

공진법을 이용한 1-3형 압전복합체의 단일상 등가물성 도출

Derivation of Single Phase Material Properties Equivalent to 1-3 Piezoelectric Composites by the Resonant Method

김진욱, 표성훈, 노용래
(Jinwook Kim, Sunghun Pyo, Yongrae Roh)

경북대학교 기계공학과

(접수일자: 2011년 7월 3일; 수정일자: 2011년 9월 5일; 채택일자: 2011년 9월 22일)

압전복합체는 낮은 음향 임피던스와 높은 전기-기계 결합계수를 가지는 장점으로 인해 광대역 음향 트랜스듀서의 개발에 널리 활용되고 있으나, 구조의 복잡성으로 인해 이를 이용한 각종 트랜스듀서의 설계에 많은 제약이 있어왔다. 본 논문에서는 1-3형 압전복합체의 등가물성을 도출하여, 압전복합체와 동일한 특성을 가지는 균질한 단일 상의 물질로 대체하는 방법을 제안하였다. 압전복합체의 다양한 진동모드에서의 공진특성을 정확히 나타낼 수 있는 등가물성 도출을 위해 공진법과 유한요소 해석법을 이용하였다. 제작한 1-3형 압전복합체 시편과 유한요소해석 모델의 주파수 특성을 비교하여 본 논문의 등가물성도출 방법의 타당성을 검증하였으며, 등가물성을 각 공진 모드별 단일상의 유한요소 해석 모델들에 적용하여 도출한 물성값의 정확성을 분석하였다.

핵심용어: 압전복합체, 공진법, 등가물성, 균질화, 유한요소해석, 공진자

투고분야: 음향 재료 분야 (16.4)

Piezoelectric composites have been widely used in broadband acoustic transducers because of their lower acoustic impedance and higher electro-mechanical coupling factor. However, their complex structure has placed many limitations on the design of various transducers. This paper suggests the methodology to substitute the 1-3 piezocomposites by a single-phased material that has properties equivalent to those of the piezocomposites. The resonant method and finite element analysis (FEA) are used to derive the equivalent properties that can accurately depict resonant properties at various vibration modes of the piezocomposites. Validity of the suggested method is confirmed by comparing frequency characteristics of fabricated 1-3 piezocomposite specimens and FEA models. Further, accuracy of the derived material constants is checked by applying the equivalent properties to FEA models of the single phase material for various resonant modes.

Keywords: Piezocomposite, Resonant Method, Equivalent Properties, Homogenization, Finite Element Analysis, Resonator

ASK subject classification: Acoustic Materials (16.4)

I. 서론

광대역 음향 트랜스듀서는 수중 통신 및 탐지용 소나, 비파괴 검사, 의료 진단기 등 다양한 분야에서 요구되며, 넓은 대역폭을 확보하기 위해 많은 연구가 진행되어 왔다. 그러한 방안의 하나로서 트랜스듀서의 구동부를 압

전세라믹에서 압전복합체로 대체함으로써 넓은 대역폭과 높은 에너지 변환 효율을 구현할 수 있는데, 이러한 장점을 가지는 압전복합체에 대한 연구는 오래전부터 이루어져 왔으며, 다양한 연결구조의 복합체가 이미 상용화된 실정이다. 압전복합체는 압전세라믹이 상대적으로 낮은 밀도와 유전율을 가진 고분자재료와 결합된 형태이므로 낮은 음향임피던스와 높은 전기-기계 결합계수를 가진다. 1-3형 압전복합체의 특성은 압전재료의 부피비, 형상, 모재와 삽입재의 물성 등에 의해 결정되어지며,

고분자재료의 감쇠성에 의해 압전세라믹의 두께 방향 변형에 따른 횡방향 변형을 흡수하여 cross-talk를 줄일 수 있고, 이에 따라 두께 방향의 효율을 증가 시켜 전기-기계 결합계수를 높이고, 결과적으로는 넓은 대역폭 확보를 가능하게 한다 [1].

압전세라믹과 고분자재료의 여러 연결 구조 중 압전 특성이 가장 우수하다고 평가되는 1-3형 압전복합체는 그림 1과 같이 압전세라믹 봉들이 고분자재료인 모재에 일정 간격을 두고 삽입되어 있는 형태를 가지며, 높은 전기-기계 결합계수, 낮은 음향 임피던스, 넓은 범위의 유전상수를 가지는 등의 장점을 보이는데, 이에 대한 연구는 Newnham, Chan, Smith, Auld 그리고 Gururaja 등에 의해 이루어져 왔다 [2-3]. 또한 1-3형 압전복합체의 특성 및 성능 평가에 필요한 계수를 파악하고 실험적으로 비교 및 분석 하는 것뿐만 아니라 [4-5], 복합체를 균질화(homogenization)하여 전체 등가물성을 도출하는 방법에 대한 연구도 활발히 진행되어 왔다. 하지만, 기존의 균질화를 통한 등가물성 도출 방법은 대부분, 탄성, 압전, 유전 상수 값들 중 일부분만을 도출하거나 [6-7], 복합체 내에서 압전재료의 삽입 간격이 파장에 비해 월등히 작다는 조건하에 각 방향 응력 및 변형률, 전기장 등이 동일하게 발생한다는 가정을 바탕으로 유효 물성 (effective properties)을 도출하였다 [7-8]. 이러한 물성 도출 방법에는 복합체를 구성하는 각 재료가 가지는 영향을 부피비에 의한 평균값으로 계산하여 최종 물성들을 도출하는 방법들이 많으므로 [9-10], 통상 높은 감도를 구현하기 위해 압전복합체 트랜스듀서에 널리 활용되는 공진특성 등의 예측에는 일정 오차를 가질 수밖에 없다 [11].

