DOI : 10.5050/KSNVE.2011.21.3.271

이동질량 및 축 하중의 영향을 받는 보의 동적 거동

Dynamic Analysis of the Beam Subjected to the Axial Load and Moving Mass

이 규 호*·정 진 태†

Kyuho Lee and Jintai Chung

(2011년 1월 27일 접수 ; 2011년 2월 23일 심사완료)

Key Words : Dynamic Analysis(동적 거동), Moving Mass(이동질량), Axial Load(축 하중), Contact Force(접촉력), FEM(유한요소 해석), Lagrange Multiplier Method(라그랑지 승수법)

ABSTRACT

In this study, the dynamic analysis of a beam is analyzed by using the finite element method when the beam has moving mass and axial load. To consider the contact force between the moving mass and beam, coupled nonlinear equations of contact dynamics are derived, and then the weak form for the finite element method is established. The finite element computer programs based on the Lagrange multiplier method are developed to compute the contact force. Furthermore, a variety of simulations are performed for various design parameters such as moving mass velocity, compressive axial load and tension load. Finally, relations between the dynamic response and contact force are also discussed.

1. 서 론

축 방향으로 하중이 작용하는 보 구조물은 고층 건물, 고속도로 및 교각 그리고 철도교량 등과 같은 대형 건축물에 흔히 사용되며, 이러한 보는 장력 및 압축의 효과를 통하여 부재에 가해지는 무게를 경감할 수 있기 때문에 구조물을 경량화하는 이점이 있다. 최근에는 고층 건물뿐만 아니라 장대교량 및 교각에도 사용되어 산업적으로 응용분야가 확대 되고 있다.

이러한 여러 이점과 많은 산업 응용분야에도 불구하고 이동하중이나 이동질량의 영향을 받는 보에 대한 연구는 활발히 진행되고 있지 않다. 고속철도나 고속도로의 교각 등과 같이 이동하중이나 이동질량의 영향을 받는 구조물의 경우에는 이동속도나 구조물의 인장력 및 압축력의 영향에 따라 구조물의 변위 및 접촉력 등이 매우 큰 영향을 받는다. 특히, 구조물간의 접촉특성은 시스템의 안정성에 영향을 미치기 때문에 교량이나 철도레일과 같이 지속적으로 이동질량의 영향을 받는 구조물에서 발생하는 동적 접촉에 대한 연구가 반드시 필요하다.

이동 하중을 받는 보(beam)에 대한 연구는 대다수의 연구가 교량과 철도 레일과 관련하여 수행되었다. 이러한 연구에서는 교량이나 레일을 보로 가정하고, 이동하중이나 이동질량을 차량이나 기차와 같은 집중하중이나 분포하중으로 모델링을 수행하여 연구를 진행하였다. Esmailzadeh와 Ghorashi[1,2]는 이동하는 분포하중에 대한 오일러 보의 동역학적 해석을 수행하였으며, 분포하중의 분포도와 분포하중의 질량이 동적 응답에 미치는 영향에 대하여 연구하였다. 또한 티모센코보에 대한 연구를 수행하여,

† 교신저자; 정회원, 한양대학교 기계공학과
E-mail : jchung@hanyang.ac.kr
Tel : (031)400-5287, Fax : (031)406-6964
* 한양대학교 일반대학원 기계공학과

전단변형이 미치는 영향에 대한 연구를 수행하였다. Michaltsos[3]와 Michaltsos와 Sarantithou[4,5]는 속도가 변하는 이동하중을 고려하여 단순 지지보의 동적 응답에 대한 연구를 수행하여 가속도와 감속도가 응답에 미치는 영향에 대한 연구를 수행하였다. 또한 이동하중이 보의 중앙으로부터 일정거리에서 운동하는 모델을 수립하여 이동질량에 의해 발생하는 보의 비틀림 진동에 대한 연구도 수행하였다.

또한 Rieker 등[6]과 Rieker 와 Trethewey 등[7]은 유한요소 해석을 이용하여 이동질량의 영향을 받는 보에 대한 연구를 수행하였다. 또한 Yoon 등[8]은 이동질량을 갖는 단순 지지보에 크랙 형태의 결함이 가해질때 구조물의 횡진동에 특성에 미치는 영향에 대한 연구를 수행하여 크랙의 위치와 깊이에 따라 보의 진동수가 변화함을 확인하였다. 하지만 이 연구들은 이동질량을 언제나 보에 부착되어 이동되는 모델로 수립하여 이동질량과 보 사이에 발생하는 접촉력 등에 대한 영향은 고려하지 못하였다. Lee[9]와 Stancioiu 등[10]은 처음으로 보와 이동질량간의 분리현상에 대하여 고찰하였다. 그들은 두 물체간의 분리를 고려한 모델이 실험과 더욱 유사한 응답을 보인다는 사실을 규명하였다. 하지만 이러한 많은 연구들은 압축력과 인장력 등에 의한 축하중의 영향이 고려되어 있지 않은 상태에서 진행되었다.

Simsek과 Kocaturk[11]은 그의 연구에서 압축을 고려한 보 모델을 고려한 동적 해석을 수행하였다. 이 연구에서 편향된 압축력을 받는 보를 티모센코 이론에 근거하여 모델링하고 압축력의 위치, 가진주파수, 이동속도에 대한 다양한 해석을 수행하였다. 하지만, 이 연구는 이동하중만을 고려하였기 때문에 이동체의 질량과 접촉력이 시스템에 미치는 영향이나 해석을 수행할 수 없었다. 따라서 보다 현실을 반영할 수 있는 모델의 수립과 동적 응답에 대한 연구가 필요하다.

