

논문 2011-48SP-5-15

조향벡터 에러에 강인한 효과적인 Capon 빔 형성기법

(Effective Capon Beamforming Robust to Steering Vector Errors)

최 양 호*

(Yang-Ho Choi)

요 약

조향벡터(steering vector)에 에러가 있으면 적응 어레이(adaptive array)는 심한 성능저하를 겪게 된다. 이러한 에러로 인한 성능저하를 개선하기 위해 DCRCB(doubly constrained robust Capon beamformer)에서는 벡터 norm 제한아래 구체 불확실 집합(spherical uncertainty set) 내의 벡터 중 출력전력을 최대로 하는 벡터를 조향벡터(steering vector)로 사용한다. 좋은 성능 개선을 위해서 불확실 집합의 반경, 즉 불확실 한계를 적절히 설정해야 하는 문제가 있다. 본 논문에서는 이를 해결하기 위해 반복탐색을 통해 조향벡터를 구하는 방식을 제안한다. 기존의 알려진 반복탐색 방식에서는 반복 종료로 위해 어떤 기준값을 결정해야 하는데, 이에 따른 어려움이 있다. 제안방식에서는 추정된 벡터와 신호부공간 거리가 더 이상 작아 지지 않으면 반복을 종료하며, 값 설정과 관련된 어떤 어려움도 없다. 시뮬레이션 결과에 따르면, 제안방식은 기존반복방식 그리고 최적의 불확실 한계로 설정된 표준 DCRCB 보다도 우수한 성능을 보여준다.

Abstract

Adaptive arrays suffer from severe performance degradation when there are errors in the steering vector. The DCRCB (doubly constrained robust Capon beamformer) overcomes such a problem, introducing a spherical uncertainty set of the steering vector together with a norm constraint. However, in the standard DCRCB, it is a difficult task to determine the bound for the uncertainty, the radius of the spherical set, such that a near best solution is obtained. A novel beamforming method is presented which has no difficulty of the uncertainty bound setting, employing a recursive search for the steering vector. Though the basic idea of recursive search has been known, the conventional recursive method needs to set a parameter for the termination of the search. The proposed method terminates it by using distances to the signal subspace, without the need for parameter setting. Simulation demonstrates that the proposed method has better performance than the conventional recursive method and than the non-recursive standard DCRCB, even the one with the optimum uncertainty bound.

Keywords : Robust adaptive beamforming, Capon beamformer, Steering vector errors

I. 서 론

센서 적응 빔 형성기술(adaptive beamforming technology)은 주파수 자원의 효율적 이용, 서비스 영역 확장, 링크품질 개선을 기할 수 있을 뿐만 아니라 무선/이동 통신 네트워크의 구축비용도 절감 시킬 수 있어 큰 관심을 모으고 있다. 적응 빔 형성기(adaptive

beamformer)는 조향벡터(steering vector)를 이용하여 원하는 신호(desired signal) 방향으로 빔 이득을 유지하면서 간섭신호를 제거한다. 그러나 주어진 조향벡터와 원하는 신호의 실제 방향벡터(direction vector) 간에 불일치가 있다면 원하는 신호도 간섭신호로 오인되어 심각한 성능저하를 초래 한다^[1~2]. 이러한 불일치는 원하는 신호의 도래각 에러, 시스템모델링 에러, 어레이 안테나 교정에러(calibration error) 등에 의해 발생된다. 도래각에서의 에러는 방향추정 기법을 사용하여 이를 정정할 수 있으나^[3], 랜덤 조향벡터에러(random steering vector error)에 대해서는 이를 적용할 수 없다.

* 정회원, 강원대학교 전자통신전공
(Dept. of Electronic and Communication
Engineering, Kangwon National University)
접수일자: 2011년1월28일, 수정완료일: 2011년6월7일

조향벡터에 관한 불확실 집합(uncertainty set)을 도입하여 이 집합에 속하는 적절한 벡터를 조향벡터로 사용하여 도래각 에러뿐만 아니라 랜덤에러로 인한 성능 저하 문제를 해결할 수 있다. DCRCB(doubly constrained robust Capon beamformer)^[4]에서는 구체의 불확실 집합(spherical uncertainty set)을 사용, 벡터 norm 제한 아래서 출력전력을 최대로 하는 벡터를 조향벡터로 이용한다. 불확실 집합을 정의하기 위해 구의 반경, 즉 불확실 한계(uncertainty bound)를 적절하게 설정하는 것이 필요하다. 만약 불확실 한계가 너무 작아 처음에 주어진 조향벡터와 새롭게 구한 조향벡터가 서로 유사하면 성능개선은 미미한 수준에 지나지 않게 되고, 반대로 너무 크면 실질적으로 불확실 집합을 사용하지 않고 norm 제한만 사용한 결과를 가져온다. DCRCB 방식의 성능은 불확실 한계에 크게 좌우되며, 이의 적절한 설정이라는 까다로운 문제를 안고 있다.

본 논문에서는 DCRCB가 가진 불확실 한계 설정 문제를 해결하기 위해 반복탐색 방식을 도입한다. 작은 반경의 구체 상에서 출력전력을 최대로 하는 벡터를 구하고, 구한 벡터를 중심으로 다시 출력전력을 최대로 하는 벡터를 구하는 이와 같은 반복을 계속하여 조향벡터를 구한다. 참고문헌 [5]에 유사한 반복탐색 방식을 RCB(robust Capon beamformer)^[6]에 적용하고 있다. DCRCB과 다르게 RCB에서는 벡터 norm 제한을 두지 않는다. 반복방식에서 중요한 것은 ‘언제 반복을 종료’할지이다. 기존의 반복방식에서는 종료시점을 알기위해 어떤 기준값이 필요하고, 이 기준값과 탐색한계의 2개의 값을 설정하는 것이 요구되어, 오히려 반복방식을 사용하지 않는 표준 DCRCB보다도 복잡해지는 측면이 있다. 제안방식에서는 원하는 신호의 방향벡터가 놓여있는 신호부공간(signal subspace)과 구한 벡터간의 거리가 더 이상 감소하지 않으면 반복을 종료하며, 값 설정과 관련 아무런 문제를 가지고 있지 않다.

