대한수학교육학회지 수학교육학연구 제 21 권 제 1 호
Journal of Educational Research in Mathematics
Vol. 21, No. 1, 1-16. Feb 2011

자연수의 나눗셈 지도에 대한 고찰
- 2007 개정 교육과정의 초등수학 교과서와 지도서를 중심으로 -

강 문 봉*

이 연구는 개정 교육과정에 근거한 초등학교 수학 교과서와 지도서의 자연수 나눗셈 영역에 대한 고찰이다. 교과서와 지도서는 수학을 지도하기 위한 가장 중요한 문서이다. 또한, 장차 초등학교에서 수학을 가르치려는 예비교사들이 교과서와 지도서를 바탕으로 학습하기 때문에 이들에게도 매우 중요한 문건이다. 그러므로 교과서나 지도서에 문제가 없어야 한다. 그러나 자연수 나눗셈과 관련하여 개정 교과서와 지도서에 몇 가지 오류와 개선해야 할 점들이 나타났다. 이 연구에서는 그런 사항들에 대해 논하고 개선점을 제안하였다.

Ⅰ. 서론

1997년부터 시행된 7차 교육과정에 의한 교과서가 개발되어 사용되다가, 2007년에 교육과정이 새롭게 수정되어 2010년 현재 그에 따른 새 교과서가 개발, 사용되고 있다.[1] 2010년 현재 1학년부터 4학년까지는 개정된 새 교과서가 사용되고 있고, 5학년과 6학년은 7차 교과서가 사용되고 있으며 2011년 3월부터 초등학교 전체가 개정된 교과서를 사용할 예정이다. 개정 교육과정의 가장 특징적인 변화는 7차 교육과정이 단계형 수준별 교육과정을 표방하였던 데 비해 개정 교육과정에서는 단계형을 포기하였다는 점이다. 그리고 그 과정에서 일부 내용의 변화가 있었지만 그 변화가 그리 크지는 않은 것으로 보인다.

개정된 교육과정에 따른 새 교과서와 교사용 지도서는 새로운 변화를 시도하기도 하고 과거의 오류나 부족한 부분을 수정·보완하며, 학생들이 이해하기 어려운 부분을 좀 더 쉽고 간편하게 다루려고 하는 등 긍정적인 측면들이 많이 있다고 생각한다. 그러나 교과서의 표현이 오해를 일으킬 수 있는 부분도 있으며, '소수 첫째 자리'와 '영점일의 자리'와 같이 동일한 대상에 대해 서로 다른 용어를 사용하거나, 교사용 지도서에서 설명이 잘못된 곳이 여러 군데 있다.

초등학교 교과서는 전국의 모든 학생들이 사용하고 있을 뿐만 아니라 이 교과서로 배운 학생들이 성인이 되었을 때까지도 그 영향을 미치는 것이기 때문에, 내용 설명에 매우 신중해야 하며 특히 국어사전에 실려 있지 않은 새로운 용어는 사용하지 않는 것이 바람직하다. 또한, 교과서와 지도서의 오류는 초등학교 현장에서 학생들을 지도하는 데 많은 혼란과 중대한 문제점을 야기할 뿐만 아니라, 교과서와 지도서를 중심으로 공부하는 예비교사들에게도

* 경인교육대학교, mbkang@ginue.ac.kr

1) 새로 개정된 교육과정은 8차 교육과정으로 불리지 않고 '2007 개정' 교육과정으로 불리고 있다. 혼동스러운 표현이기는 하지만 이 연구에서는 그런 표현을 받아들여 이하에서는 '개정 교육과정'이라고 말하며, 개정 교육과정에 따라 개발된 교과서를 '개정 교과서'라고 부를 것이다.

많은 혼란을 야기하며, 동시에 그러한 지도서를 공부한 예비 교사들이 나중에 초등학생들을 지도할 때 수학의 교수-학습에 부정적인 영향을 미칠 가능성이 매우 높다고 할 수 있다. 그러므로 교과서와 지도서가 어떤 오류를 가지고 있는지를 분석하고 이를 개선하는 일은 매우 시급한 일이 아닐 수 없다.

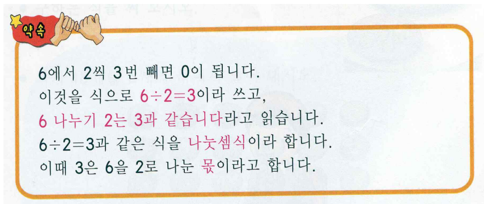
이 연구에서는 개정 교과서와 지도서의 내용 중에서 특히 자연수 나눗셈과 관련하여 고찰하려고 한다. 이미 7차 수학과 교과서에서 자연수의 나눗셈 알고리즘을 지도하는 데 중대한 오류가 존재하고 있었다. 새로운 교과서에서는 이 부분에서 대폭적인 변화가 일어났다. 그러나 여전히 기존의 문제를 충분하게 해결하지는 못한 것으로 보인다. 따라서 이 연구에서는 개정 교과서의 자연수 나눗셈 부분에서 제기될 수 있는 여러 문제들을 분석하고 그 개선점을 제안하려고 한다.

II. 교과서 및 지도서와 관련하여 제기될 수 있는 문제

개정 교과서와 지도서의 자연수 나눗셈 영역에서 제기될 수 있는 문제점은 ① 나눗셈의 의미에 관한 문제, ② 나눗셈 알고리즘 지도의 문제, ③ 나머지가 있는 나눗셈 지도의 문제, ④ 용어의 문제, 그리고 ⑤ 교과서 내용 전개 방식 등으로 크게 구별할 수 있다. 이하에서는 이런 문제에 대해 분석해 본다.

1. 나눗셈의 의미에 관한 문제

자연수 나눗셈의 의미는 일반적으로 등분제와 포함제로 이해된다(강문봉 외, 1999, p.312; 이용률, 2010, pp.109-111, Wingate, 1629, p.38; De Morgan, 1850, p.34). 교과서와 지도서에서도 자연수의 나눗셈은 등분제와 포함제로 지도되고 있으며, 이 두 가지 상황은 완전히 별개로 다루어지고 있다.[2] 3학년 1학기 교과서에서 "영주는 친구들과 함께 노인정에 가기로 하였습니다. 영주는 사과 6개를 한 봉지에 2개씩 담아서 할머니, 할아버지들께 드릴 선물을 준비합니다."라는 포함제 상황과 이에 관련된 활동을 제시하고 나서 자연수의 나눗셈을 다음 [그림 Ⅱ-1]과 같이 정의하고 있다.

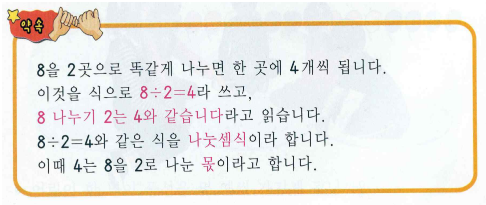


[그림 Ⅱ-1] 개정 교과서의 포함제에 의한 나눗셈 정의

이어서 "시연이는 어머니께서 주신 빵 8개를 유진이와 똑같게 나누어 가지려고 합니다."라는 등분제 상황과 이에 관련된 활동을 제시하고 나서 자연수의 나눗셈을 [그림 Ⅱ-2]와 같이 정의하고 있다.