이 연구에서는 교량 및 교각 등의 구조물을 인장력 및 압축력의 축 하중을 받는 오일러 보 모델로 가정하고 von-karman 변형률 이론을 적용하였으며, 이동질량 및 이동하중을 고려한 방정식을 유도하였다. 유한요소 해석을 통한 분석을 수행하기 위하여 유도된 보 방정식을 2절점 보 요소를 이용하여 이산화 하였다. 요소 차원에서 이산화된 방정식을 확장시켜 전체 시스템 방정식을 수립하였으며 두 물체간에 접촉해석을 위하여 라그랑지 승수법(Lagrange multiplier method)을 채택하였다. 접촉해석에는 전통적으로 벌칙방법(penalty method)과 라그랑지 승수법이 있다. 벌칙방법은 접촉하는 두 물체사이에 가상의 스프링요소를 두어 스프링 상수에 의하여 두 물체간의 침투를 조절하는 방법이다. 이 방법은 해석이 용이하나, 스프링 상수에 해당하는 벌칙상수의 결정에 의하여 접촉 조건과 접촉력의 변동폭이 크므로 신뢰할 수 없다. 반면에 라그랑지 승수법은 두 물체간에 접촉조건을 변위 및 속도 관계 등을 이용한 제한조건으로 사용하며, 두 물체간에 발생하는 접촉력을 구속력으로 간주한다. 따라서 자유도 증가가 발생하는 단점이 있다. 여기서 자유도 증가는 변위에 대한 자유도와 미지수인 구속력을 포함하기 때문에 발생하는 문제이나, 이 연구에서는 이동질량을 질점으로 묘사하여 접촉점이 한 개이므로 전체 시스템에 비하여 자유도 증가는 매우 제한적이다. 따라서 라그랑지 승수법을 이용한 동역학 해석 알고리즘을 수립하여 해석을 수행하였다. 접촉을 고려한 전체 시스템 방정식으로부터 이동질량의 변화, 보에 가해지는 축 하중, 이동 속도의 변화에 대한 동적 해석을 수행하였으며, 이에 따른 보의 변위와 접촉력 변화 등에 대하여 고찰하였다.

2. 접촉모델 수립

이 연구에서 해석하고자 하는 모델은 전단 변형을 고려하지 않는 오일러 보로 축 하중 및 수직 변위를 가진다. 또한 이동질량은 질량과 이에 해당하는 무게를 가지는 단순 모델이다. 이러한 두 물체 사이의 동적 상호작용을 고려하기 위하여 Fig. 1과 같은 해석모델을 수립하였다. 여기에서 m은 이동질량을 나타내며, ρ, A, E는 각각 보의 선밀도, 단면적 그리고 영률(Young's modulus)을 나타낸다. 보는 한쪽단은 완전 고정상태, 다른 한쪽은 수직변위를 제한한 상태에서 축 하중 T를 받고 있다. 이동질량은 일정한 속도 V로 운동하며, 이러한 운동에 의하여 보는 축 방향의 변위 $u(x,t)$와 수직 방향의 변위 $v(x,t)$를 가진다. 또한 이 연구에서는 두 물체 사이에 비접촉 현상을 고려하여 이동질량도 수직 방향의 변위 $\xi(x,t)$를 갖는다고 가정하였다. f_c는

이동질량과 보의 두 물체간에 작용하는 접촉력을 나타낸다.

이러한 가정을 통하여 수립된 방정식과 경계조건은 다음과 같이 간단히 기술된다. 장력을 받는 보에 대한 보다 자세한 방정식 유도과정은 생략하였다.

$$\rho A\partial^2 u/\partial t^2 - EA\partial^2 u/\partial x^2 = 0 \tag{1}$$

$$\rho A\partial^2 v/\partial t^2 + EI_z\partial^4 v/\partial x^4 - T\partial^2 v/\partial x^2 = q + \delta(x-Vt)f_c \tag{2}$$

$$m\ddot{\xi} = -f_c \tag{3}$$

$$u = v = \partial v/\partial x = 0 \quad \text{at} \quad x = 0 \tag{4}$$

$$v = \partial^2 v/\partial x^2 = 0,\ EA\partial u/\partial x = T \quad \text{at} \quad x = L \tag{5}$$

또한 접촉과 비접촉 현상을 표현하기 위하여 다음과 같은 접촉 유지 조건을 추가로 구성하여 방정식을 수립하였다.

$$g(x,t) = v(x,t) - \xi(x,t) \quad \text{at} \quad x = Vt \tag{6}$$

여기서 g는 임의의 시간에서 보의 변위와 이동질량의 변위의 차를 나타내며, 이 차이가 양수인 경우 (g>0)인 경우는 비접촉이 발생하는 경우를 나타내며, 반대인 경우 (g≤0)의 경우는 접촉이 발생하는 경우를 나타낸다. 특히 보의 변위와 이동질량의 변위의 차이가 음수인 경우 (g<0)는 이동질량이 보를 침투(penetration)한 경우이므로 이를 해결하고자 이 연구에서는 라그랑지 승수법을 도입하였다.