DCRCB에서 최소화 문제의 해를 구하는 것이 필요하다. 이 최소화 문제를 Lagrange dual 문제로 변환하여 해결할 수 있으나^[4] 이보다 간단한 Lagrange 승수(Lagrange multiplier) 방법을 통해 해를 구할 수 있음을 또한 제시하였다.

II. 표준 DCRCB 방식

하나의 원하는 신호와 J 개의 간섭신호가 M 개의 센

서로 구성된 어레이에 도래한다. 이들 도래하는 신호는 서로 상관되어 있지 않다고 가정한다. 수신신호벡터 $\mathbf{x}(t)$ 는

$$\mathbf{x}(t) = s_0(t)\mathbf{a}_0 + \sum_{j=1}^J s_j(t)\mathbf{a}_j + \mathbf{n}(t) \quad (1)$$

와 같고, 여기서 $s_i(t)$ 와 $\mathbf{a}_i (i = 0, 1, \dots, J)$ 는 각각 $(i+1)$ 번째 도래신호의 복소포락선(complex envelop), 어레이응답벡터(array response vector)이고, $\mathbf{n}(t)$ 는 잡음벡터, $s_0(t)$ 는 원하는 신호이다. 센서 잡음은 상관되어 있지 않으며, 평균은 0, σ^2 의 분산을 가지는 Gaussian 랜덤프로세스이다. 이때 공분산 행렬(covariance matrix)은 $E[\mathbf{n}(t)\mathbf{n}^H(t)] = \sigma^2\mathbf{I}$ 와 같고, E 는 기대치(expectation), H 는 Hermitian 연산, \mathbf{I} 는 단위행렬을 나타낸다. 수신신호에 대한 공분산 행렬은 아래와 같이 주어진다.

$$\mathbf{R}_x = \mathbf{A}\mathbf{R}_s\mathbf{A}^H + \sigma^2\mathbf{I} \quad (2)$$

여기서 $\mathbf{A} = [\mathbf{a}_0, \mathbf{a}_1, \dots, \mathbf{a}_J]$, $\mathbf{R}_s = E[\mathbf{s}(t)\mathbf{s}^H(t)]$, $\mathbf{s}(t) = [s_0(t), s_1(t), \dots, s_J(t)]^T$, T 는 행렬의 전치(transpose)를 나타낸다.

출력 SINR(signal-to-interference plus noise ratio)을 최대로 하는 최적가중벡터(optimal weight vector)는 $\mathbf{w}_{opt} = c\mathbf{R}_x^{-1}\mathbf{a}_0$ 와 같이 구해지며, 여기서 c 는 스칼라 상수로, 원하는 신호방향으로 어레이 이득을 $\mathbf{w}^H\mathbf{a}_0 = 1$ 와 같이 단위이득(unit gain)으로 하면 $c = 1/\mathbf{a}_0^H\mathbf{R}_x\mathbf{a}_0$ 과 같이 주어진다. 원하는 신호의 방향벡터 \mathbf{a}_0 을 상수인 차이 내에서 정확히 알 수 있다면 적응 빔 형성기는 원하는 신호의 감쇠 없이 간섭신호를 제거하고, SINR은 최대가 된다. 그러나 실제에 있어서 \mathbf{a}_0 을 정확히 알 수 없는 경우가 대부분이다. 이때 \mathbf{a}_0 대신에 사전에 가정된 조향벡터 $\bar{\mathbf{a}}$ 를 이용한다. 주어진 벡터 $\bar{\mathbf{a}}$ 는 \mathbf{a}_0 와 일치하지 않고 에러를 가지게 된다. 조향벡터 에러로 원하는 신호도 제거해야할 간섭신호로 간주되고, 이에 따라 심각한 성능저하가 발생된다.

조향벡터로 \mathbf{a}_0 대신 어떤 벡터 \mathbf{a} 를 사용하면 가중벡터는

$$\mathbf{w} = \mathbf{R}_x^{-1}\mathbf{a}/\mathbf{a}^H\mathbf{R}_x^{-1}\mathbf{a} \quad (3)$$

와 같이 구해지고, 어레이 출력전력은 $f^{-1}(\mathbf{a})$ 와 같다. 여기서

$$f(\mathbf{a}) = \mathbf{a}^H \mathbf{R}_x^{-1} \mathbf{a} \quad (4)$$

이다. 조향벡터 에러문제를 해결하기위해 DCRCB^[4]에서는 조향벡터에 대한 불확실 집합을 정의하여, norm 제한조건아래 출력전력을 최대로 하는 집합 내의 벡터를 찾아 조향벡터로 사용한다. 이를 자세히 설명하면, 처음에 주어진 벡터 $\bar{\mathbf{a}}$ 로부터 새로운 조향벡터 \mathbf{a}_s 를 다음과 같이 구한다.

$$\mathbf{a}_s = \arg \min_{\mathbf{a} \in \Psi(\epsilon_s)} f(\mathbf{a}) \quad (5)$$

$$\Psi(\epsilon_s) = \{ \mathbf{a} : \|\mathbf{a} - \bar{\mathbf{a}}\|^2 \leq \epsilon_s \}$$

$$\|\mathbf{a}\|^2 = M$$

여기서 $\Psi(\epsilon_s)$ 은 조향벡터에 대한 구체 불확실 집합, ϵ_s 은 불확실의 한계값, $\|\bar{\mathbf{a}}\|^2 = M$, $\|\cdot\|$ 은 Euclidean norm을 나타낸다. 본 논문에서는 (5)와 같이 조향벡터를 구하는 방식을 표준 DCRCB라 부른다. 식 (5)의 최소화문제는 Lagrange dual 문제로 변환하여 해를 구할 수 있다. 그 해는 (6)와 같이 구해진다.

$$\mathbf{a}_s = \frac{\rho(\mathbf{R}_x^{-1} + \gamma_s \mathbf{I})\bar{\mathbf{a}}}{\bar{\mathbf{a}}^H (\mathbf{R}_x^{-1} + \gamma_s \mathbf{I})\bar{\mathbf{a}}} \quad (6)$$

여기서

$$\rho = M - \frac{\epsilon_s}{2} \quad (7)$$

이고, γ_s 는 (8)을 만족하는 해이다.

$$h(\gamma_s) = \frac{M}{(M - \epsilon_s/2)^2} \quad (8)$$

$$h(\gamma) = \frac{\bar{\mathbf{a}}^H (\mathbf{R}_x^{-1} + \gamma \mathbf{I})^{-2} \bar{\mathbf{a}}}{[\bar{\mathbf{a}}^H (\mathbf{R}_x^{-1} + \gamma \mathbf{I})^{-1} \bar{\mathbf{a}}]^2} \quad (9)$$

행렬 $(\mathbf{R}_x^{-1} + \gamma \mathbf{I})$ 가 positive definite 하다는 조건하에서 $h(\gamma)$ 는 γ 에 대한 단조증가함수이다^[4]. $h(\gamma)$ 가 단조증가함수라는 사실은 (8)의 해를 쉽게 구할 수 있게 한다.