이러한 나눗셈 도입이 잘못되었다는 것은 아니다. 7차 교과서에서는 포함제로 나눗셈을 정의

2) 나눗셈은 동수누감(포함제와 등분제) 외에 곱셈의 역연산 의미도 가지고 있다. 7차 교과서와 개정 교과서 모두 나눗셈을 동수누감으로 도입한 후 곱셈의 역연산 의미를 이해하도록 하는 활동을 제공하고 있다. 그러므로 여기서는 곱셈의 역연산 의미보다 동수누감의 의미에 대해서 중점적으로 논의하기로 한다. 개정 지도서는 나눗셈을 동수누감 나눗셈과 등분 나눗셈으로 구분하고 있으며 지도서의 다른 곳에서는 포함제와 등분제라는 용어를 사용하고 있다(교육과학기술부, 2010d). 다시 말해서 동수누감 나눗셈은 포함제를 의미하는 것으로 볼 수 있다. 그러나 연구자는 등분제 역시 동수누감으로 해석할 수 있다는 점에서, 나눗셈 상황을 등분제와 포함제로 구분하기는 하지만 나눗셈의 의미를 동수누감으로 통합하는 것이 바람직하다는 의미에서 등분제와 포함제 모두 동수누감으로 제시하고 있다.


약속
8을 2곳으로 똑같게 나누면 한 곳에 4개씩 됩니다.
이것을 식으로 8÷2=4라 쓰고,
8 나누기 2는 4와 같습니다라고 읽습니다.
8÷2=4와 같은 식을 나눗셈식이라 합니다.
이때 4는 8을 2로 나눈 몫이라고 합니다.

[그림 Ⅱ-2] 개정 교과서의 등분제에 의한 나눗셈 정의

하고, 등분제의 경우는 아무런 설명 없이 포함제에서 정의된 나눗셈을 그대로 사용하고 있다는 점에서 개정 교과서가 오히려 더 바람직하다고 생각한다. 물론, 7차 지도서에서 포함제와 등분제에 대한 설명을 하고 있으며, 나눗셈을 학생들이 어려워하는 이유로 “서로 다른 두 상황이 같은 형식으로 나타나고 있다는 데 있다.”(교육인적자원부, 2005d, 143)고 하면서 나눗셈 개념을 혼동하지 않도록 해야 한다고 강조하고 있기는 하다. 그런 점에서 포함제와 등분제 각각에 대해서 나눗셈을 정의한 개정 교과서는 그러한 문제점을 반영하여 진일보하였다고 할 수 있을 것이다. 그러나 개정 교과서에서처럼 나눗셈을 두 가지로 정의할 경우 오히려 학생들에게 7차의 지도서가 지적했던 ‘나눗셈 개념의 혼동’을 더욱 부각시킬 가능성이 높기 때문에, 여기서 발생될 수 있는 문제를 좀더 심각하게 검토해야 할 필요가 있었다.[3)]

사실, 나눗셈의 정의에 대해서 많은 수학자들이 고민해 왔다. Smith는 “학생들이 발달해 가면서 나눗셈에 대한 개념이 계속 확장해가기 때문에 나눗셈에 대한 만족스런 정의는 가능하지 않다.”(Smith, 1953, p.129)고 하면서, 16세기와 17세기에 여러 수학자들이 이 문제에 대해 언급한 사실을 기록하고 있다(Smith, 1953, p.130). 과거의 수학자들과 마찬가지로 초등학교 학생들 역시 등분제와 포함제가 서로 다른 상황이고 서로 다른 사고 전략이 작용되는 데도 어떻게 같은 식으로 나타낼 수 있는지에 의문을 가질 가능성이 매우 높다. 개정 교과서는 7차 교과서와 달리 포함제와 등분제 두 가지에 의한 나눗셈을 정의하고 있으면서도 이러한 이중적 정의가 야기할 수 있는 문제에 대해 의미 있는 해답을 제시하지 않고 있다. 지도서에서는 이 부분에 대해서 약간의 설명을 해 주고 있기는 하다. 즉, ‘8을 2개씩 묶으면 4묶음’이라는 것과 ‘8을 2곳으로 똑같게 나누면 한 곳에 4개씩’이라는 서로 다른 상황을 같은 기호 8÷2=4로 사용할 수 있는 이유를 다음과 같이 설명하고 있다(교육과학기술부, 2010c, p.189).

> 교사는 ‘배’를 예를 들어 설명해 줄 수 있다. 즉 ‘배’에는 먹을 수 있는 배, 바다에서 탈 수 있는 배, 사람의 배, 이름에서 나타내는 배, 배수에서 2배, 3배, ... 등과 같이 같은 기호를 이용하여 여러 곳에서 사용할 수밖에 없는 상황을 생각할 수 있다.

그런데, 이런 설명은 적절하지 않고 억지스럽다. 일부 교사들은 이런 설명을 이해할 수 없다고 한다.

지도서에는 아예 “등분 나눗셈식은 동수누감 나눗셈식처럼 뺄셈을 생각할 수 없다.”(교육과학기술부, 2010c, 195)고 단정짓고 있다. 이런 단정 때문에 개정 지도서에는 등분제를 등분 나눗셈, 포함제를 동수누감 나눗셈이라고 부르고 있을 것이다.

그러나 등분제와 포함제라는 서로 다른 사고 전략이 적용되는 서로 다른 상황이 하나의 나

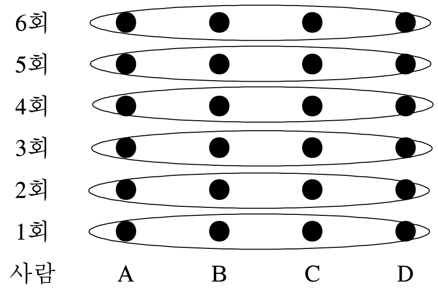
3) 장혜원(2010, p.600)은 등분제와 포함제에 대한 초등학생과 교사, 예비교사들의 이해 조사 연구에 근거하여, 개정 교과서에서 취한 방식인 의미에 따른 나눗셈의 개별적 정의에 대해 재고의 여지가 있다고 지적하였다. 재고할 경우, 한 가지 방법은 이전 교과서에서처럼 등분제나 포함제 어느 한 가지 방법에 의해서만 정의하는 것이며 또 한 가지 방법은 두 가지 정의를 한 가지로 통합하는 것이라고 연구자는 생각하며, 이 연구에서는 통합의 아이디어를 제안한다.

눗셈 식으로 쓸 수 있다는 이유를 적어도 교사는 이해할 수 있어야 한다. 현대 대수 이론에 따르면 나눗셈은 곱셈의 역연산이다. 그러므로 학생들에게 곱셈과 나눗셈을 서로 다른 연산으로 도입했다 하더라도 적절한 시기가 되면 나눗셈은 곱셈의 역연산임을 이해시켜야 한다. 실제로 초등학교 3학년 1학기 나눗셈 단원에서 나눗셈을 등분제와 포함제로 도입한 후에 거의 곧바로 곱셈과 나눗셈의 관계를 지도하고 곱셈을 이용하여 나눗셈을 할 수 있도록 지도하고 있다.

그런데 곱셈은 동수누가이다. 곱셈을 배의 개념으로 지도하려는 시도가 있으며(Dewey, 1895; 강흥규, 2009), 배 개념이 곱셈을 유리수로 확장하는 데 매우 효과적인 것은 사실이다. 그러나 자연수의 범위에서 생각한다면 배 개념 역시 동수누가의 개념과 동일하다. 그러므로 곱셈의 역연산인 자연수의 나눗셈은 동수누감의 의미를 가져야 하는 게 당연하다. 문제는, 포함제는 동수누감으로 쉽게 설명되지만 등분제를 어떻게 동수누감으로 설명 또는 해석할 수 있느냐 하는 점이다.

이용률은 등분제와 포함제는 구체적인 조작 자체는 달라 보여도 같은 나눗셈이 적용된다는 것을 알아차리게 해야 한다(이용률, p.112)고 주장하면서, 등분제인 “24개의 귤로 4사람에게 똑같이 나누어준다면 한 사람 앞에 몇 개씩 돌아가는가?”라는 문제를 “24개로 4사람에게 1개씩 나누어준다면 몇 번 만에 나누어주게 되는가?” 라는 문제와 동일시함으로써 포함제로 환원시키고 있다. 이 방법을 적용한다면 등분제도 포함제와 마찬가지로 동수누감으로 해석될 수 있다.