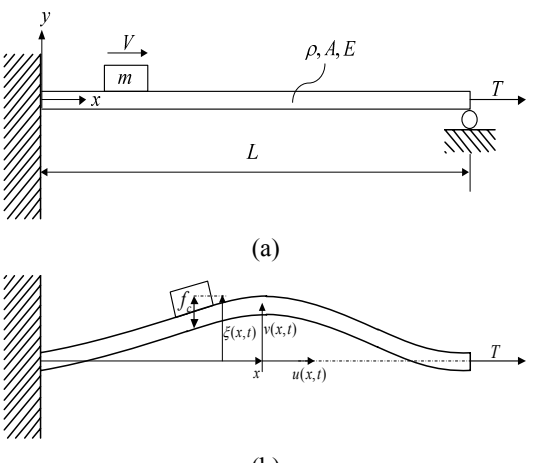


Fig. 1 Schematics of a tensioned beam subjected to moving mass: (a) the beam before deformation; (b) the beam after deformation

또한 유도된 방정식으로부터 유한요소 해석을 수행하기 위하여 이산화 과정을 수행하였다. 보 요소는 2개의 절점을 갖는 요소로 가정하였으며 이 논문에서 고려하는 보 요소는 인장방향과 수직방향의 변위를 갖기 때문에 인장방향의 변위는 장력이 가해지는 경우 변형률이 일정하므로 1차식으로 표현하였으며, 수직방향의 변위는 굽힘과 기울기에 대한 효과를 고려하므로 3차식으로 표현하였다.

$$\begin{aligned} u &= a_1 + a_2 x, \\ v &= a_3 + a_4 x + a_5 x^2 + a_6 x^3 \end{aligned} \tag{7}$$

식 (7)에서 a_i는 요소 절점에서의 변위와 기울기에 의하여 결정되는 상수를 나타낸다. 또한 절점 e에서의 길이방향 변위와 굽힘 변위를 각각 u_e와 v_e로 표현하고 y방향의 굽힘의 기울기를 θ_e로 나타낼 수 있다. 이러한 표현을 나타내면 다음과 같다.

$$u(x_e) = u_e,\ v(x_e) = v_e,\ \partial v/\partial x|_{x=x_e} = \theta_e \tag{8}$$

식 (7)과 (8)로부터 요소 e의 임의의 점에서의 인장변위와 굽힘 변위를 요소 내의 절점 e와 e+1에서의 절점 변위로 나타낼 수 있으며 또한 각 방향 변위에 대한 가중함수를 식 (9)와 같이 표현 할 수 있다.

$$u = \mathbf{N}_u^{\mathrm{T}}\mathbf{d}_e,\ v = \mathbf{N}_v^{\mathrm{T}}\mathbf{d}_e,\ \bar{u} = \boldsymbol{\eta}_e^{\mathrm{T}}\mathbf{N}_u,\ \bar{v} = \boldsymbol{\eta}_e^{\mathrm{T}}\mathbf{N}_v \tag{9}$$

여기서 $\mathbf{d}_e$는 요소 변위 벡터이고, $\mathbf{N}_u$와 $\mathbf{N}_v$는 각각 x방향 변위, y방향 변위에 대한 형상함수 벡터를 의미한다. 인장과 굽힘에 대한 가중함수는 식 (9)의 $\bar{u}, \bar{v}$ 같이 나타낼 수 있으며 여기서 η_e는 6×1의 임의의 벡터를 의미한다. 유한요소법을 통하여 얻어지는 해는 근사해이므로 앞서 구한 운동방정식으로부터 방정식 (1), (2)를 약형으로 표현하고 두 절점을 갖는 보 요소로 이산화 시켰다. 이러한 과정을 통하여 식 (10), (11)과 같은 이산화 방정식을 유도하였다.

$$\sum_{e=1}^{N}\boldsymbol{\eta}_e^{\mathrm{T}}(\mathbf{m}_e\ddot{\mathbf{d}}_e + \mathbf{k}_e\mathbf{d}_e) = \sum_{e=1}^{N}\boldsymbol{\eta}_e^{\mathrm{T}}(\mathbf{f}_e + f_c\mathbf{r}_e) \tag{10}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{m}_e &= \rho A\int_{x_e}^{x_{e+1}} (\mathbf{N}_v\mathbf{N}_v^{\mathrm{T}})\,\mathrm{d}x \\
\mathbf{k}_e &= \int_{x_e}^{x_{e+1}} \left(EI_z \frac{\mathrm{d}^2\mathbf{N}_v}{\mathrm{d}x^2}\frac{\mathrm{d}^2\mathbf{N}_v^{\mathrm{T}}}{\mathrm{d}x^2} + T\frac{\mathrm{d}\mathbf{N}_v}{\mathrm{d}x}\frac{\mathrm{d}\mathbf{N}_v^{\mathrm{T}}}{\mathrm{d}x}\right)\mathrm{d}x \\
\mathbf{f}_e &= \int_{x_e}^{x_{e+1}} q(x,t)\mathbf{N}_v\,\mathrm{d}x \\
\mathbf{r}_e &= \int_{x_e}^{x_{e+1}} \delta(x-Vt)\mathbf{N}_v\,\mathrm{d}x
\end{aligned} \tag{11}$$

여기서 $\mathbf{m}_e$, $\mathbf{k}_e$, $\mathbf{f}_e$ 그리고 $\mathbf{r}_e$는 각각 요소 질량행렬, 요소 강성행렬, 요소의 무게에 의한 하중 벡터 그리고 이동하중에 의한 하중벡터를 나타내고 있다. 식 (10)의 요소에 대한 식을 전체 보 시스템으로 확장하면 보에 대한 유한요소법을 적용할 수 있다. 전체 시스템에 대한 방정식은 식 (12)와 같다.

