 퍼지 모델로 근사화 할 수 있다.<sup>[6]-[9]</sup> 따라서 T-S 퍼지 모델의  $i$ 번째 시스템 규칙은 다음과 같이 주어진다.

*System Rule i* : IF  $i_s$  is  $F_i$ , THEN

$$\begin{aligned} \dot{\theta} &= \omega \\ \dot{\omega} &= k_1 i_{qs} - k_2 \omega - k_3 T_L \\ \dot{i}_{qs} &= -k_4 i_{qs} - k_5 \omega + k_6 V_{qs} - \omega I_{di} \\ \dot{i}_{ds} &= -k_4 i_{ds} + k_6 V_{ds} + \omega I_{qi} \end{aligned} \quad (2)$$

여기서,  $F_i$  ( $i=1, \dots, r$ ): 퍼지 집합(Fuzzy Set),  $r$ : 퍼지 규칙 수,  $(I_{qi}, I_{di})$ :  $i$ 번째 동작점,  $i_s = [i_{qs}, i_{ds}]^T$ . 각 퍼지 집합  $F_i$ 는  $i$ 번째 *Plant Rule*에 대한 소속 함수  $m_i(i_s)$ 에 의해서 특성화되며,  $i$ 번째 동작점에서는  $(i_{qs}, i_{ds}) = (I_{qi}, I_{di})$ 이다. 그러므로 표준 퍼지추론법을 사용함으로써 다음과 같은 전역적인 비선형 모델을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{\theta} &= \omega \\ \dot{\omega} &= k_1 i_{qs} - k_2 \omega - k_3 T_L \\ \dot{i}_{qs} &= -k_4 i_{qs} - k_5 \omega + k_6 V_{qs} - \sum_{i=1}^r h_i(i_s) \omega I_{di} \\ \dot{i}_{ds} &= -k_4 i_{ds} + k_6 V_{ds} + \sum_{i=1}^r h_i(i_s) \omega I_{qi} \end{aligned} \quad (3)$$

여기서,  $m_i: R^2 \rightarrow [0,1]$ ,  $h_i(i_s) = m_i(i_s) / \sum_{j=1}^r m_j(i_s)$ ,  $h_i(i_s)$ 는 각 IF-THEN 규칙의 정규화 된 가중치를 의미하며, 항상 다음 조건  $\sum_{i=1}^r h_i(i_s) = 1$ ,  $h_i(i_s) \geq 0$ 을 만족한다. 결국 위의 식 (3)은 아래 상태방정식 (4)로 단순화 될 수 있다.

$$\dot{x}_c = \sum_{i=1}^r h_i(i_s) A_{ci} x_c + B_T T_L + B_u u_c \quad (4)$$

여기서,

$$A_{ci} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -k_2 & k_1 & 0 \\ 0 & -k_5 - I_{di} & -k_4 & 0 \\ 0 & I_{qi} & 0 & -k_4 \end{bmatrix}, \quad B_T = \begin{bmatrix} 0 \\ -k_3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$B_u = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ k_6 & 0 \\ 0 & k_6 \end{bmatrix}, \quad x_c = \begin{bmatrix} \theta \\ \omega \\ i_{qs} \\ i_{ds} \end{bmatrix}, \quad u_c = \begin{bmatrix} V_{qs} \\ V_{ds} \end{bmatrix}.$$

A2와 A3에 의해서  $q$ 축 전류의 지령치( $i_{qsd}$ )와 도함수( $\dot{i}_{qsd}$ )는 다음과 같이 정의될 수 있다.

$$i_{qsd} = \frac{1}{k_1} (k_2 \omega_d + \dot{\omega}_d + k_3 T_L), \quad \dot{i}_{qsd} = \frac{1}{k_1} (k_2 \dot{\omega}_d + \ddot{\omega}_d) \quad (5)$$

또한 회전자 각도 오차( $\tilde{\theta}$ ), 속도 오차( $\tilde{\omega}$ )와  $q$ 축 전류 오차( $\tilde{i}_{qs}$ )는 아래와 같이 정의된다.

$$\tilde{\theta} = \theta - \theta_d, \quad \tilde{\omega} = \omega - \omega_d, \quad \tilde{i}_{qs} = i_{qs} - i_{qsd} \quad (6)$$

여기서,  $\theta_d$ : 회전자 각도 지령치.

영구자석 동기전동기의 제어 입력( $V_{qs}, V_{ds}$ )을 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$V_{qs} = \frac{1}{k_6} (u_q + u_{qf}), \quad V_{ds} = \frac{1}{k_6} (u_d + u_{df}) \quad (7)$$

여기서,  $u_q$ 와  $u_d$ : 영구자석 동기전동기의 비선형성을 보상하기 위한 제어 입력,  $u_{qf}$ 와  $u_{df}$ : 오차 동역학을 안정화하기 위한 제어 입력.

식 (3)은 위의 (6)과 (7)을 이용하면 다음의 오차방정식으로 변환된다.

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{\theta}} &= \tilde{\omega} \\ \dot{\tilde{\omega}} &= k_1 \tilde{i}_{qs} - k_2 \tilde{\omega} \\ \dot{\tilde{i}}_{qs} &= -k_4 \tilde{i}_{qs} - k_5 \omega + k_6 V_{qs} - \sum_{i=1}^r h_i \omega I_{di} - \dot{i}_{qsd} \\ \dot{\tilde{i}}_{ds} &= -k_7 \tilde{i}_{ds} + k_8 V_{ds} + \sum_{i=1}^r h_i \omega I_{qi} \end{aligned} \quad (8)$$

T-S 퍼지 모델을 이용한 퍼지 속도제어기는 다음의 선형제어기를 이용하여 국부적인 제어기로 표현할 수 있다.

