

Comparison of Geometrical Factors of Dielectric Resonators Prepared for the Surface Resistance of Superconductor Films: Field Analysis vs. Computer Simulation

Woo Il Yang^a, Ho Sang Jung^a, Myung Su Kim^a, Man Soon Cho^b, Kee Nam Choo^b, Sang Young Lee^a

^a Department of Physics and Center for Wireless Transmission Technology, Konkuk University, Seoul 143-701

^b Korea Atomic Energy Research Institute, Daejeon 305-353

(Received 30 November 2011 revised 21 December 2011 accepted 23 December 2011)

초전도체 박막의 표면저항 측정용 유전체 공진기에 대한 Geometrical factor의 비교 : 전자기장 해석 대 시뮬레이션

양우일^a, 정호상^a, 김명수^a, 조남순^b, 주기남^b, 이상영^a

Abstract

In the dielectric resonator method, which has been widely used for measuring the microwave surface resistance of superconductors, accuracies in the geometrical factors (G-factors) affect the uncertainty in the measured surface resistance. We compare the G-factors of short-ended sapphire resonator as obtained by using field analysis with those by using computer simulations: The former is obtained by using the analytic expressions for the electric and the magnetic field components inside the resonator, and the latter by using computer software. The G-factors as obtained by using the latter appear to be closer to those obtained by using the former as the resonator space is divided into larger number of sub-space, *i.e.*, a tighter mesh, with a difference of ~8 % observed for a mesh of 14400 sub-spaces reduced to ~2 % for 114996 sub-spaces. Variations in the relative uncertainty in the surface resistance of typical YBa₂Cu₃O_{7- δ} superconductor films with those in the G-factors are studied, which provides an upper limit of the relative uncertainty in the G-factors required for realizing the target uncertainty in the surface resistance. These results could be useful in estimating the optimum number of meshes for obtaining the G-factors through computer simulations.

Keywords : Microwave surface resistance, dielectric resonator, geometrical factor, superconductor film, uncertainty

I. Introduction

초전도체의 표면저항(R_s)과 전자파 침투깊이 (λ)는 초전도체의 기본 물성 및 고주파 소자로서의 응용성 연구와 관련하여 가장 중요한 특성 들이라 할 수 있다. 고온초전도체의 발견

*Corresponding author. Fax : +82 2 2201 2759

e-mail : sylee@konkuk.ac.kr

이후 이러한 R_S 와 λ 에 대한 많은 연구가 수행되었는데 그 결과 고온초전도체의 전자쌍이 *d-wave* 대칭성을 지니고 있다는 것과 [1] 액체 질소 온도에서의 표면저항이 10 GHz의 주파수에서 구리의 1/50 이하의 값을 지니고 있어서 마이크로파 소자 제작에 응용 가능성이 크다는 사실이 알려진 바 있다 [2-4].

이러한 초전도체 박막의 표면저항을 측정하는 방법으로는 여러 방법이 알려져 있는데, 그중 유전체 공진기 방법은 초전도체 박막의 표면저항의 비파괴적 측정을 가능하게 하는 방법들 중 가장 널리 사용되고 있는 방법이다 [5-8]. 유전체 공진기법에서 초전도체 박막은 공진기의 윗면과 아랫면을 구성하게 되는데, 이 공진기의 unloaded Q (Q_U)와 공진주파수 (f_0)는 각각 다음의 식들을 이용하여 초전도체 박막의 표면저항(R_S)과 표면리액턴스(X_S)를 측정하는데 사용된다 [8]. 참고로 초전도체 박막의 R_S 와 X_S 는 각각 표면임피던스(Z_S)의 실수부와 허수부로서, X_S 는 λ 와 $X_S = \omega\mu_0\lambda$ 의 관계를 지닌다.

$$\frac{1}{Q_U} = \frac{R_{Sea,T}(SC)}{G_{T\alpha}} + \frac{R_{Sea,B}(SC)}{G_{B\alpha}} + \frac{R_{S\alpha}(OFHC)}{G_{SW\alpha}} + k_\alpha \tan \delta_\alpha, \quad (1)$$

$$\begin{aligned} -\frac{1}{f_0(T)} \frac{\partial f_0(T)}{\partial T} &= \frac{1}{2G_T} \frac{\partial X_{Se,T}}{\partial T} + \frac{1}{2G_B} \frac{\partial X_{Se,B}}{\partial T} \\ &+ f(\varepsilon') \frac{\partial \varepsilon'}{\partial T} + \sum g_i(l_i) \frac{\partial l_i}{\partial T}. \end{aligned} \quad (2)$$

식 (1)에서 Q_U 는 공진기의 α 모드의 Q_U , $R_{Sea,T}(SC)$ 와 $R_{Sea,B}(SC)$ 는 각각 공진모드의 주파수에서 측정된 윗면 초전도체 박막과 아랫면 초전도체 박막의 유효표면저항, $R_{S\alpha}(OFHC)$ 는 구리의 고유표면저항(R_S), $\tan \delta_\alpha$ 는 유전체의 loss tangent를 의미하며 $G_{T\alpha}$, $G_{B\alpha}$, $G_{SW\alpha}$ 는 각각 공진기의 윗면과 아랫면, 그리고 옆면에서의 geometrical factor(향후 ‘G-factor’라 함), k_α 는 유전체에서의 filling factor를 의미한다. 또한 식 (2)에서 $X_{Sea,T}$ 와 $X_{Sea,B}$ 는 공진기의 α 모드 주파수에서 측정된 윗면 초전도체 박막과 아랫면 초전도체 박막의 유효표면리액턴스, ε' 는 유전체의 유전율의 실수부, l_i 는 유전체의 각 구성요소의 길이를 의미하며 T 는 온도이다. 참고로 식 (1)과 (2)의 Q_U 와 f_0 로부터 구해지는 초전도