$$\begin{aligned}
&\mathbf{M}_b\ddot{\mathbf{d}} + \mathbf{K}_b\mathbf{d} = \mathbf{F}_b + f_c\mathbf{R}_b \\
&\mathbf{M}_b = \mathop{\mathrm{A}}_{e=1}^{N}\mathbf{m}_e,\ \mathbf{K}_b = \mathop{\mathrm{A}}_{e=1}^{N}\mathbf{k}_e,\ \mathbf{F}_b = \mathop{\mathrm{A}}_{e=1}^{N}\mathbf{f}_e,\ \mathbf{R}_b = \mathop{\mathrm{A}}_{e=1}^{N}\mathbf{R}_e
\end{aligned} \tag{12}$$

여기서 $\mathbf{M}_b$, $\mathbf{K}_b$, $\mathbf{F}_b$ 그리고 $\mathbf{R}_b$는 각각 보의 질량행렬, 강성행렬, 무게에 의한 벡터 그리고 접촉력에 대한 하중벡터를 나타내고 있으며 A는 요소행렬을 전체행렬로 변환하는 기능을 하는 연산자를 표현한다. 이 연구에서는 50 m의 보를 5 cm 요소로 이산화하여 1000개의 요소를 이용하여 해석을 수행하였다. 또한, 접촉력을 고려한 $\mathbf{R}_b$를 계산하기 위해서는 매 시간마다 이동질량 및 이동하중의 위치가 전체 보 요소의 어느 절점에 위치하여 있는지 파악하여 전체 보 시스템에 적용하는 계산이 선행되어야 한다.

접촉을 고려한 FEM 모델을 수립하기 위하여 접촉과 비접촉 현상에 대한 독립적 유한요소 해석 모델을 수립하였으며 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{U}} + \mathbf{K}\mathbf{U} - \mathbf{Q}^{\mathrm{T}}f_c = \mathbf{F},\quad \mathbf{Q}\mathbf{U} = g \quad \text{when } g \le 0 \tag{13}$$

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{U}} + \mathbf{K}\mathbf{U} = \mathbf{F} \quad \text{when } g > 0 \tag{14}$$

$$\begin{aligned}
&\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_b & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & m \end{bmatrix},\ \mathbf{K} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_b & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & 0 \end{bmatrix}, \\
&\mathbf{F} = \begin{Bmatrix} \mathbf{F}_b \\ 0 \end{Bmatrix},\ \mathbf{U} = \begin{Bmatrix} \mathbf{d} \\ \xi \end{Bmatrix},\ \mathbf{Q} = \{\mathbf{R}_b, 1\}
\end{aligned} \tag{15}$$

여기서 $\mathbf{M}$, $\mathbf{K}$는 전체 시스템의 질량과 강성행렬을 나타내고 있으며, $\mathbf{F}$와 $\mathbf{U}$는 무게에 의한 하중벡터와 보 및 이동질량에 의한 변위를 나타내고 있다. 또한 $\mathbf{Q}$는 접촉이 발생하는 위치에서의 방향벡터를 의미하는데, $\mathbf{R}_b$는 보의 방향벡터, 그리고 1은 질점으로 묘사된 이동질량의 수직 접촉방향을 나타낸다.

이 연구에서는 시간에 따른 응답 및 접촉력을 계산하고자 Generalized-α법[12]을 이용한 시간적분을 수행하였다. 이 방법은 사용자가 정의한 수치감쇠 상수를 적용하여 FEM에서 문제가 되는 높은 주파수영역에서의 의사 진동을 줄여 보다 정확한 해를 구할 수 있는 방법이다. 이산화된 방정식 (13), (14)에 시간적분법을 적용하면 다음과 같은 시간평형 방정식(balanced equations) (16), (17)을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned}
&\mathbf{M}\mathbf{a}_{n+1-\alpha_m} + \mathbf{K}\mathbf{d}_{n+1-\alpha_f} - \mathbf{Q}^{\mathrm{T}}f_c = \mathbf{F},\quad \mathbf{Q}\mathbf{d}_{n+1-\alpha_f} = g \\
&\qquad \text{when} \quad g \le 0
\end{aligned} \tag{16}$$

$$\mathbf{M}\mathbf{a}_{n+1-\alpha_m} + \mathbf{K}\mathbf{d}_{n+1-\alpha_f} = \mathbf{F} \quad \text{when } g > 0 \tag{17}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{d}_{n+1} &= \tilde{\mathbf{d}}_n + \beta\,\Delta t^2\mathbf{a}_{n+1} \\
\mathbf{v}_{n+1} &= \tilde{\mathbf{v}}_n + \gamma\,\Delta t\,\mathbf{a}_{n+1}
\end{aligned} \tag{18}$$

$$\begin{aligned}
\tilde{\mathbf{d}}_n &= \mathbf{d}_n + \Delta t\,\mathbf{v}_n + (1/2-\beta)\,\Delta t^2\mathbf{a}_n \\
\tilde{\mathbf{v}}_n &= \mathbf{v}_n + (1-\gamma)\,\Delta t\,\mathbf{a}_n
\end{aligned} \tag{19}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{d}_{n+1-\alpha_f} &= (1-\alpha_f)\mathbf{d}_{n+1} + \alpha_f\mathbf{d}_n \\
\mathbf{a}_{n+1-\alpha_m} &= (1-\alpha_m)\mathbf{a}_{n+1} + \alpha_m\mathbf{a}_n
\end{aligned} \tag{20}$$