*Controller Rule i*: IF  $i_s$  is  $F_i$ , THEN

$$u_q = k_4 \tilde{i}_{qs} + k_5 \omega + \omega I_{di} + (k_2 \dot{\omega}_d + \ddot{\omega}_d) / k_1, \quad u_d = k_7 \tilde{i}_{ds} - \omega I_{qi},$$

$$u_{qdf} = K_i x \quad (9)$$

여기서,  $x = [\tilde{\theta}, \tilde{\omega}, \tilde{i}_{qs}, \tilde{i}_{ds}]^T$ ,  $u_{qdf} = [u_{qf}, u_{df}]^T$ ,  $K_i \in R^{2 \times 4}$ : 이득 행렬.

그러므로 전역적인 퍼지 속도제어기는 각각의 국부적인 제어기의 가중평균에 의해서 아래 (10)과 같이 표현된다.

$$u_q = k_4 \tilde{i}_{qs} + k_5 \omega + \sum_{i=1}^r h_i(i_s) \omega I_{di} + (k_2 \dot{\omega}_d + \ddot{\omega}_d) / k_1, \quad (10)$$

$$u_d = k_7 \tilde{i}_{ds} - \sum_{i=1}^r h_i(i_s) \omega I_{qi}, \quad u_{qdf} = \sum_{i=1}^r h_i(i_s) K_i x$$

결국 폐회로 제어시스템의 오차방정식 (8)은 (10)에 의해서 아래 상태방정식 (11)로 단순화 될 수 있다.

$$\dot{x} = \sum_{i=1}^r h_i(i_s) (A + BK_i) x \quad (11)$$

$$\text{여기서, } A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -k_2 & k_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

이제 퍼지 속도제어기의 이득( $K_i$ )을 계산하기 위하여 다음의 LMI 조건을 고려하자.

$$X > 0, \quad (A + \alpha I)X + X(A + \alpha I)^T + BY_i + Y_i^T B^T < 0, \quad \forall i \quad (12)$$

여기서,  $X \in R^{4 \times 4}$ ,  $Y_i \in R^{2 \times 4}$ 은 결정 변수들이며,

$\alpha \geq 0$ 이다. LMI (12)의 해  $(X, Y_i)$ 는 Matlab의 LMI Toolbox를 이용하여 쉽게 얻어진다. 속도제어기의 이득( $K_i$ )은 해  $(X, Y_i)$ 를 이용하여 다음 공식에 의해 계산된다.

$$K_i = Y_i X^{-1} \quad (13)$$

만약에 식 (12)를 만족하는 해  $(X, Y_i)$ 가 존재한다면, 아래 식 (14)를 만족시키는  $Q_c$ 가 존재함에 유의해야 한다.<sup>[10]</sup>

$$PA + A^T P + PBK_i + K_i^T B^T P \leq -Q_c < 0, \forall i \quad (14)$$

여기서,  $P = X^{-1}$ . Lyapunov 함수를  $V_c(x) = x^T P x$ 으로 정의하면,  $\dot{V}_c$ 는 아래와 같이 주어진다.

$$\dot{V}_c(x) = \frac{d}{dt} x^T X^{-1} x = 2x^T \sum_{i=1}^r h_i(i_s) X^{-1} [A + BK_i] x \leq -2\alpha x^T P x \leq 0 \quad (15)$$

따라서 식 (11)에서 주어진 오차( $x$ )는 최소 감쇠율( $\alpha$ )을 가지고 지속적으로 0에 수렴하므로 식 (12)의 LMI 조건을 만족하는 제어기는 안정함을 알 수 있다.<sup>[6], [10]</sup>

#### 4. 부하 토크관측기 설계

부하 토크 변동 시에 속도제어기가 부하 토크의 변동을 적절하게 고려하지 않는다면, 영구자석 동기전동기의 제어 성능은 현저하게 저하될 수 있다. 그리고 제안된 퍼지 속도제어기 (10)은 부하 토크 변동의 영향을 억제하기 위하여 토크의 정보를 필수로 하므로, 본 논문에서는 3차 퍼지 부하 토크관측기를 사용하여 미지의 부하 토크를 추정한다.

퍼지 토크관측기를 설계하기 위하여 (3)과 A2로부터 아래의 상태방정식을 유도할 수 있다.

$$\dot{x}_o = \sum_{i=1}^r h_i(i_s) A_{oi} x_o + u_o \quad (16)$$

여기서,

$$A_{oi} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -k_3 & -k_2 & k_1 \\ 0 & -I_{di} - k_5 & -k_4 \end{bmatrix}, x_o = \begin{bmatrix} T_L \\ \omega \\ i_{qs} \end{bmatrix}, u_o = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ k_6 V_{qs} \end{bmatrix}.$$

T-S 퍼지 모델을 이용한 부하 토크관측기는 다음의 선형관측기를 이용하여 국부적인 관측기를 표현할 수 있다.

*Observer Rule i* : IF  $i_s$  is  $F_i$  THEN

$$\dot{\hat{x}}_o = A_{oi} \hat{x}_o + L_i (y_o - C_o \hat{x}_o) + u_o, \quad \hat{T}_L = C_T \hat{x}_o \quad (17)$$

여기서,  $L_i \in R^{3 \times 2}$ 은 관측기 이득 행렬이며  $\hat{x}_o = [\hat{T}_L, \hat{\omega}, \hat{i}_{qs}]^T$ 는  $x_o$ 의 추정치이다. 그리고  $y_o = C_o x_o$ ,  $C_o = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ ,  $C_T = [1, 0, 0]$ .