예를 들어, 사과 24개를 4사람에게 똑같이 나누어주는 등분제 상황을 그림으로 나타내면 다음과 같다.



[그림 Ⅱ-3] 등분 나눗셈과 동수누감

그런데 이것은 사과를 매회 4개씩 나누어주는 것으로 생각할 수 있고 그래서 4를 6번 빼는 것과 동일하다. 이렇게 생각하면 24개를 4명에게 똑같이 나누어주는 등분제가 24개를 한 번에 4개씩 빼는 동수누감과 같은 의미가 되어 포함제로 정의된 나눗셈과 똑같은 식으로 표현해도 아무런 문제가 발생하지 않게 된다. 이와 같은 설명으로 서로 다른 등분제와 포함제 상황을 하나의 동수누감 현상으로 이해하게 되면 곱셈과 나눗셈이 역연산 관계임을 이해할 수 있고 나눗셈의 이중적 정의가 서로 모순되지 않는다는 사실을 이해할 수 있게 된다. 그러나 이런 통합의 과정이 없으면 등분제와 포함제의 서로 다른 상황을 어떻게 동일한 나눗셈 식으로 표현할 수 있는지를 이해할 수 없게 되며 곱셈과 나눗셈의 역연산 관계, 특히 등분제 나눗셈과 곱셈이 역연산 관계임을 기계적인 계산 결과 외의 다른 방법으로는 설명할 수 없게 된다.

따라서, 등분제를 뺄셈으로 생각할 수 없다는 지도서의 내용은 수정되어야만 한다. 이런 설명이 장황하고 복잡하여 교과서에서 이를 제시하는 것이 부담스럽다면 교사용 지도서에서라도 이런 설명을 제공하여야 한다. 이런 통합이 초등학교 3학년 학생들의 수준에서 이해하기 어려운 것만은 아니라고 생각한다. 실제로 연구자는 나눗셈을 배우는 초등학교 3학년들의

사고 과정에서 등분제를 이와 같은 동수누감으로 해석한 경우를 찾아볼 수 있었다.4)

2. 나눗셈 알고리즘 지도의 문제

몫이 두 자리 수가 되는 나눗셈 알고리즘은 3학년 2학기에서 지도된다. 먼저 교육과정을 살펴보자. 3학년에서 지도될 나눗셈 내용을 교육과정에서는 다음과 같이 제시하고 있다.

> [4] 나눗셈
> ① 나눗셈이 이루어지는 상황을 알고, 나눗셈의 의미를 이해한다.
> ② 곱셈과 나눗셈 사이의 관계를 이해한다.
> ③ '(두 자리 수)÷(한 자리 수)'의 계산을 할 수 있고, 나눗셈에서 몫과 나머지의 의미를 이해한다.
> ④ 나눗셈을 활용하여 실생활 문제를 해결할 수 있다.

위의 ①과 ②는 3학년 1학기에서 지도되며, ③과 ④는 3학년 2학기에서 지도된다. ③에 대해서 좀더 자세히 교육과정 해설서의 내용을 살펴보자.

> ③ '(두 자리 수)÷(한 자리 수)'의 계산을 할 수 있고, 나눗셈에서 몫과 나머지의 의미를 이해한다.
> ○ (두 자리 수)÷(한 자리 수)의 계산 원리를 이해하고 계산을 하며, 몫과 나머지의 의미를 이해하게 한다. 구체적 조작 활동을 통하여 '(두 자리 수)÷(한 자리 수)'의 계산 원리를 이해하고, 이를 형식화하여 곱셈구구 범위에서 '(두 자리 수)÷(한 자리 수)'를 능숙하게 계산할 수 있게 한다. 또 실생활의 예를 통하여 나눗셈의 몫과 나머지의 의미를 이해하게 한다. 아울러 나눗셈을 계산하기 전에 답을 어림해 보게 하고, 계산 결과와 차이가 큰 경우 곱셈과 나눗셈이 역연산 관계임을 활용하여 검산으로 계산 결과를 확인하게 한다.

나눗셈 알고리즘은 '계산 원리를 이해하고 이를 형식화'하는 것과 관련된다. 그런데, "곱셈구구 범위에서 '(두 자리 수)÷(한 자리 수)'를 능숙하게 계산할 수 있게 한다."는 내용도 있다. 나눗셈의 계산을 '곱셈구구 범위'로 한정하는 것은 분명히 잘못된 부분이다. 왜냐하면 4학년에서는 두 자리 수로 나누는 나눗셈을 학습하게 되기 때문에 3학년에서는 곱셈구구 범위에서의 나눗셈은 물론 한 자리 수로 나누지만 몫이 두 자리 수가 되는 경우도 학습해야만 하기 때문이다. 그러므로 (두 자리 수)÷(한 자리 수)는 곱셈구구 범위에서만이 아니라 그 범위를 벗어나는 경우에도 나눗셈 알고리즘에 의해 능숙하게 계산할 수 있도록 해야 한다. 다행히 교과서에서는 3학년 1학기에서 곱셈구구 범위에서의 나눗셈을 다루고 3학년 2학기에서 몫이 두 자리 수가 되는 나눗셈을 다루고 있다. 그런데 개정 교과서에서 이 알고리즘을 지도하는 데 문제가 있다고 보여진다. 이제 7차 교과서와 개정 교과서에서 나눗셈 알고리즘이 어떻게 다루어지고 있는지를 분석하고 새로운 지도 방법을 제안하려고 한다.

가. 7차 교과서의 나눗셈 알고리즘 지도에 대한 분석

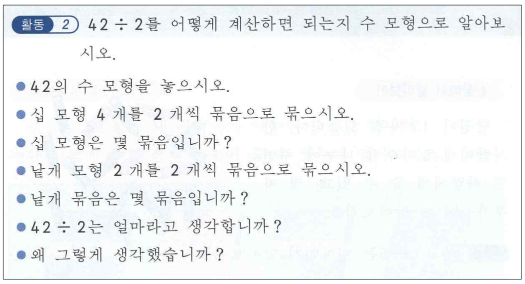
몫이 두 자리 수가 되는 나눗셈에 대한 개정 교과서의 문제를 살펴보기 전에 먼저 7차 교과서의 해당되는 부분을 살펴보자. 7차 교과서는 이 나눗셈 알고리즘 지도에서 중대한 오류를 가지고 있었다.

7차 수학교과서 <3-나>는 먼저 "사과 42개를 한 봉지에 2개씩 담으려고 합니다. 모두 몇 봉지가 되는지 알아보시오."라는 포함제 상황을 제시한 다음, <활동 1>에서 이를 사과 대신 바둑돌을 이용하여 직접 해결해 보는 활동을 하

---

4) 2010년 10월 말에 연구자는 자연수의 나눗셈과 관련하여 시흥의 D 초등학교 3학년 수업을 관찰하였다. 교사가 '풀 80개를 4개 반에 똑같이 나누어주는 방법'을 알아보라고 했을 때 한 학생이 80÷4=20이라고 답하면서, 이것을 "4를 20번 빼요. 4는 4개 반이에요."라고 대답하였다. 이 학생은 4를 20번 빼는 동수누감을 생각하면서도 이것을 '80개를 한 사람에게 4개씩 나누어 주는' 포함제로 생각하지 않고, '4개 반에 하나씩 계속해서 나누어주는' 등분제를 설명하는 데 동수누감을 이용하였다.

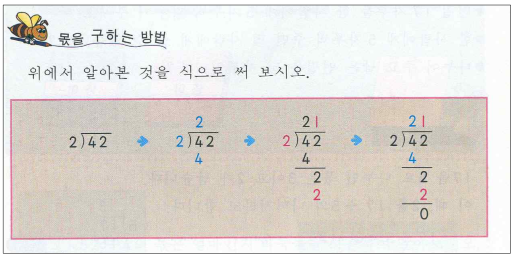
게 하고, <활동 2>에서는 다음 [그림 Ⅱ-4]처럼 수 모형을 이용하여 활동시키고 있다.