식 (18), (19)는 t_{n+1}에서의 변위와 속도를 구하기 위한 방정식이며 식 (19), (20)은 t_n에서의 변위와 속도를 나타내기 위한 방정식이다. 여기서 Δt 는 시간

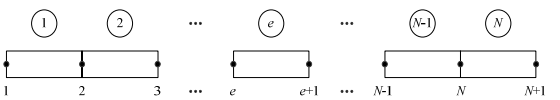


Fig. 2 Element and node numbers of a finite element model

Table 1 Material properties and dimensions

Properties	Value	Unit
Young's modulus	1.30×10^{11}	N/m^2
Area moment of inertia	1.66×10^{-1}	m^4
Cross sectional area	2.00×10^{0}	m^2
Length of beam	5.00×10^{1}	m

응답을 구하기 위한 시간간격을 나타내며, α_f, α_m, β와 γ는 각각 알고리즘 상수를 나타낸다.

3. 보의 동적 거동분석

3.1 이동질량 및 이동하중의 동적 거동분석

이 절에서는 축하중을 받는 보에 이동질량과 이동하중이 고려된 경우에 대한 해석을 수행하였으며, 축하중 및 질량효과가 보의 응답에 미치는 영향에 대하여 논의하였다.

이동속도를 10 m/s로 고정하고 축 하중이 0인 상태에서 이동질량이 1000 kg과 9000 kg인 경우에 대하여 해석을 진행한 결과를 Fig. 4에 도시하였다. 해석 결과에서 수평축은 이동질량의 위치 x와 보의 길이 L에 대한 무차원 상수를 의미하며, 수평축은 보 중앙에서의 변위를 나타낸다. 이동체의 질량이 작은 경우에는 이동하중과 이동질량의 모델간에 응답차이가 발견되지 않는 것을 확인할 수 있다. 반면에 질량이 큰 경우에는 이동질량 모델과 이동 하중 모델 사이에 응답의 차이가 발생한다는 사실을 확인할 수 있다. 따라서 질량이 큰 경우에는 하중만을 고려한 모델보다는 질량과 하중을 동시에 고려한 모델이 더욱 현실적임을 확인할 수 있다.

또한 축 하중이 인장인 경우와 압축인 경우에 대한 해석을 수행하였다. 이동속도는 10 m/s로 고정하고 축하중을 인장력 60 MN과 압축력 -60 MN이 작용한 경우에 대한 해석을 수행하여 응답을 Fig. 5와 Fig. 6에 도시하였다.

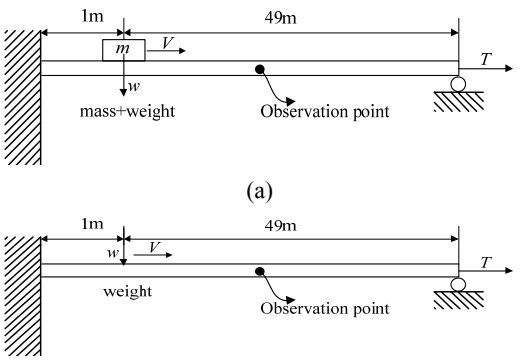


Fig. 3 Models for the contact analyses: (a) when considering the mass and weight; (b) when considering the weight

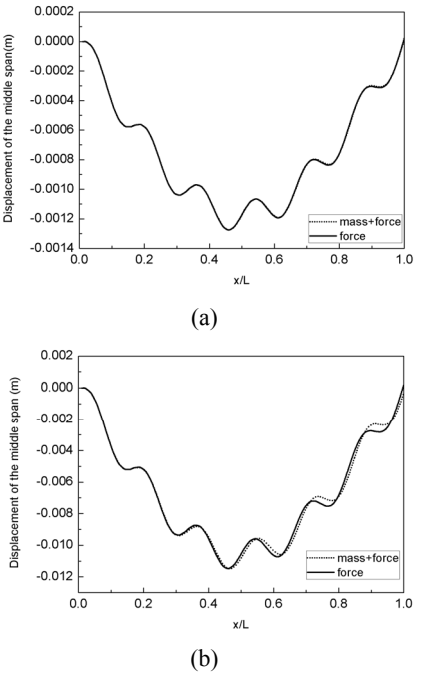


Fig. 4 Dynamic responses at the middle span when axial load is 0: (a) moving mass of 1000 kg; (b) moving mass of 9000 kg

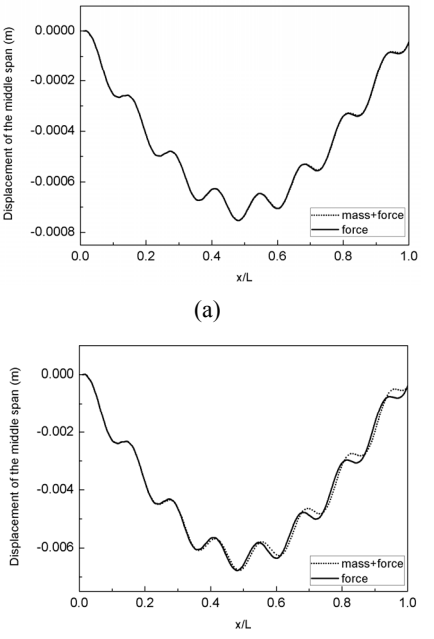
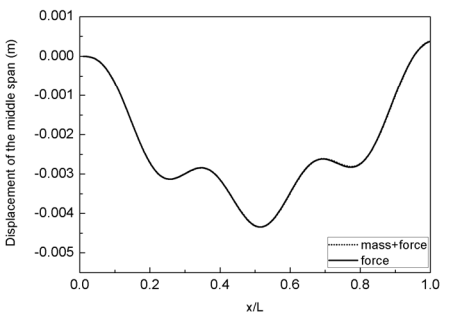