그러므로 전역적인 비선형 퍼지관측기는 각각의 국부적인 관측기의 가중평균에 의해서 다음과 같이 표현된다.

$$\dot{\hat{x}}_o = \sum_{i=1}^r h_i(i_s) ([A_{oi} - L_i C_o] \hat{x}_o + L_i y_o) + u_o, \quad \hat{T}_L = C_T \hat{x}_o \quad (18)$$

따라서 식 (16)과 (18)에 의해서 다음의 오차방정식이 주어진다.

$$\dot{\bar{x}}_o = \sum_{i=1}^r h_i(i_s) [A_{oi} - L_i C_o] \bar{x}_o \quad (19)$$

여기서,  $\bar{x}_o = x_o - \hat{x}_o = [\bar{T}_L \quad \bar{\omega} \quad \bar{i}_{qs}]^T$ .

퍼지 부하 토크관측기의 이득을 계산하기 위하여 다음의 LMI 조건을 고려하자.

$$P_o > 0, P_o (A_{oi} + \alpha I) + (A_{oi} + \alpha I)^T P_o - Y_{oi} C_o - C_o^T Y_{oi}^T < 0, \forall i \quad (20)$$

여기서,  $P_o \in R^{3 \times 3}$ ,  $Y_{oi} \in R^{3 \times 2}$ 은 결정 변수들이며, LMI (20)의 해  $(P_o, Y_{oi})$ 는 Matlab의 LMI Toolbox를 이용하여 쉽게 얻을 수 있다. 부하 토크관측기의 이득( $L_i$ )은 해  $(P_o, Y_{oi})$ 를 이용하여 아래 (21)에 의해 계산된다.

$$L_i = P_o^{-1} Y_{oi} \quad (21)$$

만약에 식 (20)을 만족하는 해  $(P_o, Y_{oi})$ 가 존재한다

면, 아래 식을 만족시키는  $Q_o$ 가 존재함에 유의해야 한다.

$$P_o > 0, P_o A_{oi} + A_{oi}^T P_o - Y_{oi} C_o - C_o^T Y_{oi}^T \leq -Q_o < 0, \forall i \quad (22)$$

Lyapunov 함수를  $V_o(\bar{x}_o) = \bar{x}_o^T P_o \bar{x}_o$ 으로 정의를 하면,  $\dot{V}_o$ 는 아래와 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} \dot{V}_o(\bar{x}_o) &= \frac{d}{dt} \bar{x}_o^T P_o \bar{x}_o \\ &= 2\bar{x}_o^T \sum_{i=1}^r h_i(i_s) P_o [A_{oi} - L_i C_o] \bar{x}_o \\ &= 2\bar{x}_o^T \sum_{i=1}^r h_i(i_s) [P_o A_{oi} - Y_{oi} C_o] \bar{x}_o \\ &\leq -2\alpha \bar{x}_o^T P_o \bar{x}_o \leq 0 \end{aligned} \quad (23)$$

따라서 식 (19)에서 주어진 오차( $\bar{x}_o$ )는 최소 감쇠율 ( $\alpha$ )을 가지고 지수적으로 0에 수렴하므로 식 (20)의 LMI 조건을 만족하는 관측기는 안정함을 알 수 있다. [6], [10]

## 5. 확대 제어시스템의 안정도 해석

본 장에서는 제안된 퍼지 부하 토크관측기와 퍼지 속도제어기를 포함하는 전체 폐회로 시스템이 안정함을 보인다. 확대된 제어시스템(Augmented Control System)이 지수적으로 안정하고, 토크관측기와 속도제어기가 독립적으로 설계될 수 있음을 다음의 정리 1을 통해 알 수 있다.

**정리 1 :** LMI (12)와 (20)을 만족시키는 해 ( $X, Y_i$ ), ( $P_o, Y_{oi}$ )가 각각 존재하며 관측기 기반의 제어 입력을 아래와 같이 가정하자.

$$u_q = k_4 \dot{i}_{qs} + k_5 \omega + \sum_{i=1}^r h_i(i_s) \omega I_{di} + (k_2 \dot{\omega}_d + \ddot{\omega}_d) / k_1, \quad (24)$$

$$u_d = k_7 \dot{i}_{ds} - \sum_{i=1}^r h_i(i_s) \omega I_{qi}, \quad u_{qdf} = \sum_{i=1}^r h_i(i_s) K_i \bar{x}$$

여기서,  $\bar{x} = [\tilde{\theta}, \tilde{\omega}, \bar{i}_{qs}, \dot{i}_{ds}]^T$ ,  $\bar{i}_{qs} = i_{qs} - \hat{i}_{qs}$ ,  $\hat{i}_{qs} = \frac{1}{k_1} (k_2 \omega_d + \dot{\omega}_d + k_3 \hat{T}_L)$ . 또한  $\hat{T}_L$ 은 추정된 부하 토

크이다. 그러면 오차( $\bar{x}_o, x$ )는 지수적으로 0에 수렴한다.

