

유한 원통셀의 큰 끝단 종진동을 발생시키는 감쇠파에 대한 분석 연구

Study on Analysis of Evanescent Waves Generating the Strong End Axial Vibration of a Finite Cylindrical Shell

길 현 권
(Hyun-Gwon Kil)

수원대학교 기계공학과

(접수일자: 2011년 8월 9일; 수정일자: 2011년 9월 8일; 채택일자: 2011년 9월 19일)

진동하는 원통셀에서는 파동의 크기를 유지하며 전파하는 진행파 (굽힘파, 종파, 전단파)와 전파함에 따라서 파동의 크기가 지수 함수적으로 급격히 감쇠하며 소멸되어가는 감쇠파가 발생한다. 감쇠파의 영향은 일반적으로 가진 지점 혹은 구조물의 끝단 지점 부근에 국한되어 작게 발생되게 된다. 그러나 원통셀의 경우 상당히 큰 감쇠파가 발생할 수 있으며, 이러한 감쇠파로 인하여 종진동이 끝단 부근에서 상당히 크게 발생하는 현상이 일어날 수 있다. 이러한 현상은 저자의 유한 원통셀의 종진동 측정 실험 논문에서 관찰되었으며, 본 논문에서는 이러한 큰 감쇠파에 의한 원통셀의 끝단 종진동 현상을 해석적으로 분석하였다. 원통셀의 진동해석을 위하여서는 파동 전파 방법을 활용하였으며, 해석 결과를 실험 결과와 비교함으로써 진동하는 원통셀의 끝단에서 모드 변환 (굽힘파와 감쇠파간의 변환)에 의하여 상당히 큰 감쇠파가 발생할 수 있음을 보였다. 또한 감쇠파의 영향은 원통셀 끝단의 큰 종진동을 발생시키며, 원통셀 전체 길이의 1/3 지점까지도 영향을 줄 수 있음을 보였다.

핵심용어: 유한 원통셀, 탄성파, 전파성 파동, 감쇠파, 끝단 종진동, 모드 변환

투고분야: 구조음향 및 진동 분야 (11,2)

Propagating waves (flexural, longitudinal and shear waves) travelling with constant amplitudes and evanescent waves decaying exponentially are generated on a cylindrical shell. Evanescent waves are generally generated in the vicinity of an vibration excitation point and near ends of the shell. But the evanescent waves can generates strong axial vibration at the ends of the cylindrical shell. The strong end axial vibration due to those evanescent waves has been observed in an author's previous paper dealing with measurements of the in-plane axial vibration of a finite cylindrical shell. In this paper the strong end axial vibration due to the evanescent waves has been theoretically analyzed. In order to analyze the vibration of the cylindrical shell, wave propagation approach has been implemented. Comparison between theoretical and experimental results for the axial vibration of the shell showed that the strong evanescent wave can be generated due to mode conversion (conversion from flexural wave to evanescent wave) at the ends of cylindrical shell. It also showed that the evanescent wave can generate the strong axial vibration near the ends of the cylindrical shell and that it can have effect even on 1/3 of the total length of the shell.

Keywords: Finite cylindrical shell, Propagating waves, Evanescent waves, Strong end axial vibration, Mode conversion

ASK subject classification: Structural Acoustics and Vibration (11,2)

I. 서론

원통셀 진동은 가진 지점으로부터 발생된 후 전파되어 나아가고 또한 끝단으로부터 반사되는 탄성파 파동들의

영향으로 발생된다. 진동하는 원통셀에서는 파동의 크기를 유지하며 전파하는 진행파 (굽힘파, 종파, 전단파)와 전파함에 따라 파동의 크기가 지수 함수적으로 급격히 감쇠하며 소멸되어가는 감쇠파가 발생한다. 감쇠파의 영향은 일반적으로 가진 지점 혹은 구조물의 끝단 지점 부근에 국한되어 작게 발생되게 된다. 그러나 문헌에 의하면 이론적인 반무한 구조물인 반무한 보 [1], 반무한 평

판 [2] 그리고 반무한 원통셀 [3]의 경우 해당 구조물의 끝단 부근에서 종진동을 발생시키는 감쇠파의 영향이 상당히 크게 발생할 수 있음이 해석 결과로부터 알려져 왔다. 또한 이러한 현상은 유한 보 [4]와 유한 원형 평판 [5]의 경우 실험 결과로도 보고되어 왔다. 그리고 최근에는 유한 원통셀의 경우에도 본 논문 저자에 의하여 실험적으로 원통 셀의 끝단에서 큰 감쇠파로 인한 종진동이 관찰되었다 [6]. 본 논문에서는 이러한 유한 원통 셀 끝단에서 발생하는 종진동 현상을 해석적으로 분석하였다. 이러한 분석을 위하여 파동전파 방법을 활용하여 유한 원통셀의 진동을 해석하였고, 해석 결과와 실험 결과를 비교함으로써 진동하는 원통 셀의 끝단에서 발생하는 모드 변환(굽힘파와 감쇠파간의 변환) 현상에 의하여 상당히 큰 감쇠파가 발생할 수 있음을 보였다. 또한 감쇠파의 영향은 원통 셀 끝단의 큰 종진동을 발생시키며, 원통셀 전체 길이의 1/3 지점까지도 영향을 줄 수 있음을 보였다.