III. 불확실 한계와 SINR 성능

집합 $\Psi(\epsilon_s)$ 의 경계, 즉 $\|\mathbf{a} - \bar{\mathbf{a}}\|^2 = \epsilon_s$ 의 구면상에 (5)의 해가 항상 존재한다. 이는 $\|\mathbf{a} - \bar{\mathbf{a}}\|^2 \leq \epsilon_s$ 라는 조건을 $\|\mathbf{a} - \bar{\mathbf{a}}\|^2 = \epsilon_s$ 라는 조건으로 대체할 수 있음을 의미한다. 그 이유는 다음과 같다. \mathbf{a}'_s 는 (5)의 해이고, 구체 내부에 있다고 하자. 즉 $\|\mathbf{a}'_s - \bar{\mathbf{a}}\|^2 < \epsilon_s$ 이며, 이 부등식으로부터 $\text{Re}(\bar{\mathbf{a}}^H \mathbf{a}'_s) > \rho$ 이다. 벡터 $\mathbf{a}_s = e^{j\phi} \mathbf{a}'_s$ (ϕ 는 실수)를 생각하자. 벡터 \mathbf{a}_s 는 $\|\mathbf{a}_s\|^2 = M$ 이고, $f(\mathbf{a}_s) = f(\mathbf{a}'_s)$ 이다. $\text{Re}(\bar{\mathbf{a}}^H \mathbf{a}'_s) > \rho$ 이므로 $\text{Re}(\bar{\mathbf{a}}^H \mathbf{a}_s) = \rho$ 이게 하는 ϕ 가 항상 존재한다. 따라서 구체 내부에 해가 존재하면, 구면에도 최소한 하나의 해가 존재한다.

불확실 한계 ϵ_s 가 변수일 때, 최소화된 $f(\mathbf{a})$, 즉 $f(\mathbf{a}_s)$ 는 ϵ_s 의 함수이다. $\|\mathbf{a}\|^2 = M$, $\|\mathbf{a} - \bar{\mathbf{a}}\|^2 = \epsilon$ 조건 하에서 \mathbf{a} 에 대한 $f(\mathbf{a})$ 의 최소치를 $g(\epsilon)$ 이라 하자. $\epsilon_2 > \epsilon_1$ 이면 $g(\epsilon_2) \leq g(\epsilon_1)$ 이고, $g(\epsilon)$ 는 단조감소 함수로

$$\epsilon \geq \min_{\phi} \|e^{j\phi} \tilde{\mathbf{e}}_1 - \bar{\mathbf{a}}\|^2 \quad (10)$$

이면 최솟값을 가진다. 여기서 $\tilde{\mathbf{e}}_1 = \sqrt{M} \mathbf{e}_1$, \mathbf{e}_1 은 \mathbf{R}_x 의 가장 큰 고유치에 대응하는 단위크기의 고유벡터이다. DCRCB의 성능은 ϵ_s 에 의존한다. ϵ_s 가 너무 작다면, 성능개선은 미미할 것이고, 반대로 매우 커서 (5)의 해가 $\mathbf{a}_s = \tilde{\mathbf{e}}_1$ 로 주어진다면 $\mathbf{a} \in \Psi(\epsilon_s)$ 의 조건은 아무런 역할을 하지 못하고 없는 것과 같게 되어, (5)는 단지 norm 제한만을 가지는 최소치 문제로 바뀌게 된다. 일반적으로 \mathbf{e}_1 은 \mathbf{a}_0 와 유사하지 않고, 적응 어레이는 큰 성능저하를 겪을 수 있다.

\mathbf{a}_0 와 $\bar{\mathbf{a}}$ 간 최소거리 ϵ_{\min} 을

$$\epsilon_{\min} = \min_{\phi} \|e^{j\phi} \tilde{\mathbf{a}}_0 - \bar{\mathbf{a}}\|^2 \quad (11)$$

와 같이 정의한다. 여기서 $\tilde{\mathbf{a}}_0 = \sqrt{M} \mathbf{a}_0 / \|\mathbf{a}_0\|$ 이다. ϵ_{\min} 은 어떤 $e^{j\phi} \tilde{\mathbf{a}}_0$ 을 포함하는 불확실 집합의 최소반경을 나타내는 최적값(optimum value)이다. 식 (5)에서 ϵ_s 를 최적값 ϵ_{\min} 으로 하는 것이 바람직 할 것이다. 하

지만 ϵ_{\min} 은 알려져 있지 않다. ϵ_s 값이 ϵ_{\min} 에 비해 너무 크거나 작다면 원하는 신호를 감쇠하거나 간섭을 잘 제거하지 못해 성능저하가 심하게 일어날 수 있다.