**증명 :** 조건  $(i_{qsd} - \hat{i}_{qsd}) = \frac{k_3}{k_1} (T_L - \hat{T}_L)$ 이 만족하므로,  $\bar{i}_{qs} = \tilde{i}_{qs} + (i_{qsd} - \hat{i}_{qsd}) = \tilde{i}_{qs} + \frac{k_3}{k_1} (T_L - \hat{T}_L)$ 이 성립하고 결국  $\bar{x}$ 는 다음처럼 표현할 수 있다.

$$\bar{x} = x + E \bar{x}_o \quad (25)$$

$$\text{여기서, } E = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ k_3/k_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

지금 Lyapunov 함수를  $V(\bar{x}_o, x) = \zeta \bar{x}_o^T P_o \bar{x}_o + x^T P x$ 로 정의하자. 여기서,  $\zeta$ 는 충분히 큰 값이며,  $P$ 와  $P_o$ 는 (12)와 (20)을 만족한다. 그러므로  $V$ 의 시간에 대한 도함수  $\dot{V}$ 는 다음의 (26)과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} \dot{V}(\bar{x}_o, x) &= 2\zeta \sum_{i=1}^r h_i(i_{ds}) \bar{x}_o^T (P_o A_{oi} - P_o L_i C_o) \bar{x}_o \\ &\quad + \sum_{i=1}^r h_i(i_{ds}) x^T [PA + A^T P + PBK_i + K_i^T B^T P] x \\ &\quad + 2 \sum_{i=1}^r h_i(i_{ds}) x^T PBK_i E \bar{x}_o \\ &\leq -\zeta \lambda_{\min}(Q_o) \|\bar{x}_o\|^2 + 2\eta \|\bar{x}_o\| \cdot \|x\| - \lambda_{\min}(Q_c) \|x\|^2 \end{aligned} \quad (26)$$

여기서,  $\eta = \sum_{i=1}^r \|PBK_i E\|$ . 만약에  $\zeta$ 가  $\zeta > \eta^2 / [\lambda_{\min}(Q_o) \cdot \lambda_{\min}(Q_c)]$ 을 보장할 만큼 충분히 크다면,  $\dot{V} < 0$ ,  $\forall (\bar{x}_o, x) \neq 0$ 이다. 따라서  $(\bar{x}_o, x)$ 는 지수적으로 안정함이 증명된다.

## 6. 실험 결과

본 장에서는 제안된 퍼지 속도제어기와 퍼지 부하 토크관측기의 성능을 검증하기 위하여 시뮬레이션 및 실험 결과가 주어진다. 본 연구에서 사용된 표면 부착형 영구자석 동기전동기의 파라미터는 표 1과 같다.

표 1 영구자석 동기전동기의 파라미터  
Table 1 PMSM parameters

|                        |  |
|------------------------|--|
| 극수( $p$ )              | 12   |
| 고정자 저항( $R_s$ )        | 0.99[ $\Omega$ ]                           |
| 고정자 인덕턴스( $L_s$ )      | 5.82[mH]                                   |
| 영구자석 자속( $\lambda_m$ ) | $7.91 \times 10^{-2}$ [V·sec/rad]          |
| 등가 관성( $J$ )           | $1.21 \times 10^{-3}$ [kg·m <sup>2</sup> ] |
| 점성 마찰 계수( $B$ )        | $0.3 \times 10^{-3}$ [N·m·sec/rad]         |
| 부하 토크( $T_L$ )         | 1[N·m]                                     |

최소 감쇠율( $\alpha=300$ )을 보장하는 퍼지 토크관측기와 퍼지 속도제어기를 각각 설계하고자 한다. 이를 위하여 다음의 2-rule 퍼지 모델을 사용하였다.

*Plant Rule 1* : IF  $(i_{qs}, i_{ds})$  is  $(I_{q1}, I_{d1})$ , THEN

$$\begin{aligned}\dot{\theta} &= \omega \\ \dot{\omega} &= k_1 i_{qs} - k_2 \omega - k_3 T_L \\ \dot{i}_{qs} &= -k_4 i_{qs} - k_5 \omega + k_6 V_{qs} - \omega I_{d1} \\ \dot{i}_{ds} &= -k_4 i_{ds} + k_6 V_{ds} + \omega I_{q1}\end{aligned}$$

*Plant Rule 2* : IF  $(i_{qs}, i_{ds})$  is  $(I_{q2}, I_{d2})$ , THEN

$$\begin{aligned}\dot{\theta} &= \omega \\ \dot{\omega} &= k_1 i_{qs} - k_2 \omega - k_3 T_L \\ \dot{i}_{qs} &= -k_4 i_{qs} - k_5 \omega + k_6 V_{qs} - \omega I_{d2} \\ \dot{i}_{ds} &= -k_4 i_{ds} + k_6 V_{ds} + \omega I_{q2}\end{aligned}$$

즉 다음의 모델을 사용하였다.

$$\dot{x}_c = [h_1(i_s)A_{c1} + h_2(i_s)A_{c2}]x_c + B_T T_L + B_u u_c$$

본 논문에서는 다음과 같은 정규화 된 소속 함수를 사용하였다.

$$\begin{aligned}h_1(i_{qs}, i_{ds}) &= \frac{m_1(i_{qs}, i_{ds})}{m_1(i_{qs}, i_{ds}) + m_2(i_{qs}, i_{ds})} \\ &= \frac{e^{-\mu_q(i_{qs} - I_{q1})^2 - \mu_d(i_{ds} - I_{d1})^2}}{e^{-\mu_q(i_{qs} - I_{q1})^2 - \mu_d(i_{ds} - I_{d1})^2} + e^{-\mu_q(i_{qs} - I_{q2})^2 - \mu_d(i_{ds} - I_{d2})^2}}\end{aligned} \quad (27)$$

$$h_2(i_{qs}, i_{ds}) = 1 - h_1(i_{qs}, i_{ds})$$

여기서,  $\mu_q, \mu_d > 0$ ,  $I_{q1} = -I_{q2} = I_{q0}$ ,  $I_{d1} = -I_{d2} = I_{d0}$ ,  $I_{q0}, I_{d0} > 0$ .