활동 2 42 ÷ 2를 어떻게 계산하면 되는지 수 모형으로 알아보시오.

- 42의 수 모형을 놓으시오.
- 십 모형 4 개를 2 개씩 묶음으로 묶으시오.
- 십 모형은 몇 묶음입니까?
- 낱개 모형 2 개를 2 개씩 묶음으로 묶으시오.
- 낱개 묶음은 몇 묶음입니까?
- 42 ÷ 2는 얼마라고 생각합니까?
- 왜 그렇게 생각했습니까?

[그림 Ⅱ-4] 7차 교과서의 포함제 활동

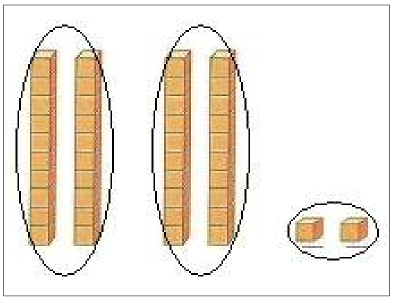
수 모형을 이용한 <활동 2>는 나눗셈 알고리즘으로 형식화하기 위한 활동으로, 이 활동 후에 다음 [그림 Ⅱ-5]처럼 나눗셈 알고리즘 개발 과정이 순차적으로 제시된다.



[그림 Ⅱ-5] 7차 교과서의 나눗셈 알고리즘

그런데, 위의 [그림 Ⅱ-4]의 <활동 2>가 그 다음 제시되는 [그림 Ⅱ-5]의 알고리즘과 전혀 연결이 되지 않는다는 점이 문제가 된다. 위의 <활동 2>의 권고와 발문에 따라 수 모형을 묶으면 다음 [그림 Ⅱ-6]과 같은 결과가 나오게 된다.

이 그림을 보고 이것을 21로 받아들일 수 있을까? 연구자는 교육대학교 3학년 학생들과 현직 교사들에게 이 그림의 의미가 무엇인지, 이 그림이 얼마를 나타내는지를 물어 보았으나, 그들은 이것을 '21'을 나타내는 것으로 해석하는 데 상당히 주저하였다. 이 그림을 '42개의 사과를 한 봉지에 2개씩 담는 활동'과 관련시

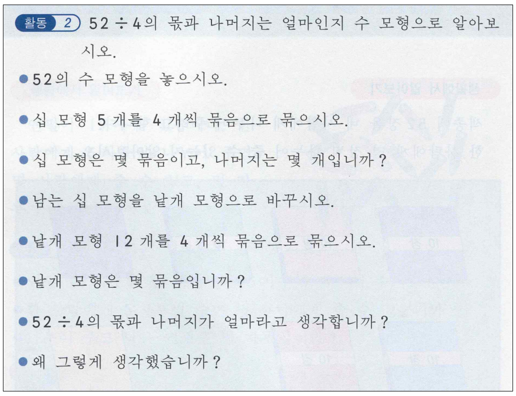


[그림 Ⅱ-6] 포함제 활동 결과

킬 수도 없었다. 십 모형을 2개씩 묶는 것은 한 봉지에 2개씩 담는 것과 거리가 있으며 포함제 나눗셈의 몫인 '21번'이라는 결과도 찾을 수 없다. 즉, <활동 2>에서 제시한 권고와 발문은 포함제 활동을 반영하지 못하고 있는 것이다. <활동 2> 및 이 활동의 결과인 <그림 Ⅱ-6>을 42개를 한 봉지에 2개씩 담는 포함제 문제 상황과 어울리게 해석하기 위해서는 십 모형을 두 개씩 묶기 전에 십 모형을 구성하는 낱개 하나하나를 연결하여 두 개짜리 열 개를 만들어내는 작업과 같이 몇 단계 더 세분화된 활동을 하지 않으면 안 될 것이다. 그렇기 때문에 이 활동을 반성한 결과로 그 다음에 제시되는 <그림 Ⅱ-5>와 같은 나눗셈 알고리즘이 만들어질 것이라고 기대할 수는 없다.

7차 교과서는 이어서 "색종이 52장을 네 사람에게 나누어 주려고 합니다. 한 사람에게 몇 장씩 줄 수 있는지 알아보시오."라는 등분제를 제시하고 있다. 이것은 등분제이면서 동시에 십의 자리에서 나머지가 생기는 나눗셈의 예를 고려하는 것이라고 할 수 있다. 그런데, 이 문제와 관련하여 <활동 1>에서는 바둑돌을 이용하여 앞서의 포함제와 똑같은 상황으로 처리하고 있다.[5] 지도서에서도 이 점을, "<활동 1>은 <활동 2>의 준비 단계이므로 반드시 포함제로 몫을 구해야 한다."와 같이 분명히 하고 있다. 그러나 처음 상황을 등분제로 제시하고 이를 포함제로 돌변시키는 이유를 납득할 수 없다.

이어서 제시되는 <활동 2>는 다음 [그림 Ⅱ-7]에서 보는 것처럼 앞서 포함제에서 했던 것과 완전히 동일하다.



[그림 Ⅱ-7] 7차 교과서의 등분제 상황에 따른 활동

결국 7차 교과서에서는 등분제가 나눗셈 알고리즘을 개발하는 데 아무런 역할을 하지 못하며, 나눗셈 알고리즘의 개발은 전적으로 포함제의 해결 활동에 의존하고 있다고 볼 수 있다. 그러나 포함제를 이용한 활동으로 나눗셈 알고리즘이 자연스럽게 개발되지는 못한다는 것을 이미 확인한 바 있다. 즉, 7차 교과서는 나눗셈 알고리즘을 포함제에서 얻어내려고 하였지만 적절하지 못했다는 점과 등분제 상황을 포함제로 돌변시켜 버리는 실수를 저질렀다.

나. 개정 교과서의 나눗셈 알고리즘 지도에 대한 분석

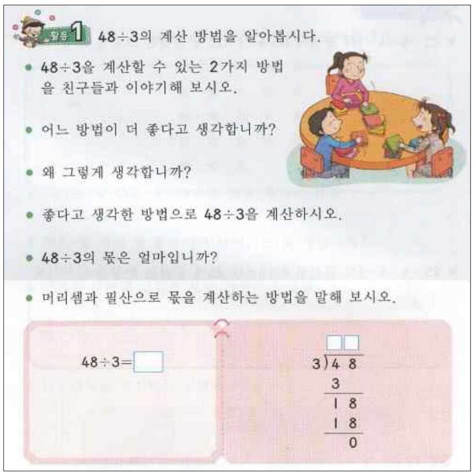
개정 교과서 집필진은 7차 교과서에서의 나눗셈 알고리즘 지도의 문제점을 인식했던 것처럼 보인다. 왜냐하면 개정 교과서에서는 포함제로 나눗셈 알고리즘을 지도하지 않고 있기 때문이다. 그러나 개정 교과서 역시 나눗셈 알고리즘 지도에서 문제를 안고 있다. 이제, 개정 교과서에서는 어떤 문제가 있는지 살펴보자.

개정 교과서에서는 (몇십)÷(몇)과 (몇십 몇)÷(몇)을 모두 다음과 같은 등분제 상황으로 도입하고 있다.

> 영규네 학교 3학년은 1반부터 4반까지 있습니다. 선생님께서 풀 80개를 4개 반이 똑같이 나누어 가지도록 주셨습니다. 한 반이 가질 수 있는 풀은 몇 개인지 알아봅시다(수학 3-2, 50).

> 사과 68개를 두 상자에 똑같이 나누어 담아 한 상자는 큰아버지 댁에, 다른 한 상자는 고모 댁에 드리려고 합니다. 한 상자에 담을 수 있는 사과는 몇 개인지 알아봅시다(수학 3-2, 52).