체 박막의 유효표면저항(R_{Se})과 유효표면리액턴스(X_{Se})는 초전도체 박막의 두께(t)가 λ 보다 훨씬 크지 않을 경우 초전도체 박막의 고유 R_S 및 고유 X_S 보다 큰 값을 갖게 되는데 $t > 3\lambda$ 의 경우 $R_{Se} \approx R_S$, $X_{Se} \approx X_S$ 이다. 참고로 $Z_{Se} = G_h \times Z_S$ 로 표현되는데, 여기서 G_h 는 복소수 값을 지니는 correction factor이다.

식 (1)과 (2)는 측정된 R_{Se} 와 X_{Se} 의 정확도가 공진기의 G-factor와 filling factor의 정확도에 따라 크게 달라지게 됨을 보여주는데, 공진기의 G-factor와 filling factor는 공진기 내부의 전자기장 분포를 해석적으로 표현한 후 이로부터 G-factor와 filling factor의 값을 결정하는 방법과 컴퓨터 시뮬레이션 프로그램을 이용하여 이 값을 결정하는 방법을 통하여 구할 수 있다.

본 논문에서는 초전도체 박막의 표면저항 측정 시 자주 사용되는 유전체 공진기의 G-factor 값을 두 가지 방법으로 구해서 서로 비교해 보고, 각 방법으로 구한 G-factor 간의 차이가 유전체 공진기를 이용하여 구한 초전도체 박막의 R_{Se} 에 어느 정도의 불확도를 주는지 살펴 보았다.

II. Theoretical background

1. Distributions of the electric and magnetic fields

Figure 1과 같은 구조를 지닌 유전체 공진기 내부에서의 전자기장 분포는 mode matching 방법으로 구할 수 있는데, 초전도체 박막의 표면저항 측정 시 사용되는 TE_{0mn} 모드의 경우 공진기 내부의 유전체 영역(‘1’ 영역)에서의 전기장 E 와 자기장 H 는 원통좌표계에서 다음과 같이 표현된다 [8, 9].

$$H_{z1} = A_1 J_0(\beta_1 \rho) q_1(\beta_{z1} z) \quad (3)$$

$$H_{\rho 1} = \frac{A_1}{\beta_1} J_0'(\beta_1 \rho) \frac{dq_1(\beta_{z1} z)}{dz} \quad (4)$$

$$E_{\theta 1} = \frac{i\omega\mu_0 A_1}{\beta_1} J_0'(\beta_1 \rho) q_1(\beta_{z1} z) \quad (5)$$

식 (3) - (5)에서 β_{1l} 은 ρ 축 방향의 파수(wave

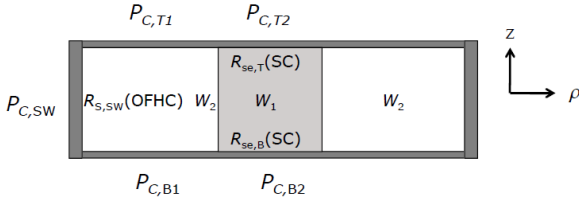


Fig. 1. A diagram for cross-sectional view of a dielectric resonator. The shaded region in the middle of the resonator represents a dielectric rod. Here $R_{Se,T}(SC)$ and $R_{Se,B}(SC)$ denote the $R_{S,eff}$ of the upper and the lower superconductor film, respectively, $R_{S,sw}(OFHC)$ is the R_S of the OFHC side wall, $P_{C,T}$, $P_{C,B}$, and $P_{C,SW}$ are the power losses at the top, the bottom and the sidewall, respectively, and W_1 and W_2 , the time average of the stored electromagnetic energy inside regions 1 and 2, respectively [9]. The arrows show the radial and the axial directions in the cylindrical coordinates.

number), J_0 는 zeroth-order 1 종 Bessel 함수, J_0' 은 J_0 의 도함수, β_{z1} 은 z 방향의 전파상수, A_1 은 상수, $q_1(\beta_{z1}z) = \cos(\beta_{z1}z)$, $\beta_{z1} = n\pi/h$, ω 는 각주파수, μ_0 는 진공의 투자율, $t^2 = -1$ 이다. 참고로 $q_1(\beta_{z1}z)$ 에 대한 표현은 초전도체 박막을 완전도체로 간주한 경우에 해당된다.

