

# 하중법을 이용한 텐세그리티 구조물의 자기평형 응력 탐색

## Form-finding of Tensegrity Structures with constraints by using Force Method

정우성\*                      이재홍\*\*                      강주원\*\*\*  
Chung, Woo-sung              Lee, Jae-hong              Kang, Joo-Won

### 요약

본 논문에서는 제약조건이 고려된 텐세그리티 구조물의 형상 탐색 방법에 있어서 기존의 하중법을 특이값 분해로 정식화 한 새로운 하중법을 제안하였다. 텐세그리티 구조물은 형태의 안정성 유지를 위해 프리스트레스가 도입 되어야하며 이를 위하여 형상 탐색이 수행되어 진다. 또한 실제 구조물로서 활용되기 위해서는 제약조건이 고려되어야한다. 기존의 하중법은 어려운 구조적 개념이 필요하지 않아 접근 방법이 쉽지만 많은 수식을 통해 형상 탐색을 수행하여야 하므로 이로 인해 수치상의 오류가 발생할 수 있으며 내력 밀도법을 사용하여 형상 탐색을 수행 할 경우 제약조건에 맞는 가상의 부재(Dummy Element)를 찾는 것이 어렵다는 단점이 있다. 본 연구에서는 기존의 하중법에서 사용하던 수식을 특이값 분해로 정식화하여 수치적 오류를 줄일 수 있는 새로운 하중법을 제안하였다.

### Abstract

This paper presents a new numerical method by using Singular Value Decomposition force method for form-finding of tensegrity structures with constraints. In order to maintain the tensegrity structures stable, state of self-equilibrium stress should be introduced. The existing force method has some advantages about form-finding of tensegrity structures. However, this method has complex formulation. In force density method, dummy members are required for form-finding of tensegrity structures with constraints. Therefore this study proposes new force method using Singular value decomposition. The proposed method is both having easy basic concept and simple computation than existing force method. A numerical example is presented to demonstrate the efficiency and robustness in searching initial single integral feasible self-stress mode for tensegrity structures with constraints.

키워드 : 텐세그리티, 형상탐색, 하중법, 제약조건

Keywords : Tensegrity, Form-finding, Force Method, Constraints

## 1. 서론

### 1.1 연구의 목적

텐세그리티(Tensegrity) 구조 시스템은 압축재와

인장재가 적절히 배치되어 있는 구조시스템으로 경량화 및 합리화를 확보할 수 있는 구조 시스템이다.<sup>1)</sup> 텐세그리티는 Buckminster Fuller(1961)에 의해 최초로 제안된 구조 시스템으로써 1962년 미국에 특허로 등록된 이후 이에 대한 많은 연구가 이루어졌으며 국외 및 국내에서 케이블 돔, 타워, 조각품 및 가구 등 다양한 분야에 널리 적용되고 있다.<sup>2)</sup> 텐세그리티 구조 시스템은 동일한 양의 재료를 사용하였

\* 학생회원, 세종대학교 건축공학과 석사과정

\*\* 정회원, 세종대학교 건축공학과 교수, FREE FORM 건축연구소 공학박사

\*\*\* 정회원, 영남대학교 건축학부 교수

을 때 다른 구조 시스템에 비해 보다 많은 하중을 지지할 수 있어 경제적으로 매우 유리하며 질량을 절감시킨다.

최소의 재료로 가볍고 얇게 대공간을 만들 수 있다는 장점이 있기 때문에 대공간 지붕 구조물에 주로 적용되고 있다.<sup>3)</sup> 또한 인장력이 가해질 경우 최적의 위치에 힘을 전달하여 구조물이 효과 적으로 지지될 수 있도록 하며 압축부재의 길이가 짧아 비틀림, 좌굴 등에 거의 영향을 받지 않는다.

그러나 압축부재가 서로 겹쳐지지 않아야 하기 때문에 압축부재 간 충돌에 유의하여 설계하여야 한다.<sup>4)</sup> 이로 인해 다양한 형상을 구현하기 어려우며 현재 국내뿐만 아니라 국외에서도 텐세그리티 구조 시스템에 대한 설계 및 해석 기술의 부족으로 인해 디자인 방법에 한계가 있다.<sup>5,6,7)</sup>

또한 텐세그리티는 구조물로서 고유한 형상을 유지하기 위해서는 힘의 평형을 이루는 좌표와 프리스트레스 값을 결정시켜주어야 한다. 이러한 프리스트레스의 값을 결정하는 과정을 형상 탐색이라고 한다. 형상탐색의 결과 값은 텐세그리티 구조물에 도입되는 프리스트레스에 관한 필요한 정보, 즉 프리스트레스를 인장으로 할 것인지 혹은 압축으로 할 것인지를 제공한다. 기존의 형상 탐색 방법에는 Tanaka, H., Hangai, Y.<sup>8)</sup>와 Hangai, Y., Kawaguchi, K.<sup>9)</sup>에 의해 제안된 일반 역행렬법(Generalized Inverse Method)과 Sheck M.<sup>10)</sup>이 제안한 내력 밀도법(Force Density Method)이 있다. 일반 역행렬법(Generalized Inverse Method)은 불안정 트리스 구조물의 수치해석에 일반 역행렬을 도입하여 자기평형응력모드를 해석하는 방법이며, 내력 밀도법(Force Density Method)은 하중을 길이로 나누는 하중밀도의 개념을 도입하여 비선형 방정식을 선형 방정식으로 변화하여 해석하는 방법이다. 그러나 일반 역행렬법을 이용하여 형상 탐색을 수행할 경우 장방향 행렬의 역행렬 계산이 복잡하며 텐세그리티 구조물이나 케이블 돔 구조물의 형상에 따라 해가 일관성을 나타내지 못하였