II. 파동 벡터 해석의 이론적 배경

각진동수 ω 로 진동하는 원통셀의 진동을 표시하기 위하여 그림 1과 같이 양 끝단에서 자유단을 갖고 길이 L , 반지름 a , 두께 h 인 원통셀을 고려한다. 그리고 좌표로써는 원통 좌표계 (z, ϕ, r) 와 시간 t 를 이용하며, 해당 좌표계의 각 방향 변위 성분을 u, v, w 으로 나타낸다. 또한 $z = z', \phi = 0$ 인 지점에 작용하는 수직 방향의 점가진력에 $F(t) = F_0 \delta(z - z') \delta(\phi) e^{-i\omega t}$ 에 의한 강제진동을 고려한다. 진동하는 유한 원통셀에서는 가진력이 작용하는 지점을 기준으로, 왼쪽 및 오른쪽 영역, 즉 두 가지 파동 영역이 존재하며 해당 파동 영역의 물리적 특성은 가진 조건과 원통셀 끝단의 경계조건에 의하여 결정된다. 이러한 특성을 고려하기 위하여 가진력이 작용하는

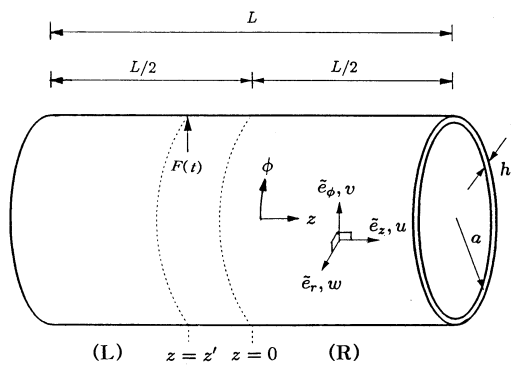


그림 1. 유한 원통셀
Fig. 1. Finite cylindrical shell.

지점 ($z = z'$)을 기준으로 그림 1과 같이 왼쪽 (L)영역과 오른쪽 (R)영역으로 나누기로 한다.

원통셀에 대하여 표면에서의 공간 진동 데이터가 실험적으로 혹은 해석적으로 알려져 있는 경우, 이러한 공간 진동 정보를 이루고 있는 다양한 탄성 파동들을 분리하여 내기위해서는 다음과 같은 과정의 파동 벡터 해석을 고려할 수 있다. 진동은 서로 다른 위상 속도를 갖고 다양한 방향으로 전파되는 파동들에 의한 영향의 선형적인 합으로 볼 수 있으므로, 각 파동의 영향을 공간에 대한 2차원 Fourier 변환을 활용하여 표현할 수 있다. 예로써 (R)영역에서 길이 방향 면내 진동 변위 u 에 대하여, 시간에 대한 항을 $e^{-i\omega t}$ 로 고려하는 경우, Fourier 변환 $U_n(k_z, \omega)$ 으로써 다음 식과 같이 표현할 수 있다 [7].

$$u(\phi, z, \omega) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} U_n(k_z, \omega) e^{-ik_z z} e^{-in\phi} dk_z \quad (1)$$

여기서

$$U_n(k_z, \omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{z_0}^{L/2} \int_0^{2\pi} u(\phi, z) e^{ik_z z} e^{in\phi} d\phi dz \quad (2)$$

식 (1)과 (2)에서 $n (= k_\phi a)$, k_z 는 원주 방향 파동 모드와 축 방향 파수 성분을 나타내고, k_ϕ 는 원주 방향 파수 성분을 나타낸다. 그러므로 U_n 은 식 (3)으로 표시되는 파수 벡터 $\tilde{\mathbf{k}}$

$$\tilde{\mathbf{k}} = k_z \tilde{\mathbf{e}}_z + (n/a) \tilde{\mathbf{e}}_\phi \quad (3)$$

의 방향으로 전파되는 파동이 발생시키는 길이 방향 변위 성분 크기를 나타낸다. 여기서 $\tilde{\mathbf{e}}_z, \tilde{\mathbf{e}}_\phi$ 는 각각 축 방향과 원주 방향의 단위 벡터를 나타낸다. 또한 해당 파동은 전파 속도 $c = \omega/k$ 를 갖는다. 원통셀의 진동 분포에 대한 데이터를 측정 또는 수치 해석을 통하여 구하는 경우, 식 (2)에서 해당 변위 성분 u, v, w 을 각각 고려함으로써, Fourier 변환인 U_n, V_n, W_n , 즉 해당 파동이 발생시키는 길이 방향, 원주 방향 및 반경 방향 변위의 크기를 구할 수 있다. 진동 분포에 대한 공간 영역 데이터로부터 파수 영역 결과를 구하기 위하여 식 (2)를 적용하기 위해서는 공간 2차원 FFT (fast Fourier transform) 기법 [8-9]을 활용할 수가 있다. 수치 해석 결과로서 Fourier 변환 값의 크기를 파수 영역에 대하여 3차원 그림으로 나타낼 수 있는데, 이러한 결과를 파수 스펙트럼 (wavenumber spectrum) [7]이라 부른다. 이러한 파수 스펙트럼으로부터 해당 주파수에서 발생하는 파동들의 크기와 종류들을

알아낼 수 있고, 또한 파동들의 분산 관계 (dispersion relation)를 추정할 수가 있다.