식 (27)에서 보여준 소속 함수를 위한 변수는  $I_{q0} = 4$ ,  $I_{d0} = 2$ ,  $\mu_q = 3.13 \times 10^{-2}$ ,  $\mu_d = 1.25 \times 10^{-1}$ 으로 선정되었다. 따라서 4장의 결과를 참조하여 식 (20)을 풀면 다음과 같은 해를 구할 수 있다.

$$P_o = \begin{bmatrix} 0.0095 & 0.0012 & -0.0003 \\ 0.0012 & 0.0011 & 0.0 \\ -0.0003 & 0.0 & 0.0008 \end{bmatrix},$$

$$Y_{o1} = \begin{bmatrix} -5.9527 & 4.5125 \\ 3.8527 & 2.0924 \\ 1.4741 & 3.1188 \end{bmatrix}, \quad Y_{o2} = \begin{bmatrix} -5.9538 & 4.5106 \\ 3.8538 & 2.0944 \\ 1.4760 & 3.1194 \end{bmatrix}.$$

위에서 얻어진 해는 식 (21)에 의해서 다음의 부하 토크관측기 이득( $L_1, L_2$ )을 계산할 수 있다.

$$\begin{aligned}L_1 &= 10^3 \times \begin{bmatrix} -1.1897 & 0.4444 \\ 4.8454 & 1.4674 \\ 1.4674 & 4.2998 \end{bmatrix}, \\ L_2 &= 10^3 \times \begin{bmatrix} -1.1899 & 0.4440 \\ 4.8467 & 1.4698 \\ 1.4698 & 4.3003 \end{bmatrix}\end{aligned}$$

다음으로 퍼지 속도제어기를 설계하기 위하여, 3장의 결과를 참조하여 식 (12)를 풀면 다음과 같은 해를 구할 수 있다.

$$\begin{aligned}X &= 10^7 \times \begin{bmatrix} 0.0 & -0.0061 & 0.0003 & 0.0 \\ -0.0061 & 2.4883 & -0.2121 & 0.0 \\ 0.0003 & -0.2121 & 0.0363 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0054 \end{bmatrix}, \\ Y_1 &= 10^8 \times \begin{bmatrix} 0.0231 & -0.7481 & -2.1624 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1.0805 \end{bmatrix}, \\ Y_2 &= 10^8 \times \begin{bmatrix} 0.0207 & 0.1144 & -2.1992 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1.0805 \end{bmatrix}\end{aligned}$$

위에서 얻어진 해는 식 (13)에 의해서 다음의 제어기 이득( $K_1, K_2$ )을 계산할 수 있다.

$$\begin{aligned}K_1 &= 10^3 \times \begin{bmatrix} 0.0010 & -0.1071 & -1.2208 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2.0000 \end{bmatrix}, \\ K_2 &= 10^3 \times \begin{bmatrix} 0.0010 & -0.1019 & -1.2007 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2.0000 \end{bmatrix}\end{aligned}$$

그림 1은 제안된 퍼지 속도제어기와 퍼지 3차 부하

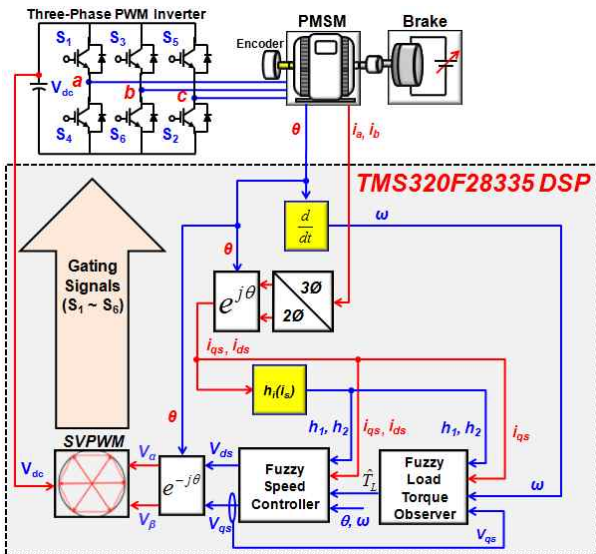


그림 1 제안된 퍼지 속도제어기와 부하 토크관측기를 갖는 제어시스템의 전반적인 블록 다이어그램  
 Fig. 1 Overall block diagram of the control system with the proposed fuzzy speed controller and load torque observer

토크관측기를 갖는 제어시스템의 성능을 검증하기 위한 전반적인 블록 다이어그램을 보여준다. 그림 1에서 보는 바와 같이 구동시스템은 PMSM, 증가형 엔코더, 부하 토크를 위한 브레이크, TI TMS320F28335 DSP, 그리고 3상 PWM 인버터를 구성하고 있다. 또한 본 논문에서는 스위칭 손실과 전류 리플을 고려하여 5[kHz]의 스위칭 주파수가 선정되었으며, 또한 공간전압 벡터 PWM 방식이 사용되었다.

제안된 제어 알고리즘은 크게 2 가지 조건하에서 Matlab/Simulink로 구현되었다. 즉, 첫 번째는 파라미터 무변동시의 속도 응답, 그리고 두 번째는 일부 파라미터( $R_s, L_s, J, T_L$ )의 125% 변동시의 속도 응답을 보여준다. 이때 속도 지령치( $\omega_d$ )는 125.66[rad/sec]에서 251.33[rad/sec]로 증가 한 후, 다시 125.66[rad/sec]로 감소하며, 이때 부하 토크( $T_L$ )는 1[N·m]로 일정하다.