이러한 문제점을 해결하기 위하여, 본 논문에서는 일반적인 압전체의 공진 및 반공진 특성으로부터 관련 물성 값을 추출 할 수 있는 공진법 (resonant method)을 이용하여 [14-16], 1-3형 압전복합체의 등가 물성을 정확히 도출하는 방법을 제안하고 그 타당성을 입증하였다. 특정 공진 모드를 가지는 공진자 (resonator)를 유한요소해석 (FEA)을 통해 분석하는 것은 다양한 연구 사례들을 통해 그 타당성이 검증되었으므로 [16-18], 각 진동 모드별 1-3형 압전복합체 진동자 모델의 공진 특성은 상용 프로그램인 ANSYS를 이용한 유한요소해석을 통해 분석하였다. 이와 같이 도출한 등가물성을 이용하면, 1-3형 압전복합체를 복잡한 구조의 2상 (two phase)재료가 아닌 압전복합체와 동일한 전기-기계적 특성을 가지는 단일상 (single phase)인 재료로 표현할 수 있으므로, 유한요소해석을 이용한 트랜스듀서의 주파수 특성, 구동성능

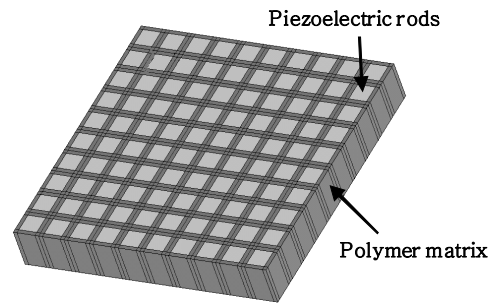


그림 1. 1-3형 압전복합체의 일반적인 구조
Fig. 1. Schematic structure of 1-3 piezoelectric composites.

해석 및 설계 작업이 월등히 간단하게 이루어질 수 있다. 등가 물성을 가지는 단일상 재료는 2차원 모델로는 표현할 수 없었던 1-3형 결합구조를 2차원 축대칭 모델로도 간편하게 나타낼 수 있게 되므로, 해석이 보다 편리하고 신속해질 수 있게 된다. 이러한 등가물성 도출 방법의 타당성은 실험적으로 제작한 1-3형 압전복합체 시편과 유한요소해석용 공진자 모델의 주파수 특성을 비교함으로써 검증하였으며, 나아가 도출한 등가물성의 정확성은 각 공진자 모델별로 단일상일 때와 1-3형 압전복합체일 때의 진동특성을 비교함으로써 분석하였다. 본 논문에서는 복합체를 구성하는 압전세라믹으로 PZT를, 고분자재료로는 저점도 에폭시를 사용하였다.

II. 1-3형 압전복합체의 물성 및 특성 파악

본 논문의 1-3형 압전복합체는 Hexagonal 6 mm의 결정구조를 가지는 PZT 세라믹이 삽입재로 사용되어 z축 방향 1차원결합을 이루고 있으며, 등방성 재료인 고분자재료가 x, y, z축 세 방향으로 3차원 결합 형태를 가지므로, 1-3형 복합체의 유효물성 역시 Hexagonal 6 mm의 결정구조를 가지게 된다. 그 유효물성을 행렬과 관계식으로 나타내면 식 (1)-(5)와 같다 [12-14]. 여기서, 윗줄 $\bar{\cdot}$ 는 복합체의 물성임을 나타내며, \bar{c}^E , \bar{e} , $\bar{\epsilon}^S/\epsilon_0$, $\bar{\rho}$, \bar{k}_{eff}^2 는 각각 복합체의 탄성 강성 계수 (stiffness), 압전계수, 상대유전율, 밀도, 유효 전기-기계 결합계수이고, ϵ_0 는 진공상태에서의 유전율 8.854×10^{-12} [F/m], ν 는 세라믹의 부피 비 (volume fraction)를, f_r 과 f_a 는 복합체의 특정 진동 모드에서의 공진 주파수와 반공진 주파수를 각각 나타낸다. 위 첨자 B 와 S 는 각각 전계와 변형률이 일정할 때의 값을, 위첨자 C 와 P 는 각각 세라믹상 (ceramic phase)과 고분자상 (polymer phase)을 나타내고, 아래첨자 1, 2, 3은 각각 결정축 x, y, z를 나타낸다 [3].

$$\bar{c}^E = \begin{pmatrix} \bar{c}_{11}^E & \bar{c}_{12}^E & \bar{c}_{13}^E & 0 & 0 & 0 \\ \bar{c}_{12}^E & \bar{c}_{11}^E & \bar{c}_{13}^E & 0 & 0 & 0 \\ \bar{c}_{13}^E & \bar{c}_{13}^E & \bar{c}_{33}^E & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \bar{c}_{44}^E & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \bar{c}_{44}^E & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \bar{c}_{66}^E \end{pmatrix} \quad (1)$$

$$\bar{e} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \bar{e}_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \bar{e}_{15} & 0 & 0 \\ \bar{e}_{31} & \bar{e}_{31} & \bar{e}_{33} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (2)$$

$$\bar{\epsilon}^S/\epsilon_0 = \begin{pmatrix} \bar{\epsilon}_{11}^S/\epsilon_0 & 0 & 0 \\ 0 & \bar{\epsilon}_{11}^S/\epsilon_0 & 0 \\ 0 & 0 & \bar{\epsilon}_{33}^S/\epsilon_0 \end{pmatrix} \quad (3)$$

$$\bar{\rho} = \nu\rho^C + (1-\nu)\rho^P \quad (4)$$

$$\bar{k}_{eff}^2 = \frac{f_a^2 - f_r^2}{f_a^2} \quad (5)$$

식 (1)-(5)에 나타나 있듯이 Hexagonal 6 mm 결정구조의 복합체에서 등가물성으로 구해야 하는 독립 상수들은 $\bar{c}_{11}^E, \bar{c}_{12}^E, \bar{c}_{13}^E, \bar{c}_{33}^E, \bar{c}_{44}^E, \bar{e}_{15}, \bar{e}_{31}, \bar{e}_{33}, \bar{\epsilon}_{11}^S, \bar{\epsilon}_{33}^S$ 으로 총 열 개가 되며, \bar{c}_{66}^E 은 $(\bar{c}_{11}^E - \bar{c}_{12}^E)/2$ 와 같은 관계식으로 구할 수 있다. 이들 상수들은 압전구조 방정식에 의해 탄성 유연계수 (compliance) \bar{s}^E , 압전계수 \bar{d} , 응력이 일정할 때의 상대유전율 $\bar{\epsilon}^T$ 와 식 (6)-(8)과 같은 관계를 가진다 [12-13]. 여기서 $[]^{-1}$ 은 역행렬을, $[]^T$ 는 전치행렬을 나타낸다.

$$[\bar{c}^E] = [\bar{s}^E]^{-1} \quad (6)$$

$$[\bar{e}] = [\bar{d}][\bar{c}^E] \quad (7)$$

$$[\bar{\epsilon}^S] = [\bar{\epsilon}^T] - [\bar{d}][\bar{e}]^T \quad (8)$$

본 논문에서 제안하는 등가물성 도출 방법은 각 물성 값에 결정적인 영향을 받는 공진자의 유한요소모델들을 생성하여 그 공진 특성을 관찰함으로써 관련 물성을 도출하는 것이므로, 유한요소해석 과정에서 PZT세라믹과 고분자재료 각각의 정확한 물성을 입력해 주어야 한다. 본 연구에 사용된 압전세라믹은 PZT5A이고 [11] 고분자재료는 비스페놀 (Bisphenol)타입의 저점도 에폭시이며, 자세한 물성 값은 표 1에 나타내었다. 표에서 V_f 와 V_s 는 각각 종파와 횡파 속도를 나타낸다.