III. 원통셀의 진동 해석

식 (2)에서 나타나고 있는 원통셀의 표면에 걸친 축 방향 진동 변위 u 와 그리고 원주 방향 변위 v 와 반경 방향 변위 w 는 실험적으로 혹은 해석적으로 결정할 수 있다. 이러한 원통셀의 공간 진동 데이터를 해석적으로 결정하기 위해서는 파동 전파 방법 [10-11]을 적용할 수 있으며, 해석 과정은 다음과 같다. 그림 1과 같이 얇은 두께 ($h/a \ll 1$)를 갖는 원통셀에 대하여 주파수 ω 를 갖는 점 가진력에 의한 강제진동을 고려하는 경우, 진동 변위 벡터 $\mathbf{v} = \{u, v, w\}^T$ 는 다음과 같이 Donnell의 운동방정식 [12]으로 나타낼 수 있다.

$$\{L\}\mathbf{v} = \{F\} \quad (4)$$

여기서 $\{L\}$ 은 선형 미분연산자 행렬을 나타내고 문헌 [13]을 참고할 수 있으며, $\{F\} = \{0 \ 0 \ F(t)\}^T$ 는 가진력 벡터를 뜻한다. 원통셀 원주 좌표 (ϕ)의 2π 주기성을 고려하면, 변위 벡터 \mathbf{v} 성분들은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} u &= \sum_n U_n \cos(n\phi) e^{izk_z} e^{-i\omega t} \\ v &= \sum_n V_n \sin(n\phi) e^{izk_z} e^{-i\omega t} \\ w &= \sum_n W_n \cos(n\phi) e^{izk_z} e^{-i\omega t} \end{aligned} \quad (5)$$

여기서 U_n, V_n, W_n 은 식 (3)의 파수벡터 $\tilde{\mathbf{k}} = k_z \tilde{\mathbf{e}}_z + k_\phi \tilde{\mathbf{e}}_\phi$ 의 방향으로 전파하는 파동이 야기하는 각 방향 변위 성분의 크기를 나타낸다. 이 경우 점 가진력 또한 다음과 같이 Fourier 급수로 나타낼 수 있다.

$$F(t) = \sum_{n=0}^{\infty} F_n \cos(n\phi) e^{-i\omega t} \quad (6)$$

여기서 $F_n = F_0 \epsilon_n \delta(z-z')/2\pi$ 이고, ϵ_n 는 $n=0$ 일 경우 1 그리고 $n>0$ 일 경우 2를 나타낸다.

원통셀의 영역을 가진력이 작용하는 지점 ($z=z'$)을 기준으로, 그림 (1)과 같이 왼쪽 (L)영역과 오른쪽 (R)영역으로 나누어, 원통셀의 강제진동을 고려하면, 가진력에 의한 가진 조건을 경계조건으로 다룰 수 있기 때문에 자유진동처럼 해석할 수 있다. 따라서 각 영역에서 운동 방정식은 U_n, V_n, W_n 에 대한 다음의 식으로 표시된다.

$$[L] \begin{pmatrix} U_n \\ V_n \\ W_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (7)$$

여기서

$$\begin{aligned} L_{11} &= \Omega^2 - k_z^2 a^2 - \frac{1-\nu}{2} n^2, \\ L_{12} &= i \frac{1+\nu}{2} n i \nu k_z a, \\ L_{13} &= L_{31} = i \nu k_z a, \\ L_{21} &= -i \frac{1+\nu}{2} n k_z a - n^2 \\ L_{22} &= \Omega^2 - \frac{1-\nu}{2} k_z^2 a^2 - n^2, \\ L_{23} &= -n = -L_{32}, \\ L_{33} &= 1 + \epsilon (k_z^2 a^2 + n^2)^2 - \Omega^2 \end{aligned} \quad (8)$$

그리고, $\Omega = \omega/w_r$, $\epsilon = h^2/12a^2$, 여기서 Ω 는 링주파수, $w_r = [E/\{\rho(1-\nu^2)a^2\}]^{1/2}$, 에 대해서 무차원화된 주파수를 나타내고, ν, E 는 Poisson비와 탄성 계수를 나타낸다. U_n, V_n, W_n 에 대한 해가 존재하기 위해서는 $[L]$ 행렬식의 값이 0이 되어야 한다. 이러한 관계식은 탄성파의 전파를 지배하는 분산식으로 다음 식과 같이 표현된다.

$$|L| = D(n, k_z, \omega) = 0 \quad (9)$$

분산식 식 (9)는 주어진 n 과 ω 값에 대해서 k_z^2 의 4차 다항식으로 표시되어, 4쌍의 복소 해, 즉 $\pm k_{z,j}$ ($j=1,2,3,4$) 가 존재한다. 여기서 $k_{z,j}, -k_{z,j}$ 는 $+z$ 방향과 $-z$ 방향으로 전파하는 탄성파의 축방향 파수를 각각 나타내며, 복소 해의 형태에 따라 진행파 (급힘파, 종파, 전단파) 혹은 감쇠파를 나타낸다.