또한 TE_{0mn} 모드의 경우 '2' 영역에서의 E 와 H 는 다음과 같이 표현된다.

$$H_{z2} = A_1 Q_0(\beta_2 \rho) q_2(\beta_{z2} z) \quad (6)$$

$$H_{\rho 2} = \frac{A_1}{\beta_2} Q_0'(\beta_2 \rho) \frac{dq_2(\beta_{z2} z)}{dz} \quad (7)$$

$$E_{\phi 2} = \frac{i\omega\mu_0 A_1}{\beta_2} Q_0'(\beta_2 \rho) q_2(\beta_{z2} z) \quad (8)$$

식 (6) - (9)에서 $\beta_{z2} = \beta_{z1}$ 이고, $Q_0(\beta_2 \rho)$ 는 다음과 같다.

$$Q_0(\beta_2 \rho) = \frac{-\beta_2 J_0'(\beta_2 a) K_0(\beta_2 \rho) I_0'(\beta_2 d) - I_0(\beta_2 \rho) K_0'(\beta_2 d)}{\beta_1 K_0'(\beta_2 a) I_0'(\beta_2 d) - I_0(\beta_2 a) K_0'(\beta_2 d)} \quad (9)$$

식 (9)에서 I_0 와 K_0 는 각각 0차 변형 1종 Bessel 함수 및 0차 변형 2종 Bessel 함수이고 I_0' 및 K_0' 는 각 Bessel 함수의 도함수이다. 식 (3) - (8)에서 β_1 , β_2 와 ω 는 다음의 식들에 의해 결정된다.

$$k_0^2 \epsilon_{r1} = \beta_{z1}^2 + \beta_1^2 \quad (10)$$

$$k_0^2 \epsilon_{r2} = \beta_{z2}^2 - \beta_2^2 = \beta_{z1}^2 - \beta_2^2, \text{ for } k_0^2 \epsilon_{r2} < \beta_{z1}^2 \quad (11)$$

$$\frac{\beta_2 J_1(\beta_2 a)}{\beta_1 J_0(\beta_1 a)} = \frac{I_1(\beta_2 a) K_1(\beta_2 d) - I_1(\beta_2 d) K_1(\beta_2 a)}{I_1(\beta_2 d) K_0(\beta_2 a) + I_0(\beta_2 a) K_1(\beta_2 d)} \quad (12)$$

위에서 식 (12)는 $\rho = a$ 에서의 경계조건으로부터 구해진 것이다.

2. Determination of the G-factors by using field analysis

공진기의 Q_U 는 conductive Q 인 Q_C 와 dielectric Q 인 Q_d 를 이용하여 다음의 식으로 표현된다.

$$\frac{1}{Q_U} = \frac{1}{Q_C} + \frac{1}{Q_d} = \frac{R_{Se,T}(SC)}{G_T} + \frac{R_{Se,B}(SC)}{G_B} + \frac{R_S(OFHC)}{G_{SW}} + k \tan \delta \quad (13)$$

식 (13)에서 Q_C 는 다음과 같이 표현된다 [9, 10].

$$\frac{1}{Q_C} = \frac{P_{C,T} + P_{C,B} + P_{C,SW}}{\omega_0 W} = \frac{R_{Se,T}(SC)}{G_T} + \frac{R_{Se,B}(SC)}{G_B} + \frac{R_S(OFHC)}{G_{SW}} \quad (14)$$

식 (14)에서 $R_{Se,T}(SC)$ 와 $R_{Se,B}(SC)$ 는 각각 공진기의 위, 아래에 놓인 초전도체 박막의 유효표면저항을, $R_S(OFHC)$ 는 공진기 옆면인 무산소동의 표면저항을 의미하고, $P_{C,T}$, $P_{C,B}$ 및 $P_{C,SW}$ 는 각각 윗면, 아랫면, 그리고 옆면에서의 power 손실을, W 는 공진기 내부에 저장되는 전자기장 에너지의 시간에 대한 평균값을 의미한다. 여기서 $P_{C,T}$ 는 공진기 윗면을 구성하는 초전도체 박막에서 유전체('1' 영역)의 위에 놓인 부분에 의한 power 손실 $P_{C,T1}$ 과 진공('2' 영역)의 위에 놓인 부분에 의한 power 손실 $P_{C,T2}$ 의 합과 같아야 하므로 $P_{C,T} = P_{C,T1} + P_{C,T2}$ 이 되며, $P_{C,T1}$, $P_{C,T2}$ 및 $P_{C,SW}$ 는 각각 다음의 식으로부터 구할 수 있다 [9, 10].

$$P_{C,T1} = \frac{R_{Se,T}(SC)}{2} \int_{\rho=0}^a \int_{\phi=0}^{2\pi} (|H_{\rho 1}|^2) \rho d\rho d\phi = P_{C,B1} \quad (15)$$

$$P_{C,T2} = \frac{R_{Se,B}(SC)}{2} \int_{\rho=a}^d \int_{\phi=0}^{2\pi} (|H_{\rho 2}|^2) \rho d\rho d\phi = P_{C,B2} \quad (16)$$

$$P_{C,SW} = \frac{R_{S,SW}(\text{OFHC})}{2} \int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{z=-h/2}^{h/2} (|H_{z2}|^2) d \cdot d \phi dz \quad (17)$$

또한 W 는 유전체 내부에 저장되는 전자기장 에너지 W_1 과 진공 영역에 저장되는 에너지 W_2 의 합과 같으므로 $W = W_1 + W_2$ 인데, W_1 과 W_2 는 다음의 식들로부터 구해진다 [9, 10].

$$W_1 = \frac{\epsilon_0 \epsilon_{a-b}}{2} \int_{\rho=0}^a \int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{-h/2}^{h/2} (|E_{\phi 1}|^2) \rho d\rho d\phi dz \quad (18)$$

$$W_2 = \frac{\epsilon_0}{2} \int_{\rho=a}^d \int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{-h/2}^{h/2} (|E_{\phi 2}|^2) \rho d\rho d\phi dz \quad (19)$$

식 (18)과 (19)에서 ϵ_{a-b} 는 유전체의 a - b 평면에서의 유전상수를, ϵ_0 는 진공의 유전율을 의미한다. 식 (3) - (8)의 전자기장 분포를 이용하여 식 (14) - (19)로부터 G_T , G_B , G_{SW} 를 구할 수 있다.