앞서 설명한 바와 같이 1-3형 압전복합체는 단일상의 압전세라믹에 비해 전기-기계 결합계수가 높고, 음향임

표 1. PZT5A 압전세라믹과 고분자재료의 물성
Table 1. Material properties of the PZT5A and the polymer.

PZT5A			
c_{11}^E [10^{10}N/m^2]	12.1	e_{31} [C/m^2]	-5.4
c_{12}^E [10^{10}N/m^2]	7.54	e_{33} [C/m^2]	15.8
c_{13}^E [10^{10}N/m^2]	7.52	e_{15} [C/m^2]	12.3
c_{33}^E [10^{10}N/m^2]	11.1	$\epsilon_{11}^S/\epsilon_0$	916
c_{44}^E [10^{10}N/m^2]	2.11	$\epsilon_{33}^S/\epsilon_0$	830
c_{66}^E [10^{10}N/m^2]	2.11	ρ^C [kg/m^3]	7750
Polymer			
V_l [m/s]	2550	ϵ/ϵ_0	3.92
V_s [m/s]	1140	ρ^P [kg/m^3]	1220
c_{11}^P [10^{10}N/m^2]	0.796		
c_{12}^P [10^{10}N/m^2]	0.480		

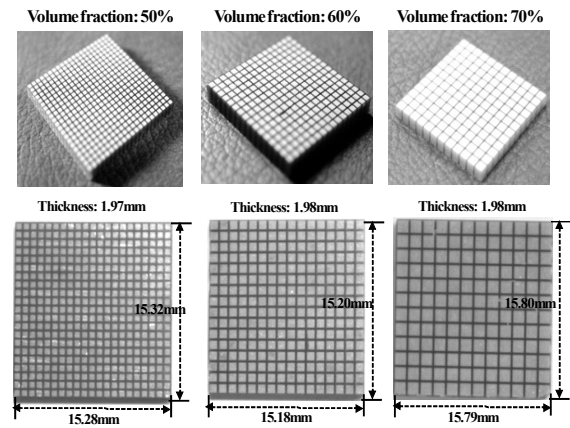


그림 2. PZT의 부피비가 50 %, 60 %, 70 %인 1-3형 압전복합체 제작 결과

Fig. 2. Fabricated specimens of 1-3 piezocomposites with the volume fraction of 50 %, 60 % and 70 %.

피턴스가 낮다는 특징이 있는데, 그 정도는 복합체의 구조에 따라 변하게 된다. 특히 전기-기계 결합계수는 압전재료의 부피 비에 따라 변화를 보이게 되며, 50~70%의 부피 비에서 가장 높은 전기-기계결합계수를 가진다고 알려져 있다 [2-3]. 따라서 이 부피 비에 대해서 ANSYS를 이용한 유한요소해석 결과를 분석하고, 1-3형 복합체를 직접 제작하여 그 결과를 검증하였다. 제작에 사용된 PZT5A와 고분자재료는 표 1에 나타난 물성과 같고, 'Dice & Fill' 방식으로 제작하였으며, PZT5A의 부피비가 50%, 60%, 70%로 제작한 결과와 치수 들은 그림 2에 나타내었다. 제작한 압전복합체의 두께 방향 임피던스 측정 결과와, 제작한 복합체와 동일한 치수를 가지는 유한요소 모델의 해석 결과는 그림 3과 같다. 제작한 복합체들의 임피던스는 임피던스 분석기 HP 4294A를 이용하여 측정하였다.

그림 3에서 확인 할 수 있듯이 측정된 스펙트럼과 유한 요소해석을 통한 임피던스 스펙트럼이 두께 모드 공진과 반공진 주파수에서 잘 일치하는 것을 확인 할 수 있으며, 공진과 반공진 주파수에서의 상대 오차는 1.8% 이하로 나타났다. 이 결과를 통해, 1-3형 압전복합체의 주파수 특성을 본 연구에서 만든 유한요소 모델을 이용해 해석하는 것이 타당하며, 실제 제작 결과에 대한 예측에 있어서도 높은 정확성을 기대할 수 있음을 확인하였다. 이와 같이 검증된 유한요소모델을 이용하여 PZT5A의 부피 비 변화에 따른 압전복합체의 임피던스 스펙트럼을 구하고, 위의 식 (5)를 이용하여 두께모드 전기-기계 결합계수를 계산한 결과, PZT의 부피 비가 0.6인 경우 전기-기계 결합계수가 가장 높게 나타났다. 또한 종횡비의 영향도 유한요소해석을 통해 분석하여, 경향방 진동모드 (lateral mode)에 의한 모드 결합 영향이 나타나지 않는 조건이 0.6 이하임을 확인 하였다. 따라서 등가물성을 도출하기 위한 1-3형 압전복합체의 기본 구조는 PZT의 부피 비가

항상 0.6, 종횡비가 0.6 이하가 되도록 유한요소모델을 구성하였다.

