다물체시스템의 중앙집중 연속학습제어 복수모형 확률설계기법†

(Multiple-Model Probabilistic Design for Centralized Repetitive Controllers of Multiple Systems)

이 수 철*
(Soo Cheol Lee)

요 약 본 논문은 다물체 복합시스템 인자의 변위에 강인한 중앙집중식 연속반복학습제어기(Repetitive Controller, RC)를 설계하는 방법을 소개하고자 한다. 이 때 사용되는 불확실 인자들은 확률분포함수에 의해 무작위로 설정되게 된다. 분포함수를 직접 적용하는 대신, 본 제어기는 설정된 확률함수로부터 생성된 모형을 기본으로 설계하였다. 이러한 중앙집중식 복수모형 설계기법으로 임의의 분포함수로 구성된 수 많은 불확실 인자들을 다룰 수 있다. 그러므로, 제어기는 반복영역에서 수렴성을 보장하는 비용함수를 주파수영역에서 최소화함으로써 유도할 수 있다. 다물체 복합시스템에서 중앙집중식 복수모형설계 기법을 단수모형 설계기법과 함께 제안하였다.

핵심주제어 : 다물체, 중앙집중식 연속반복학습제어, 복수모형 확률 설계기법, 주파수 영역 해석

Abstract This paper presents a method to design a centralized repetitive controller that is robust to variations in the multiple system parameters. The uncertain parameters are specified probabilistically by their probability distribution functions. Instead of working with the distribution functions directly, the centralized repetitive controller is designed from a set of models that are generated from the specified probability functions. With this multiple-model design approach, any number of uncertain parameters that follow any type of distribution functions can be treated. Furthermore, the controller is derived by minimizing a frequency-domain based cost function that produces monotonic convergence of the tracking error as a function of repetition number. Numerical illustrations show how the proposed multiple-model design method produces a repetitive controller that is significantly more robust than an optimal repetitive controller designed from a single nominal model of the multiple system.

Key Words : Multiple system, Centralized Repetitive Control, Multiple Model Probabilistic Design, Frequency Domain

1. 서 론

산업현장에서 사용하는 대부분의 자동화 장치는 초기 프로그램에 의하여 일정한 운동을 반복하도록 제작되어 있다. 하지만 일반적으로 연속적인 반복운동은 누적오차에 의하여 원하는 궤적에서 어느 정도를 벗어나는 운동을 행할 수 있고, 이는 정확성에 의해서 품질이 좌우되는 생산 현장의 하나의 문제점으로 남아 있다. 이러한 문제점을 극복하기 위하여 운동의 시

† 이 논문은 2008학년도 대구대학교 학술연구비지원에 의한 논문임.

* 대구대학교 자동차산업기계공학부

작점과 끝점 등에 센서를 설치하여 시작점과 끝점을 매번 조정하는 방법과 일정한 기간이 지난 후에 교정하여 사용하는 방법 등을 사용하고 있다. 하지만 이러한 방법은 생산과 관련이 없는 곳에 시간을 투자함으로 인하여 생산성을 떨어뜨리는 요인으로 작용하고, 특히 특정 범위를 지정하여 관리되는 오차를 제때에 발견하지 못한다면 제품의 하자에 따른 큰 손실을 볼 수도 있을 것이다. 또한 요즘과 같이 인간의 신체 교정 또는 재활을 위하여 개발되어 사용되고 있는 장치 등에서 이러한 문제점이 발생한다면 큰 문제가 아닐 수 없다.

다양한 산업현장에서 고속회전체를 갖고 있는 로봇이나 공작기계로 자동화생산라인을 구축하고 있다. 이러한 특정 연속 반복 작업을 위한 연속반복학습제어기(Repetitive Controller: RC)가 주기적인 외란을 제거하는데 사용 될 수 있다. 본 논문에서 소개하고자 하는 연속반복학습제어기는 연속 반복되는 주기 궤적운동에 적용되는 특별한 형태의 되먹임제어이다. 이는 되먹임제어기의 설계단계에서 주기적인 궤적운동을 특별히 고려하기 때문이다.