3. Determination of the G-factors by using computer simulation software

Computer simulation software로는 Microwave Studio 5[®]가 사용되었는데, 이 software를 이용한 G-factor 결정은 다음의 과정을 통하여 수행되었다. 첫째로 G_T 의 결정 시 $R_{Se,T}(\text{SC})$ 의 크기에 해당되는 전기전도도 σ_T 를 $R_{Se,T}(\text{SC}) = (\omega\mu_0/2\sigma)^{1/2}$ 의 식으로부터 구하여 σ_T 를 윗면의 전기전도도로 사용하고 $R_{Se,B}(\text{SC})$ 와 $R_S(\text{OFHC})$, 그리고 $\tan \delta$ 는 모두 0으로 놓고 공진기의 $Q(Q_T)$ 를 구하였다. 참고로 $R_{Se,B}(\text{SC})$ 와 $R_S(\text{OFHC})$ 의 값을 0으로 놓은 것은 아랫면과 옆면을 완전도체라고 가정한 것과 같으므로 이 경우 σ_B 와 $\sigma(\text{OFHC})$ 의 입력 값의 크기로는 무한대를 사용한다. 이 때 식 (1)에 의해 $G_T = R_{Se,T}(\text{SC})Q_T$ 가 된다. 또한 G_B 를 구할 경우에는 $R_{Se,T}(\text{SC})$ 와 $R_S(\text{OFHC})$ 의 값을 0으로 놓고 G_{SW} 를 구하는 경우에는 $R_{Se,T}(\text{SC})$ 와 $R_{Se,B}(\text{SC})$ 의 값을 0으로 놓고 각각의 경우에 대해 Q_B 와 Q_{SW} 를 구한 후 $G_B = R_{Se,B}(\text{SC})Q_B$, $G_{SW} = R_S(\text{OFHC})Q_{SW}$ 의 관계식들을 이용하여 G_B 와 G_{SW} 를 구한다.

Simulation 시 공진기 내부의 공간이 나뉘는 개수, 즉 mesh 수에 따라 simulation 결과가 변하게 되는데 mesh 수가 많을수록 공진기 내부 공간을 촘촘히 계산할 수 있으므로 보다 정확

한 값을 구할 수 있다. 본 연구에서는 mesh 수의 변화에 따른 G-factor의 변화를 살펴보았다. 그리고 mesh 수에 따른 G-factor의 변화와 전자기장 해석을 통해 구한 G-factor를 비교하였다.

III. Results and discussion

Table 1에 크기가 사파이어 공진기 내에 설치된 원통형 사파이어 봉(rod)의 크기가 지름 5 mm, 높이 5 mm인 경우와 지름 7 mm, 높이 4.18 mm인 경우에 대해 TE₀₁₁ 모드의 전자기장 해석을 통한 G_T ($G_T(\text{EM})$)와 G_{SW} ($G_{SW}(\text{EM})$), 그리고 computer simulation을 통해 구한 G_T ($G_T(\text{sim})$)와 G_{SW} ($G_{SW}(\text{sim})$) 값을 비교하였다. Table 1에서 Resonator A의 G_T 는 75264의 mesh로 시뮬레이션을 한 결과와 전자기장 해석을 이용하여 구한 결과 간에 27 Ω 정도의 차이가 있으나 mesh 수를 568700으로 7 배 이상 늘린 경우 차이는 12 Ω 정도로 주는 것으로 관측되어서 mesh 수를 크게 하여 시뮬레이션을 할 경우 시뮬레이션 결과와 전자기장 해석을 통한 결과 간의 차이가 크게 감소하게 됨을 알 수 있다. Resonator A의 G_T 에 대해 관측된 이 결과는 G_B 에는 동일하게 적용되며 G_{SW} 의 경우에도 mesh 수가 75264인 경우 두 값의 차이는 268 Ω 인 것이 mesh 수 568700의 경우 56 Ω 으로 감소하는 것으로 나타났다.

Table 1의 결과는 Resonator B - D에서도 Resonator A와 비슷한 결과가 관측됨을 보여준다. Resonator B의 경우 mesh 수가 9408에서 67600으로 증가함에 따라 G_T 에서의 차이는 9 Ω 에서 4 Ω 으로 감소하고 G_{SW} 에서의 차이는 6 Ω 에서 1 Ω 으로 감소함을 알 수 있다. 또한 Resonator C (D)의 경우도 mesh 수가 12288 (14440)에서 96100 (114966)으로 증가할 경우 G_T 와 G_{SW} 에서의 차이가 각각 4 Ω (7 Ω)과 118 Ω ($1.21 \times 10^5 \Omega$) 만큼 감소함을 알 수 있다.