III. 1-3형 압전복합체의 등가물성 도출

서론에서 밝힌 바와 같이 PZT5A가 삽입된 1-3형 압전 복합체의 등가물성들을 유한요소 해석 모델에 공진법을 적용하여 도출하였다. 공진법은 특정 진동모드가 모드결합 없이 완벽하게 나타날 수 있는 구조적인 제한 조건을 가지는 공진자 시편 혹은 모델을 제작하여 각 진동모드에서 공진 주파수와 반공진 주파수를 측정하여 결합계수를 구하고, 이를 이용해 물성 값을 계산하는 방법이다 [12,16,19]. 특정모드에서의 공진 주파수와 반공진 주파수를 파악하기 위해 그림 4에서 8과 같이 관찰하고자 하는 진동모드가 모드 결합 없이 우세하게 나타나도록 1-3형 압전복합체 공진자를 모델링하여 해석하였고, 관찰하고자하는 진동모드에 따라 이름을 붙였다 [14-15]. 예를 들어 LE 모델은 Length Extensional 모드, TE 모델은 Thickness Extensional 모드, RAD 모델은 Radial 모드를 관찰하기 위한 것으로서, 각각 길이 방향 진동과 두께 방향 그리고 반경 방향 진동을 관찰하기 위한 모델을 의미

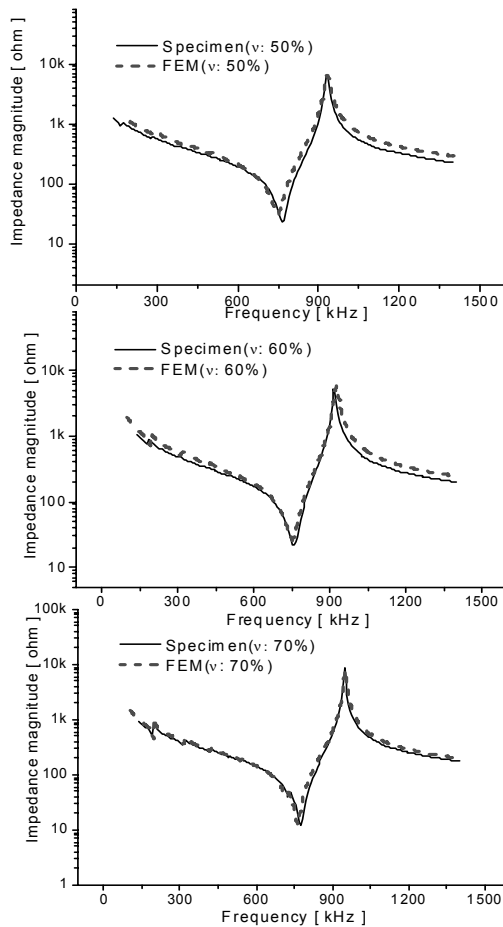


그림 3. 제작한 1-3형 압전복합체의 임피던스 측정 결과와 유한요소해석 결과 비교
 Fig. 3. Comparison of measured and analyzed impedance spectra of 1-3 piezocomposites.

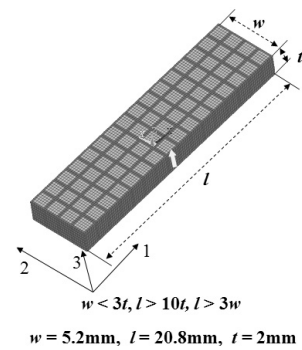


그림 4. Length Thickness Extensional (LTE) 모델
 Fig. 4. Length Thickness Extensional (LTE) model.

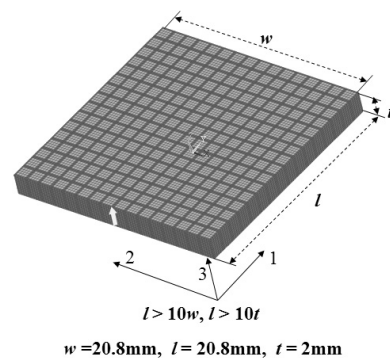


그림 5. Thickness Extensional (TE) 모델
 Fig. 5. Thickness Extensional (TE) model.

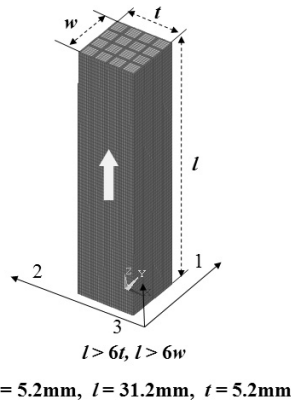


그림 6. Length Extensional (LE) 모델
Fig. 6. Length Extensional (LE) model.

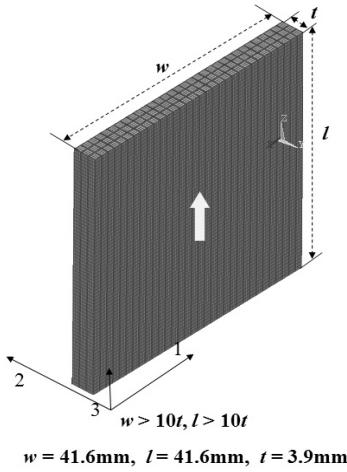


그림 7. Thickness Shear (TS) 모델
Fig. 7. Thickness Shear (TS) model.

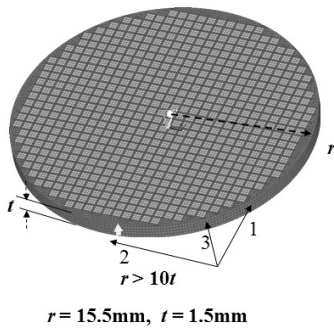


그림 8. Radial (RAD) 모델
Fig. 8. Radial (RAD) model.

하며, 모드 결합 없이 원하는 진동모드가 우세하게 나타나기 위한 구조적 조건들은 각 그림에 표시하였다. 각 그림에서 화살표는 압전세라믹의 분극 방향을 나타내며 모든 모델에서 동일하고, l 은 길이, w 는 너비, t 는 두께, r 은 반경을 의미한다. 전압을 인가하는 방향은 TS 모델을 제외한 모든 모델에서 분극 방향과 일치하고, TS 모델만 분극 방향에 수직으로 전압을 인가하였다.

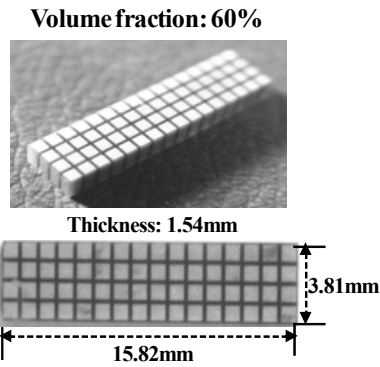


그림 9. PZT의 부피비가 60 %인 1-3형 압전복합체 LTE 모델의 제작 시편
Fig. 9. Fabricated specimen of the 1-3 piezocomposite LTE model with the volume fraction of 60 %.