주기적으로 발생하는 입출력 정보를 이용함으로써 연속반복학습제어기는 반복적인 운동과 관련된 임의의 반복오차를 완벽하게 제거할 수 있다.[1,2] 임의의 시간대에서 연속반복제어기는 이전 주기나 반복에서의 궤적오차를 활용하여 현재 반복영역에서 사용하여야 할 제어 량을 조정하여 주어야 한다. 최근 깊은 관심을 갖고 있는 유사 제어기로 반복학습제어기(Iterative Learning Controller:ILC)가 있다. 이 제어기는 다음 반복을 진행하기 전에 매 반복 같은 초기조건을 시스템에 적용하여야 하는 차이점이 있다.[3-8] 이들 제어기들을 산업현장에 적용하기 위하여 실용적인 이유로 두 가지 특성이 요구된다. 첫째, 임의의 불확실시스템요인에 민감하지 않아야 하고(건실성), 둘째, 반복이 진행됨에 따라 목표궤적에 대한 수렴정도가 단순하여야 한다.

최근에 확률분포함수 형태의 무작위로 규정되는 모형을 바탕으로 불확실성이 고려된 새로운 형태의 건실 반복학습제어설계기법이 시간영역에서 연구 개발되었다.[9-12] 그리고, 반복되어 운동하는 다물체시스템에 분산학습제어기를 도입하여 동일작업의 반복시 발생되는 시스템의 에러를 최소화 할 수 있는 학습방법과 안정성 및 반복정밀도가 연구되었다.[13-14]

본 논문에서는 시간영역에서 주파수영역으로 설계기법을 확장하였다. 이는 주파수영역에서 궤적오차의 수렴성(안정성)을 보장하기 위한 것이다. 단순 수렴성의 특징이 궤적오차의 각 주파수영역대에서 잘 나타나고 있다.[15]

그리고, 본 연구는 주파수영역에서 궤적오차의 단순수렴에 필요한 나이키스트 안정성 조건을 연구하는데서 시작된다.[16] 그리고, 다물체시스템의 무작위로 구현된 복수 모형에 대한 비용함수를 최소화한 복수모형 연속반복학습제어기 설계기법을 개발하였다. 이 설계알고리즘을 다물체에 적용하는 기법으로 분산학습법과 중앙집중식이 있다. 본 논문에서는 중앙집중식기법을 기반으로 하는 알고리즘을 개발하였다.

2. 연속반복학습제어 시스템의 안정성 학습

p를 한 반복영역에서의 시간대역(time steps)의 갯수라고 하자. 직접적 외란이 없는 불연속시간시스템의 연속반복학습제어의 간단한 형태에서, 현재의 제어량 $u(k)$는 직전 반복영역에서의 제어량 $u(k\text{-}p)$와 $u(k\text{-}p)$에 발생된 궤적오차 $e(k\text{-}p\text{+}1)$ 으로 부터 기인한다.

$$u(k) = u(k-p) + \phi e(k-p+1) \tag{1}$$

상기 연속반복학습제어 법칙에서 ϕ는 단수입력단수출력(SISO) 시스템에서의 스칼라 학습이득 량이다. 그리고, 궤적오차는 목표궤적 $y^*(k)$와 실제 출력 $y(k)$과의 차이로 정의된다.

$$e(k) = y^*(k) - y(k) \tag{2}$$

상기 연속반복학습제어 법칙의 일반 형태는 다음 식과 같다.

$$u(k) = u(k-p) + a_1 e(k-p+m-1) + \cdots + a_m e(k-p) + a_{m+1} e(k-p-1) + \cdots a_n e(k-n+m-p) \tag{3}$$

식(3)에서 n개의 스카라 제어이득이 있고, $e(k-p+m-1)$는 a_1과 일치하는 최근 과거의 궤적오차이고, $e(k-n+m-p)$는 a_n과 일치하는 가장 먼 과거의 궤적오차이라고 할 수 있다. 그리고, 식(3)에서의 제어법칙은 z-영역에서 다음과 같이 기술할 수 있다.