진동장을 나타내기 위하여 각 영역에서 변위벡터를 정의하면, 다음과 같이 표현된다. 각 영역 ($m=L, R$)에 대하여

$$\mathbf{v}_{(m)}(z, \phi, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \begin{Bmatrix} u_{n(m)} \\ v_{n(m)} \\ w_{n(m)} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \cos(n\phi) \\ \sin(n\phi) \\ \cos(n\phi) \end{Bmatrix}^T e^{-i\omega t} \quad (10)$$

각 영역에서 $+z, -z$ 각 방향으로 전파하는 4종류의 탄성파가 존재함을 고려하면, 해당 영역에서의 변위 성분은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} u_{n(m)}(z) &= \sum_{j=1}^4 [\alpha_{n,j} e^{ik_{zj}(z-z')} W_{n,j,m} + \alpha_{n,j+4} e^{-ik_{zj}(L/2-z)} W_{n,j+4,m}] \\ v_{n(m)}(z) &= \sum_{j=1}^4 [\beta_{n,j} e^{ik_{zj}(z-z')} W_{n,j,m} + \beta_{n,j+4} e^{-ik_{zj}(L/2-z)} W_{n,j+4,m}] \\ w_{n(m)}(z) &= \sum_{j=1}^4 [e^{ik_{zj}(z-z')} W_{n,j,m} + e^{-ik_{zj}(L/2-z)} W_{n,j+4,m}] \end{aligned} \quad (11)$$

여기서 $\alpha_{n,j}$ 와 $\beta_{n,j}$ 는 다음 식과 같이 $W_{n,j}$ 에 대한 $U_{n,j}$ 와 $V_{n,j}$ 의 비를 나타내며, 다음과 같이 구해진다.

$$\alpha_{n,j} = \frac{U_{n,j}}{W_{n,j}} = \frac{L_{12}L_{23} - L_{13}L_{22}}{L_{11}L_{22} - L_{21}L_{12}},$$

$$\beta_{n,j} = \frac{V_{n,j}}{W_{n,j}} = \frac{L_{13}L_{21} - L_{23}L_{11}}{L_{11}L_{22} - L_{21}L_{12}} \quad (12)$$

여기서 L_{ij} ($i, j = 1, 2, 3$) 는 식 (7) [L] 행렬의 해당 요소를 나타내며, $\alpha_{n,j}$ 와 $\beta_{n,j}$ 는 두 영역에서 같은 값을 갖으며, $\alpha_{n,j} = -\alpha_{n,j+4}$, $\beta_{n,j} = \beta_{n,j+4}$ ($j = 1, 2, 3, 4$)인 관계를 갖는다. 원통셀의 각 영역에서 진동해를 구하기 위해서는 식 (11)에서 주어지는 반경 방향 변위와 관련된 8개 파동의 크기 $W_{n,j}$, $W_{n,j+4}$ ($j = 1, 2, 3, 4$)를 구하여야 하므로 두 영역을 고려하면 총 16개의 미지수에 대한 해를 구하여야 한다. 이러한 미지수를 구하기 위하여 원통셀의 각 끝단에서 주어지는 4개의 경계 조건과 가진 지점인 $z = z'$ 지점에서 주어지는 가진 조건 즉 두 영역의 접합 지점에서의 변위, 전단력 및 모멘트의 연속성 그리고 가진력의 평형조건으로 8개의 조건을 고려할 수 있다 [10-11]. 이러한 경계조건과 가진 조건을 적용함으로써 식 (10)과 식 (11)으로부터 각 영역의 진동해를 구할 수 있고, 각 파동의 기여도를 파악할 수 있다.

IV. 해석 결과 및 분석

4.1. 해석 결과

원통셀의 끝단 종진동에 대한 해석을 위한 원통셀 모델로서, 문헌 [6]의 실험 모델에 해당하는 원통셀 모델을 고려하였다. 원통셀의 크기는 반지름 $a = 7.55 \text{ cm}$, 두께 $h = 0.15 \text{ cm}$, 길이 $L = 93.4 \text{ cm}$ 이다. 재료 데이터로서는 철에 대한 밀도 $\rho = 7900 \text{ kg/m}^3$, 탄성계수 $E = 20 \times 10^{10} \text{ Pa}$, Poisson 비 $\nu = 0.283$ 을 사용하였다. 그리고 원통셀 자체 재료의 구조감쇠를 고려하기 위하여 탄성계수 E 를 복소수, 즉 $E(1 - i\eta)$ 로 고려하고 감쇠계수 η 로서는 강판에 대한 근사식 $\eta = 0.41(\omega/2\pi)^{-0.7}$ [13]을 활용하여 $\eta = 0.00043$ 을 사용하였다. 원통셀은 자유단의 경계 조건을 갖고, 진동은 내부 $0.32L$ 지점에 놓인 점 가진력에 의하여 발생한다 (그림 1). 이러한 원통셀의 진동을 해석함으로써 가진 지점 오른쪽 부분 [R]영역의 원통셀 표면 32×32 지점에서 발생하는 축 방향 변위 u 를 결정하였다. 이 경우 주파수는 $18,275 \text{ Hz}$ 을 고려하였으며, 원통셀의 링주파수 $f_r (= 11,059 \text{ Hz})$ 의 $1.65f_r$ 에 해당한다.

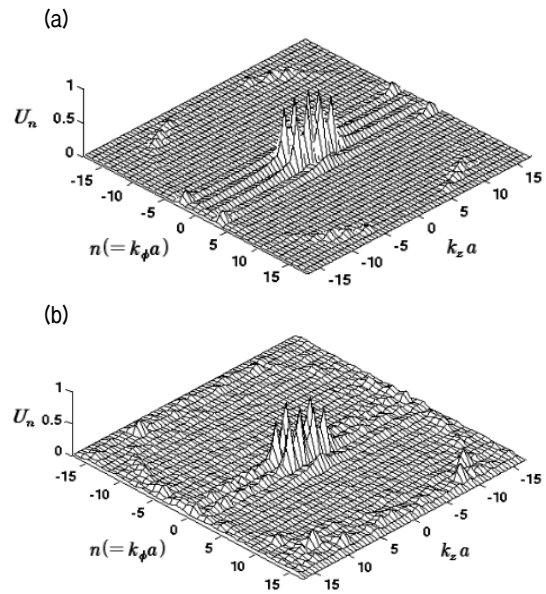


그림 2. 파수 스펙트럼 U_n .
 (a) 해석 결과, (b) 실험결과 (10^{-8} m 에 대한 상대 값)
 Fig. 2. Wavenumber spectrum U_n .
 (a) theoretical result and (b) experimental result (relative to 10^{-8} m)

이러한 조건들은 문헌 [6]에서의 실험 조건들과 동일하며, 해당 실험에서는 종진동이 면내진동 측정용 레이저 도플러 진동측정기를 이용하여 측정되었으며, 보다 자세한 사항은 문헌 [6,14]를 참고할 수 있다.