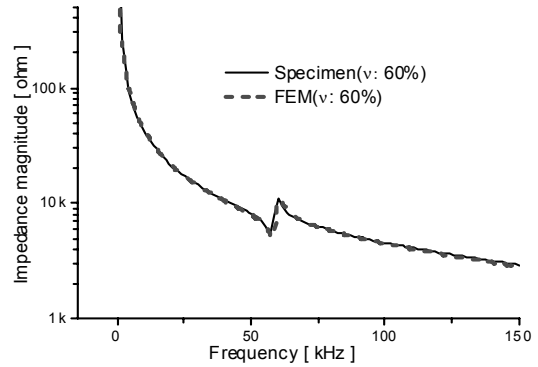


그림 10. 제작한 1-3형 압전복합체 LTE모델의 임피던스 측정 결과와 유한요소해석 결과 비교
Fig. 10. Comparison of measured and analyzed impedance spectra of the 1-3 piezocomposite LTE model.

그림 4의 LTE 모델은 3 방향으로 전압을 인가했을 때 길이 방향인 1 방향으로 공진하는 모드를 관찰하기 위한 모델인데, 이와 같이 형상변화에 따라 우세한 진동 모드의 관찰이 1-3형 압전복합체에서도 나타나는지 관찰하기 위해 그림 9와 같이 LTE모델을 제작하여 측정된 임피던스 스펙트럼을 유한요소해석 결과와 비교하였다. 그 결과 그림 10과 같이 스펙트럼 상의 공진과 반공진 주파수에서 상대 오차가 1.2 % 이하로 일치함을 확인하였다. 이를 통해, 1-3형 압전복합체도 형상 조건에 따라 우세한 공진 모드가 나타나며 이는 유한요소해석을 통해 정확히 파악 할 수 있음을 확인하였다.

그림 4의 LTE 모델을 유한요소해석을 통해 임피던스 스펙트럼을 얻고, 해당 공진 주파수에서의 모드 형상을 길이 방향 진동모드로 확인한 후, 파악한 공진 주파수, 반공진 주파수, 그리고 참고자료 [13-15]에서 유도한 식들을 이용하여 식 (9)와 (10)들에 의해 k_{31}^2 과 s_{11}^E 을 구하였다.

$$\frac{k_{31}^2 - 1}{k_{31}^2} = \frac{\tan(\pi f_{aLT}/2f_{rLT})}{(\pi f_{aLT}/2f_{rLT})} \quad (9)$$

$$\overline{s_{11}^E} = 1/\overline{\rho}(2lf_{rLT})^2 \quad (10)$$

여기서, $\overline{\rho}$ 는 1-3형 압전복합체의 밀도, f_{rLT} 과 f_{aLT} 는 각각 두께방향 전위차에 의한 길이 방향 (LTE) 진동모드에서의 공진 주파수와 반공진 주파수를, k_{31} 은 분극 방향에 수직으로 발생하는 길이 방향 진동모드에서의 전기-기계 결합계수를 말한다. LTE 모델을 이용하여 탄성 유연계수 $\overline{s_{11}^E}$ 과 이 모드에서의 결합계수 k_{31} 을 구할 수 있게 되는데, k_{31} 은 이후 압전계수 $\overline{d_{31}}$ 을 구하는데 이용된다.

같은 방식으로 그림 5의 TE 모델과 그림 6의 LE 모델을 이용하여서도 물성 상수들을 도출해 낼 수 있다. 이 모델들을 이용하여 계산한 상수들을 정리하면 다음과 같다 [13-16]. 식 (11)~(13)은 TE 모델을 이용하여 도출되는 값들을 정리한 식이며, (14)~(16)은 LE 모델에 대한 것이다.

$$k_t^2 = \frac{\pi}{2} \frac{f_{rT}}{f_{aT}} \tan\left(\frac{\pi}{2} \frac{f_{aT} - f_{rT}}{f_{aT}}\right) \quad (11)$$

$$\overline{c_{33}^D} = \overline{\rho}(2tf_{aT})^2 \quad (12)$$

$$\overline{c_{33}^E} = \overline{c_{33}^D}(1 - k_t^2) \quad (13)$$

$$k_{33}^2 = \frac{\pi}{2} \frac{f_{rL}}{f_{aL}} \tan\left(\frac{\pi}{2} \frac{f_{aL} - f_{rL}}{f_{aL}}\right) \quad (14)$$

$$\overline{s_{33}^D} = 1/\overline{\rho}(2lf_{aL})^2 \quad (15)$$

$$\overline{s_{33}^E} = \overline{s_{33}^D}/(1 - k_{33}^2) \quad (16)$$

위의 식들에서 k_t , k_{33} 은 각각 두께 방향 진동모드에서의 전기-기계 결합계수, 길이 방향 진동모드에서의 결합계수를 나타내고, 이들 식에서의 f_{rT} 과 f_{aT} 는 각각 복합체의 두께 방향 (TE) 진동모드에서의 공진 주파수와 반공진 주파수, f_{rL} 과 f_{aL} 는 각각 복합체의 길이 방향 (LE) 진동모드에서의 공진 주파수와 반공진 주파수를 나타낸다. k_{33} 값 역시 압전계수 $\overline{d_{33}}$ 값을 계산하는데 이용된다.