그림 1에서는 시뮬레이션을 통해 ϵ_s 에 대한 표준방식의 SINR 성능을 보여준다. 시뮬레이션에서는 직선상에 10개의 센서가 반과장의 일정한 간격으로 배열된 ULA(uniform linear array)를 사용하였다. 어레이 broadside에 대해 -35° , 20° , -50° 의 방향으로부터 3개의 간섭신호가 도래한다. 원하는 신호의 입력 SNR(signal-to-noise ratio)은 15 dB이고, 각 간섭신호에 대한 입력 INR(interference-to-noise ratio)은 25 dB로 같다. 데이터 샘플의 수는 충분하여 공분산 행렬 \mathbf{R}_x 는 알려져 있다고 상정하였다. 원하는 신호의 도래각에 대한 추정치는 $\hat{\theta}_0 = 0^\circ$ 이고, 이에 따라 가정된 조향벡터는 $\bar{\mathbf{a}} = [1, 1, \dots, 1]^T$ 와 같이 주어진다. 원하는 신호의 실제 도래각은 $\theta_0 = 3^\circ, 4^\circ, 5^\circ$ 의 세 가지 경우에 대해 시뮬레이션을 하였고, 범례에서 AOA(angle of arrival)는 도래각을 나타낸다. $\theta_0 = 3^\circ, 4^\circ, 5^\circ$ 일 때, 최소거리 ϵ_{\min} 은 각각 $\epsilon_{\min} = 2.158, 3.736, 5.643$ 이다. 도래각에서 1° 의 차이에 불과하지만 최소거리는 크게 다르며, 이는 표준방식의 성능은 ϵ_s 에 따라 크게 변할 수 있고, ϵ_s 를 적절한 값으로 결정하는 것이 중요함을 나타낸다. 그림 1을 보면, 각 도래각에 대한 성능곡선은 해당 ϵ_{\min} 부근에서 최댓값을 가지며, 이 최댓값은 포

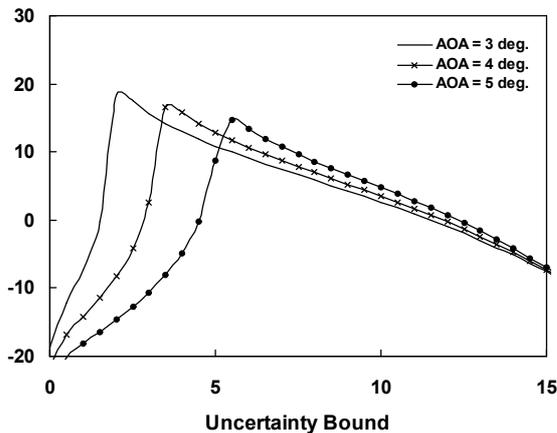


그림 1. $\theta_0 = 3^\circ, 4^\circ, 5^\circ$ 일 때 표준 DCRCB의 ϵ_s 에 따른 성능

Fig. 1. Performance of the standard DCRCB as a function of ϵ_s at $\theta_0 = 3^\circ, 4^\circ, 5^\circ$.

인팅 에러(pointing error), 즉 $|\theta_0 - \hat{\theta}_0|$ 이 클수록 감소한다. ϵ_s 가 ϵ_{\min} 에 비해 작거나 크면 SINR은 감소한다. $\epsilon_s < \epsilon_{\min}$ 일 때, 즉 어떤 $e^{j\phi} \tilde{\mathbf{a}}_0$ 을 포함하지 않을 때 $\epsilon_s > \epsilon_{\min}$ 의 포함하는 경우에 비해 더 큰 SINR 감소가 일어난다. 시뮬레이션 결과는 표준방식의 성능이 ϵ_s 의 값에 따라 크게 달라짐을 보여준다.

IV. 제안방식

III장에서 살펴본 바와 같이, SINR 성능이 ϵ_s 에 크게 의존하며, ϵ_{\min} 에 가까운 값으로 ϵ_s 를 설정하는 것이 바람직하다. 하지만 근사적으로도 ϵ_{\min} 값을 모르는 경우가 대부분으로 적절하게 ϵ_s 의 값을 부여할 수 없다. 불확실 한계 ϵ_s 값의 설정문제는 반복탐색을 통해 해결할 수 있다.

작은 반경 ϵ_p 을 가지는 집합 $\Psi_1(\epsilon_p) = \{\mathbf{a}: \|\mathbf{a} - \bar{\mathbf{a}}\|^2 \leq \epsilon_p\}$ 를 생각하자. 작은 반경을 가지는 집합 $\Psi_1(\epsilon_p)$ 를 이용하여 (5)와 같이 조향벡터를 구할 때, 반경이 충분히 작다면 구한 벡터 $\mathbf{a}_{p,1}$ 은 $\mathbf{a}_{p,0} (= \bar{\mathbf{a}})$ 보다 좋은 SINR 성능을 가질 것으로 예상할 수 있다. 다시 벡터 $\mathbf{a}_{p,1}$ 을 중심으로 하여 벡터 $\mathbf{a}_{p,2}$ 를 구하면 이 벡터도 $\mathbf{a}_{p,1}$ 보다 좋은 성능을 줄 것으로 기대할 수 있다. 이와 같이 반복탐색을 계속하여 k 번째 반복에서 $\mathbf{a}_{p,k}$ 는 (12)와 같이 구해진다.

$$\mathbf{a}_{p,k} = \arg \min_{\mathbf{a} \in \Psi_k(\epsilon_p)} f(\mathbf{a}) \quad (12)$$

$$\Psi_k(\epsilon_p) = \{\mathbf{a}: \|\mathbf{a} - \mathbf{a}_{p,k-1}\|^2 = \epsilon_p\}$$

$$\|\mathbf{a}\|^2 = M$$

여기서 ϵ_p 는 탐색반경이다. $\Psi_k(\epsilon_p)$ 는 구 표면에 있는 원소들의 집합이며, III장에서 설명한바와 같이 이 집합을 구 내부까지 포함하는 $\{\mathbf{a}: \|\mathbf{a} - \mathbf{a}_{p,k-1}\|^2 \leq \epsilon_p\}$ 로 바꾸어도 그 해는 스칼라인자(scalar factor) 차이 내에서 같다. 식 (12)의 최소화문제에서 \mathbf{a} 에 대한 조건이 부등식 없이 등식으로만 주어짐에 따라 Lagrange dual 문제로 변환이 필요치 않고, 이 보다 다루기가 쉬운 Lagrange 승수(Lagrange multiplier) 방법을 통해 그해를 구할 수 있다.