그림 2 (a)는 해당 주파수에서의 공간적인 진동 해석 결과, 즉 축 방향 변위 해석 결과로부터 파동의 영향을 분리하기 위해서 2차원 FFT 기법을 이용하여 처리한 파수 스펙트럼 U_n 의 해석 결과를 보여준다. 파수 스펙트럼에서 확인되는 각 피크는 식 (3)의 해당 파수 성분들로 구성되는 파수 벡터 방향으로 전파하는 파동의 크기를 나타낸다. 외곽으로 원을 구성하는 작은 피크들은 면외 파동인 굽힘파를 나타내며, 가운데 지점들의 큰 피크들은 면내 파동인 전단파와 종파를 나타낸다. 이러한 파수 스펙트럼 U_n 의 해석 결과는 문헌 [6]에서 얻어진 그림 2 (b)의 실험적 결과와 비교하는 경우, 해당 진동을 형성하는 파동들의 기여도 분리면에서 유사한 경향을 잘 보여주고 있음을 알 수 있다. 그림 3은 분산관계를 나타내는 식 (3)의 파수 곡선에 대한 이론 결과를 실험 결과와 비교하고 있다. 그림 3은 종파, 전단파 및 굽힘파인 진행파에 대한 분산관계만을 나타내고 있으며, 이론 결과가 파수 곡선에 대한 실험 결과 경향을 잘 나타내고 있음을 알 수 있다. 이 경우 외곽의 가장 큰 원 형태를 이루는 곡선은 굽힘파의 분산 곡선 그리고 중간 위치 및 가장 안쪽의 원 형태를 이루는 곡선들은 각각 전단파 및 종파의 분산

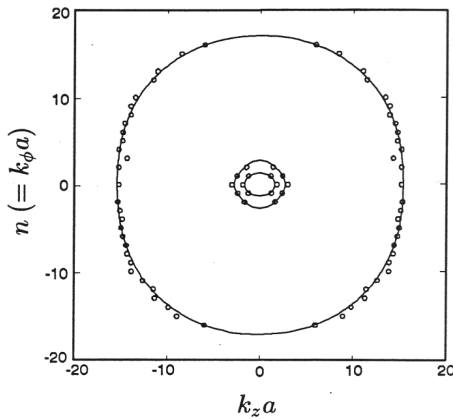


그림 3. 원통셀에서 전파하는 파동들의 분산관계
 (a) (-) 해석 결과, (b) (ooo) 실험결과
 Fig. 3. Dispersion relation for waves propagating on a cylindrical shell.
 (a) (-) theoretical result, (b) (ooo) experimental result

곡선을 나타낸다. 원통셀의 분산관계 식 (9)에서 보면, 주어진 n 값에 대해서 $+z$, $-z$ 각각 방향으로 전파하는 4개의 파동이 존재하므로, $+z$ 방향을 고려하는 경우, 진행파를 나타내는 그림 3으로부터 $n = 1, 2$ 에 대해서는 종파, 전단파 그리고 굽힘파 그리고 감쇠파가 존재하며, $n = 3 \sim 16$ 에 대해서는 굽힘파와 3개의 감쇠파가 존재함을 알 수 있다.

주파수 $18,275 \text{ Hz}$ 에서 $n = 1$ 인 경우에는 분산식 식 (9)와 그림 3의 분산관계로부터, 면내 파동인 종파 ($k_z a = \pm 1.10$)와 전단파 ($k_z a = \pm 2.45$) 그리고 면외 파동인 굽힘파 ($k_z a = \pm 15.40$) 그리고 감쇠파 ($k_z a = \pm 15.43i$)가 존재함을 알 수 있다. 그러나 그림 2와 3에서 보면, $n = 1$ 인 경우 원통셀의 축방향 면내 변위 u 는 주로 면내 파동인 종파와 전단파의 기여로서 발생함을 알 수 있다. 그림 4는 $n = 1$ 인 경우 원통셀의 길이 방향에 따른 해당 변위 성분 의존도인 $u_1(z)$ 를 나타내며 $u_1(z)$ 에 대한 이론 결과가 실험 결과를 잘 나타내고 있음을 알 수 있다.