Figure 2은 원통형 공진기의 시뮬레이션 결과로부터 TE_{0mn} 모드의 E-field와 H-field가 어떻게 분포하는지를 나타낸 그림이다. 이론적 계산결과인 식 (3) - (8)에서와 같이 시뮬레이션 결과의 전자기장 분포가 E-field는 원통 좌표계에서 ϕ 방향 성분만 존재하며, H-field는 ρ 와 z

Table 1. $G_T(\text{sim})$, $G_T(\text{EM})$, $G_{SW}(\text{sim})$, $G_{SW}(\text{EM})$ values for sapphire resonators A - D. Different number of meshes are used for obtaining $G_T(\text{sim})$ and $G_{SW}(\text{sim})$ values. The dimensions used for the resonators are also listed.

| Resonator number | Resonator ($\varphi \times h$) mm ² Sapphire rod ($\varphi \times h$) mm ² | Number of mesh | G_T from computer simulation (Ω) | G_T from field analysis for EM waves (Ω) | G_{SW} from computer simulation (Ω) | G_{SW} from field analysis for EM waves (Ω) |
|------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------|---------------------------------------------|-----------------------------------------------------|------------------------------------------------|--------------------------------------------------------|
| A | 15 x 5 5 x 5 | 75264 | 1082.69 | 1055.48 | 67853.8 | 68122 |
| | | 242064 | 1071.966 | | 68029.5 | |
| | | 568700 | 1067.489 | | 68065.9 | |
| B | 9 x 4.18 7 x 4.18 | 9408 | 361.34 | 352.098 | 1222.34 | 1215.86 |
| | | 67600 | 356.482 | | 1216.46 | |
| C | 12 x 4.18 7 x 4.18 | 12288 | 296.149 | 287.303 | 9315.6 | 9472.05 |
| | | 96100 | 291.662 | | 9433.2 | |
| D | 20 x 4.18 7 x 4.18 | 14440 | 285.6 | 272.9 | 1.815×10^6 | 1.98×10^6 |
| | | 114996 | 278.684 | | 1.936×10^6 | |

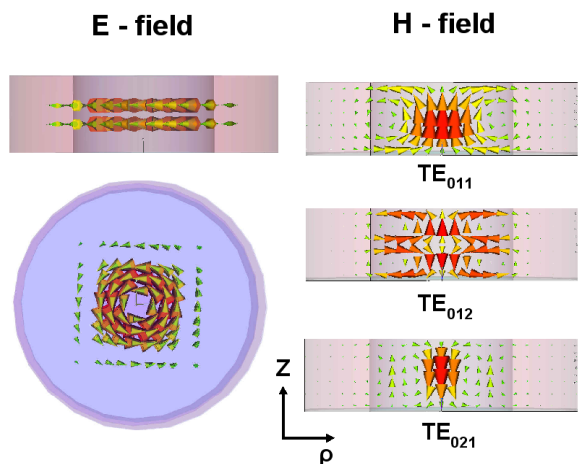


Fig. 2. Distributions of the EM-waves for the TE_{0mn} modes of dielectric resonators. Here ‘H-field’ denotes distributions of the magnetic field components in the ρ - z plane with ‘E-field’ denoting the corresponding ones for the electric field components. The lower figure on the left denote distributions of the electric field components in the ρ - φ plane.

방향 성분만 존재하는 것을 알 수 있다.

Figure 3은 Table 1에 기술된 바 시뮬레이션과 전자장 해석을 통해 구해진 G_T 값의 차이와 G_{SW} 값의 차이를 백분율로 환산하여 보인 것

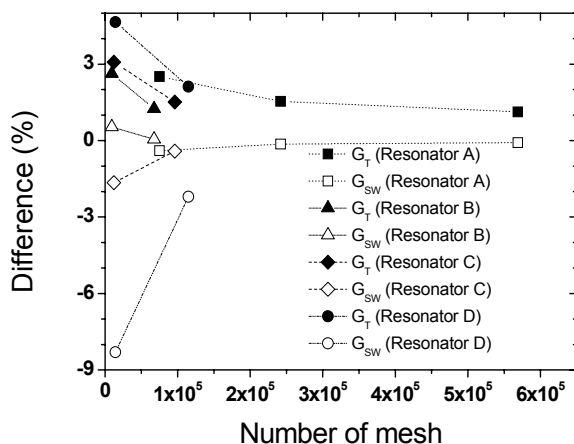


Fig. 3. $\Delta G_T (= G_T(\text{sim}) - G_T(\text{EM}))$ and $\Delta G_{SW} (= G_{SW}(\text{sim}) - G_{SW}(\text{EM}))$ (see Table 1) as functions of the number of mesh used for computer simulations.

이다. Figure 3은 mesh 수를 가능한 크게 하여 시뮬레이션을 할수록 이 방법으로 구한 G-factor의 값과 전자장 해석을 통하여 구한 값 간의 차이가 감소하게 됨을 보여준다.