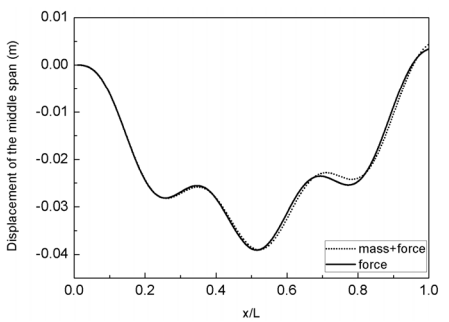
Fig. 5 Dynamic responses at the middle span when axial load is 60 MN: (a) moving mass of 1000 kg; (b) moving mass of 9000 kg

시뮬레이션 결과, 압축의 축하중에 대한 응답의 진폭이 축하중이 없을 때와 인장력이 가해졌을 경우보다 크게 나타남을 확인할 수 있다. 이를 통하여 인장의 축하중에 의하여 수직방향의 하중에 대한 저항이 크게 작용하였음을 알 수 있다. 또한 질량이 가벼운 경우에는 축하중에 따른 이동질량 모델과 이동하중 모델 사이의 응답차이가 발견되지 않음을 알 수 있다. 질량이 큰 경우에는 압축과 인장의 축하중에 대하여 이동질량 모델과 이동하중 모델의 변위의 차이가 발생함을 확인할 수 있으나 변위의 차이가 축하중에 따라 크게 발생하거나, 혹은 크게 감소하는 등의 영향은 관찰되지 않는다.

또한 축 하중의 영향에 따라 응답의 진폭뿐만 아니라 응답의 변위의 특성이 변함을 확인할 수 있다. 축하중이 압축에서 인장으로 변하는 순서대로 보의 응답을 비교하면, 변위에서 굴곡이 발생함을 확인할 수 있는데 축 하중이 압축인 경우보다 인장인 경우에 굴곡 발생이 심하게 발생함을 확인할 수 있으며, 대칭성을 가짐을 확인할 수 있다.



(a)

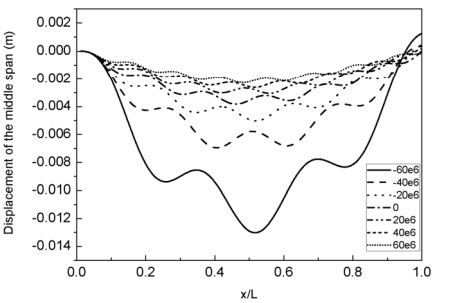


(b)

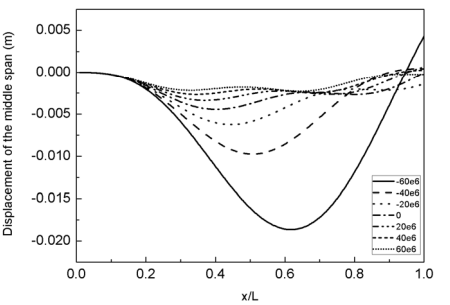
Fig. 6 Dynamic responses at the middle span when axial load is -60 MN : (a) moving mass of 1000 kg; (b) moving of mass 9000 kg

3.2 축 하중에 따른 따른 동적 거동분석

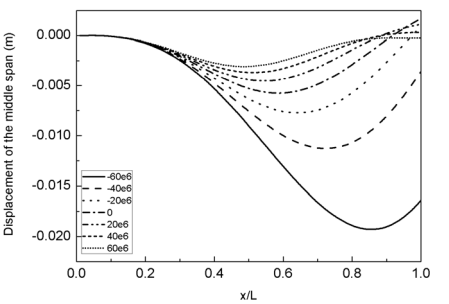
이 절에서는 축 하중에 따른 동적 응답에 대한 분석을 수행하였다. 이동질량은 3000 kg을 사용하였으며, 속도를 10 m/s, 30 m/s 그리고 50 m/s로 변화시키면서 해석을 수행하였다. 해석 결과에서 속도가 일정한 경우에 보의 응답은 축 하중의 영향에 따라 변하게 됨을 알 수 있다. 축 하중이 압축에서 인장으로 변화함에 따라 보 중앙에서의 변위는 작아짐을 알 수 있다. 특히, 축 하중을 선형적으로 변화시켰음에도



(a)



(b)



(c)

Fig. 7 Dynamic responses at the middle span for the variation of the axial load when moving mass is 3000 kg : (a) moving velocity of 10 m/s; (b) moving velocity of 30 m/s; (c) moving velocity of 50 m/s

불구하고 변위의 진폭변화는 선형으로 줄어들지 않는 것을 확인할 수 있다. 이는 속도가 상대적으로 높은 30 m/s와 50 m/s에서도 발생하는 현상이다.