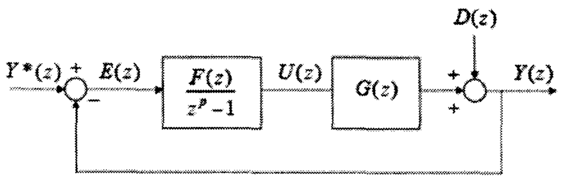
$$U(z) = \left[\frac{F(z)}{z^p - 1}\right] E(z) \tag{4}$$

여기서,

$$F(z) = a_1 z^{m-1} + \cdots + a_{m-1} z + a_m + a_{m+1} z^{-1} + \cdots + a_n z^{-(n-m)} \tag{5}$$

식(3)은 연속반복학습제어기 식(1)의 일반화 형태이고, z-domain에서 $F(z)$는 간단히 $F(z) = \phi z$ 로 서술할 수 있다. 본 논문에서 전체 되먹임시스템이 안정화되도록 제어이득 $a_1, a_2, \cdots, a_n$ 을 설계하고 싶어 한다. 즉, 반복 숫자가 무한대로 가면서 궤적오차가 0으로 수렴하게 된다. 그러므로, 산업현장에서 발생하는 실제적 이유로서 반복이 연속되면서 궤적오차의 수렴이 단순하게 진행되기를 바란다.

산업현장에서 발생되는 외란을 고려한 시스템 궤적오차는 다음과 같이 서술할 수 있다. 그리고, 연속반복학습제어시스템의 토막선도를 소개하면 그림1과 같다.



<그림 1> 주기 외란에 노출된 연속반복학습제어 시스템의 토막선도

$$\{1 - z^{-p}[1 - G(z)F(z)]\}E(z) = (1 - z^{-p})[Y^*(z) - D(z)] \tag{6}$$

여기서, $G(z)$는 제어대상 시스템의 변환함수이다.

p 시간대역을 한 주기로 하는 외란 $d(k)$와 목표궤적 $y^*(k)$ 을 갖고 있다고 하자. 연속반복학습제어 설계를 위해 다음과 같이 우측 항을 무시하여야 한다.

$$(1 - z^p)[Y^*(z) - D(z)] = 0$$

식(6)을 다시 정리하면,

$$z^p E(z) = [1 - G(z)F(z)]E(z) \tag{7}$$

여기서, 시스템이 정상상태라고 가정하면 $z^p E(z)$는 다음 반복영역에서의 궤적오차의 z-transform로 해석된다. 그리고, $E(z)$는 현재 반복영역에서의 궤적오차의 z-transform 이고, $1-G(z)F(z)$는 두 궤적오차 사이의 전달함수이다.

궤적오차에서 모든 주파수에서 단순수렴(monotonic convergence) 충분조건은 다음과 같다고 할 수 있다.

$$|1 - G(z)F(z)| < 1,\ z = e^{iw\Delta t} \tag{8}$$

여기서, w 는 나이키스트 주파수로서 그 영역은 $0 < \omega\Delta t < \pi$,이고, Δt는 샘플시간 간격이다. 임의의 연속반복학습제어기 $F(z)$ 설계를 위하여, $1 - G(e^{iw\Delta t})F(e^{iw\Delta t})$ 는 $\omega\Delta t$ 가 0 에서 π 까지 영역의 복소수 평면에 나이키스도형으로 그려질 수 있다.

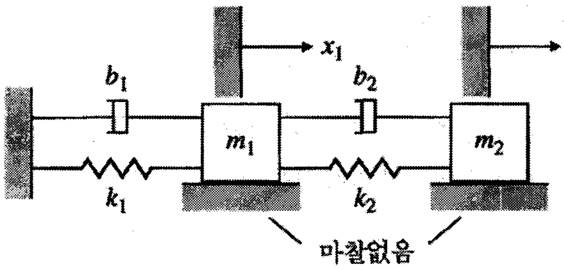
모든 주파수대에서 궤적오차가 0 으로 수렴하기 위해서는 복소평면에서 나이키스트 도형이 단위원 안에 존재하여야 한다. 단위원 밖으로 벗어 난 경우, 단순수렴은 불가능하다. 되먹임 안정성을 고려한다면, 조건(8)은 필요충분조건이 된다. 이 말은 단위원을 벗어난 경우, 되먹임시스템의 안정성이 가능할 수 있겠으나, 더 이상 단순 수렴이 보장되는 것은 아니다.

3. 다물체 시스템

일반적으로 다물체의 전체 시스템은 시스템을 구성하고 있는 모든 부시스템이 입.출력신호를 서로 주고받는 형태로 연계되어 있는 것으로 일반화 할 수 있다. 입력신호와 출력신호의 정보에서 새로운 입력신호량을 결정하는 데 있어 크게 분산형태와 중앙집중식 형태로 나누게 된다. 분산형태는 모든 부시스템의 입력신호와 출력신호를 부시스템별로 각각 따로 다루는 기법이며, 중앙집중식 형태는 모든 부시스템의 입력신

호와 출력신호 정보를 통합적으로 다루는 기법이다.