그러나 여기까지는 특별히 나눗셈 알고리즘을 다루고 있지는 않다. 알고리즘의 지도는 [그림 Ⅱ-8]과 같이 아무런 상황 없이 곧바로 48÷3을 계산하도록 하면서 주어지고 있다.



[그림 Ⅱ-8] 개정 교과서의 나눗셈 알고리즘 지도

이 활동 자체는 특별히 등분제와 포함제를 구분하지 않고, 이 두 가지 상황을 모두 고려할 수 있게 하려는 의도인 것으로 보인다. 교사용 지도서에 의하면 48÷3을 계산할 수 있는

5) 포함제에서와 마찬가지로, 등분제 상황에서도 <활동 1>을 “바둑돌 52개를 4개씩 묶음으로 묶어 보시오.”와 같이 구성하고 있다.

2가지 방법은 등분제와 포함제이기 때문이다. 그러나 이전의 몇 차시 동안 나눗셈에서 사용한 상황은 모두 등분제이며 이 활동에서 주어진, 세 어린이가 색종이를 가지고 있는 삽화 역시 등분제를 연상시키기 때문에 사실은 등분제에 의한 활동이라고 할 수 있다.

7차 교과서가 포함제로 나눗셈 알고리즘을 지도하려고 하였으나 오류를 보였다는 사실과, 나중에 알 수 있겠지만 등분제를 이용하면 나눗셈 알고리즘 과정을 비교적 쉽게 도출할 수 있다는 점에서, 등분제 상황만을 제시하는 것은 문제가 없다고 생각한다. 그러나 교과서의 활동이 과연 나눗셈 알고리즘을 도출할 수 있는가 하는 점이 문제가 된다. 교과서에서 제시하는 활동을 순서대로 살펴보자.

(몇십)÷(몇)과 (몇십 몇)÷(몇)에서도 마찬가지로, 먼저 48÷3을 계산할 수 있는 2가지 방법을 친구들과 이야기해 보게 하고 있다. 지도서에서는 2가지 방법으로 등분제와 포함제를 제시하고 있다. 그러나 사실은 초등학교 교사들조차 그런 대답을 생각해 내지 못하고 있다. 17명의 교사를 대상으로 하여 이 문제에 대해 답하게 했더니 교사들의 반응은 다음 [표 Ⅱ-1]과 같았다. 교사의 반응을 보면 3을 여러 번 빼는 포함제로 해결하는 방법과 48을 30과 18로 나누어서 계산하는 두 가지 방법이 가장 많이 나타났으며, 교육과정 상으로는 아직 지도되지도 않은 세로셈으로 계산하는 반응도 많은 편이다. 그러나 등분제와 포함제를 동시에 선택한 교사는 17명 중 2명에 불과하였다. 이것은 교과서 집필자의 의도와 다른 결과일 것이다.

학생들의 반응 또한 궁금하여, 연구자는 10월 말에 시흥의 D 초등학교를 방문하여 학생들의 반응을 관찰하였다. 학생들은 48÷3을 다루기 전 차시 내용으로 사과 68개를 두 상자에 똑같이 나누는 문제를 공부하고 있었다. 학생들은 68÷2를 계산할 수 있는 2가지 방법으로 다음과 같은 다양한 방법을 제시하였다.

① 6÷2=3, 8÷2=4이므로 68÷2=34
② 60÷2=30, 8÷2=4이므로 68÷2=34
③ 2×34=68
④ 세로 나눗셈
⑤ 34+34
⑥ 68-34-34=0.

그러므로 학생들 역시 교과서 저자들의 의도와 다르게 반응하고 있음을 알 수 있었다.

교사용 지도서는 등분제든 포함제든 어느 방

<표 Ⅱ-1> 나눗셈에 대한 교사의 반응

반응 유형	응답자 수	응답비율(%)
등분제로 해결	4	11.8
포함제로 해결	7	20.6
3×□=48과 같은 곱셈을 이용하여 해결	1	2.9
48을 30과 18로 나누어서 각각 3으로 나눈다.	7	20.6
48을 40과 8로 나누어 계산한다.	3	8.8
그림으로 묶기(등분제)	3	8.8
수직선을 이용	1	2.9
직접 나누어 주는 활동으로 해결(등분제인지 포함제인지는 밝히지 않음)	1	2.9
세로셈을 이용	4	11.8
무응답	3	8.8
합계	34	100

법을 선택하든 중요하지 않다고 말하고 있다. 옳은 말이다. 그런데 등분제든 포함제든 상관없지만 등분제나 포함제 상황으로 문제를 해결했던 활동과 그 다음에 제시되는 세로로 된 나눗셈 알고리즘은 아무런 관련성이 없다는 점이 문제가 된다. 앞의 활동에서 그 다음의 필산 방법이 전혀 유도되지 않고 있기 때문이다. 오히려 학생들은 이 문제의 답이 16임을 이미 알고 제시된 알고리즘의 빈 칸에 16이라는 답만 쓸 가능성이 높다. 7차에서는 나눗셈 알고리즘의 개발 단계를 만들어보려고 시도하였으나 잘못되었으며, 개정 교과서에서는 나눗셈 알고리즘의 개발을 포기하거나 아니면 개발 노력을 교사에게 떠넘기고 나눗셈 알고리즘 결과만을 제시하였다고 할 수 있다.

알고리즘 자체를 그대로 학생들에게 제시하는 것도 알고리즘 지도의 한 가지 방법이 될 수 있다. 그러면 개정 교과서는 혁신적으로 계산 알고리즘의 개발 과정을 교사에게 일임하고 있는가? 그래서 교과서는 알고리즘을 아무런 유도 과정 없이 그대로 제시하고 있는가? 그렇지는 않다고 생각한다. 개정 교과서는 자연수의 곱셈 알고리즘의 경우 2학년과 3학년에서 그 과정을 자세히 설명해 주고 있다. 그러나 유독 나눗셈 알고리즘에 대해서만 필산을 그대로 제시해 주고 있다. 이러한 차이가 나타나는 이유를 연구자는 이해할 수 없다. 그렇다면 교과서 개발팀은 7차 교과서에서의 문제점을 인식하기는 했지만 그 해결책을 아직 찾지 못했던 것은 아니었을까?

다. 나눗셈 알고리즘의 개발 지도

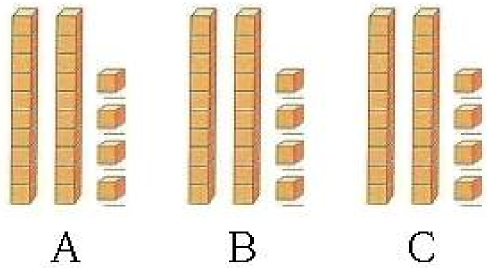
개정 교과서 저자가 의도한 대로 교사와 학생들의 반응이 나타나지 않는다 하더라도 문제가 되지는 않는다고 생각한다. 나눗셈을 하기 위해 등분제나 포함제의 상황을 생각해 보는 활동은 아주 중요하기 때문이다. 핵심적인 문제는 이 차시를 설정한 목표가 무엇인가라는 데 있다고 생각한다. 이 차시의 목적은 등분제나 포함제로 문제를 해결하는 것 또는 48÷3을 계산하여 그 몫이 16이 되는 것을 아는 것 그 자체가 아니라, 이 문제해결 활동을 통하여 결과적으로 나눗셈 알고리즘을 개발할 수 있어야 한다는 것이며, 그렇기 때문에 이 차시는 알고리즘과 관련된 활동으로 이끌어가야만 한다는 점이다. 이 차시 이후 어디에서도 두 자리 수 나누기 한 자리 수의 나눗셈 알고리즘이 지도되지 않고, 오히려 이 차시에서 세로셈 나눗셈이 아무런 설명도 없이 제시되었다는 점에서 교과서 저자는 바로 이 핵심적인 목표를 잃어버린 것은 아닌가 하는 생각이 든다.