다.<sup>11)</sup> 또한 내력 밀도법을 이용하여 형상 탐색을 수행할 경우 수식이 복잡하여 정식화하기 어려울 뿐만 아니라 제약조건을 고려하여 형상 탐색을 수행 할 경우 제약조건에 맞는 가상의 부재(Dummy Element)를 삽입하여야 하며 제약조건에 맞는 가상의 부재(Dummy Element)를 찾기 어렵다는 단점이 있다.

본 연구에서는 텐세그리티 구조 시스템을 구현하기 위해 반드시 선행되어야 하는 형상 탐색의 과정을 기존의 트리스 구조 해석에 주로 사용되었던 하중법(Force Method)을 이용한 새로운 형상 탐색법에 대하여 제시하였다.

## 1.2 연구의 방법 및 절차

본 연구에서는 하중법을 이용하여 제약조건이 고려된 텐세그리티 구조물의 새로운 형상 탐색 방법을 제안하고자 한다.

본 연구에서는 제안한 방법을 설명하고 결과를 증명하기 위하여 제약조건이 고려된 평면 및 입체 텐세그리티 예제를 선정하고 이를 본 연구에서 제안한 방법을 통해 형상 탐색을 수행하였다. 아울러 본 연구에서 제안한 형상탐색 방법의 타당성을 검증하기 위해 도출된 자기평형 응력모드 결과 값을 내력 밀도법을 이용하여 형상탐색을 수행한 선행 연구자의 결과 값과 서로 비교 검토하였다. 이를 통해 본연구의 타당성을 입증 하고자 한다. 본 연구에서는 제안한 방법을 통해 해석을 수행하기 위하여 MATLAB 7.6.0(R2008a)를 사용하였다.

## 2. 하중법을 이용한 텐세그리티 구조의 형상 탐색

본 연구에서 해석을 수행하고자 한 위상 하중법(Topological force method)은 Henderson J.C과 Maunder, E.W.A에 의해 제안된 위상법(Topological method)<sup>12,13,14)</sup>을 기반으로 한 이론으로써 모든 골조 시스템을 아울러 구조 해석을 수행하였으며 1960

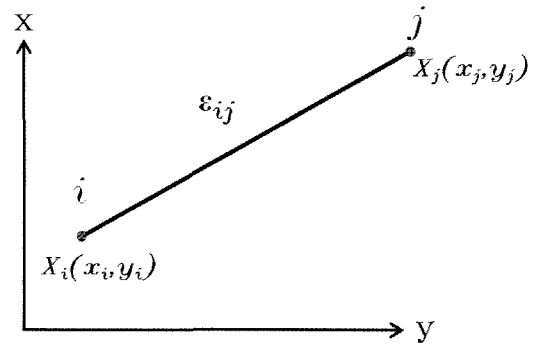
년대에 Ali Kaveh에 의해 컴퓨터 프로그램에 적합한 위상 하중법으로 제안되었다. 위상 하중법은 rigid-jointed 골조 및 pin-jointed 평면 트리스, ball-jointed 입체 트리스와 같이 모든 골조 시스템에 대한 해석을 수행할 수 있는 매우 효율적인 이론이다.<sup>15)</sup> 또한 일반 강성법의 경우 절점의 변위를 얻어 부재력을 계산하는 반면 위상 하중법의 경우 구조 해석과 동시에 부재력과 반력을 동시에 알 수 있어 매우 효율적인 방법이다.

그러나 하중법은 많은 수식을 이용하여 해석을 수행하여야 하므로 수치상의 오류가 발생하는 단점을 가지고 있다. 따라서 본 연구에서는 하중법의 단점을 해결하기 위해 특이값 분해를 이용하여 수식을 정리하였다.

$$r = B_0 p + B_1 q \quad (1)$$

위상 하중법에 근거한 식 (1)에서  $B_0$ 는  $M \times N$  크기를 갖는 장방향 행렬로  $M$ 은 총 부재의 수이며  $N$ 은 구성요소의 총 자유도수이다.  $B_1$ 은 가상의 내부 하중  $q$ 에 대한 자기평형상태를 만족하는  $M \times N_{ST}$  크기의 장방향 행렬로  $M$ 은 요소의 개수를  $N_{ST}$ 은 트리스 및 핀-조인트 구조물의 부정정 차수를 나타낸다. 식(1)에서 외부하중  $p$ 가 0이면 텐세그리티 구조물의 형상 탐색을 수행 할 수 있고 프리스트레스의 결과 값을 얻을 수 있으며 외부하중  $p$ 의 크기가 0보다 크면 트리스 및 핀-조인트 구조물의 구조해석을 수행하여 부재력 및 반력의 크기를 도출해 낼 수 있다.