Fig. 7(b)와 (c)의 경우에도 압축에서 인장으로 축하중이 변화함에 따라 변위의 증감이 두드러지게 나타남을 확인할 수 있으며, 앞에서 언급한 바와 같이 변위의 변화는 선형적으로 감소하는 것이 아니라 압축에서 더욱 두드러지게 나타나는 것을 확인할 수 있다. 또한 이동질량의 속도가 증가하면 변위의 굴곡 또한 감소하는 것을 확인할 수 있다. 따라서 이동질량의 변위의 발생에 대하여 속도와 축하중의 결과를 종합하여 다음과 같이 정리할 수 있다.

압축의 축하중이 가해진 경우의 보에서의 변위는 인장이 가해진 경우보다 크게 발생한다. 또한 일정 축하중 상태에서의 굴곡의 변화는 속도가 빠를수록 적으며 속도가 느릴수록 많이 발생한다. 마지막으로 축하중이 압축에서 인장으로 선형적으로 변화할 때의 변위의 변화는 압축력이 작아질수록 급격히 변하여 선형적으로 변하지 않고 인장인 경우 진폭의 변화량은 작아짐을 알 수 있다.

4. 동적 접촉 해석

이동질량이 축 하중을 받는 보를 따라 이동할 때 발생하는 접촉력이 보와 이동질량의 변위 및 가속도와 상관관계가 있음을 확인하기 위한 접촉해석을 수행하였다. 결론적으로, 변위의 굴곡은 접촉력과 상관 관계가 있음을 확인하였으며, 가속도와도 밀접한 관계가 있음을 확인하였다. 접촉력은 보와 이동질량간에 발생하는 것이기 때문에, 이동질량의 위치에 따라 변위를 관찰하여야 한다. 이 연구에서는 이동질량의 위치에 따른 수직방향의 변위를 $\xi(x,t)$로 가정하여 모델을 수립하였으므로, 이동질량의 변위 ξ와 가속도, 그리고 접촉력에 대하여 분석하였다.

Fig. 8은 이동질량 5000 kg, 축 하중 -60 MN 그리고 속도 10 m/s인 경우에 대한 해석 결과이다. 변위 그래프의 굴곡의 변곡점과 접촉력의 피크(peak) 발생 지점이 서로 일치함을 알 수 있다. 특히, 접촉력과 가속도는 밀접하게 관련이 있음을 확인할 수 있다.

또한, 인장력이 가해지는 경우에 대한 접촉력 분석을 수행하였다. Fig. 9는 이동질량 5000 kg, 축 하중 60 MN 그리고 속도 10 m/s인 경우에 대한 해석 결과이다. 앞선 결과와 마찬가지로, 변위의 굴곡이 발생하는 변곡점에서 접촉력의 피크가 발생함을 확인할 수 있으며, 접촉력과 가속도는 비례적인 관계를 갖는 것 확인할 수 있다. 특히, 접촉력의 변동폭은 압축력이 가해지는 경우가 인장력이 가해지는 경우보다 큼을 확인할 수 있다.

이 연구에서는 보와 이동질량간의 비접촉 현상을 표현하기 위한 해석 모델을 제시하였으나, 해석에

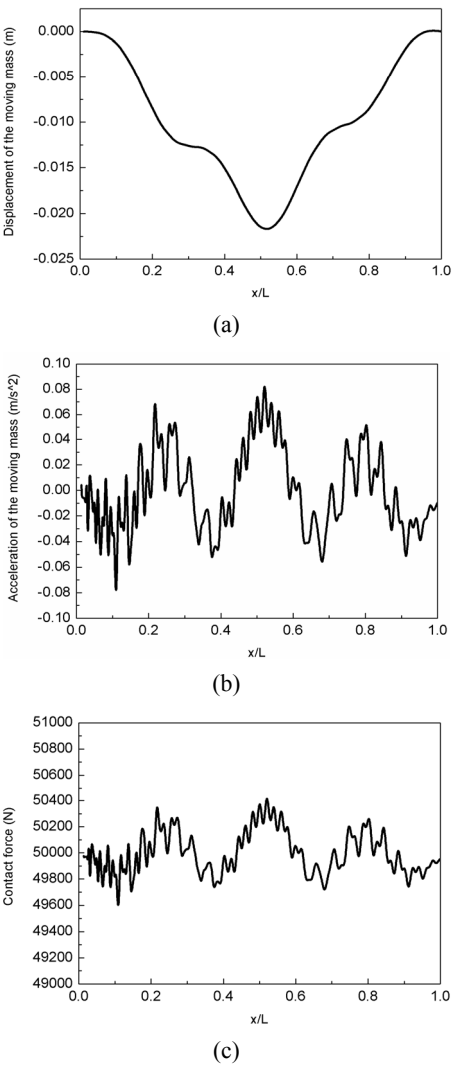


Fig. 8 Dynamic responses of moving mass when the axial load is -60 MN and mass velocity is 10 m/s: (a) displacement; (b) acceleration; (c) contact force