나눗셈 알고리즘을 개발하기 위해서는 학생들의 활동이 7차 교과서에서 실패한 포함제가 아니라 등분제로 연결이 되어야만 한다. 그럴 의도가 없었다면 앞서의 몇 차시 동안 계속해서 등분제 상황만 제시한 것은 아무 의미도 없고 오히려 상황의 편파적 제공이라는 잘못을 범한 꼴이 된다. 이제 등분제 상황에서 나눗셈 알고리즘 개발 과정을 구성해 보려고 한다. 등분제에 의해 나눗셈 알고리즘을 개발하는 것은 그리 어렵지 않다. 72÷3을 예를 들어 나눗셈 알고리즘을 개발해 보자.

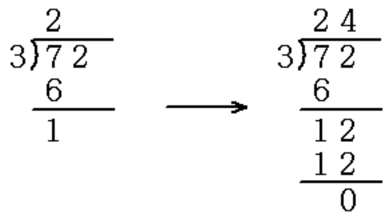
먼저, 등분제 상황을 생각한다. 즉, 사과 72개를 3사람이 똑같이 나누어 가지게 한다. 이 경우 분배하는 사람은 72개의 사과가 없어질 때까지 세 사람에게 매번 한 개씩 나누어주게 된다. 그러나 이것은 아주 비효율적인 활동으로서 어린 학생들조차 한 번에 하나씩 주지 않고 한꺼번에 여러 개(5개 또는 10개)씩 나누어 줄 것이다. 이것은 수 모형을 이용하면 보다 분명해진다.

그러므로 그 다음에는 수 모형을 이용하여 72개를 나타내게 하고 수 모형을 3사람에게 나누어주게 한다. 학생들은 십 모형 7개와 낱개

2개가 있을 경우 먼저 십 모형 7개를 세 사람에게 나누어줄 것이다 이때 한 사람이 십 모형 2개씩 가지게 되고, 하나 남은 십 모형은 낱개 모형으로 바꾸어서 낱개 12개를 세 사람에게 나누어준다. 그러면 다음 [그림 Ⅱ-9]와 같이 한 사람이 24개씩 가지게 된다. 이것은 7차 교과서에서 포함제로 활동을 한 결과의 [그림 Ⅱ-6]을 해석하는 것보다 훨씬 자연스럽다.



[그림 Ⅱ-9] 72개를 등분제로 해결



[그림 Ⅱ-10] 세로나눗셈

이어서 이 활동을 반성하여 알고리즘을 개발하게 한다. 72개를 3사람이 나누어 가질 때 가장 먼저 십 모형 7개를 3사람에게 나누어 주었다(7÷3=2 …1). 이어서 남은 십 모형 1개를 낱개로 바꾼 다음 낱개 12개를 3사람에게 나누어 주었다(12÷3=4). 그래서 한 사람이 24개씩 가지게 되었다. 이런 과정을 세로셈으로 나타내면 [그림 Ⅱ-10]과 같게 된다. 이와 같이 등분제를 이용하면 학생들의 활동을 통해 나눗셈 알고리즘을 자연스럽고 쉽게 개발할 수 있게 된다. 다시 말해서 학생들의 구체적인 조작 활동과 그 활동의 반성 및 알고리즘이 서로 일치하게 된다. 개정 교과서나 7차 교과서의 나눗셈 알고리즘은 학생들의 활동과는 관련성을 짓지 못하고 알고리즘을 제시하고 있는 것이다.

3. 나머지가 있는 나눗셈의 지도 문제

나눗셈의 나머지를 구하기 위해 교과서에서는 포함제 상황으로 시작하고 있다. 이는 7차 교과서에서도 마찬가지이다. 그런데, 개정 교사용 지도서에서는 “13÷5=2…3을 생각하기 위하여 동수누감 나눗셈으로만 생각하여야 한다. 왜냐하면 연필 13개를 5곳으로 똑같게 나눌 수 없기 때문에 등분제 나눗셈을 생각해선 안된다.”(교육과학기술부, 2010d, p.186) 라고 기술하고 있다. 포함제 상황에서 나머지를 생각하는 것은 아주 자연스럽지만, 그렇다고 해서 이를 등분제로 생각하지 말아야 한다는 지도서의 주장은 잘못이다. 이미 교과서에서도 나눗셈 단원의 마지막 탐구활동에서 “영호네 농장에서 수확한 사과 97개를 4상자에 똑같이 나누어 담으려고 합니다. 한 상자에는 몇 개씩 담을 수 있고, 남는 것은 몇 개인지 알아봅시다.”와 같은 등분제를 다루고 있기 때문에 지도서의 주장은 그 자체로 정당성을 상실하였다고 할 수 있다.

나눗셈에서의 나머지는 등분제냐 포함제냐의 문제가 아니라 상황의 문제라고 생각한다. “연필 13자루가 있다. 5명이 똑같이 나누어 가지면 몇 자루씩 가질 수 있는가?”라는 물음에 우리는 13÷5를 하여 ‘한 사람이 두 자루씩 가지고 3자루가 남는다.’라고 말할 수 있지만, 만약 연필이 아니라 핏자일 경우 남은 핏자를 계속해서 등분할하여 나누어 가질 수 있으므로 ‘한 사람이 $2\frac{3}{5}$판 또는 2.6판을 가진다.’와 같이 답할 수 있기 때문이다. 그러므로 나머지가 있는

나눗셈은 등분제냐 포함제냐 하는 맥락에서 접근해야 하는 것이 아니다. 포함제 상황인 경우에는 당연히 나머지를 생각해야 하지만 등분제의 경우에는 낱개를 더 분할할 수 없는가 또는 있는가에 따라서 나머지를 생각하든가 아닌가 하는 문제가 결정되는 것이다.

또, 지도서에서는 나눗셈의 나머지와 관련하여 [그림 Ⅱ-11]과 같이 수학이론적 배경을 제시하고 있다.

그런데, 여기서 17÷5=3…2가 수학적인 의미에서의 표기가 아니라고 하는데, '수학적인 의미'라는 말은 무슨 의미인가? 설명을 보면 아마도 나머지를 나타내는 이러한 표기는 수학에서 사용하지 않는다는 의미인 것으로 보인다. 그러나 수학에서 이러한 표기를 사용하지 않는다는 주장에 동의할 수 없다. 설명에 의하면 $17 \div 5$는 $3\frac{2}{5}$이기 때문에 나머지를 생각하지 않는다는 의미인 것 같다. 그렇지만 $17 \div 5 = 3\frac{2}{5}$라고 하는 것은 유리수 범위에서의 나눗셈이지, 자연수 범위에서 나눗셈을 한다면 당연히 몫이 3이고 나머지는 2가 된다.

한편, 우리는 완성된 수학을 가르칠 것인가 아니면 과정으로서의 '수학화'를 가르칠 것인가의 문제를 고민할 필요가 있다. 최근 도식화, 알고리즘화 등 수학화를 가르쳐야 한다는 Freudenthal의 주장이 힘을 얻고 있으며(정영옥, 1997), 연구자 역시 '수학화'를 가르쳐야 한다는 주장에 동의한다. 그런 관점에서 볼 때, 17÷5=3…2와 같은 표현 역시 수학화의 한 과정이라고 할 수 있다. 이것을 '수학적인 의미'에서의 표기가 아니라고 한 지도서의 표현은 자칫 초등학교 교사들에게 그들은 '수학'을 가르치지 않고 있다는 잘못된 편견을 갖게 할 가능성이 있다.

4. 용어의 문제

개정 교과서에는 여러 곳에서 머리셈과 필산을 비교하게 하고 있다. 그런데 '머리셈'이라는 말은 국어사전에 없는 말이다. 이 이름은 암산을 의미하는 것으로, 몇몇 사람들이 개인적으로 선호하는 단어인 것으로 보인다. 집필자가 이

(3) 나머지가 있는 나눗셈식 $a \div b = q \cdots r$의 수학적인 의미의 표기인가?