그림 7의 TS 모델을 이용하면 같은 방식으로 k_{15} , $\overline{c_{44}^E}$, $\overline{s_{44}^E}$ 를 구할 수 있으며 아래 식 (17)~(20)과 같이 나타낼 수 있다 [14,18,19]. 여기서, k_{15} 는 두께 방향에 대해 전단 변형이 발생하는 모드의 결합계수를 나타내며 역시 압전계수 $\overline{d_{15}}$ 를 구하는데 이용된다. 이들 식에서의 f_{rTS} 과 f_{aTS} 는 각각 TS 진동모드에서의 공진 주파수와 반공진

주파수를 나타낸다. TS 모델의 경우 표 1에 나타난 것처럼 모재로 사용되는 고분자재료의 유전율이 작기 때문에 공진 주파수와 반공진 주파수에서 다른 모드에서처럼 임피던스 값 차이가 명확하게 나타나지는 않는다. 하지만 공진법에서는 공진과 반공진주파수에서 임피던스의 크기를 이용하는 것이 아니라 주파수 값을 이용하므로 임피던스의 위상 (phase) 스펙트럼을 분석함으로써 정확한 공진주파수와 반공진주파수를 파악할 수 있다.

$$k_{15}^2 = \frac{\pi}{2} \frac{f_{rTS}}{f_{aTS}} \tan\left(\frac{\pi}{2} \frac{f_{aTS} - f_{rTS}}{f_{aTS}}\right) \quad (17)$$

$$\overline{c_{44}^D} = \overline{\rho}(2tf_{aTS})^2 \quad (18)$$

$$\overline{c_{44}^E} = \overline{c_{44}^D}(1 - k_{15}^2) \quad (19)$$

$$\overline{s_{44}^E} = \frac{1}{\overline{c_{44}^E}} \quad (20)$$

또한 6 mm의 대칭 조건을 가지는 압전재료에 대해서는 그림 8과 같은 RAD 모델을 이용할 수 있는데, 이를 이용하여 지정된 PZT의 부피비로 구성된 1-3형 압전복합체의 평면 포아송 비 (planar Poisson's ratio) σ^P 를 구할 수 있다. 이는 식 (21)과 같은 관계식을 통해 $\overline{s_{12}^E}$ 를 구하는데 이용된다 [14,20]. 평면 포아송 비를 구하는 원리는 참고자료 [14]와 [20]에 자세히 유도되어 있다.

$$\overline{s_{12}^E} = -\sigma^P \cdot \overline{s_{11}^E} \quad (21)$$

이와 같은 과정을 통해 탄성유연계수 $\overline{s_{11}^E}$, $\overline{s_{12}^E}$, $\overline{s_{33}^E}$, $\overline{s_{44}^E}$, $\overline{s_{66}^E}$ 을 도출하였다. 탄성 유연계수 행렬을 완성시키기 위해 남은 탄성 물성은 $\overline{s_{13}^E}$ 인데, 이는 탄성 유연계수 행렬을 탄성 강성계수 행렬로 변화시키는 과정에서 결정 구조상의 대칭 조건에 의해 간단히 유도되는 식 (22)를 이용하여 도출할 수 있다 [12]. 이미 도출한 탄성 유연계수들과 TE 모델에서 식 (13)으로 구한 $\overline{c_{33}^E}$ 값이 여기에 사용된다.

$$\overline{s_{13}^E} = \sqrt{\frac{\overline{s_{33}^E}(\overline{s_{11}^E} + \overline{s_{12}^E}) - (\overline{s_{11}^E} + \overline{s_{12}^E})/\overline{c_{33}^E}}{2}} \quad (22)$$

이로써 구하고자 하는 등가 탄성 유연계수의 모든 값들을 찾아 전체 행렬을 완성할 수 있으며, 식 (6)과 같이 그 역행렬을 계산하여 탄성강성계수 $\overline{c^E}$ 행렬의 모든 값을 찾을 수 있게 된다.

표 2. 1-3형 압전복합체의 등가 물성

Table 2. Equivalent properties of 1-3 piezocomposites.

Equivalent Properties: PZT5A + Polymer (Volume fraction: 0.6)			
$\overline{c_{11}^E}$ [10^{10}N/m^2]	2.341	$\overline{e_{31}}$ [C/m^2]	-1.043
$\overline{c_{12}^E}$ [10^{10}N/m^2]	1.039	$\overline{e_{33}}$ [C/m^2]	10.974
$\overline{c_{13}^E}$ [10^{10}N/m^2]	1.153	$\overline{e_{15}}$ [C/m^2]	0.047
$\overline{c_{33}^E}$ [10^{10}N/m^2]	4.159	$\overline{\epsilon_{11}^S}/\epsilon_0$	16.602
$\overline{c_{44}^E}$ [10^{10}N/m^2]	0.598	$\overline{\epsilon_{33}^S}/\epsilon_0$	499.803
$\overline{c_{66}^E}$ [10^{10}N/m^2]	0.651	$\overline{\rho^C}$ [kg/m^3]	5138.4

1-3형 압전복합체의 등가 상대유전율, $\overline{\epsilon^S}$ 혹은 $\overline{\epsilon^T}$ 를 구하기 위해선 복합체 유한요소 모델의 각 방향에 따른 정전용량을 구한 후, 도출한 정전용량을 이용하여 식 (23)과 식 (24)를 통해 유전율을 구할 수 있다. 여기서, C_i, t_i, A_i 는 각각 아래첨자 i 방향에 대한 정전용량, 두께, 단면적을 나타낸다.

$$\epsilon_{11}^T = \frac{C_1 \cdot t_1}{A_1} \tag{23}$$

$$\epsilon_{33}^T = \frac{C_3 \cdot t_3}{A_3} \tag{24}$$

이렇게 구한 유전율과 앞서 각 모델에서 구한 각 모드 별 전기-기계 결합계수를 이용하여 압전계수 \overline{d} 를 구할 수 있으며, 이에 사용된 수식은 식 (25)에서 (27)과 같다 [13-17]. 도출한 유전율 행렬 $[\overline{\epsilon^T}]$, 압전계수 행렬 $[\overline{d}]$ 와 식 (7)과 식 (8)을 이용해 $[\overline{\epsilon^S}]$ 과 $[\overline{e}]$ 를 구할 수 있다.

$$\overline{d_{33}} = k_{33} \sqrt{s_{33}^E \cdot \overline{\epsilon_{33}^T}} \tag{25}$$

$$\overline{d_{31}} = -k_{31} \sqrt{s_{11}^E \cdot \overline{\epsilon_{33}^T}} \tag{26}$$

$$\overline{d_{15}} = k_{15} \sqrt{s_{44}^E \cdot \overline{\epsilon_{11}^T}} \tag{27}$$

이상으로 공진법을 이용하여 Hexagonal 6 mm의 결정 구조를 가지는 부피비 60 %의 PZT5A와 저점도 에폭시로 구성된 1-3형 압전복합체의 10개의 모든 등가 물성을 도출하였다. 도출한 최종 등가물성은 표 2와 같다.