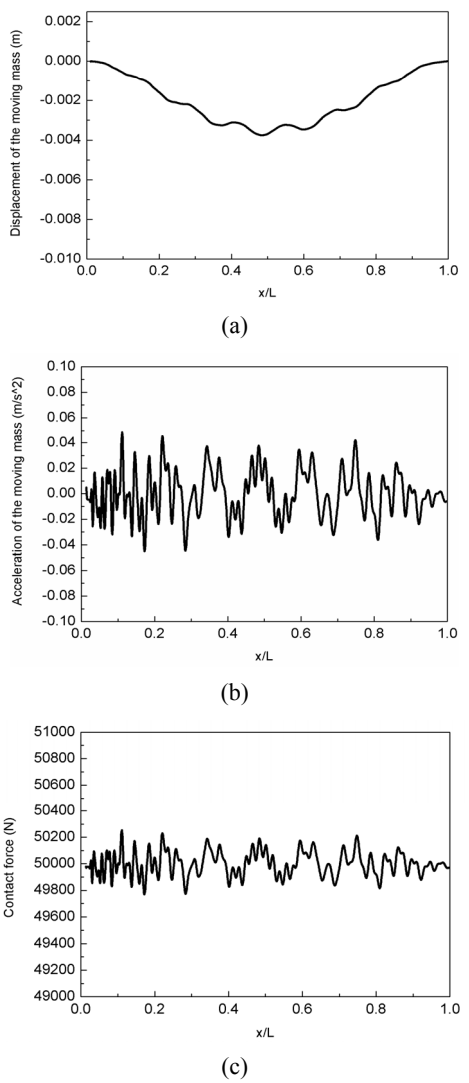


Fig. 9 Dynamic responses of moving mass when the axial load is 60 MN and mass velocity is 10 m/s : (a) displacement; (b) acceleration; (c) contact force

사용된 이동질량의 속도나 축 하중 내에서는 보와 질량간에 비접촉 현상이 발생하지 않음을 확인하였다.

5. 결 론

이 논문에서는 축하중이 작용하는 보 모델이 이동질량의 영향을 받을 때에 발생하는 변위와 접촉력을 속도와 축 하중의 영향에 따라 분석하였다. 연구 결과를 요약하면 다음과 같다.

(1) 이동질량이 큰 경우, 이동하중 모델과 이동질량 모델간의 응답의 차이가 관찰되었다. 하지만, 압축력이나 인장력의 축하중에 따라 그 차이가 커지거나 작아지지 않음을 확인하였다.

(2) 축 하중을 압축에서 인장으로 변화시킨 결과, 압축에서 인장으로 변하는 순간에 변위의 진폭변화가 컸으며, 축 하중을 선형적으로 증가시켰음에도 불구하고, 변위의 변화는 비선형적으로 변하는 것을 확인하였다.

(3) 이동질량의 변위와 가속도, 그리고 보와 질량간의 접촉력을 분석한 결과, 변위의 굴곡은 가속도와 접촉력과 밀접한 관계가 있음을 확인하였으며, 가속도와 접촉력은 비례적인 관계가 있음이 입증되었다.

후 기

이 논문은 2010년도 교육과학기술부의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 기초연구사업 연구임(2010-0016354).

참 고 문 헌

(1) Esmailzadeh, E. and Ghorashi, M., 1995, Vibration Analysis of Beam Traversed by Uniform Partially Distributed Moving Mass, Journal of Sound and Vibration, Vol. 184, No. 1, pp. 9~17.

(2) Esmailzadeh, E. and Ghorashi, M., 1997, Vibration Analysis of a Timoshenko Beam Subjected to a Travelling Mass, Journal of Sound and Vibration, Vol. 199, No. 4, pp. 615~628.

(3) Michaltsos, G. T., 2001, The Influence of Centripetal and Coriolis Forces on the Dynamic Response of Light Bridge Under Moving Vehicle, Journal of Sound and Vibration, Vol. 247, No. 2, pp. 261~277.

(4) Michaltsos, G. T., 2002, Dynamic Behaviour of a Single-span Beam Subjected to Loads Moving with Variable Speeds, Journal of Sound and Vibration, Vol. 258, No. 2, pp. 359~372.

(5) Michaltsos, G. T., Srantithou, E. and Sophianopoulos, D. S., 2005, Flexble-torsional

Vibration of Simply Supported Open Cross-section Steel Beams Under Moving Loads, Journal of Sound and Vibration, Vol. 280, No. 3-5, pp. 479~494.

(6) Rieker, J. R., Lin, Y. H. and Trethewey, M. W., 1996, Discretization Considerations in Moving Load Finite Element Beam Models, Finite Element in Analysis and Design, Vol. 21, No. 3, pp. 129~144.

(7) Rieker, J. R. and Trethewey, M. W., 1999, Finite Element Analysis of an Elastic Beam Structure Subjected to a Moving Distributed Mass Train, Mechanical Systems and Signal Processing, Vol. 13, No. 1, pp. 31~51.

(8) Yoon, H. I., Lee, Y. W. and Son, I. S., 2003, Influence of Crack on Dynamic Behavior of Simply Supported Beam with Moving Mass, Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 13, No. 9, pp. 720~729.

(9) Lee, U., 1998, Separation Between the Flexible Structure and the Moving Mass Sliding on It, Journal of Sound and Vibration, Vol. 209, No. 5, pp. 867~377.

(10) Stancioiu, D., Ouyang, H. and Mottershead, J. E., 2008, Dynamics of a Beam and a Moving Two-axle System with Separation, Proceeding of the Institution of Mechanical Engineering Part C-journal of Mechanical Science, Vol. 222, No. 10, pp. 1947~1956.

(11) Simsek, M. and Kocaturk, T., 2006, Dynamic Analysis of Eccentrically Prestressed Viscoelastic Timoshenko Beams under a Moving Harmonic Load, Computers and Structures, Vol. 84, Issue 31-32, pp. 2113~2127.

(12) Chung, J. and Hulbert, G. M., 1993, A Time Integration Algorithm for Structural Dynamics with Improved Numerical Dissipation: the Generalized-α Method, American Society of Mechanical Engineers Journal of Applied Mechanics, Vol. 60, No. 2, pp. 371~375.