예를 들어, 17 개를 5 개씩 묶으면 3 묶음이고 나머지 2개라는 사실을 등호를 활용하여 나타내기 위하여 다음과 같이 여러 가지 해석할 수 있다.

첫째, 17은 5를 기준으로 하여 묶는다면 3 묶음이고 나머지는 $\frac{2}{5}$ 묶음에 해당되므로

$$17 \div 5 = 3 + \frac{2}{5} = 3\frac{2}{5}$$

둘째, 17을 5로 나누는 나눗셈식의 몫을 생각하면

$$17 \div 5 = \frac{17}{5} = \frac{5 \times 3 + 2}{5} = \frac{5 \times 3}{5} + \frac{2}{5} = 3 + \frac{2}{5} = 3\frac{2}{5}$$

따라서 나눗셈식 $17 \div 5 = 3 \cdots 2$의 표현은 수학적인 의미에서의 표기가 아니고 단지 몫과 나머지를 표기하기 위한 간단한 표기이다.

[그림 Ⅱ-11] 나머지에 관련한 교사용 지도서의 내용

단어를 굳이 교과서에 사용한 것을 보면 이 단어가 '암산'보다 더 아름답고 좋다고 생각하는 모양이다. 연구자도 한자어보다 가급적 우리 말을 사용하는 입장에 동의한다. 그러나 국어사전에도 없는 표현을 교과서에 도입하는 것은 매우 신중을 기해야 할 사항이다. 이것은 변화를 해서는 안된다는 주장이 아니라 학생들은 학자 개인의 주장에 직접적으로 노출되어서는 안된다는, 학생들이 실험용 대상이 되어서는 안된다는 주장이다. 또 머리셈과 필산이라는 단어는 서로 대응되지도 않는다. 암산과 필산이라는 용어가 문제가 된다면 차라리 좀더 논의를 거쳐서 머리셈과 손셈처럼 서로 대응되는 용어를 만들어 사용하는 게 더 낫지 않을까?

또, 교사용 지도서에는 나눗셈을 동수누감 나눗셈과 등분제 나눗셈으로 구분하고 있음을 이미 기술하였다. 그러나 지도서의 다른 페이지에서는 포함제 나눗셈과 등분제 나눗셈으로 설명한다. 이러한 표현은 지도서에만 나타나기 때문에 학생들에게 영향을 미치지는 않는다. 그러나 교사들이 혼동할 가능성이 있기 때문에 지도서에서도 용어를 통일할 필요가 있다. 연구자는 동수누감 나눗셈과 등분제 나눗셈으로의 구분은 적절하지 않다고 주장하였다. 앞서 살펴본 것처럼 등분제 역시 동수누감으로 해석할 수 있고 그래서 포함제든 등분제든 모두 동수누감으로 설명할 수 있기 때문이다. 따라서, 이 용어는 나눗셈의 두 가지 의미를 반영한 것으로, 포함제와 등분제라는 용어 또는 이를 한글화한 새로운 용어를 사용하는 것이 바람직하며, 동수누감과 등분제를 동일한 위계 수준에서 고려하는 것은 바람직하지 않다고 생각한다.

지도서나 교과서에서 이렇게 새로 등장하는 단어들이 있다. 지금까지 '소수 첫째 자리'라는 용어를 사용했었는데, 4학년 1학기 개정 교과서에서는 새롭게 '영점일의 자리'라는 이름을 사용하고 있다. 그러면서도 동시에 4학년 2학기 수학 익힘책에서는 '소수 첫째 자리'라는 용어를 사용한다. 이와 같이 머리셈이나 혹은 교과서나 지도서에서조차 통일되지 않는 새로운 이름은 매우 신중하게 많은 논의를 거쳐서 사용해야 할 것이다.

5. 교과서 내용 전개의 문제

교과서의 다른 단원과 마찬가지로 자연수의 나눗셈 단원도 비슷하게 '어림 활동'을 강조하고 있으며 '2가지 방법'을 찾아보게 하고 어느 방법이 '더 편리'한지를 생각해 보게 하고 있다. 이것은 수학의 가치를 이해하게 하고 수학적 사고를 강조하는 것으로 아주 바람직하다고 생각한다. 그러나 아무리 좋은 약이라도 남용을 하지 말아야 하듯이, 이런 좋은 의도도 경우에 따라서는 그 의도를 살리지 못하는 경우가 있다고 생각한다. 나눗셈 단원에서 이 부분에 대해 살펴보자.

3학년 2학기 나눗셈 단원은

⑴ (몇 십)÷(몇)을 계산할 수 있어요.
⑵ (몇 십 몇)÷(몇)을 계산할 수 있어요(1).
⑶ 나눗셈의 몫과 나머지를 알 수 있어요.
⑷ 나눗셈을 검산할 수 있어요.
⑸ (몇 십 몇)÷(몇)을 계산할 수 있어요(2).
⑹ (몇 십 몇)÷(몇)을 계산할 수 있어요(3).

의 6개 단위로 구성되어 있다. 그런데 위의 각 단위마다 교과서 전개 방식이 아주 유사하다. 그러한 유사성은 학생들에게 편안함을 줄 수도 있지만 식상함을 줄 수도 있다. 그러나 그것보다 더 큰 문제는 어림을 강조하는 곳이 적절치 않다는 데 있다.

개정 교과서에 따르면, 학생들은 위의 ⑴에서 80÷4를, 그리고 ⑵에서는 68÷2를 어림해야

한다. 그러나 실제로 시흥의 D 초등학교 수학 수업을 관찰한 결과 학생들은 어림을 하지 않고 있다. 80÷4를 어림할 때 학생들은 이 값이 20임을 알고 있으며 그 이유로 학생들은 '4×2=8이니까', '80÷4=20이니까'와 같은 대답을 한다. 또 68÷2=34가 된다는 것도 '6÷2=3이고 8÷2=4이니까'와 같은 식으로 대답한다. 이것은 어림이 아니라 암산이다. 사실 이 두 나눗셈이 어림을 해야 할 만큼 복잡하거나 어려운 것은 아니지 않는가?[6] 어림셈은 정확한 계산이 어렵거나 불필요할 때 대략적으로 계산하는 것을 의미한다. 그런데, 학생들은 여기서 어림의 필요성을 느끼지 못하며 정확한 계산을 하는 것이 어렵지 않기 때문에 자연스럽게 암산을 하고 있는 것이다. 아마도 어림을 해야 할 상황은 위의 (5)에서 48÷3을 계산할 때 그리고 (6)의 76÷3을 계산할 때일 것이다. 그러나 정작 여기서는 어림을 하게 하는 발문이 없다. 암산으로 정확한 답을 쉽게 찾을 수 있는 상황에서는 어림이 아니라 암산을 해보게 하고, 암산으로 정확한 답을 쉽게 구하기 힘든 상황에서는 어림을 요구하는 것이 어림에 대한 올바른 강조라고 생각한다.

또, 이 단원을 비롯한 교과서의 많은 부분에서 '2가지 방법'을 말하게 하고 어느 방법이 더 좋은지를 생각해 보게 한다. 이것은 매우 좋은 발문과 권고라고 생각한다. 그러나 2가지 방법에 국한하지 말고 '여러 가지 방법'을 말하게 하는 것이 더 바람직할 것으로 생각한다. 물론, 학생마다 2가지 방법을 생각한다면 학급 전체로는 많은 방법이 나타날 수 있다. 그렇기는 하지만 이 문제를 대하는 학생 각자는 2가지 방법만 찾고 그 이상의 방법은 찾아보지 않으려 할 수도 있을 것이다.