IV. 도출한 등가물성의 검증

위의 3절에서 설명한 과정을 통해 도출한 등가물성의 정확성을 파악하기 위해, 3절에서 모델링한 각각의 유한요소 해석 모델들과 동일한 구조이며, 표 3의 등가 물성

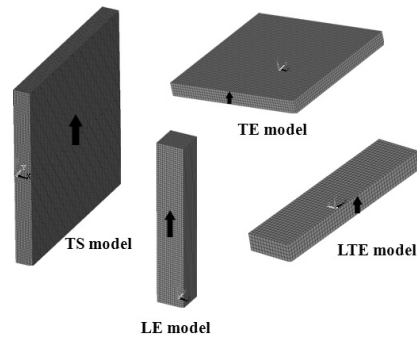


그림 11. 1-3형 압전복합체의 등가물성을 가지는 단일상의 모델들: LE, TE, LTE, TS
 Fig. 11. Single-phased models equivalent to 1-3 composites: LE, TE, LTE, TS.

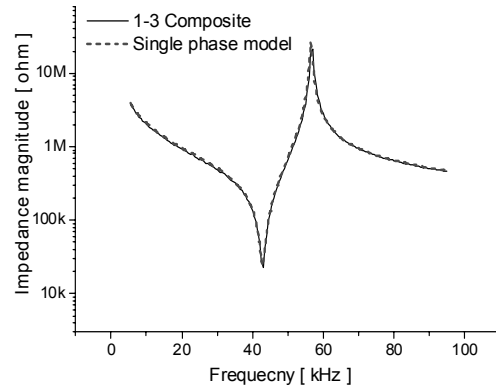


그림 12. 1-3형 압전복합체와 등가 단일상 모델의 임피던스 스펙트럼 비교: LE 모델
 Fig. 12. The comparison of impedance spectra of the 1-3 piezocomposite and equivalent single phase models: LE model.

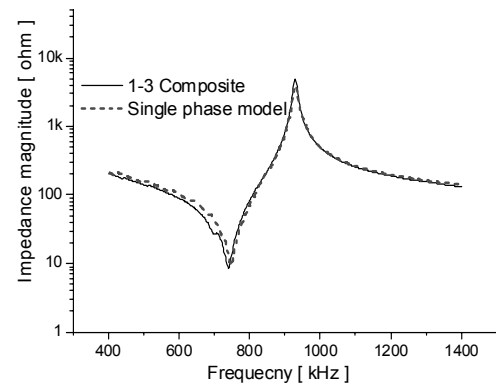


그림 13. 1-3형 압전복합체와 등가 단일상 모델의 임피던스 스펙트럼 비교: TE 모델
 Fig. 13. The comparison of impedance spectra of the 1-3 piezocomposite and equivalent single phase models: TE model.

을 가지는 단일상의 모델들을 해석하여 그 결과를 비교해 볼 수 있다. 그림 11과 같이 1-3형 압전 복합체와 등가 물성을 가지는 단일상의 LE, TE, LTE, TS 모델들을

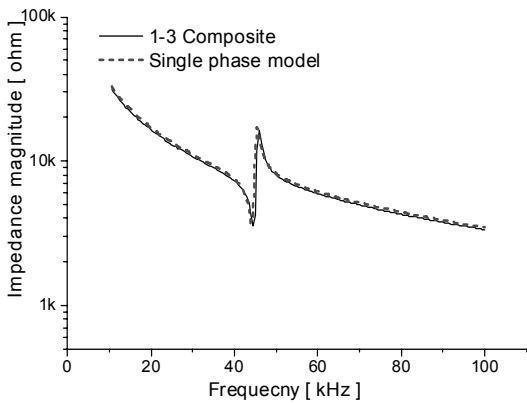


그림 14. 1-3형 압전복합체와 등가 단일상 모델의 임피던스 스펙트럼 비교: LTE 모델

Fig. 14. The comparison of impedance spectra of the 1-3 piezocomposite and equivalent single phase models: LTE model.

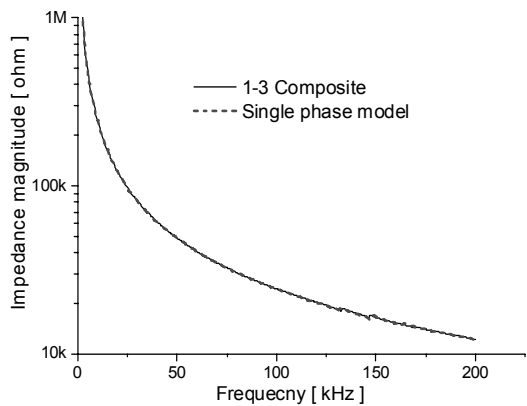


그림 15. 1-3형 압전복합체와 등가 단일상 모델의 임피던스 스펙트럼 비교: TS 모델

Fig. 15. The comparison of impedance spectra of the 1-3 piezocomposite and equivalent single phase models: TS model.

ANSYS를 이용해 조화해석을 하고, 각각의 임피던스 스펙트럼을 비교해 볼 수 있는데, 그 결과는 그림 12-15와 같다.

그림 12-15에 나타난 바와 같이, 본 논문에서 제시한 과정을 따라 도출한 물성을 가지는 단일상 재료는 1-3형 압전복합체의 공진특성을 정확하게 나타낼 수 있음을 확인할 수 있다. 각 스펙트럼의 비교 결과 모든 공진주파수와 반공진 주파수들에 대해 1.1% 이하의 상대 오차가 가지며 잘 일치하는 것으로 나타났는데, 이는 각 공진 모드에 결정적 영향을 미치는 등가 물성들을 정확하게 도출하였음을 의미한다. 이와 같은 결과는 본 논문에서 제안한 공진법을 통한 등가물성 도출법의 정확성을 확인해 주는 것이다.

V. 결론

본 논문에서는 기존의 등가물성 도출방식과는 달리 1-3형 압전복합체가 가지는 여러 진동모드에서의 주파수 특성을 파악하여, 동일한 공진 특성을 가질 수 있는 단일상 재료의 등가물성을 도출하였다. PZT5A와 저점도에폭시를 이용하여 실제로 1-3형 압전복합체를 제작하고 임피던스 스펙트럼을 측정하고 후 유한요소해석과 결과를 비교함으로써 물성도출 방법의 타당성을 검증하였으며, 등가물성을 각 공진 모드별 유한요소 해석 모델들에 적용하여 도출한 물성값의 정확성 또한 확인하였다.