본 연구에서는 하중법을 이용하여 텐세그리티 구조물의 형상 탐색을 수행 할 수 있는 새로운 형상 탐색의 방법을 제시하고자 한다. 또한 본 연구에서는 제약 조건이 고려되지 않은 일반적인 텐세그리티 구조물이 아닌 실제 구조물으로써 활용 될 수 있는 제약 조건이 고려된 텐세그리티 구조 시스템의 형상 탐색 방법을 제안하고자 한다.



〈그림 1〉 2절점 트리스 요소

### 2.1 형상 탐색을 위한 새로운 하중법의 정식화

〈그림 1〉은 형상 탐색 즉, 자기 평형 응력모드 해석을 수행하기 위하여 2개의 절점  $i$ 와  $j$ 를 갖는 3차원 2절점 트리스 요소이다.

$$X_i = [x_i, y_i, z_i] \quad (2)$$

$$X_j = [x_j, y_j, z_j] \quad (3)$$

$$u = \begin{Bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{Bmatrix} \quad (4)$$

식 (2)의  $X_i$ 는 절점  $i$ 의 좌표를  $X_j$ 는 절점  $j$ 의 좌표에 대한 각각의 행벡터로 표현되며 전체 좌표계  $x, y, z$ 에 대한 변위  $u$ 는 식 (4)와 같이 열벡터 형태로 표현된다.<sup>9)</sup>

$$l = [(X_j - X_i)(X_j - X_i)^T]^{1/2} \quad (5)$$

$$\gamma = [\gamma_x \gamma_y \gamma_z] = \frac{1}{l} (X_j - X_i) \quad (6)$$

식 (5)의  $l$ 은 절점  $i$ 의 좌표  $(x_i, y_i, z_i)$ 와 절점  $j$ 의 좌표  $(x_j, y_j, z_j)$ 에 대한 행벡터  $X_i, X_j$ 를 통해 얻은 부재의 길이이며 벡터  $\gamma$ 는 행벡터로 각 좌표축의 양의 방향과 이루는 방향각의 값인 방향여현 벡터이며 식

(6)과 같이 나타낸다. 요소의 변위  $u$ 와 변형률  $\epsilon_{ij}$ 의 관계는 일반적으로 다음과 같은 식 (7)과 같이 표현된다. 트러스 요소의 축 변형률  $\epsilon$ 는 방향여현 벡터  $\gamma$ 을 이용하여 식 (8)로 표현된다.

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{ij} + u_{ji}) \tag{7}$$

$$\epsilon = \gamma u \tag{8}$$

모든 부재에 대해 식 (8)과 관련된 모든 식을 모으면 전체 해석 모델에 대한 변형률을 구할 수 있으며 이는 다음 식 (9)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\epsilon = B u \tag{9}$$

식 (9)의  $B$ 행렬은  $M \times N$ 의 크기를 갖는 장방형 행렬로  $M$ 은 총 부재의 수이며  $N$ 은 구성요소의 총 자유도수이다. 또한  $u$ 와  $\epsilon$ 은  $N \times 1$ 과  $M \times 1$ 의 크기를 갖는 열벡터이다. 전체 해석 모델에 대한 변형률을 얻으면 이를 이용하여 방향 여현벡터와 외력을 통해 전체 해석 모델에 대한 부재력을 얻을 수 있는 식을 구할 수 있다. 각 절점에서의 방향 여현벡터와 부재력 및 외력의 관계를 통해 얻은 전체 해석 모델에 대한 부재력은 식 (10)과 같다.

$$\begin{bmatrix} C_{11} & \dots & C_{1M} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ C_M & \dots & C_{NM} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} n_1 \\ \vdots \\ n_M \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P_1 \\ \vdots \\ P_N \end{Bmatrix} \tag{10}$$

$$Cn = P \tag{11}$$

( 단,  $C = B^T$  )

여기서,  $C$ 는 식 (9)의  $B$ 의 전치행렬로  $N \times M$  크기를 갖는 장방형 행렬이며  $n$ 과  $P$ 는 각각  $M \times 1$ 과  $N \times 1$ 의 크기를 갖는 열벡터이다.

## 2.2 제약조건을 고려하지 않은 형상 탐색

본 연구에서 제안한 새로운 하중법을 설명하기 위하여 먼저 제약조건이 고려되지 않은 텐세그리티 구조물의 형상 탐색 방법에 대하여 설명하고자 한다. 기존의 트러스 구조물 및 핀-조인트 구조물의 구조 해석에 주로 이용 되어진 식 (10)을 텐세그리티의 형상 탐색 과정에 적용하기 위해 다음과 같이 제안하고자 한다.

$$Cn = 0 \tag{12}$$

텐세그리티 구조물의 프리스트레스의 크기를 결정하기 위해서는 외부 절점력이 존재하지 않은 상태에서 평형 방정식이 성립되어야 한다. 즉 외부 하중  $P$ 가 0 이어야 하므로  $P = 0$ 일 때 평형 방정식 식 (12)를 만족하여야 한다.