그림 2는 전동기 파라미터 무변동시의 속도 변화에 대한 시뮬레이션 결과를 보여주고 있다. 또한 그림 3은 제안한 토크 관측기의 강인성을 검증하기 위하여 전동기 일부 파라미터( $R_s, L_s, J, T_L$ )의 값이 모델링 오차와 온도 변화 등에 따라서 125% 변동시의 속도 변화에 대한 시뮬레이션 결과를 보여준다.

그림 4는 그림 2와 같은 조건, 즉 파라미터 무변동시의 실험결과를 보여준다. 그림 5는 그림 3과 같은

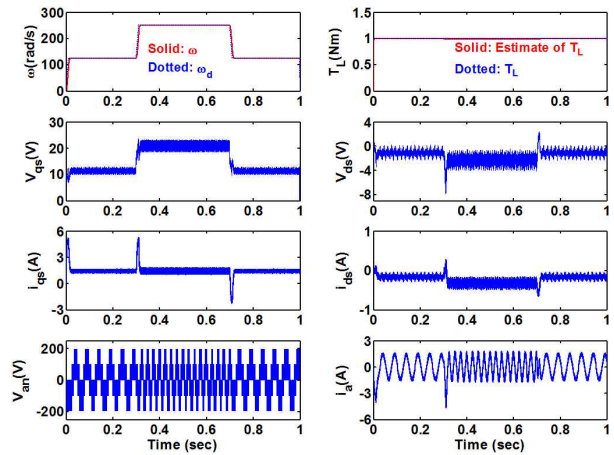


그림 2 파라미터 무변동시의 속도 변화에 대한 시뮬레이션 결과  
 Fig. 2 Simulation results about the speed change under nominal parameters

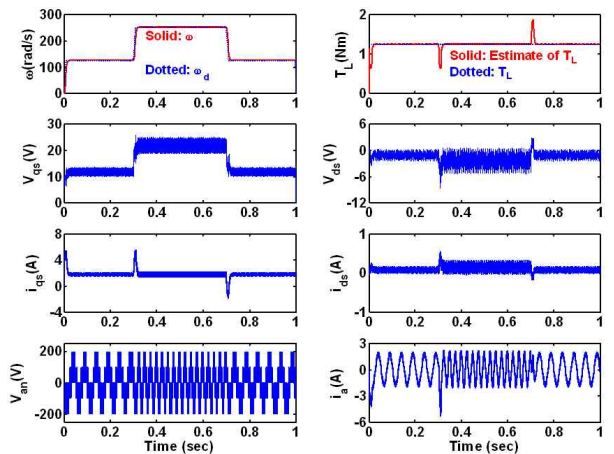
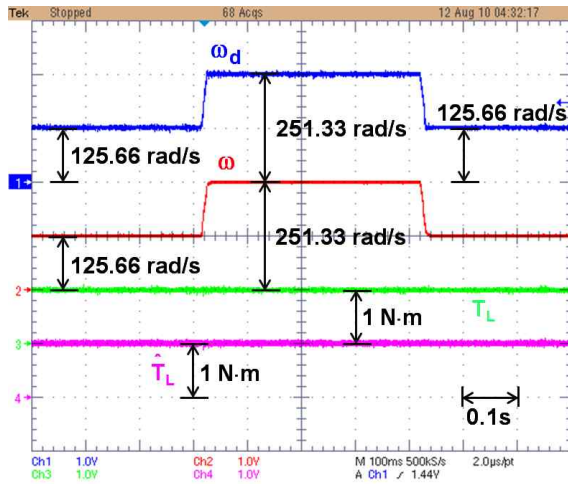
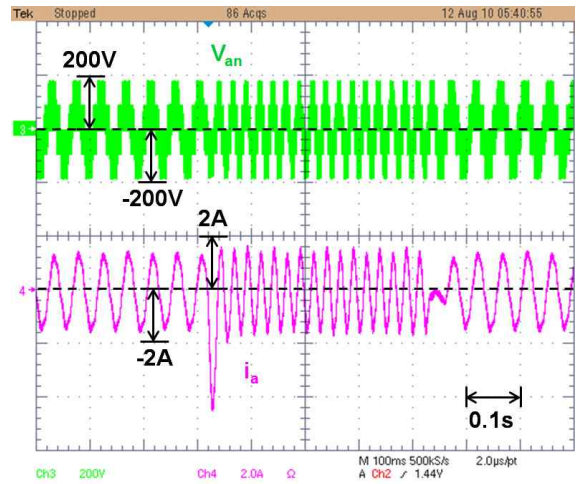


그림 3 일부 파라미터( $R_s, L_s, J, T_L$ )의 125% 변동시의 속도 변화에 대한 시뮬레이션 결과  
 Fig. 3 Simulation results about the speed change under 125% variations of some parameters ( $R_s, L_s, J, T_L$ )