시뮬레이션을 이용하여 구한 G-factor와 전자장 해석으로부터 구한 G-factor의 차이는 초전도체 박막의 표면저항 측정 시 G-factor의 불확도가 어느 정도인지 예측하는 것을 가능하게

하는데 이러한 G-factor의 불확도가 측정된 초전도체 박막의 $R_{Se,T}$ 의 불확도($u_{R_{Se,T}}$)에 어느 정도의 영향을 주는지를 식 (1)에서 유도되는 다음의 식을 이용하여 살펴볼 수 있다 [11].

$$\begin{aligned}
 u_{R_{Se,T}} = & \left\{ \left(\frac{R_{Se,T}}{G_E} \right)^2 u_{G_E}^2 \right. \\
 & + \left(\frac{1}{Q_U} \right)^2 \cdot \left(R_{Se,T} + \frac{G_E R_S(OFHC)}{G_{SW}} + G_E \cdot k \tan \delta \right)^2 u_{Q_U}^2 \\
 & + \left(\frac{G_E}{G_{SW}} \right)^2 \cdot u_{R_S(OFHC)}^2 + \left(\frac{G_E R_S(OFHC)}{G_{SW}^2} \right)^2 \cdot u_{G_{SW}}^2 \\
 & \left. + (G_E \cdot \tan \delta)^2 \cdot u_k^2 + (G_E \cdot k)^2 \cdot u_{\tan \delta}^2 \right\}^{1/2}. \quad (20)
 \end{aligned}$$

식 (20)에서 $R_{Se,T} = R_{Se,B}$ 를 가정하였는데, G_E 는 G_T 와 G_B 의 조화평균, 즉 $1/G_E = 1/G_T + 1/G_B$ 이고 Q_U 와 $\tan \delta$, $R_S(OFHC)$ 와 k 의 불확도가 각각 0이며 $u_{G_E} = G_E(\text{sim}) - G_E(\text{EM})$, $u_{G_{SW}} = G_{SW}(\text{sim}) - G_{SW}(\text{EM})$ 으로 가정할 경우 $u_{R_{Se,T}}$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{u_{R_{Se,T}}}{R_{Se,T}} = \left\{ \left(\frac{u_{G_E}}{G_E} \right)^2 + \left(\frac{G_E}{G_{SW}} \right)^2 \left(\frac{R_S(OFHC)}{R_{Se,T}} \right)^2 \left(\frac{u_{G_{SW}}}{G_{SW}} \right)^2 \right\}^{1/2} \quad (21)$$

Figure 4는 Resonator A에 사용된 전형적인 YBCO 박막의 $R_{Se,T}$ 의 온도 의존성과 $R_S(OFHC)$ 의 온도 의존성 측정 결과로서 측정된 주파수는 19.6 GHz이다. Figure 4에서 YBCO 고온초전도체 박막의 $R_{Se,T}$ 는 임계온도 부근에서 급격하게 증가함을 알 수 있다. 식 (21)에서 YBCO 고온초전도체 박막의 $R_{Se,T}$ 가 지닌 불확도의 온도 의존성은 G-factor의 불확도가 일정한 값이더라도 측정 $R_{Se,T}$ 의 및 RS(OFHC)의 온도 의존성에 의해 결정됨을 알 수 있다.

Figure 5는 식 (21)을 이용하여 mesh의 수가 각각 75264 (A-1), 242064 (A-2), 568700 (A-3)일 경우에 대해 $R_{Se,T}$ 의 상대불확도($u_{R_{Se,T}}/R_{Se,T}$)의 온도 의존성을 구한 결과이다. Figure 5(a)에서 A-1의 경우 $u_{R_{Se,T}}/R_{Se,T}$ 의 크기가 3.5 % 정도이지만 A-2, A-3의 경우 각각 1.5 %, 1.1 %로 mesh 수 증가 폭에 비해 $u_{R_{Se,T}}/R_{Se,T}$ 의 감소 폭은 크게 줄어들어 들 수 있다. 참고로 Fig. 5에서 A-1, A-2 및 A-3의 경우 온도 의존성이 거의 없는

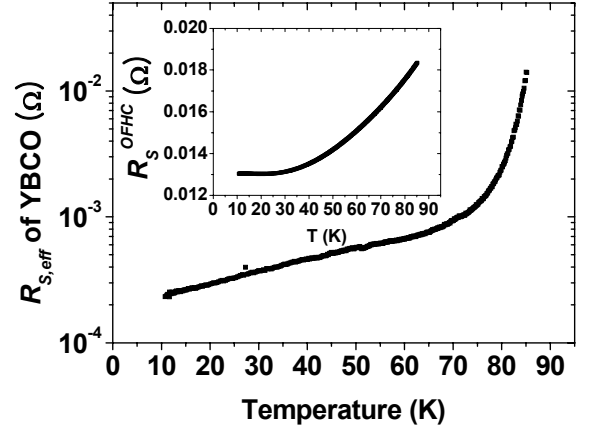


Fig. 4. The temperature dependences of the $R_{S,\text{eff}}$ of a typical YBCO film and the R_S of OFHC (inset) measured at 19.6 GHz