여기서  $C$ 는 식 (9)의  $B$ 행렬의 전치행렬로써  $N \times M$  크기를 갖는 장방형 행렬이며  $n$ 과  $M \times 1$ 의 크기를 갖는 열벡터이다.

이 평형 방정식을 통해 제약 조건이 고려되지 않은 평형 및 입체 텐세그리티 구조물에 대한 각 절점에서 힘의 평형을 만족하는 프리스트레스의 값을 얻을 수 있다.

## 2.3 제약조건이 고려된 텐세그리티 구조물의 형상 탐색

앞서 본 연구에서 제안한 하중법을 이용하여 제약 조건이 고려되지 않은 텐세그리티 구조물의 형상 탐색을 수행하기 위한 방법을 설명하였다. 하지만 텐세그리티 구조 시스템이 실제 구조물로서 적용되기 위해서는 제약조건이 고려되어야 한다.

텐세그리티 구조 시스템에 제약조건이 추가로 고려될 경우 그에 따른 자기평형 응력벡터  $n$ 의 값이 차이가 발생하기 때문에 이에 따른 추가적인 방법의

고려되어야한다.

기존의 텐세그리티 구조 시스템의 형상 탐색 방법 중의 하나인 내력 밀도법을 이용하여 형상 탐색을 수행 할 경우 제약 조건을 고려하기 위해서는 가상의 부재인 Dummy Element를 이용하여 해석을 수행하였다. 하지만 가상의 부재인 Dummy Element를 찾기가 쉽지가 않다.

따라서 본 연구에서는 외부 하중을 가할 경우 구조 해석을 수행할 수 있으며 실제 구조물에 가까운 텐세그리티 구조 시스템의 형상 탐색 방법을 위해 제약 조건이 고려된 텐세그리티 구조물에 대한 새로운 형상 탐색법을 제안하고자 한다.

$$\bar{\mathbf{C}} = [\mathbf{C} \quad : \quad \mathbf{C}_{bc}] \tag{13}$$

$$\bar{\mathbf{n}} = \begin{Bmatrix} \mathbf{n} \\ \dots \\ \mathbf{n}_{bc} \end{Bmatrix} \tag{14}$$

평형 방정식에 제약 조건을 추가로 고려할 때  $\mathbf{C}$ 행렬과 열벡터  $\bar{\mathbf{n}}$ 은 다음과 같이 표현 할 수 있다.

행렬  $\mathbf{C}_{bc}$ 는  $N \times M_{bc}$  크기를 갖는 장방형 행렬이며  $M_{bc}$ 는 경계조건의 자유도로서 각 경계 요소에서의 반력의 개수이다. 식 (13)에서  $\bar{\mathbf{C}}$ 는 각 절점에서의 평형 방정식  $\mathbf{C}$ 에 제약 조건을 추가로 고려한 것이며  $\bar{\mathbf{n}}$ 은 제약 조건을 고려하여 발생하게 된 부재력  $\mathbf{n}$ 과 제약 조건에 따른 반력의 크기  $\mathbf{n}_{bc}$ 을 나타낸다.

행렬  $\bar{\mathbf{C}}$ 는 장방형 행렬로서 자유도수와 부재력의 개수 그리고 제약조건의 크기를 고려한  $N \times (M + M_{bc})$ 의 크기를 갖는 행렬이다. 제약조건을 고려한 텐서그리티 구조물의 형상 탐색을 수행하기 위하여  $\mathbf{C}_{bc}$ 는 다음과 같은 형태를 취한다.

· 제약조건이 힌지인 경우

$$\bar{\mathbf{C}}_{bc} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{15}$$

· 제약조건이 롤러인 경우

$$\bar{\mathbf{C}}_{bc} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \tag{16}$$

결과적으로 본 연구에서 제안한 새로운 하중법을 이용하여 제약조건이 고려된 텐세그리티 구조물의 형상 탐색을 수행하기 위한 평형 방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} C_{11} & \dots & C_{1M} & C_{1M+1} & \dots & C_{1M+dof} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_M & \dots & C_{NM} & C_{NM+1} & \dots & C_{NM+dof} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{n}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{n}_M \\ \mathbf{n}_{M+1} \\ \vdots \\ \mathbf{n}_{M+dof} \end{Bmatrix} = \{0\} \tag{17}$$

$$[\mathbf{C} \quad : \quad \mathbf{C}_{bc}] \begin{Bmatrix} \mathbf{n} \\ \dots \\ \mathbf{n}_{bc} \end{Bmatrix} = \{0\} \tag{18}$$

( 또는,  $\bar{\mathbf{C}}\bar{\mathbf{n}} = 0$  )

### 3. 형상 탐색을 위한 하중법 정식화

본 연구에서는 주로 트러스 구조 해석에 사용되어 왔던 하중법을 이용하여 텐세그리티 구조 시스템의 형상 탐색에 적용할 수 있는 새로운 하중법을 제안하였다. 하중법은 평형 방정식과 같은 간단한 구조적 지식만으로도 해석을 수행할 수 있으나 행렬을 이용한 계산으로 인해 수치상의 오류가 발생하기 쉽다.