RCB^[6]에서 반복탐색을 하여 조향벡터를 구하는 방식

이 참고문헌 [5]에 제안되어있다. RCB 방식에서는 norm 제한($\| \mathbf{a} \|^2 = M$)을 두지 않는 점이 DCRCB와 다르다. [5]에서도 탐색반경 ϵ_c 가 주어졌다면, norm 제한조건 없이 집합 $\{ \mathbf{a}: \| \mathbf{a} - \mathbf{a}_{c,k-1} \|^2 \leq \epsilon_c \}$ 내에서 $f(\mathbf{a})$ 를 최소로 하는 벡터 $\mathbf{a}_{c,k}$ 를 찾고, 다시 $\mathbf{a}_{c,k}$ 를 중심으로 한 구체에서 $\mathbf{a}_{c,k+1}$ 를 구하는 과정을 반복한다. 그러나 반복방식에서 핵심은 ‘언제 반복탐색을 종료하느냐’에 있다. [5]에서는 Lagrange dual 문제에 대한 민감도분석(sensitivity analysis)^[7]에 기초하여 $\gamma_{c,k}$ 가 0에 가까운 매우 작은 어떤 값 ξ 이하이면 반복종료 과정에 들어간다. [5]의 방식을 그대로 DCRCB에 적용한다고 하면 (편의상, 본 논문에서는 DCRCB에 적용한 이 방식을 기존반복방식이라 부른다), $\gamma_{c,k}$ 는 (8), (9)에서 ϵ_s 를 ϵ_c 로, $\bar{\mathbf{a}}$ 는 $\mathbf{a}_{c,k}$ 로 바꾼 식 (8)의 해이다. ξ 가 매우 작은 값이라고 하지만 그 값을 설정해야하고, V장의 시뮬레이션에서 보듯이 기존방식의 성능은 ξ 에 크게 좌우된다. 사실상, 기존방식에서는 ϵ_c , ξ 의 두 파라미터의 값을 결정해야 하므로 ϵ_s 만을 정하는 표준방식보다 파라미터 설정에 있어서 더욱 복잡해지는 측면이 있다. 이 두 개의 파라미터 값을 조정하면서, 여러 간섭환경, 조향에러에 대해 만족할만한 성능을 가지도록 ξ 의 값을 정하는 것은 까다로운 일일 것이다. 결론적으로 표준방식이 가진 불확실한계 설정이라는 문제가 기존 반복방식에서 미해결인 상태로 남아 있다고 볼 수 있다.

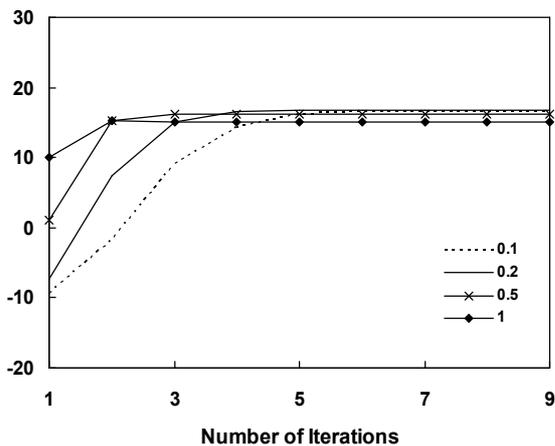


그림 2. $\epsilon_p = 0.1, 0.2, 0.5, 1.0$ 일 때 제안방식의 반복횟수에 따른 성능

Fig. 2. Performance of the proposed method as a function of iteration number at $\epsilon_p = 0.1, 0.2, 0.5, 1.0$.

우리가 찾고자 하는 새로운 조향벡터는 \mathbf{a}_0 (또는 $e^{j\phi} \tilde{\mathbf{a}}_0$)에 가까이 있는 벡터이다. 그러나 이들 벡터를 모르기 때문에 얼마나 가까이 있는지 알 수 없다. 하지만, 다행스텝계도, 이들 벡터가 놓여있는 부공간에 얼마나 가까운지는 알 수 있다. \mathbf{a}_0 (또는 $e^{j\phi} \tilde{\mathbf{a}}_0$)는 신호부공간, 즉 \mathbf{A} 의 열공간(column space)에 놓여있으며, \mathbf{R}_x 를 고유분해(eigendecomposition)하여 \mathbf{A} 의 열공간을 알 수 있다. \mathbf{R}_x 를 (13)과 같이 고유분해할 수 있다.

$$\mathbf{R}_x = \sum_{m=1}^M \lambda_m \mathbf{e}_m \mathbf{e}_m^H \quad (13)$$

고유치 λ_m 은 크기순으로 배열되어 $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_M$ 이고, \mathbf{e}_m 은 대응하는 고유벡터이다. 신호부공간은 $\mathbf{E}_s = [\mathbf{e}_1, \dots, \mathbf{e}_{J+1}]$ 의 열공간과 같다. 주어진 벡터 \mathbf{a} 와 신호부공간간 거리 d 를 다음과 같이 정의한다.

$$d = \min_{\mathbf{v} \in \mathcal{S}(\mathbf{E}_s)} \| \mathbf{a} - \mathbf{v} \| \quad (14)$$

여기서 $\mathcal{S}(\mathbf{E}_s)$ 는 \mathbf{E}_s 의 열공간을 나타낸다. 식 (14)는 \mathbf{E}_s 의 열공간에 속한 벡터 중 \mathbf{a} 와 가장 가까운 거리에 있는 벡터와의 거리를 의미한다. \mathbf{a} 와 가장 가까운 거리에 있는 벡터는 $\mathbf{v} = \mathbf{E}_s \mathbf{E}_s^H \mathbf{a}$ 이다. 식 (14)에서 $\| \mathbf{a} \|^2 = M$ 인 경우, 거리의 제곱은 $d^2 = M - \| \mathbf{E}_s^H \mathbf{v} \|^2$ 과 같이 주어진다. 제안방식에서는 신호부공간과의 거리 d 가 더 이상 감소하지 않으면 (12)의 반복계산을 종료한다. 따라서 만약 K 번째 반복에서

$$\| \mathbf{E}_s^H \mathbf{a}_{p,K-1} \|^2 \geq \| \mathbf{E}_s^H \mathbf{a}_{p,K} \|^2 \quad (15)$$

이면 반복은 종료되고, $\mathbf{a}_{p,K-1}$ 를 적응 빔 형성을 위한 조향벡터로 사용하며, (3)에 $\mathbf{a} = \mathbf{a}_{p,K-1}$ 를 대입하여 가중 벡터를 계산한다.