주파수 $18,275 \text{ Hz}$ 에서 $n = 3$ 인 경우에는 분산식 식 (9)와 그림 3의 분산관계로부터, 감쇠파 ($k_z a = \pm 0.98i$, $\pm 4.0i$, $\pm 15.55i$)와 진행파로는 면외 파동인 굽힘파 ($k_z a = \pm 15.27$)만이 존재함을 알 수 있다. $n = 3$ 의 경우 원통셀의 길이 방향에 따른 축 방향 변위 성분 $u_3(z)$ 에 대한 각 파동의 기여도를 확인하기 위하여, 그림 2의 주파수 스펙트럼 결과 $U_n(k_z, \omega)$ 를 관찰하면, $k_z a = \pm 15.27$ 에서 굽힘파에 해당하는 작은 피크이외에 $k_z a = 0$ 주위에서 넓은 피크가 해석 결과 (그림 2 (a))와 실험 결과 (그

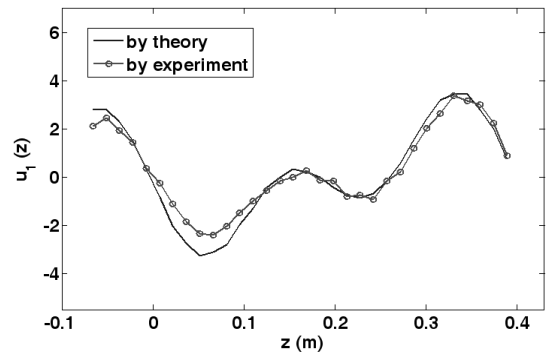


그림 4. $n = 1$ 인 경우 원통셀의 축 방향 변위 성분 $u_1(z)$ 의 실험 결과와 해석 결과와의 비교 (10^{-8} m 에 대한 상대 값)
 Fig. 4. Comparison of theoretical result for axial displacement component $u_1(z)$ as $n = 1$ with experimental result (relative to 10^{-8} m).

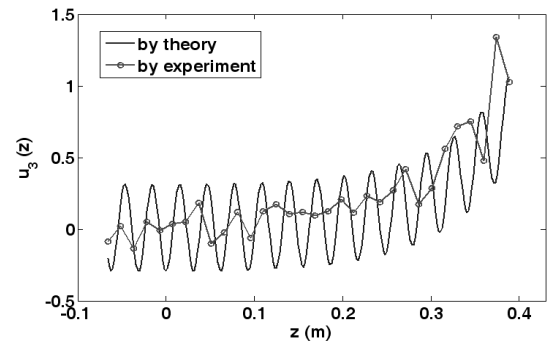


그림 5. $n = 3$ 인 경우 원통셀의 축 방향 변위 성분 $u_3(z)$ 의 실험 결과와 해석 결과와의 비교 (10^{-8} m 에 대한 상대 값)
 Fig. 5. Comparison of theoretical result for axial displacement component $u_3(z)$ as $n = 3$ with experimental result (relative to 10^{-8} m).

림 2 (b))에서 나타나고 있음을 알 수 있다. 이러한 현상을 확인하기 위하여 $u_3(z)$ 에 대한 해석 결과와 실험 결과를 비교하면 그림 5와 같으며, 해석 및 실험 결과에서 원통셀의 오른쪽 끝단으로부터 발생하는 감쇠파의 기여도를 확인 할 수 있다.

4.2. 분석

감쇠파의 영향을 보다 분석하기 위하여 원통셀 전체 길이에 걸쳐 $n = 3$ 에 대한 모든 변위 성분 즉 $u_3(z)$, $v_3(z)$, $w_3(z)$ 에 대한 해석 결과를 나타내면 그림 6과 같다. 그림 6에서 보면 감쇠파의 영향이 원통셀의 양쪽 끝단 ($z = \pm 0.47 \text{ m}$)과 가진점 위치 ($z = -0.17 \text{ m}$)에서 나타나고 있음을 확인할 수 있다. 특히 원통셀의 원주 방향 성분 $v_3(z)$ (그림 6 (b))와 반경 방향 성분 $w_3(z)$ (그림 6 (c))에서는 원통셀 끝단 부위인 근접장에 국한되어 감쇠파의 영향이 발생하지만, 종진동인 길이 방향 성분

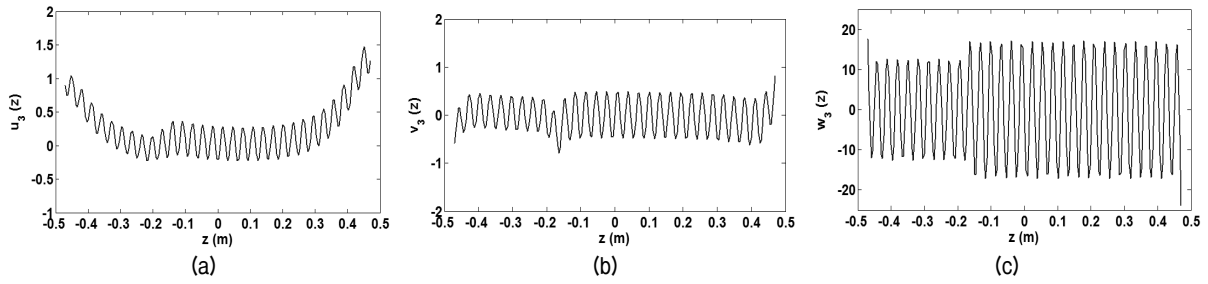


그림 6. 원통셀 체 길이에 걸친 $n = 3$ 에 대한 변위 성분의 해석 결과

(a) $u_3(z)$, (b) $v_3(z)$, (c) $w_3(z)$ ($10^{-8} m$ 에 대한 상대 값)
 Fig. 6. Theoretical result for displacement components as $n = 3$ along a whole length of the cylindrical shell.
 (a) $u_3(z)$, (b) $v_3(z)$, (c) $w_3(z)$ (relative to $10^{-8} m$)