다물체시스템을 연구하기 위해 다음과 같은 Mass-Spring-Damper 시스템으로 직렬 연결된 두 개의 부시스템을 기본 예로 제시하여 본다.



두 개의 부시스템의 관계를 나타내는 시스템 행렬A는 다음과 같이 표기할 수 있다.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} \; a_{12} \\ a_{21} \; a_{22} \end{bmatrix}$$

4. 중앙집중식 복수모형 확률기법 설계

4.1 단수모형 확률기법 설계

복수모형 확률기법 설계에 앞서 먼저 단수모형 확률기법 설계에 대해 학습하여 보아야 한다. Φ 를 설계하고자 하는 연속반복학습제어 이득 벡터라고 하자.

$$\Phi = \left[a_1 \; a_2 \; \cdots \; a_{m-1} \; a_m \; a_{m-1} \; \cdots \; a_n \right] \quad (9)$$

그 때, $F(z)$는 다음과 같다.

$$F(z) = M(z)\Phi \quad (10)$$

여기서,

$$M(z) = \left[z^{m-1} \; z^{m-2} \; \ldots \; z \; 1 \; z^{-1} \; \cdots \; z^{-(n-m)} \right] \quad (11)$$

궤적오차의 단순수렴을 위해서 나이키스트 도형이 단위원 안에 있어야 한다는 것을 앞 절에서 언급하였다. 이때, 나이키스트 도형의 모양을 최소화함으로써 제어 이득을 구할 수 있다. 이는 다음 비용함수를 최소화함으로써 이뤄진다

$$J = \sum_{i=0}^{N-1} W_i \left[1 - G(z_i)M(z_i)\Phi \right] \left[1 - G(z_i)M(z_i)\Phi \right]^* + \Phi^T R \Phi \quad (12)$$

여기서, *는 복소수 전환(complex conjugate)을 나타낸다. 이때, $z_i = e^{jw_i \Delta t}$, i = 0,1,2,...,N-1 이다. N은 나이키스트 도형을 구성하는 비연속시간대의 숫자이고 각각은 비연속 주파수 w_i와 일치한다. $0 < w_i \Delta t < \pi$. W_i는 각 비연속 주파수 w_i와 관계있는 가중치 인자이고, R 은 제어이득 Φ 과 관계있는 가중치 매트릭스이다. 이득벡터 Φ 에 대해서 J 에 대한 미분을 취하고 그 결과를 0로 둠으로써 원하는 이득을 갖게 된다. J 와 Φ 는 실수이고 $G(z_i)M(z_i)$은 복소수이기 때문에 실수부분과 허수부분으로 나누어 Φ를 설계하기 위한 공식을 개발하는 것이 효율적이다. 관련 항목은 $G(z_i)M(z_i)$, $M(z_i)^* G(z_i)^*$과 $M(z_i)^* G(z_i)^* G(z_i)M(z_i)$이 있다.

다물체의 실수값만 고려하면 다음과 같은 제어 이득을 설계할 수 있다.

$$trace(AA^T) = a_{11}^2 + a_{12}^2 + a_{21}^2 + a_{22}^2 = trace(A^T A) \quad (13)$$

$$J = \sum_{i=0}^{N-1} trace(I - G(Z_i)M(Z_i)\Phi)^T (I - G(Z_i)M(Z_i)\Phi) + trace(\Phi^T R \Phi) \quad (14)$$

$$\frac{\delta J}{\delta \Phi} = 0 \quad (15)$$

$$\Phi = \left(\sum_{i=0}^{N-1} M(z_i)^T G(z_i)^T G(z_i) M(z_i) + R \right)^{-1} \left(\sum_{i=0}^{N-1} M(z_i)^T G(z_i)^T \right) \quad (16)$$

4.2 복수모형 확률기법 설계

시스템모형이 불확실인자를 갖고 있는 경우를 생각하여 보자. 이때 특정 확률분포함수를 생각할 수 있다(예를 들면, Gaussian, uniform). 복수모형확률설계를

위해서 불확실인자를 고려한 특정 분포함수와 일치하는 M 개의 서로 다른 모형 $G_m(z)$을 생성하여야 한다. 이때, $m=1,2,\ldots,M$.