V. 시뮬레이션

시뮬레이션에서는 그림 1에서와 같은 10개의 센서가 반파장 간격으로 놓인 ULA 어레이를 사용하였고, 3개의 간섭신호가 $-35^\circ, 20^\circ, -50^\circ$ 의 방향으로부터 각각 10, 20, 30 dB의 INR을 가지고 도래한다. 원하는 신호의 도래각은 $\theta_0 = 0^\circ$, 처음에 가정된 조향벡터는

$\bar{\mathbf{a}} = [1, 1, \dots, 1]^T$ 이다. SINR은 이에 대한 언급이 없으면 10 dB 이다. 공분산 행렬 \mathbf{R}_x 는 알려져 있다고 가정하였다. 랜덤조향벡터에러(random steering vector error)가 있을 때, 제안방식의 성능을 반복탐색을 하지 않는 표준방식 그리고 기존의 반복방식과 비교한다. 랜덤조향벡터에러를 고려하여 원하는 신호에 대한 실제 어레이 응답벡터는 $\mathbf{a}_0 = \bar{\mathbf{a}} + \boldsymbol{\delta}$ 와 같이 모델링하였고, $\boldsymbol{\delta}$ 는 랜덤 에러벡터이다. 에러벡터는 $E[\boldsymbol{\delta}] = \mathbf{0}$, $E[\boldsymbol{\delta}\boldsymbol{\delta}^H] = \sigma_\delta^2 \mathbf{I}$ 이고, σ_δ^2 는 에러벡터 각 요소의 분산을 나타낸다. 1000번의 독립적인 시행을 통해 평균 SINR을 계산하였다.

그림 2는 ϵ_p 의 여러 값에 대해 반복횟수에 따른 제안방식의 성능을 보여준다. $\sigma_\delta^2 = 0.3$ 이다. 반복횟수가 증가함에 따라 SINR은 증가하여 어떤 값에 도달한다. K

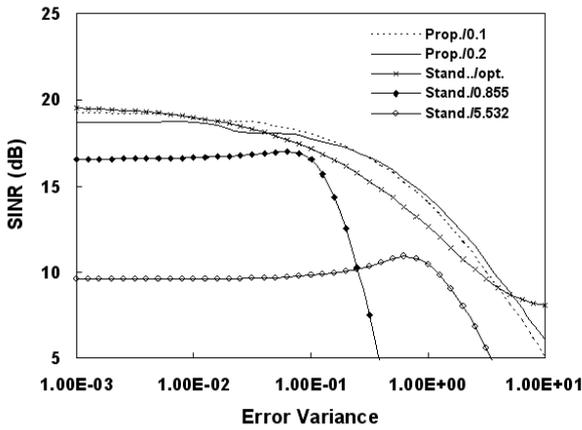
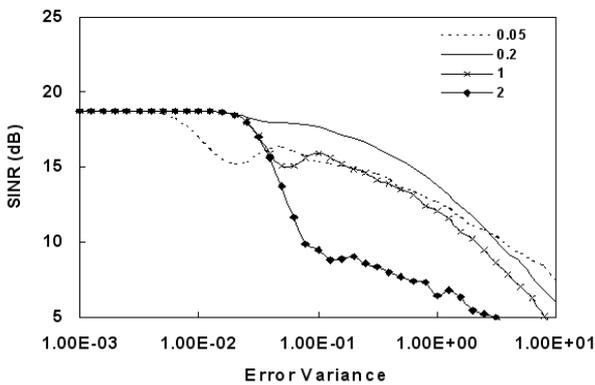
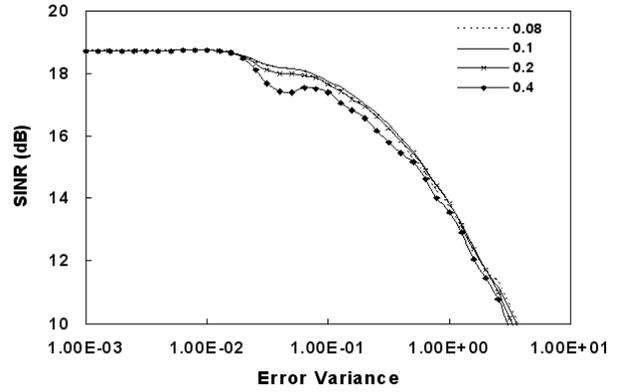


그림 3. 제안방식($\epsilon_p = 0.1, 0.2$)과 표준 DCRCB 방식 ($\epsilon_s = \epsilon_{\min}, 0.855, 5.532$)의 성능비교

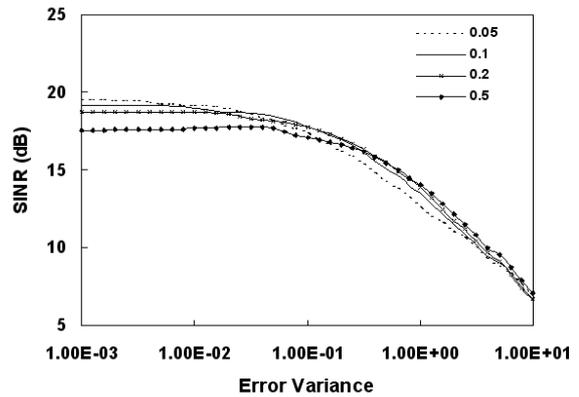
Fig. 3. Performance comparison between the standard DCRCB and the proposed method.