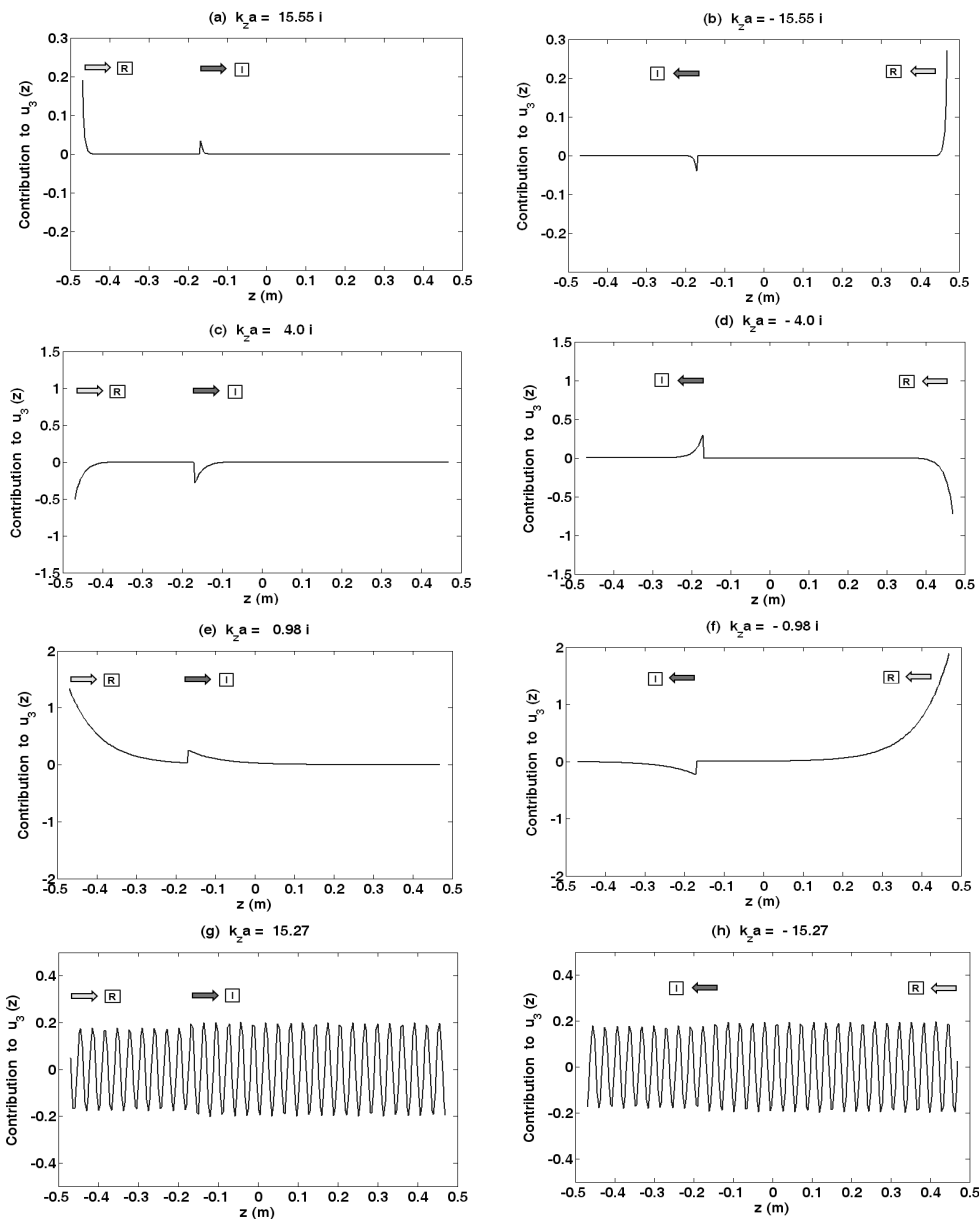


그림 7. $n = 3$ 에 대한 종진동 성분 $u_3(z)$ 를 형성하는 파동들의 기여도 분리에 대한 해석적 결과 ($10^{-8} m$ 에 대한 상대 값)

(a)-(f): 감쇠파의 영향, (g),(h): 굽힘파의 영향, \boxed{I} : 입사파동, \boxed{R} : 반사파동

Fig. 7. Theoretical decomposition of contribution of waves to displacement component $u_3(z)$ as $n = 3$ (relative to $10^{-8} m$).

(a)-(f): contribution of evanescent waves, (g), (h): contribution of flexural waves, \boxed{I} : incident wave, \boxed{R} : reflected wave