본 연구에서 제안하고자 하는 방법은 하중법에서 발생 할 수 있는 수치상의 오류를 감소시키기 위해 특이값 분해(Singular Value Decomposition, SVD)를 활용한 방법을 제안하고자 하며 본 연구에서 제안한 형상 탐색법은 기존의 형상 탐색 방법보다 간

단하게 해석을 수행할 수 있다.<sup>16)</sup> 또한 제약조건을 고려하여 해석하는 방법이 기존의 방법에 비해 수월하여 매우 효율적이다.

$$C = U \Sigma V^T \quad (19)$$

식 (19)는 제약조건을 고려한 텐세그리티 구조의 형상 탐색을 수행하기 위해 얻은 평형 방정식을 특이값 분해 문제로 정식화한 것이다.

이때  $U$ 는  $M \times M$  크기를 가지는 직교 행렬,  $\Sigma$ 는  $M \times N$  크기를 가지는 대각행렬이며  $V^T$ 는  $N \times N$  크기를 갖는 행렬이다. 평형 방정식을 특이값 분해로 정식화함으로써 구조물의 각 부재의 부재력 및 반력의 크기를 알 수 있다.

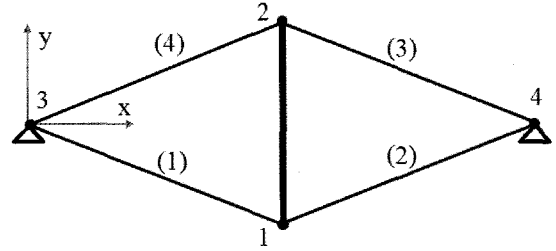
본 연구에서 제안한 하중법을 이용하여 형상 탐색을 수행할 경우 일반 역행렬법, 내력 밀도법과 같은 기존의 형상 탐색의 방법에 비해 많은 구조적 지식을 요구하지 않고 수식이 간단하여 수치상의 오류를 감소시킨다. 특히 제약 조건을 고려한 텐세그리티 구조 시스템의 경우 구조물의 제약조건에 따라  $C_{bc}$  행렬에 변화를 주어 그에 따른 형상 탐색을 수행할 수 있다. 따라서 텐세그리티 구조물에 제약 조건을 고려할 경우 기존의 내력 밀도법에 비해 해석이 단순하며 제약 조건을 고려하는 방법이 더 쉽기 때문에 텐세그리티 구조물에 대한 포괄적인 구조 해석을 수행할 수 있다.

#### 4. 해석 예제

본 연구에서 제시한 방법을 검증하기 위하여 제약 조건이 고려된 평면 및 입체 텐세그리티 예제를 선정하고 이를 본 연구에서 제안한 방법을 통해 해석을 수행하였다. 또한 이를 내력 밀도법을 이용하여 제약 조건이 고려된 텐세그리티 구조물을 해석한 선행 연구자의 결과 값과 서로 비교하여 본 연구의 타당성을 입증하고자 한다. 본 연구에서는 제안한 방법을 통해 해석을 수행하기 위하여 MATLAB

7.6.0(R2008a)을 사용하였다.

#### 4.1 제약조건이 고려된 4각 평면 텐세그리티



〈그림 2〉 4각 평면 텐세그리티

실제 구조물의 설계에 적용하기 위해 제약 조건이 고려된 2차원 텐세그리티 구조물을 예로 들어 본 연구에서 제시하는 방법을 검증하고자한다. 해석모델의 형상은 〈그림2〉와 같으며 절점과 총 요소의 수는 각각 4개와 5개이다.

〈표 1〉 평면 텐세그리티 구조물의 절점좌표와 연결부

절점	좌표			요소	연결부	
	x	y	z			
1	0.0846	-0.7071	0	1	3	1
2	0.0846	0.7071	0	2	1	4
3	-0.6124	-0.697	0	3	4	2
4	0.7815	0.6969	0	4	2	3
			0	5	1	2

〈표 2〉 제약조건이 고려된 평면 텐세그리티 구조물의 형상 탐색 결과

	요소	본 연구	Hoang Chi Tran(17)
자기평형 응력모드 벡터	1~4	1,000	1,000
	5	-1,424	-1,424
반력	3x	-1,404	-1,404
	3y, 3z	0	0
	4x	1,404	1,404
	4y, 4z	0	0

〈표 3〉 4각 평면 텐세그리티 구조물의 C행렬

	부재 요소					경계조건의 자유도			
	1	2	3	4	5	3x	3y	4x	4y
절점의 자유도	1x	-0.7020	0.7020	0	0	0	0	0	0
	1y	0.7122	0.7122	0	0	1	0	0	0
	2x	0	0	0.7020	-0.7020	0	0	0	0
	2y	0	0	-0.7122	-0.7122	-1	0	0	0
	3x	0.7020	0	0	0.7020	0	1	0	0
	3y	-0.7122	0	0	0.7122	0	0	1	0
	4x	0	-0.7020	-0.7020	0	0	0	0	1
	4y	0	-0.7122	0.7122	0	0	0	0	0