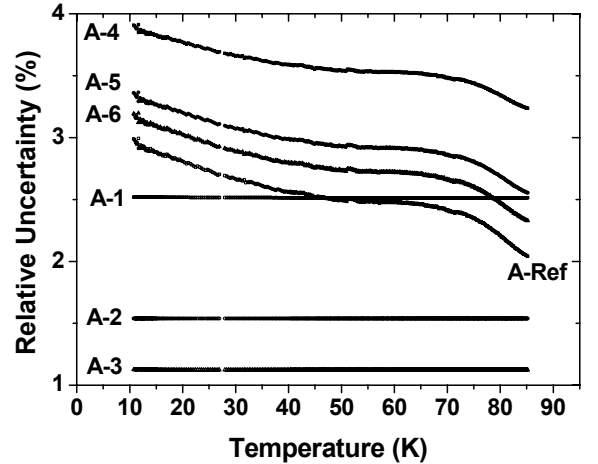


Fig. 5. The temperature dependence of the relative uncertainty in the $R_{Se,T}$ of a typical YBCO film as measured by using the Resonator A at 19.6 GHz. ‘A-1’, ‘A-2’, and ‘A-3’ are obtained using Eq. (21) under an assumption that the standard uncertainty in G_E is the same as the difference between $G_E(\text{sim})$ and $G_E(\text{EM})$ and that the relative uncertainty in Q_U is ignored. ‘A-1’, ‘A-2’, and ‘A-3’ are replaced with ‘A-4’, ‘A-5’ and ‘A-6’, respectively, if the relative uncertainty in Q_U is assumed to be a typical value of 2%. ‘A-Ref’ is obtained using Eq. (21) under an assumption that the relative uncertainty in Q_U is assumed to be 2% with the standard uncertainty in G_E being negligible.

것으로 나타난 것은 온도의존성을 지닌 (21)의 둘째 항이 온도 의존성이 없는 첫째 항에 비해 모든 온도 영역에서 1/50 이하로 매우 작기 때

문이다. Figure 5의 A-4, A-5 및 A-6는 A-1, A-2 및 A-3에 대한 결과에 2 %로 가정한 Q_U 의 상대 불확도(u_{Q_U}/Q_U)를 함께 고려하여 구한 $u_{R_{Se,T}}/R_{Se,T}$ 의 온도 의존성이 G-factor 만의 불확도가 고려된 경우 보다 훨씬 크게 됨을 보여준다. 참고로 2 % 이내의 Q_U 의 불확도는 circle-fit 방법으로 Q_U 를 결정할 때 구현될 수 있음이 알려져 있다 [12].

Figure 6은 11.7 K에서 측정된 YBCO의 $R_{Se,T}$ 에 대해 $R_{Se,T}$ 의 상대불확도가 G_E 의 상대불확도 변화에 따라 어떠한 변화를 보이는지 G_E 의 상대불확도 범위가 0 - 10 % 인 경우에 대해 살펴 본 결과이다. 이 결과로부터 우리가 원하는 $R_{Se,T}$ 의 상대불확도를 구현하고자 할 경우 G_E 의 상대 불확도의 상한값이 얼마가 되어야 하는지를 예측할 수 있는데, 실제로 구현해야 하는 G_E 의 상대불확도는 식 (20)에 기술된 바 다른 측정값들의 불확도를 고려하여 결정할 수 있다. Figure 6의 inset은 Figure 6의 x 축을 G_{SW} 의 상대불확도로 바꾼 경우 YBCO 박막의 $R_{Se,T}$ 의 상대불확도 변화를 살펴 본 결과이다.

본 연구의 결과는 mesh 수를 크게 할 수록 G-factor에 대한 시뮬레이션 결과와 전자장 해

석을 통한 결과 간의 차이가 줄게 되어 초전도체 표면저항의 측정값의 불확도가 감소하게 됨을 보여주며, G-factor의 불확도로 인한 초전도체의 $u_{R_{Se,T}}/R_{Se,T}$ 의 온도 의존성과 무관하지만 식 (1)에서 $R_{Se,T}$ 에 영향을 주는 다른 측정값들의 불확도로 인해 초전도체의 $u_{R_{Se,T}}/R_{Se,T}$ 는 큰 온도 의존성은 지니게 됨을 보여준다. Mesh 수의 선형적 증가가 시뮬레이션 시 소요되는 시간의 기하급수적 증가를 수반한다는 점에서, 일정 온도에서 목표로 설정한 초전도체 표면저항의 불확도 구현을 위해 과도하게 큰 mesh 수를 이용하여 G-factor의 시뮬레이션 결과를 얻을 필요가 없다는 것도 본 연구를 통해 확인할 수 있다.

전자기장 해석이 가능한 short-ended 평행판 유전체 공진기를 사용하여 구한 본 연구 결과는 특히 전자기장 해석이 매우 어렵거나 불가능한 구조의 유전체 공진기(예로서 open-ended 평행판 유전체 공진기)의 G-factor를 시뮬레이션으로 구한 후 이 값을 이용하여 초전도체 박막의 표면저항을 결정하고자 할 때 mesh 수 변화로 인한 G-factor의 상대 불확도를 추정할 경우에도 매우 유용하게 사용될 수 있다.

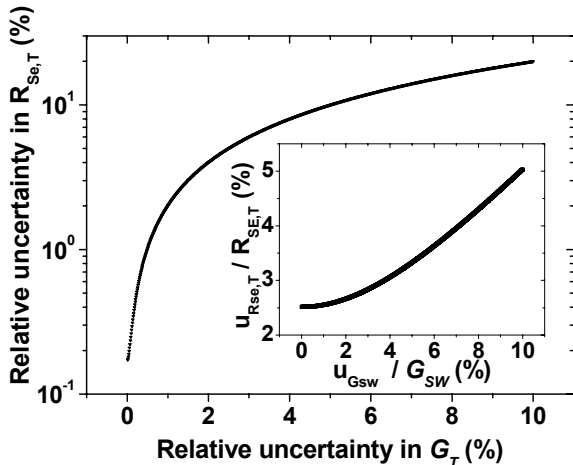


Fig. 6. The relative uncertainty in $R_{Se,T}$ vs. the relative uncertainty in G_E as a function of temperature. The inset shows the relative uncertainty in $R_{Se,T}$ vs. the relative uncertainty in G_{SW} as a function of temperature. For this purpose, we used the $R_{Se,T}$ of the YBCO film and the R_S of OFHC at 11.7 K (see Fig. 4 and its inset), and an assumed u_{Q_U}/Q_U of 2%.