종래의 압전세라믹에 비해 낮은 음향 임피던스와 높은 전기-기계 결합계수를 제공할 수 있는 1-3 압전 복합체를 다양한 수중음향 트랜스듀서, 의료용 탐촉자에 적용하려는 연구가 이루어지고 있는데, 이들 트랜스듀서의 정확한 설계 및 성능 예측을 위해서는 유한요소해석 등의 정밀한 시뮬레이션 과정을 거쳐야 한다. 본 연구의 결과는 이러한 시뮬레이션 과정에서 복잡한 구조로 인해 해석에 많은 어려움을 초래하던 1-3형 압전복합체를 구조가 단순하고 축대칭 2D 모델로 대체가 가능한 단일상의 등가물성 균질재료로 대체함으로써 해석에 편의성을 더하고, 해석시간을 획기적으로 단축시킬 수 있도록 할 것이다. 즉, 본 연구 결과는 음향 트랜스듀서에 음향임피던스가 낮고, 높은 결합계수를 가지는 장점이 있는 1-3 압전복합체를 적용하는 연구에 편의성과 신속성을 더할 수 있을 것으로 기대된다.

감사의 글

본 연구는 방위사업청과 국방과학연구소의 지원으로 수행되었습니다 (계약번호 UD070054AD).

참고 문헌

1. 한교훈, 노용래, "1-3형 압전복합체를 이용한 초음파 탐촉자 설계 및 시제품 제작," *한국음향학회지*, 17권, 8호, 48-57쪽, 1998.
2. C. H. Sherman and J. L. Butler, *Transducers and Arrays for Underwater Sound*, Springer, New York, Chap. 3 and 4, 2007.
3. W. A. Smith and B. A. Auld, "Modeling 1-3 composite piezoelectrics: thickness-mode oscillations," *IEEE Trans. U.F.F.C.*, vol. 38, no. 1, pp. 40-47, 1991.
4. H. L. W. Chan and J. Unsworth, "Simple model for piezoelectric ceramic/polymer 1-3 composites used in ultrasonic transducer applications," *IEEE Trans. U.F.F.C.*, vol. 36, no. 4, pp. 434-441, 1989.

5. T. R. Gururaja, W. A. Schulze, L. E. Cross, R. E. Newnham, B. A. Auld, and Y. J. Wang, "Piezoelectric composite materials for ultrasonic transducer applications, part I: resonant modes of vibration of PZT rod-polymer composites," *IEEE Trans. Sonics Ultrason.*, vol. SU-32, no. 4, pp. 481-498, 1985.
6. E. Lenglet, "Numerical homogenization techniques applied to piezoelectric composites," *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 113, no. 2, pp. 826-833, 2003.
7. H. Taunaumang, I. L. Guy, and H. L. W. Chan, "Electromechanical properties of 1-3 piezoelectric ceramic/piezoelectric polymer composites," *J. Appl. Phys.*, vol. 76, no. 1, pp. 484-489, 1994.
8. G. M. Odegard, "Constitutive modeling of piezoelectric polymer composites," *Acta Materialia*, vol. 52, no. 18, pp. 5315-5330, 2004.
9. G. M. Odegard, T. C. Clancy and T. S. Gates, "Modeling of the mechanical properties of nanoparticle/polymer composites," *Polymer*, Vol. 46, no. 2, pp. 553-562, 2005.
10. S. Mercier and A. Molinari, "Homogenization of elastic-viscoplastic heterogeneous materials: self-consistent and Mori-Tanaka schemes," *International Journal of Plasticity*, vol. 25, no. 6, pp. 1024-1048, 2009.
11. L. Li, L. Wang, L. Qin and T. Lv, "The theoretical model of 1-3-2 piezocomposites," *IEEE Trans. U.F.F.C.*, vol. 56, no. 7, pp. 1476-1482, 2009.
12. R. E. Newnham, *Properties of Materials: Anisotropy, Symmetry, Structure*, Oxford, New york, 2005.
13. O. B. Wilson, *Introduction to Theory and Design of Sonar Transducers*, Peninsulr Publishing, Los Altos, Chap. 2 and 6, 1988.
14. *IEEE Standard on Piezoelectricity*, The Institute of Electrical and Electronics Engineers, New york, 1988.
15. T. Ikeda, *Fundamentals of Piezoelectricity*, Oxford, New york, 1996.
16. D. J. Powell, G. L. Wojcik, C. S. Desilets, T. R. Gururaja, K. Guggenberger, S. Sherrit, and B. K. Mukherjee, "Incremental model-build-test validation exercise for a 1-D biomedical ultrasonic imaging array," *IEEE Ultrason. Sym.*, pp. 1669-1674, 1997.
17. T. Lahmer, M. Kaltenbacher, B. Kaltenbacher, R. Lerch and E. Leder, "FEM-based determination of real and complex elastic, dielectric, and peizoelectric modulli in piezoceramic materials," *IEEE Trans. U.F.F.C.*, vol. 55, no. 2, pp. 465-475, 2008.
18. 이상한, 노용래, "고상단결정법으로 성장시킨 0.68Pb (Mg_{1/3}Nb_{2/3}) O₃-0.32PbTiO₃ 압전단결정의 물성평가," *한국음향학회지*, 23권, 2호, pp. 103-108, 2004.
19. B. Jaffe, W. C. Cook and H. Jaffe, *Piezoelectric Ceramics*, Academic press, London, 1971.
20. A. H. Meitzler, H. M. O'bryan, Jr., and H. F. Tiersten, "Definition and measurement of radial mode coupling factors in piezoelectric ceramic materials with large variations in Poisson's ratio," *IEEE Trans. Sonics Ultrason.*, vol. SU-20, no. 3, pp. 233-239, 1973.

저자 약력

•김진욱 (Jinwook Kim)

한국음향학회지 제29권 제7호 참조

•표성훈 (Sunghoon Pyo)

2011년 경북대학교 기계공학부 학사 졸업
 2011년 ~ 현재: 경북대학교 기계공학과 석사 과정
 ※ 주관심 분야: 수중 음향, 음향 재료

•노용래 (Yongrae Roh)

한국음향학회지 제26권 제2호 참조