요소 1, 2, 3, 4는 인장에 저항하는 인장 케이블이며, 요소 5는 압축에 저항하는 압축트러스이다. 절점 3과 4는 고정단이다. 해석모델의 절점좌표와 요소의 연결부는 〈표 1〉에 자세히 나타나 있다. 〈표 3〉는 해석 예제의 C행렬이며 〈표 2〉은 본 연구에서 제시한 특이값 분해로 정식화 된 하중법을 이용한 형상 탐색의 결과이다. 본 연구에서 제안한 방법을 통해 해석을 수행 할 경우 1~4번 부재는 인장력을 5번 부재는 압축력을 갖게 되는 것으로 나타났다.

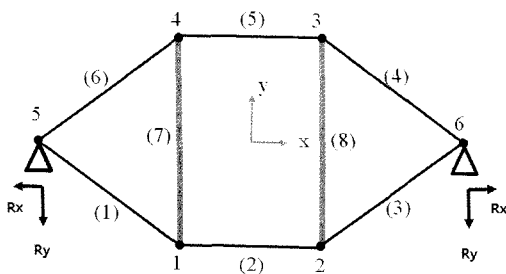
본 연구에서 제안한 방법으로 제약 조건이 고려된 텐세그리티 구조물의 형상 탐색을 수행 할 경우 Dummy Element를 사용하여 제약 조건을 고려하는 내력 밀도법보다 해석을 수행하는 방법이 간단하였으며 내력 밀도법을 사용하여 해석을 수행 한 선행 연구자의 결과 값과 일치하는 것을 확인 할 수 있었다.

본 연구에서 제안한 방법을 검증하기 위해 Zhang, J.Y., Ohsaki, M., Kanno, Y.<sup>18)</sup>가 제안한 평면 텐세그리티를 해석 예제로 선정하여 이에 대한 형상 탐색을 수행하고자 한다. 총 6개의 절점과 8개의 부재로 이루어져 있으며 실제 설계에 적용이 가능하도록 제약 조건을 고려하였다.

〈표 4〉 예제 형상의 절점 좌표 및 요소 연결부

절점	좌 표			요 소	연 결 부	
	x	y	z			
1	-0.354	-0.5	0	1	1	5
2	0.354	-0.5	0	2	1	2
3	0.354	0.5	0	3	2	6
4	-0.354	0.5	0	4	3	6
5	-0.827	0	0	5	3	4
6	0.827	0	0	6	4	5
-	-	-	-	7	1	4
-	-	-	-	8	2	3

4.2 제약 조건이 고려된 6각 평면 텐세그리티



〈그림3〉 제약조건이 고려된 6각 평면 텐세그리티

〈표 5〉 평면 텐세그리티의 형상 탐색 결과

	요 소	본 연구	Zhang, J.Y., Ohsaki, M., Kanno, Y [18]
자기평형 응력모드 벡터	1	1.0000	1.0000
	2	0.6870	0.6870
	3	1.0000	1.0000
	4	1.0000	1.0000
	5	0.6870	0.6870
	6	1.0000	1.0000
	7	-0.7267	-0.7267
	8	-0.7267	-0.7267
반 력	9	-1.3740	-1.3740
	10	0.0000	0.0000
	11	1.3740	1.3740
	12	0.0000	0.0000

〈표 6〉 제약조건이 고려된 평면 텐서그리드 구조물의 C 행렬

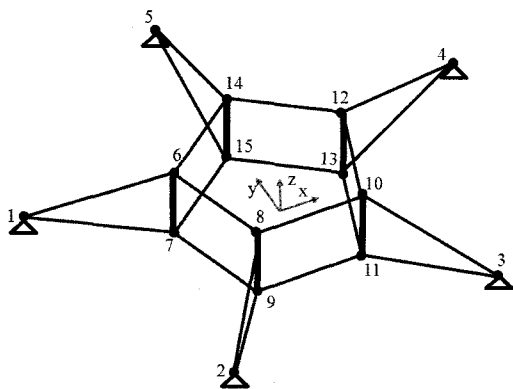
	부재 요소								경계조건 자유도				
	1	2	3	4	5	6	7	8	5x	5y	6x	6y	
절점의 자유도	1x	-0.6 9	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	1y	0.73	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
	2x	0	-1	0.69	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	2y	0	0	0.73	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	3x	0	0	0	0.69	-1	0	0	0	0	0	0	0
	3y	0	0	0	-0.7 3	0	0	0	0	0	0	0	0
	4x	0	0	0	0	1	-0.6 9	0	0	0	0	0	0
	4y	0	0	0	0	0	-0.7 3	-1	0	0	0	0	0
	5x	0.69	0	0	0	0	0.69	0	0	1	0	0	0
	5y	-0.7 3	0	0	0	0	0.73	0	0	0	1	0	0
	6x	0	0	-0.6 9	-0.6 9	0	0	0	0	0	0	1	0
	6y	0	0	-0.7 3	0.73	0	0	0	0	0	0	0	1

요소 1~6은 인장 케이블이며 요소 7,8은 압축 스트럿이다. 경계조건은 절점 5,6의 x,y방향으로 고정되어있는 상태이다.