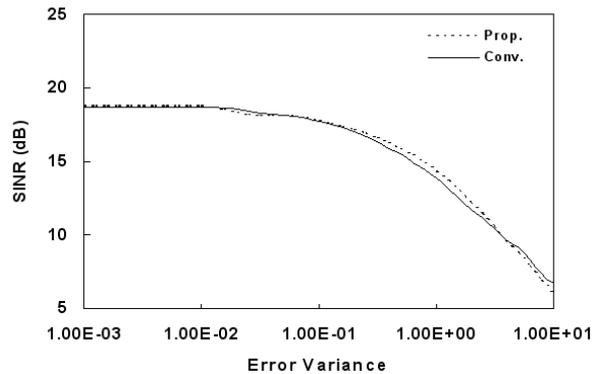
(a)



(b)



(c)



(d)

그림 4. σ_δ^2 에 따른 기존반복방식의 SINR (a) $\epsilon_c = 0.2$ 일 때, $\xi = 0.05, 0.2, 1.0, 2.0$ 에 대한 성능 (b) $\epsilon_c = 0.2$ 일 때, $\xi = 0.08, 0.1, 0.2, 0.4$ 에 대한 성능 (c) $\xi = 0.1$ 일 때, $\epsilon_c = 0.05, 0.1, 0.2, 0.5$ 에 대한 성능 (d) 제안방식과 기존반복방식 ($\xi = 0.1$)의 성능비교, $\epsilon_p = \epsilon_c = 0.2$

Fig. 4. SINR of the existing iterative method against σ_δ^2 . (a) $\epsilon_c = 0.2$ and $\xi = 0.05, 0.2, 1.0, 2.0$. (b) $\epsilon_c = 0.2$ and $\xi = 0.08, 0.1, 0.2, 0.5$. (c) $\xi = 0.1$ and $\epsilon_c = 0.05, 0.1, 0.2, 0.5$. (d) Performance comparison between the conventional and the proposed methods when $\epsilon_p = \epsilon_c = 0.2$.

번째 반복에서 종료조건 (15)가 만족되었다면, 조향벡터는 $\mathbf{a}_{p,K-1}$ 로 주어져서 이후 반복을 계속하더라도 조향벡터는 $\mathbf{a}_{p,K-1}$ 로 변하지 않고 SINR은 도달된 어떤 값으로 고정된다. ϵ_p 가 작을수록 종료할 때까지의 반복횟수 K 는 많아지고 도달된 SINR은 증가한다. 그러나 그 SINR에서의 차이는 매우 작다. 예를 들어서 $\epsilon_p = 0.1, 0.5$ 일 때, 각각 $K = 9, 5$ 이고, SINR은 16.65, 16.18 dB 이다. ϵ_p 가 작다면 SINR은 ϵ_p 에 거의 무관함을 보여준다.

제안방식과 반복탐색을 하지 않는 표준방식의 성능을 그림 3에 비교하였다. 범례에서의 숫자는 ϵ_p 또는 ϵ_s 의 값을 나타내며, 최적 불확실한계 ϵ_{\min} 을 가지는 표준방식의 성능도 포함하였다. 각 시행에서 $\mathbf{a}_0 (= \bar{\mathbf{a}} + \boldsymbol{\delta})$ 는 다르며, 따라서 ϵ_{\min} 도 다른 값을 가진다. $\epsilon_p = 0.855, 5.532$ 는 각각 $\sigma_\delta^2 = 0.1, 1.0$ 일 때의 ϵ_{\min} 의 평균값과 같다. ϵ_{\min} 의 평균값은 $\bar{\epsilon}_{\min} = 1/1000 \sum_{i=1}^{1000} \epsilon_{\min,i}$ 와 같이 계산되며, $\epsilon_{\min,i}$ 는 i 번째 시행에서의 ϵ_{\min} 이다. 먼저 표준방식의 성능을 살펴보면, $\epsilon_s = 0.855, 5.532$ 일 때 SINR은 각각 $\sigma_\delta^2 = 0.1, 1.0$ 부근에서 최댓값을 가지며, 이 최댓값을 넘어서면 급격한 감소를 보인다. σ_δ^2 이 작을 때 $\epsilon_s = 5.532$ 은 $\epsilon_s = 0.855$ 보다 약 7 dB 성능이 열등하며, 이는 주로 간섭전력 증가에 기인한다. 예상한 대로 $\epsilon_s = \epsilon_{\min}$ 이 $\epsilon_s = 0.855, 5.532$ 보다 좋은 성능을 보인다. 이상 그림에서 본 것처럼, 표준방식은 불확실 환경 ϵ_s 에 심하게 의존하고 있음을 나타낸다. 반면에 제안방식에서 $\epsilon_p = 0.1, 0.2$ 에 대한 성능은 매우 유사한 특성을 나타내며, 앞에서 언급한 바와 같이 작은 ϵ_p 에 대해서는 그 SINR이 ϵ_p 에 거의 무관함을 보인다. σ_δ^2 가 작거나 크지 않는, 대략 $0.05 < \sigma_\delta^2 < 6$ 의 범위에서 제안방식은 $\epsilon_p = 0.1, 0.2$ 모두 최적한계 $\epsilon_s = \epsilon_{\min}$ 을 사용하는 표준방식보다도 우수한 성능을 보인다.

기존의 반복탐색방식에서는 두 개의 파라미터 ϵ_c, ξ 를 결정해야한다. 그림 4에서는 이들 파라미터에 대해서 기존방식의 성능을 분석한다. 참고문헌 [5]에 반복종료의 기준값 ξ 를 0에 가까운 매우 작은 값이라는 언급 외에 이 값에 대한 세부적인 내용은 제시되어 있지

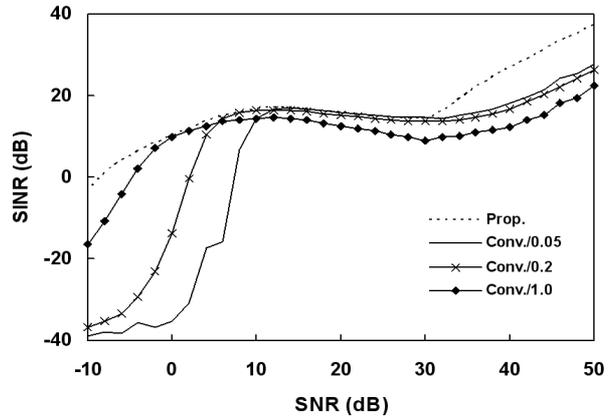


그림 5. SNR에 따른 제안방식과 기존반복방식 ($\xi' = 0.05, 0.2, 1.0$)의 성능비교, $\sigma_\delta^2 = 0.3, \epsilon_p = \epsilon_c = 0.2$
 Fig. 5. Performance comparison between the conventional and the proposed methods against SNR when $\sigma_\delta^2 = 0.3$ and $\epsilon_p = \epsilon_c = 0.2$.