IV. Summary

유전체 공진기법을 이용하여 초전도체 박막의 표면저항을 측정할 경우, 공진기의 Q_U 로부터 초전도체 박막의 표면저항을 구하기 위해 알아야 하는 G-factor를 시뮬레이션과 전자기장 해석을 이용해서 구한 후 두 값을 비교하였다. 시뮬레이션 과정에서 사용된 mesh 수가 증가할수록 시뮬레이션으로 구한 G-factor의 크기와 전자기장 해석을 통해 얻은 값 간의 차이가 줄어들게 됨을 확인하였다. 공진기에 따라 mesh 수 증가에 따른 G-factor의 정확도 증가가 조금씩 다르게 나타났는데, 이는 공진기와 유전체의 크기에 따라 simulation program이 계산하는 개당 mesh의 크기가 각기 다르기 때문으로 여겨진다. 19.6 GHz의 공진주파수를 지닌 사파이어 공진기의 경우 시뮬레이션과 전자기장 해석을 통해 구한 G-factor의 차이를 이용하여 표면저항의 불확도 추정치를 온도의 함수로 구했으

며 Q_U 를 2 % 이내의 상대 불확도로 측정할 경우 G-factor의 불확도 변화에 따른 표면저항의 상대 불확도 변화를 확인하였다.

본 연구 결과는 전자기장 해석이 매우 어렵거나 불가능한 구조의 유전체 공진기 (예로서 open-ended 평행판 유전체 공진기)의 G-factor를 시뮬레이션을 이용하여 구하여 초전도체 박막의 표면저항을 Q_U 로부터 측정하고자 할 때 측정 온도 구간에서 허용되는 표면저항의 불확도를 고려하여 G-factor의 시뮬레이션 시 사용되는 mesh 수가 결정되어야 함을 보여준다.

Acknowledgments

본 연구는 2010년도 교육과학기술부의 원자력연구개발사업(한국연구재단 2010-0018653)의 지원으로 수행되었습니다.

References

- [1] S. Hensen, G. Müller, C. T. Rieck, K. Scharnberg, *Phys. Rev. B* **56**, 6237 (1997).
- [2] B. A. Willemsem, "HTS filter subsystems for wireless telecommunications", *IEEE Trans. Appl. Supercond.* **11** 60-67 (2001).
- [3] S. Ohshima, "Recent status of microwave applications in Japan and Asia", *Physica C* **412-414**, 1506-1512 (2004).
- [4] S. Y. Lee and B. Oh B, "Recent progress in microwave HTS technology in Korea and Japan", *J. Supercond.* **16** 823-831 (2003).
- [5] Z.-Y. Shen, C. Wilker, P. Pang, W. L. Holstein, D. W. Face, and D. J. Kountz, "High T_C superconductor-sapphire microwave resonator with extremely high Q-values up to 90 K", *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.* **40**, 2424 (1992).
- [6] J. Krupka, M. Klinger, M. Kuhn, A. Baranyak, M. Stiller, J. Hinken, and J. Modelski, "Surface resistance measurements of HTS films by means of sapphire dielectric resonators", *IEEE Trans. Appl. Supercond.* **30**, 3043 (1993).
- [7] Y. Kobayashi and H. Yoshikawa, "Microwave measurements of surface impedance of high- T_C superconductors using two modes in a dielectric rod resonator", *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.* **46**, 2524 (1998).
- [8] J. H. Lee, W. I. Yang, M. J. Kim, J. C. Booth, K. Leong, S. Schima, D. Rudman, S. Y. Lee, "Accurate measurements of the intrinsic surface impedance of thin $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$ Films using a modified two-tone resonator method", *IEEE Trans. Appl. Supercond.* **15**, 3700 (2005).
- [9] See IEC 61788-15 Ed.1: Superconductivity – Part 7: Electronic characteristic measurements – Intrinsic surface impedance of superconductor films at microwave frequencies.
- [10] J. H. Lee, H. K. Han, S. Y. Lee, "Effects of a Temperature-dependent Dielectric Constant on the Geometrical Factors of Dielectric Resonators and on the Measurement Accuracy for the Surface Resistance of Superconductor Films", *J. Korean Phys. Soc.* **47**, 494-500 (2005).
- [11] J. Mazierska, "Dielectric resonator as a possible standard for characterization of high temperature superconducting films for microwave applications", *J. Supercond.* **10**, 73 (1997).
- [12] K. Leong and J. Mazierska, "Precise Measurements of the Q Factor of Dielectric Resonators in the Transmission Mode-Accounting for Noise, Crosstalk, Delay of Uncalibrated Lines, Coupling Loss and Coupling Reactance", *IEEE Microwave Theory Tech.* **50**, 2115-2127 (2002).