〈표 4〉는 해석 예제의 절점좌표 및 요소 연결부이며, 〈표 5〉는 본 연구에서 제안한 특이값 분해로 정식화 된 하중법을 이용한 형상 탐색의 결과 값과 선행 연구자의 결과 값을 비교한 것이다. 〈표 6〉은 해석 예제의 C행렬이 나타나있다.

본 연구에서 제안한 방법을 검증하기 위하여 제약 조건이 고려된 입체 텐서그리드를 예제로 선정하여 형상 탐색을 수행하였다. 해석 예제는 〈그림 4〉와 같이 5개의 압축 스트럿과 20개의 인장 케이블로 이루어졌으며 총 15개의 절점과 25개의 부재 4개의 제약조건으로 이루어져있다.

4.3 제약 조건이 고려된 입체 텐서그리드



〈그림 4〉 제약 조건이 고려된 입체 텐서그리드

〈표 7〉 제약조건이 고려된 입체 텐서그리드의 형상 탐색 결과

	요소	본 연구	Hoang Chi Tran(17)
자기평형 응력모드 벡터	1~10	1.000	1.000
	11~20	0.761	0.761
	21~25	-0.447	-0.447
반력	1x,2x,3x,4x,5x	-1.4472	-1.4472
	1y,2y,3y,4y,5y	-1.4472	-1.4472
	1z,2z,3z,4z,5z	0.0000	0.0000

요소 1~20은 인장에 저항하는 인장 케이블이며 요소 20~25는 압축에 저항하는 압축 스트럿이다. 경계조건은 절점 1,2,3,4,5의 x,y,z 방향으로 고정



〈표 8〉 입체 텐세그리티의 절점 좌표 및 요소 연결부

절점	좌 표			요소	연 결 부		요소	연 결 부	
	$x$	$y$	$z$						
1	-9.5106	3.0902	0.00	1	1	6	14	12	14
2	-5.8779	-8.0902	0.00	2	2	8	15	14	6
3	5.8779	-8.0902	0.00	3	3	10	16	7	9
4	9.5106	3.0902	0.00	4	4	12	17	9	11
5	0.0000	10.0000	0.00	5	5	14	18	11	13
6	-4.7553	1.5451	2.50	6	1	7	19	13	15
7	-4.7553	1.5451	-2.50	7	2	9	20	15	7
8	-2.9389	-4.0451	2.50	8	3	11	21	6	7
9	-2.9389	-4.0451	-2.50	9	4	13	22	8	9
10	2.9389	-4.0451	2.50	10	5	15	23	10	11
11	2.9389	-4.0451	-2.50	11	6	8	24	12	13
12	4.7553	1.5451	2.50	12	8	10	25	14	15
13	4.7553	1.5451	-2.50	13	10	12			
14	0.0000	5.0000	2.50						
15	0.0000	5.0000	-2.50						

되어있는 상태이다. 입체 텐세그리티의 절점 좌표 및 요소 연결부는 〈표 8〉에 자세히 나타나 있으며 〈표 7〉은 본 연구에서 제안한 방법인 특이값 분해로 정식화 한 하중법을 이용하여 형상 탐색을 수행한 결과 값과 내력 밀도법을 이용하여 형상 탐색을 수행한 선행 연구자, Hoang Chi Tran<sup>17)</sup>의 결과 값을 서로 비교한 것이다. 제약조건이 고려된 입체 텐세그리티의 형상 탐색을 수행한 결과, 선행 연구자의 결과 값과 서로 일치함을 확인할 수 있었다.

제약 조건이 고려된 평면 및 입체 텐세그리티의 형상 탐색을 수행하고자 할 경우 본 연구에서 제안한 방법을 이용한 형상 탐색의 방법이 내력 밀도법과 같은 기존의 방법에 비해 간단하게 제약조건에 맞는 해석을 수행할 수 있어 매우 효율적인 방법임을 입증하였다. 또한 텐세그리티 구조물에 제약조건을 고려하는 방법이 기존의 방법들에 비해 간단하기 때문에 실제 구조물의 설계 및 시공에 있어 보다 활용하기 용이한 방법이다.