않다. 시뮬레이션에서는 ξ 를 잡음전력에 대한 상대적인 값인 $\xi' = \xi/\sigma^2$ 을 사용한다. 그림 4(a)는 $\epsilon_c = 0.2$ 일 때, 여러 ξ' 에 대하여 성능을 비교한다. SINR은 ξ' 에 따라 크게 변하며 전체적으로 $\xi' = 0.2$ 일 때 가장 좋은 성능을 나타낸다. $\xi' = 0.2$ 부근에서 성능변화를 보기 위해 그림 4(b)에 $\xi' = 0.08, 0.1, 0.2, 0.4$ 에 대한 성능을 나타내었다. 이들 작은 ξ' 에 대한 성능차이는 비교적 작은 편이며, 이들 값 중에서 $\xi' = 0.1$ 일 때 성능이 전체적으로 가장 좋다. 그림 4(c)는 $\xi' = 0.1$ 일 때 여러 ϵ_c 에 대한 성능을 보여준다. σ_δ^2 이 매우 작은 경우, ϵ_c 가 커짐에 따라 SINR이 조금 감소한다. 기존방식에서도 ϵ_c 가 작으면 거의 같은 성능을 가짐을 보여준다. $\epsilon_p = \epsilon_c = 0.2$ 일 때, 그림 4(d)에 제안방식과 기존방식 간의 성능을 비교하였다. 기존방식에서 ξ 는 앞에서 기술한 바와 같이 가장 좋은 성능을 보인 $\xi' = 0.1$ 을 사용하였다. 이 예에서는 두 방식이 비슷한 성능을 보이고 있다.

그림 5는 제안방식과 기존방식의 SNR에 따른 성능을 비교한다. $\sigma_\delta^2 = 0.3, \epsilon_p = \epsilon_c = 0.2$ 이다. 기존방식에서는 ξ' 값을 달리하면서 성능을 나타내었다. ξ' 값이 작으면 상대적으로 SNR이 클 때 더 큰 SINR을 보이나 SNR이 작아지면 상대적인 성능저하가 심해진다. 그림에서 보인 SNR 범위 전체에서 만족할 만한 성능을 주는 ξ' 의 값을 찾을 수 없다. 기존방식은 어떤 ξ' 값을

사용하더라도 제안방식과 비교하여 작거나 비슷한 SINR을 가진다. 특히 SINR이 매우 작거나 클 때, 제안 방식의 우수함이 돋보인다.

VI. 결 론

DCRCB에서 불확실 집합의 한계의 설정이라는 난제를 해결하여 조향벡터 에러에 강인한 적응 빔 형성 기법을 제안하였다. 제안방식에서는 어레이 출력전력을 최소로 하는 벡터를 작은 반경의 구 표면에 구하고, 이의 반복을 통해 조향벡터를 추정한다. 이러한 반복탐색에서 핵심은 ‘언제 반복탐색을 종료’할지이다. 기존의 반복탐색방식에서는 종료를 위한 기준값 설정이 요구된다. 결국 탐색한계를 포함, 2개의 파라미터 ϵ_c , ξ 의 설정이 필요하여 오히려 표준 DCRCB보다 문제가 복잡해지고, 여전히 적절한 값의 설정이라는 문제가 남아있다. 반면에 제안방식에서는 추정된 벡터와 신호부 공간과의 거리가 더 이상 감소하지 않으면 반복을 종료하여 기존방식이 가진 파라미터 설정 문제가 없다. 시뮬레이션에 따르면, 입력 SNR이 변할 때, 기존방식에서는 SINR 성능이 ξ 에 크게 변하며, 어떤 ξ 값을 사용해도 제안방식이 기존방식보다 우수함을 보인다. 반복탐색을 하지 않는 표준방식과 비교에 있어서는, 에러분산이 매우 크거나 작지 않으면 최적 한계 ϵ_{min} 을 이용한 표준방식보다도 제안방식은 우수한 성능을 보인다.

조향벡터에 관한 집합을 구체내부까지 포함하지 않고 구 표면만으로 할 수 있고, 이때 제한조건이 부등식을 포함하지 않는 등식만으로 주어지게 되며, DCRCB에서의 최소화 문제를 Lagrange 승수 방법을 통해 해결할 수 있다.

참 고 문 헌

- [1] M. Wax and Y. Anu, "Performance analysis of the minimum variance beamformer in the presence of steering vector errors," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 44, no. 4, pp. 938-947, Apr. 1996.
- [2] R. T. Compton, Jr., "The effect of random steering vector errors in the Applebaum adaptive array," *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, vol. 18, no. 5, pp. 392 - 400, Sept. 1982.
- [3] Y.-H. Choi, "Interference subspace approximation

based adaptive beamforming in the presence of a desired Signal," *IEE Proc. Radar, Sonar and Navig.*, vol. 152 no. 4, pp. 232-238, Aug. 2005.

- [4] J. Li, P. Stoica, and Z.-S. Wang,, "Doubly constrained robust Capon beamforming," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 52, no. 9, pp.2407 - 2423, Sept. 2004.
- [5] S. E. Nai, W. Ser, Z. L. Yu, and S. Rahardja, "Iterative Robust Capon Beamformer," in *Proc IEEE Statistical Signal Processing (SSP'07) Workshop*, Madison, WI, Aug. 2007, pp. 542 - 545.
- [6] J. Li, P. Stoica, and Z. Wang, "On robust Capon beamforming and diagonal loading," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol.51, no.7, pp. 1702 - 1715, Jul. 2003.
- [7] S. Boyd and L. Vandenberghe, *Convex Optimization*, Cambridge UK: Cambridge University Press, 2004.

저 자 소 개



최 양 호(정회원)

1982년 연세대학교 전자공학과 학사 졸업.

1984년 KAIST 전기 및 전자공학과 석사 졸업.

1989년 KAIST 전기 및 전자공학과 박사 졸업.

1989년~1997년 한국통신 연구개발본부 팀장

1997년~2002년 동양대학교 정보통신공학부 교수

2002년~현재 강원대학교 전기전자공학부 교수

<주관심분야 : 무선신호처리, 무선접속기술, 이동통신>