확률기법제어기를 설계한다는 것은 불확실인자를 고려하여 식(17)의 비용 J 의 예상치(평균치)를 최소화하는 것이다. 모형의 수가 충분히 클 경우, J 의 예상치는 조화 평균치에 근사하게 된다. 이때, 비용함수를 최소화하고 싶어 한다.

$$E\{J\} \approx \frac{1}{M}\sum_{m=1}^{M} J_m \quad , \quad m=1,2,\cdots,M \tag{17}$$

여기서, 각각의 J_m 은 다음과 같이 주어진다.

$$J_m = \sum_{i=0}^{N-1} W_i [1-G_m(z_i)M(z_i)\Phi_P][1-G_m(z_i)M(z_i)\Phi_P]^* + \Phi_P^T R \Phi_P \tag{18}$$

전 절에서 언급한 같은 과정을 따라가면 복수모형 확률기법 RC이득 Φ_M을 구하기 위하여 다음과 같은 공식이 나온다.

실수값 A만 고려하면 다음과 같은 제어이득 Φ_M을 설계할 수 있다.

$$J = J_1 + J_2 + \ldots + J_M$$

$$J = \sum_{m=1}^{M}\sum_{i=0}^{N-1} trace(I-G_m(Z_i)M(Z_i)\Phi)^T(I-G_m(Z_i)M(Z_i)\Phi) + M.trace(\Phi^T R \Phi) \tag{19}$$

$$\frac{\delta J}{\delta \Phi} = 0$$

$$\Phi_M = (\sum_{m}^{M}\sum_{i=0}^{N-1} M(z_i)^T G_m(z_i)^T G_m(z_i) M(z_i) + M.R)^{-1} (\sum_{m}^{M}\sum_{i=0}^{N-1} M(z_i)^T G(z_i)^T) \tag{20}$$

그러나, 복소수값 A를 위한 제어이득 Φ_M은 다음과 같이 설계할 수 있다.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (a_{11}^R + a_{11}^I) & (a_{12}^R + a_{12}^I) \\ (a_{21}^R + a_{21}^I) & (a_{22}^R + a_{22}^I) \end{bmatrix}$$

$$trace(A^H A) = \| a_{11} \|^2 + \| a_{12} \|^2 + \| a_{21} \|^2 + \| a_{22} \|^2$$

$$\Phi_M = A_M^{-1} B_M \tag{21}$$

여기서,

$$A_m = \sum_{m=1}^{M}\left(\sum_{i=0}^{N-1} W_i [Re(Q_m(z_i)) + Re(Q_m(z_i))^T]\right) + 2MR \tag{22}$$

$$B_m = \sum_{m=1}^{M}\left(\sum_{i=0}^{N-1} W_i [Re(S_m^H(z_i)) + Re(S_m(z_i))^T]\right) \tag{23}$$

그리고,

$$Q_m(z_i) = S_m^H(z_i) S_m(z_i) \ , \ S_m(z_i) = G_m(z_i) M(z_i) \tag{24}$$
$$z_i = e^{jw_i \Delta t}, \ 0 < w_i \Delta t < \pi$$

식(22), 식(23), 식(24)에서 $(\cdot)^T$는 실수행렬 $(\cdot)$의 전치행렬이고 $(\cdot)^H$는 복소수 행렬 $(\cdot)$의 공액 전치행렬을 나타낸다.

5. 결 론

본 논문은 다물체 시스템에 있어 반복 동작을 수행하는 연속반복학습제어기를 설계하는 방법을 나타내고 있다. 연속반복학습제어기를 실제 현장에 적용함에 있어 중요한 제어목표로 단순 수렴성을 나타내는 안정성에 대한 검증을 들 수 있다. 궤적오차 단순 수렴(안정성)을 보장하기 위해서는 나이키스트 도형이 복소수 단위 원 안에 위치하도록 오차비용을 최소화 하는 최적화를 설계의 기본으로 하여야 한다.

연속반복학습제어기를 실제 현장에 적용함에 있어 두 가지 현안을 고려하여야 한다. 하나는 단순 수렴성이고, 또 다른 하나는 안정성에 대한 건실성이다. 궤적오차 수렴의 단순화를 보장하기 위해서는 설계가 나이키스트 도형이 복소수 단위 원 안에 위치하도록 최적화 하여야 한다. 그리고, 다물체시스템 건실성을 확보하기 위해서, 중앙집중식 복수모형 설계 접근 방법을 사용하였다. 모형의 불확실성에 대한 언급을 직접 다루는 대신, 불확실성으로부터 생성되는 다양한 모형을

다루어 제어기를 설계하게 된다. 이러한 중앙집중식 기법은 다물체시스템의 연속반복학습제어기 설계를 건실화 하는 설계기법으로 제시하게 되었다.