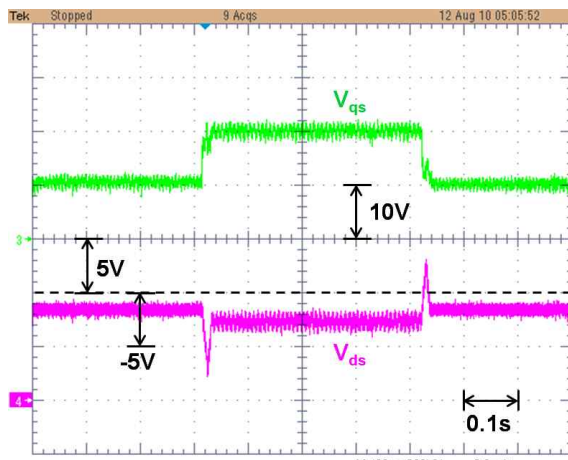
조건인 일부 파라미터( $R_s, L_s, J, T_L$ )의 125% 변동시의 실험결과를 보여준다. 그림 2 ~ 5는 속도 지령치( $\omega_d$ ), 속도 측정치( $\omega$ ), 부하 토크( $T_L$ ), 부하 토크 추정치( $\hat{T}_L$ ), 제어 입력전압( $V_{qs}, V_{ds}$ ), dq축 전류( $i_{qs}, i_{ds}$ ), 모터 상전압( $V_{an}$ ) 및 상전류( $i_a$ )를 보여준다. 위에서 보여준 시뮬레이션 및 실험 결과로부터 본 논문에서 제안된 퍼지 속도제어기와 부하 토크 관측기는 모터 파라미터 및 부하 토크 변동 시에도 영구자석 동기전동기의 속도를 정확히 제어함을 확인하였다.



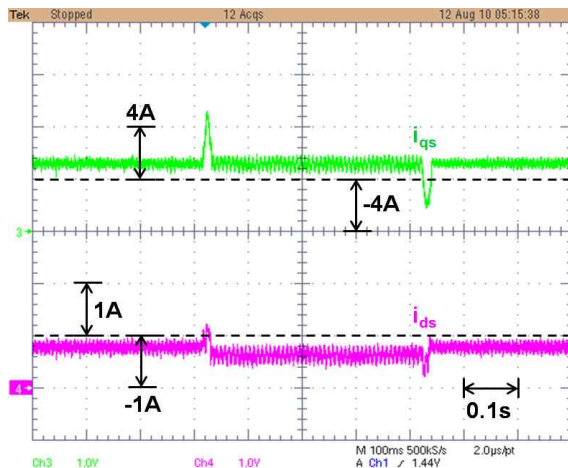
(a) 속도( $\omega_d$ ,  $\omega$ ) 및 부하 토크( $T_L$ ,  $\hat{T}_L$ )



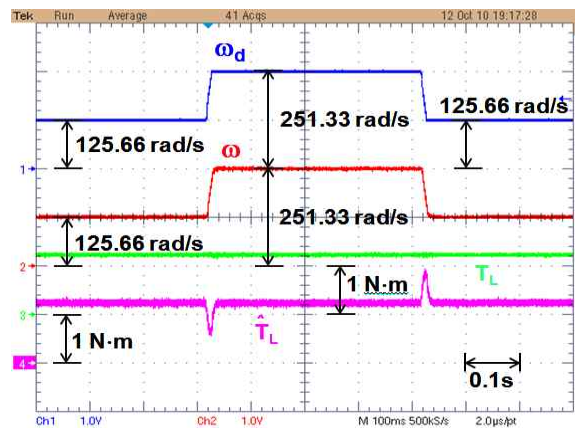
(d) 상전압( $V_{an}$ ) 및 상전류( $i_a$ )



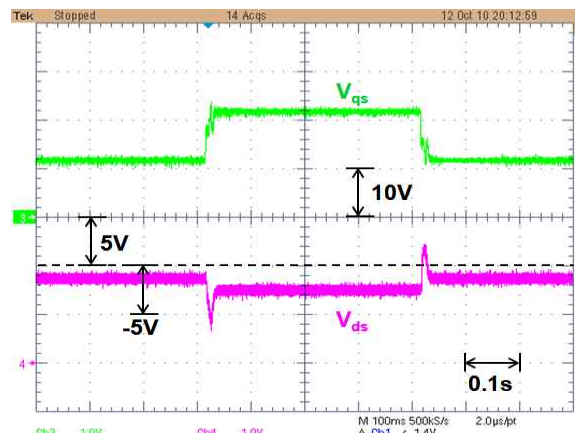
(b) dq축 제어 입력( $V_{qs}$ ,  $V_{ds}$ )



(c) dq축 전류( $i_{qs}$ ,  $i_{ds}$ )



(a) 속도( $\omega_d$ ,  $\omega$ ) 및 부하 토크( $T_L$ ,  $\hat{T}_L$ )

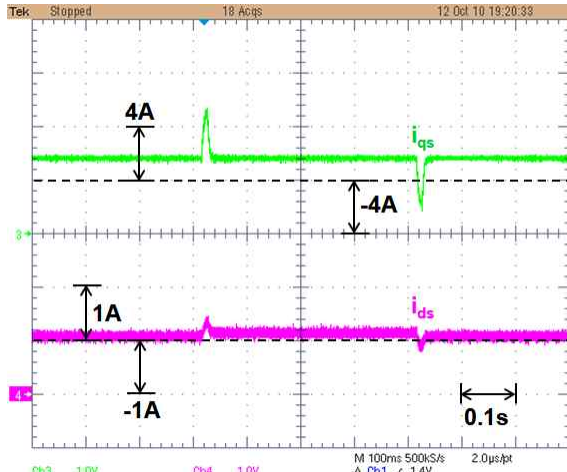


(b) dq축 제어 입력( $V_{qs}$ ,  $V_{ds}$ )