$u_3(z)$ (그림 6 (a))에서는 감쇠파의 영향이 원통셀의 끝단으로부터 전체 길이의 1/3 정도까지도 나타나고 있음을 확인 할 수 있다. 종진동은 가진 지점으로부터 발생하여 원통셀 양 끝단으로 입사하는 입사 파동과 양 끝단에서 반사하는 반사 파동의 중첩으로 발생된다. 이러한 종진동 $u_3(z)$ 를 형성하는 각 파동의 기여도를 해석적으로 분리하면 그림 7과 같다. 원통셀에서는 가진 지점 ($z = 0.17 m$)을 기준으로 좌측 [L] 영역 ($-0.47 m < z < -0.17 m$)과 우측 [R] 영역 ($-0.17 m < z < 0.47 m$) 각 영역에서 4개의 입사파 (그림 7에서 □로 표시)와 4개의 반사파 (그림 7에서 ▣로 표시)가 존재하는데, 그림 7은 $n=3$ 의 경우, 파동의 종류로는 감쇠파 (그림 7 (a)-(f))와 진행파인 굽힘파 (그림 7 (g), (h))가 존재함을 나타낸다. 우측 영역을 고려하면 가진 지점으로부터 발생하여 오른쪽 끝단으로 입사하는 파동의 축 방향 무차원 파수는 $k_z a = 15.55i, 4.0i, 0.98i, 15.27i$ 이며, 오른쪽 끝단으로부터 반사하는 파동의 해당 파수는 $k_z a = -15.55i, -4.0i, -0.98i, -15.27i$ 이다. 이 경우 허수 값은 감쇠파의 파수에 해당하며, 실수 값은 굽힘파의 파수를 나타낸다. 좌측 영역의 경우에는 입사파동과 반사 파동이 우측 영역의 해당 파수 값과 반대 부호를 갖게 된다. 그림 7 (g)에서 보면 가진 지점으로부터 굽힘파가 발생하여 원통셀의 오른쪽 끝단으로 입사하게 되며, 오른쪽 끝단에서 모드 변환이 발생하여 반사 파동으로서 굽힘파 (그림 7 (h))와 감쇠파 (그림 7 (b), (d), (f))가 발생함을 알 수 있다. 이 경우 파수 $k_z a = -0.98i$ 를 갖는 감쇠파 (그림 7 (f))의 경우, 굽힘파의 크기 (그림 7 (h))에 비하여 상대적으로 매우 큰 크기를 갖고 발생하며, 그 반사 영향이 원통셀의 오른쪽 끝단으로부터 전체 길이의 1/3 정도까지도 나타나고 있음을 확인 할 수 있다.

V. 결론

본 논문에서는 감쇠파에 의하여 유한 원통셀 끝단에서 발생하는 큰 끝단 종진동 현상을 해석적으로 분석하였다. 이러한 분석을 위하여 파동전파 방법을 활용하여 유한 원통셀의 진동을 해석하였고, 해석 결과와 실험 결과를 비교함으로써 진동하는 원통셀의 끝단에서 모드 변환(굽힘파와 감쇠파간의 변환) 현상에 의하여 상당히 큰 감쇠파가 발생할 수 있음을 보였다. 또한 감쇠파의 영향은 원통셀 끝단의 종진동을 발생시키며, 원통셀 전체 길이의 1/3 지점까지도 영향을 줄 수 있음을 보였다. 본 논문

에서는 실험에서 확인된 원통셀에서 끝단 종진동을 발생시키는 큰 감쇠파를 다루었으며, 끝단 굽힘진동을 발생시키며 해당 원통셀의 상당부분까지 영향을 끼치는 끝단에서의 반경 방향 진동과 관련된 상당히 큰 감쇠파의 가능성에 대해서는 향후 연구주제로 다루고자한다.

참고 문헌

1. H.D. McNiven, "Extensional waves in a semi-infinite rod", *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 33, no. 1, pp. 23-27, 1961.
2. D.C. Gazis and R.D. Midlin, "Extensional vibrations and waves in a circular disk and a semi-infinite plates," *J. Appl. Mech.*, vol. 27, pp. 541-547, 1960.
3. J.D. Kaplunov, L.Y. Kossovich and M. V. Wilde, "Free localized vibrations of a semi-infinite cylindrical shell," *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 107, no. 3, pp. 1383-1393, 2000.
4. J. Oliver, "Elastic wave dispersion in a cylindrical rod by a wide-band short duration pulse technique," *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 29, no. 2, pp. 189-194, 1957.
5. E.A.G. Shaw, "On the resonant vibrations of thick barium titanate disks," *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 28, no. 1, pp. 38-50, 1956.
6. H.-G. Kil, "Observation of strong in-plane end vibration of a cylindrical shell," *J. Acoust. Soc. Korea*, vol. 21, no. 4E, pp. 183-188, 2002.
7. E.G. Williams, B.H. Houston and J.A. Bucar, "Experimental investigation of the wave propagation on a point-driven, submerged capped cylinder using k-space analysis," *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 87, no. 2, pp. 513-522, 1990.
8. Brigham, E. O., 1974, *The Fast Fourier Transform*, Prentice-Hall, Inc.
9. 김현권, 이찬, "원통셀의 진동 데이터에 대한 파수 해석을 위한 공간신호처리 방법의 응용 연구," *한국소음진동공학회논문집*, 20권, 9호, pp. 863-875, 2010.
10. 김현권, "탄성파를 이용한 유한 원통셀의 강제진동 해석," *한국음향학회지*, 18권, 2호, pp. 83-89, 1999.
11. Y.C. Glandier, Y.H. Berthelot and J. Jarzanski, "Wave-vector analysis of the forced vibrations of cylindrical shells," *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 92, no. 4, pp. 1985-1993, 1992.
12. M.C. Junger and D. Feit, *Sound, Structures, and Their Interaction*, pp.216-218, *Acoustical Society of America*, 1993.
13. Y. Irie, "Prediction of structure borne sound transmission using statistical energy analysis," *Bulletin of the M.E.S.J.*, vol. 33, no. 5, pp. 60-73, 1985.
14. H.-G. Kil, J. Jarzanski and Y. H. Berthelot, "Wave decomposition of the vibrations of a cylindrical shell with automated scanning laser vibrometer," *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 104, no. 6, pp. 3161-3168, 1998.

저자 약력

• 김 현 권 (Hyun-Gwon Kil)

한국음향학회 제17권 제6호 참조
현재: 수원대학교 기계공학과 교수