## 5. 결 론

본 연구에서는 하중법(Force Method)을 이용하여 핀-조인트 구조물 중의 하나인 텐세그리티 구조시스템에 대한 형상 탐색의 방법을 제안하였다. 기존의 텐세그리티 시스템의 형상 탐색에 관한 연구는 불안정 트러스 구조물의 수치해석에 일반 역행렬을 도입하여 자기평형응력모드를 해석하는 방법인 일반 역행렬법과 하중을 길이로 나누는 하중밀도의 개념을 도입한 내력 밀도법이 있다. 그러나 일반 역행렬법의 경우 장방향 행렬에 대한 역행렬의 계산이 어려워 결과 값이 일관성을 나타내지 못하며 내력 밀도법의 경우 수식이 복잡하여 정식화하기 어려울 뿐만 아니라 제약조건을 고려하여 해석을 수행하기 위해서는 Dummy element라는 추가적인 요소를 도입하여 해석을 수행하여야하는 어려움이 있었다.

따라서 본 연구에서는 이러한 형상 탐색의 문제점을 해결하기 위해 핀-조인트 구조 해석에 주로 사용되었던 하중법을 이용한 새로운 형상 탐색의 방법을 제안하였으며 이에 대한 해석 예제를 통해 본 연

구에서 제안한 방법의 타당성을 검증하였다. 본 연구에서 제안한 방법은 기존의 일반 역행렬법과 같이 장방향 행렬에 대한 역행렬의 계산에 제약을 받지 않으며 내력 밀도법과 같이 제약조건을 고려하여 해석을 수행하기 위해 추가적인 요소를 고려하지 않아도 직접적인 해석이 가능하므로 실제 설계 및 시공에 있어서 매우 효율적인 방법이라고 할 수 있다.

또한 본 연구에서 제안한 방법인 하중법은 기존의 트러스 및 핀-조인트 구조 해석에 주로 사용되었던 방법으로서 이를 이용하여 형상 탐색을 선행하지 않고도 텐세그리티 구조물의 구조 해석이 가능하다.

### 감사의 글

본 논문은 2010년도 지식경제부 및 정보통신산업진흥원의 IT융합 고급인력과정 지원사업 (NIPA-2010-C6150-1001-0013)과 2011년 교육과학기술부 재원으로 한국연구재단의 기초연구실 육성사업(BRL)의 지원으로 이루어졌습니다. (NRF2011-0027949)

### 참고문헌

1. 정미루, 김대환, 트란치 황, 이재홍, “고유치문제로 정식화된 텐세그리티 구조물의 자기평형 응력 모드 해석”, 한국강구조학회 학술발표대회 논문집, pp.59-60, 2009.
2. Fuller, R.B., “Tensegrity”, Portfolio and Art News Annual, No.4. PP.112-127, 144,148, 1961.
3. Ingber, D.E., “The Architecture of Life”, Scientific American Magazine, January, 1998.
4. Hanaor, A., “Preliminary Investigation of Double-Layer Tensegrities”, in H.V.Topping, ed., Proceedings of International Conference on the Design and Construction of Non-conventional Structures, Vol.2, Edinbrugh, Scotland:Civil-Comp Press, 1987.
5. Pugh,A., “An Introduction to Tensegrity” , Berkeley, California : University of California Press, 1976.
6. Burkhardt, R.W., “A practical guide to tensegrity design”, Cambridge(USA), on-line, Accessed December 2003-August 2004.
7. Kenner, H., “Geodesic Math and How to Use It”, Berkeley, California : University of California Press, 1976.
8. Tanaka, H. and Hangai, Y., “Rigid body displacement and stabilization condition of unstable structures”, Proceedings of IASS Symposium, 1976.
9. Hangai, Y. and Kawaguchi, K., “General inverse and its application to shape finding analysis”, Baifukan, 1991.
10. Shenk, M., “Statically balanced tensegrity mechanisms”, Department of Biomechanical Engineering, 2005.
11. 정미루, 이재홍, “고유치해석을 이용한 케이블 돔 구조물의 자기평형 응력 모드 해석”, 대한건축학회 논문집, Vol. 25, No 4, pp.101-108, 2009.
12. Kaveh. A., “Application of topology and matroid theory to the analysis of structures, Ph.D. thesis, London University, Imperial College, 1974.
13. Kaveh. A., “Improved cycle bases for the flexibility analysis of planar trusses, Comput. Meths. Appl. Mech. Engng., Vol. 9, pp.267-272, 1979.
14. Kaveh. A., “An efficient program for generating subminimal cycle bases for the flexibility analysis of structures, Commun. Numer. Meths. Engng., Vol.2, pp.339-344, 1986.
15. Kaveh. A., “A combinatorial optimization problem; Optimal generalized cycle bases, Comput. Meths. Appl. Mech. Engng., Vol.

20, pp.39-52, 1979.

16. 이수현, "특이값 분해 기반 하중법을 이용한 핀-조인트 구조 해석", 석사학위 청구논문, pp.10-17, 2010.
17. Hoang, C.T. and Jaehong, L., "Advanced form-finding for cable-strut structures", International Journal of Solids and Structures, Vol.47, pp.1785-1794, 2010.
18. Zhang, J.Y., Ohsaki, M., Kanno, Y., "A direct approach to design of geometry and forces of tensegrity systems", International Journal of Solids and Structures, Vol.43, No.7-8, 2006.

(접 수 일 자 : 2011년06월29일)

(심사완료일자 : 2011년11월04일)

(게재확정일자 : 2011년11월30일)