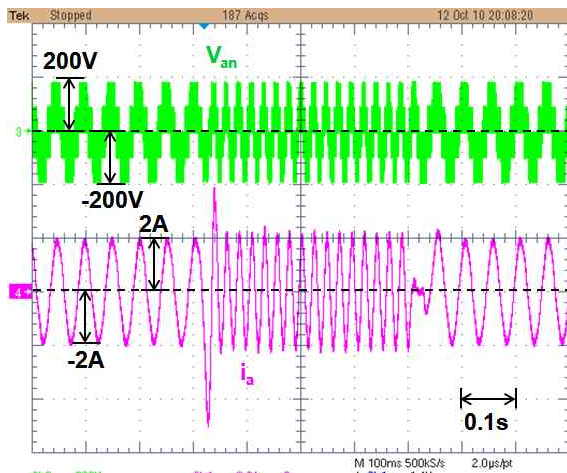
그림 4 파라미터 무변동시의 제한한 제어방식에 대한 실험 결과

Fig. 4 Experimental results of the proposed control method under nominal parameters





(c) dq축 전류( $i_{qs}$ ,  $i_{ds}$ )



(d) 상전압( $V_{an}$ ) 및 상전류( $i_a$ )

그림 5 일부 파라미터( $R_s$ ,  $L_s$ ,  $J$ ,  $T_L$ )의 125% 변동시의 제안한 제어방식에 대한 실험 결과

Fig. 5 Experimental results of the proposed control method under 125% variations of some parameters ( $R_s$ ,  $L_s$ ,  $J$ ,  $T_L$ )

## 7. 결론

본 논문에서는 PMSM의 정확한 속도제어를 위한 퍼지 부하 토크관측기와 퍼지 속도제어기를 제안하였다. 또한 전체 퍼지 제어시스템의 안정성을 수학적으로 증명하였다. 본 연구에서 제안된 알고리즘의 성능을 검증하기 위하여 시뮬레이션 및 실험결과를 제시하였다. 결과로부터 제안된 퍼지 토크관측기 기반의 퍼지 속도제어기는 PMSM의 속도를 강인하게 제어할 수 있음을 확인하였다.

이 논문은 2010년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 기초연구사업임(2010-0009577)

## 참고 문헌

- [1] K. B. Lee and F. Blaabjerg, "Robust and stable disturbance observer of servo system for low-speed operation", *IEEE Trans. Industry Applications*, Vol. 43, No. 3, pp. 627-635, 2007.
- [2] S. H. Choi, J. S. Ko, I. D. Kim, J. S., Park, and S. C. Hong, "Precise position control using a PMSM with a disturbance observer containing a system parameter compensator", in *IEE Proc. Electr. Power Appl.*, Vol. 152, No. 6, pp. 1573-1577, 2005.
- [3] K. H. Kim and M. J. Youn, "A nonlinear speed control for a PM synchronous motor using a simple disturbance estimation technique", *IEEE Trans. Ind. Electron.*, Vol. 49, No. 3, pp. 524-535, 2002.
- [4] Y. Zhang, C. M. Akujubi, W. H. Ali, C. L. Tolliver, and L. S. Shieh, "Load disturbance resistance speed controller design for PMSM", *IEEE Trans. Ind. Electron.*, Vol. 53, No. 4, pp. 1198-1208, 2006.
- [5] G. Zhu, L. A. Dessaint, O. Akhrif, and A. Kaddouri, "Speed tracking control of a permanent magnet synchronous motor with state and load torque observer", *IEEE Trans. Ind. Electron.*, Vol. 47, No. 2, pp. 345-355, 2000.
- [6] H. H. Choi, "LMI-based nonlinear fuzzy observer-controller design for uncertain MIMO nonlinear systems", *IEEE Trans. Fuzzy Systems*, Vol. 15, No. 5, pp. 956-971, 2007.
- [7] T. A. Johansen, R. Shorten, and R. Murray-Smith, "On the interpretation and identification of dynamic Takagi-Sugeno fuzzy models", *IEEE Trans. Fuzzy Systems*, Vol. 8, No. 3, pp. 297-313, 2000.
- [8] M. C. M. Teixeira and S. H. Zak, "Stabilizing controller design for uncertain nonlinear systems using fuzzy models", *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, Vol. 7, No. 2, pp. 133-142, 1999.
- [9] T. Takagi and M. Sugeno, "Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control", *IEEE Trans. Syst., Man, Cybern.*, Vol. 15, No. 1, pp. 116-132, 1985.
- [10] S. Boyd, L. El Ghaoui, E. Feron, and V. Balakrishnan, "Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory", SIAM, Philadelphia, PA, 1994.

저 자 소 개



**정진우(鄭鎭佑)**

1969년 1월 11일생. 1991년 2월 한양대 전기공학과 졸업. 1997년 2월 동 대학원 전기공학과 졸업(석사). 2005년 6월 The Ohio State Univ. 대학원 전기공학과 졸업(공박). 1997년~2000년 LG전자 Digital Appliance 연구소 연구원. 2005년~2008년 삼성SDI 중앙연구소/PDP개발팀 책임연구원. 2008년~현재 동국대(서울캠퍼스) 전자전기공학부 조교수. 당 학회 국문지 편집위원.



**최영식(崔永植)**

1982년 3월 3일생. 2009년 8월 동국대 전기공학과 졸업. 2009년~현재 동 대학원 전자전기공학부 석·박사통합과정.



**유동녕(劉炯寧)**

1969년 8월 18일생. 1991년 2월 한양대 전기공학과 졸업. 1993년 2월 동 대학원 전기공학과 졸업(석사). 1993년~2008년 삼성전기 전자부품개발팀 수석연구원. 2008년~2010년 한국IBM Energy&Utility 부문 컨설턴트. 2009년~현재 동국대 대학원 전자전기공학부 박사과정.