III. 결론

이 연구는 개정 교과서와 지도서가 자연수의 나눗셈을 지도하는 데 몇 가지 문제가 있음을 분석하고 그 개선점을 제안하는 것이다. 연구자는 개정 교과서와 지도서가 안고 있는 문제점으로 다음 다섯 가지를 제시하였다. 첫째, 등분제와 포함제를 완전히 다른 상황으로 인식하면서도 동일한 연산 기호를 사용하였으나, 두 가지 서로 다른 상황을 '같은 식'으로 사용할 수 있다는 점을 이해하도록 그 의미를 통합하지 못하였다. 둘째, 나눗셈 알고리즘 개발을 목적으로 하는 차시에서 알고리즘을 개발하지 않았으며 교과서의 활동과 무관하게 세로셈 알고리즘을 제시하였다. 셋째, 나머지가 있는 나눗셈을 교과서에서는 포함제와 등분제로 다루고 있으나 지도서에서는 등분제로 지도해서는 안된다고 주장하는 오류를 범하였다. 넷째, 국어사전에 없는 '머리셈'이라는 단어를 교과서에 사용하였으며, 교사용 지도서에서는 포함제와 동수누감 나눗셈이라는 용어를 혼용해서 사용하고 있다. 다섯째, 어림이 필요 없는 상황에서 어림을 요구하고 있으며 여러 차시를 비슷한 방식으로 전개하여 식상함을 안겨주고 있다.

연구자는 그러한 문제점을 지적함과 동시에 개선책을 제안하였다. 즉, 첫째 등분제를 동수누감으로 해석할 수 있는 방법을 제시함으로써 등분제와 포함제 모두 동수누감으로 통합하였다. 그렇게 함으로써 처음에는 서로 다른 상황을 같은 나눗셈 식으로 표현하였지만, 서로 다른 상황이어도 같은 나눗셈 식으로 나타낼 수 있다는 점을 분명히 할 수 있으며 나눗셈을 곱셈의 역연산으로 이해하게 할 수 있다. 둘째, 등분제 상황을 수 모형을 이용하여 활동하게

6) 68÷2를 어림하라고 했기 때문에 이것을 암산으로 쉽게 계산할 수 있는 학생들도 오히려 암산이 더 어려울 수 있는 70÷2=35와 같이 어림하는 웃지 못 할 상황이 전개되고 있음을 알아야 한다.

하고 이를 반성함으로써 세로 나눗셈 알고리즘을 개발할 수 있었다. 이는 Freudenthal의 알고리즘화라는 중요한 수학화 활동이기도 하다. 셋째, 나머지가 있는 나눗셈은 포함제로만 해석될 수 있는 것이 아니라 등분제로도 해석할 수 있으며, 나머지는 등분제냐 포함제냐의 문제가 아니라 사용되는 대상과 관련된 것임을 밝혔다. 넷째, 교과서에 사용되는 용어는 개인의 주관적 판단에 의해서가 아니라 신중하게 결정되어져야 할 것임을 주장하였다. 다섯째, 어림은 암산과 구분하여 쉽게 참값을 구하기 어려운 상황에서 어림을 생각하게 할 필요가 있다는 점을 밝혔다.

개정 교과서와 지도서가 이렇게 여러 중대한 문제점을 가지게 되는 이유는 교과서와 지도서의 집필 과정에 문제가 있기 때문이라고 생각한다. 교과서를 개발하고 교사용 지도서를 집필하는 기간이 짧고 그 내용을 심의하는 시간이 부족하여 이러한 오류를 발견하고 수정하기가 어렵고, 실험용 교과서를 적용·검토하는 데 어떤 한계가 있다고 생각한다. 그러므로 우선, 교과서 집필과 심의를 좀더 심도있게 하기 위한 기간의 연장이 필요하다. 보다 많은 사람들이 집필진에 참여할 필요가 있을 수 있으나 이 경우 오히려 교과서 집필에 어려움을 줄 수도 있다. 그러므로 집필 인원을 늘이는 것보다는 교과서나 지도서의 문제점을 찾아낼 수 있는 방법을 찾는 것이 더 중요하다고 생각한다. 왜냐하면 현재의 문제점이 실험용 교과서에 그대로 존재했었으며 그 부분이 전혀 수정되지 않았기 때문이다. 그러므로 실험용 교과서 역시 일부 초등학교에서만 적용해볼 것이 아니라 수학교육 연구자들이 쉽게 구해볼 수 있게 개방하며 오히려 적극적으로 각 교육대학에 실험용 교과서와 지도서를 배포하여 문제점을 찾아보려고 하고 그런 지적을 수용하려는 열린 마음을 집필 관련자들이 가져야 할 것이라고 생각한다. 특히 지도서의 경우에는 교과서의 경우와는 달리, 심의 및 검토 과정이 충분하지 않아서 지도서를 집필하는 몇 사람의 주관적인 판단에 좌우될 가능성이 매우 높은 게 사실이다. 현직 교사나 예비 교사에게 지도서가 교과서보다 더 큰 영향을 미칠 수 있다는 점에서 교사용 지도서 집필 과정은 반드시 개선될 필요가 있다.

참고문헌

강문봉 외(1999). **초등수학학습지도의 이해**. 양서원.

강문봉 외(2005). **초등수학교육의 이해**. 경문사.

강흥규(2009). 배 개념에 기초한 자연수 곱셈 개념의 지도, **학교수학 11**(1), 17-37.

교육과학기술부(2010a). **수학 3-1**. 두산동아.

교육과학기술부(2010b). **수학 3-2**. 두산동아.

교육과학기술부(2010c). **초등학교 교사용 지도서 수학 3-1**. 두산동아.

교육과학기술부(2010d). **초등학교 교사용 지도서 수학 3-2**. 두산동아.

교육인적자원부(2005a). **수학 3-가**. 천재교육.

교육인적자원부(2005b). **수학 3-나**. 천재교육.

교육인적자원부(2005c). **초등학교 교사용 지도서 수학 3-가**. 천재교육.

교육인적자원부(2005d). **초등학교 교사용 지도서 수학 3-나**. 천재교육.

교육인적자원부(2007a). **초등학교 교육과정 해설(Ⅳ): 수학, 과학, 실과**

교육인적자원부(2007b). **초등학교 수학 교육과정**

이용률(2010). **초등학교 수학의 중요한 지도 내**

용. 경문사.
장혜원(2010). 포함제와 등분제에 따른 나눗셈 의미에 대한 이해 조사, **학교수학** 12(4), 585-604.
정영옥(1997). **Freudenthal의 수학화 학습-지도론 연구**. 서울대학교 박사학위 논문.
De Morgan(1830). *Elements of Arithmetic*. Walton and Maberly.
Dewey, J. & McLellan, J. A.(1895). *The Psychology of Number and its Applications to Methods of Teaching Arithmetic*. New York:D. Appleton company.
Smith, D. E.(1953). *History of Mathematics V.2: Special Topics of Elementary Mathematics*. Dover Publication.
Wingate, E.(1629). *Mr. Wingate's Arithmetick: Containing a Plain and Familiar Method for Attaining the Knowledge and Practice of Common Arithmetick*. John Adams Library.

Review Teaching Division of Whole Numbers
- Focussing on Elementary Math Textbooks and Manuals for Teachers -

Kang, Moon Bong (Gyeongin National University of Education)

This study is to review division of whole numbers which is dealt in the revised elementary mathematics textbook and manual for teacher. The textbook and manual for teachers are most important documents to teach mathematics. And they are important to the would-be teachers who study the elementary mathematics with such documents. Therefore the textbook and manual for teachers should have no errors. But I found they have some errors and problems regarding division of whole numbers. In this paper, I discuss the problems and suggest the alternative plans.

* Key Words : Division(나눗셈), Division into equal parts(등분제), Division by equal part(포함제), Revised curriculum(개정 교육과정), Estimation(어림), Textbook(교과서), Manual (지도서)

논문접수: 2011. 1. 8.
논문수정: 2011. 1. 21.
심사완료: 2011. 2. 11.