참고문헌

[1] M. Tomizuka, T.-C. Tsao, and K. K. Chen, "Analysis and Synthesis of Discrete time Repetitive Controllers," Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, Vol. 111, 1989, pp. 353-358.

[2] R. W. Longman, "Iterative Learning and Repetitive Control for Engineering Practice," International Journal of Control, Special Issue on Iterative Learning Control, Vol. 73, No. 10, July 2000, pp. 930-954.

[3] S. Arimoto, S. Kawamura, and F. Miyazaki, "Bettering Operation of Robots by Learning," Journal of Robotic Systems, Vol. 1, No. 2, 1984, pp. 123-140.

[4] K. Moore, "Iterative Learning Control for Deterministic Systems", Springer-Verlag, London, U.K., Advances in Industrial Control, 1993.

[5] Z. Bien and J.-X. Xu, "Iterative Learning Control: Analysis, Design, Integration, and Applications", Kluwer Academic Publishers, Boston, 1998.

[6] M. Q. Phan, R. W. Longman, and K. L. Moore, "A Unified Formulation of Linear Iterative Learning Control," Advances in the Astronautical Sciences, Vol. 105, 2000.

[7] H. Elci, R. W. Longman, M. Q. Phan, J.-N. Juang, and R. Ugoletti, "Simple Learning Control Made Practical by Zero-Phase Filtering: Applications to Robotics," IEEE Transactions on Circuits and Systems.I: Fundamental Theory and Applications, Vol. 49, No. 6, 2002, pp. 753-767.

[8] B. G. Dijkstra and O. H. Bosgra, "Extrapolation of Optimal Lifted System ILC Solution with Application to a Waferstage," Proceedings of the American Control Conference, 2002, pp. 2595-2600.

[9] T. Ishihara, K. Abe, and H. Takeda, "A Discrete-Time Design of Robust Iterative Learning Controllers," IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Vol. 22. No. 1, Jan-Feb 1992.

[10] N. Amman, D. H. Owens, E. Rogers, and A. Wahl, "An H-infinity Approach to Linear Iterative Learning Control Design," International Journal of Adaptive Control and Signal Processing, Vol. 10, pp. 767-781, 1996.

[11] K. Takanishi, M. Q. Phan, and R. W. Longman, "Multiple-Model Probabilistic Design of Robust Iterative Learning Controllers," NAMRI 2005, New York, NY, May 2005.

[12] B. Panomruttanarug and R. W. Longman, "Repetitive Controller Design Using Optimization in the Frequency Domain", AIAA/AAS Astrodynamic Specialist Conference and Exhibit, Providence, Rhode Island, 16-19 August 2004.

[13] S. C. Lee, R. W. Longman, and M. Phan., "Linear Decentralized Learning Control," Paper No. 91-447, Proceedings of the AAS/AIAA Astrodynamics Specialist Conference, Durango, Colorado, Advances in the Astronautical Sciences, 1991.

[14] S. C. Lee, "Precision of Itreative Learning Control for the Multiple Dynamic Subsystems," J. of the KSPE, Vol. 18, No. 3, pp.131-142, 2001.

[15] 이수철, "주파수영역에서 반복학습제어기 설계 안정성 해석", 한국산업정보학회논문지, 제12권 제4호, pp. 126-130, 2007.

[16] 이수철, "연속반복학습제어의 복수모형 확률설계 기법", 한국산업정보학회논문지, 제13권 제2호, pp. 1-7, 2008.

이 수 철(Soo Cheol Lee)

• 정회원
• 1984년 2월 : 서울대학원 농공학과 졸업 (농학석사)
• 1993년 10월 : 미국 Columbia대학원 기계공학과 졸업 (M.Phil./Ph.D.)
• 2006년 4월 ~ 현재 : 대구대학교 자동차산업기계공학부 교수
• 관심분야: 시스템분석기술, 분산 학습제어, 공장자동화

논 문 접 수 일 : 2011년 02월 17일
1차수정완료일 : 2011년 08월 29일
게 재 확 정 일 : 2011년 09월 07일