

## Mg-Al-Zn 합금의 Paris-Erdogan 법칙에 따른 피로거동 파라미터의 확률론적 특성

최 선 순<sup>\*†</sup>

\* 삼육대학교 카메카트로닉스학과

### Probabilistic Characteristics of Fatigue Behavior Parameter of Paris-Erdogan Law in Mg-Al-Zn Alloy

Seon Soon Choi<sup>\*†</sup>

\* Dept. of Car Mechatronics Engineering, Sahmyook Univ.

(Received July 7, 2010 ; Revised February 7, 2011 ; Accepted February 14, 2011)

**Key Words** : Mg-Al-Zn Alloy(Mg-Al-Zn 합금), Fatigue(피로), Fatigue Behavior Parameter(피로거동 파라미터), Probabilistic Characteristics(확률론적 특성), Probability Distribution(확률분포)

**초록**: 본 연구의 주목적은 마그네슘합금의 피로균열성장거동을 지배하는 파라미터들의 확률론적 특성을 규명하는 것이다. 피로균열전파실험은 AZ31 마그네슘합금의 CT 시편을 이용하여 통계적으로 수행하였으며, 시편두께, 하중비, 최대하중 등의 여러 가지 실험조건으로 실온에서 진행하였다. 이 실험을 통하여 획득한 통계적 피로 데이터를 이용하여 피로거동 파라미터의 확률적 변동성 해석과 함께 확률분포 적합성을 고찰하였다. 균열성장속도계수는 확률적으로 매우 큰 변동성을 나타내는 파라미터로 밝혀졌으며, 반면에 균열성장속도지수는 매우 작은 변동성을 나타냄으로써 재료상수로 볼 수 있을 것이다. 피로거동 파라미터인 균열성장속도계수와 균열성장속도지수에 가장 적합한 확률분포는 3-파라미터 Weibull 분포이며, 2-파라미터 Weibull 분포는 균열성장속도계수의 경우에만 양호한 적합성을 나타낸다는 것을 규명하였다.

**Abstract**: The primary aim of this study is to investigate the probabilistic characteristics of the fatigue parameters that describe the fatigue crack growth behavior in magnesium alloy. Statistical fatigue crack propagation experiments have been performed on rolled AZ31 magnesium alloy CT specimens with different specimen thickness, load ratio, and maximum load at ambient temperature in a laboratory. Using the statistical fatigue data obtained from these experiments, the goodness-of-fit of the probability distribution of the fatigue behavior parameters is evaluated in this study by performing statistical analyses. The crack growth rate coefficient is a fatigue parameter having a very large COV(Coefficient of Variation), but the variation of a crack growth rate exponent is not substantial. It is considered that a crack growth rate exponent can be a material constant. It is also found that the best fit probability distribution of the parameters such as the crack growth rate coefficient and crack growth rate exponent for a magnesium alloy is a three-parameter Weibull distribution, and two-parameter Weibull distribution is a good distribution only for the crack growth rate coefficient.

- 기호설명 -

- a : 균열길이(mm)
- N : 사이클
- da/dN : 균열성장속도(m/cycle)
- $\Delta K$  : 응력확대계수범위(MPa√m)
- C : 균열성장속도계수
- m : 균열성장속도지수
- R : 하중비

- B : 시편두께(mm)
- $P_{max}$  : 최대하중(kN)
- COV : 변동계수(Coefficient of Variation)
- $A^2$  : Anderson-Darling 검정 통계치
- $\alpha$  : 유의수준
- F() : 누적분포함수
- n : 관측값수

### 1. 서론

† Corresponding Author, choiss@syu.ac.kr  
© 2011 The Korean Society of Mechanical Engineers

가스의 배출을 감축하기 위한 대책이 필요한 시점에 직면해 있다. 자동차 등 수송산업에서도 이산화탄소 배출을 줄이기 위한 여러 가지 방안이 연구되고 있으며, 특히 경량소재를 이용하여 자동차를 경량화시킬 경우 이산화탄소 배출량을 줄이는데 상당한 효과가 있음이 보고되었다.<sup>(1)</sup>

마그네슘은 밀도가  $1.738\text{g/cm}^3$  으로서 비중이 알루미늄의 2/3, 철의 1/4 수준밖에 되지 않음으로 상용금속 중 가장 가벼운 소재이다. 마그네슘은 비강도와 비강성도가 높고 진동과 충격에 대한 댐핑 성능이 우수하여 차세대 금속으로서 기대가 되고 있다. 또한 기계가공성, 리사이클성, 전기 및 열전도성이 뛰어난 뿐 아니라 전자파에 대한 차폐성도 탁월한 특성을 보이는 소재이다. 그러므로 최근에 구조용 소재로서 마그네슘합금에 대한 관심이 증대되고 있다.

구조물이 반복되는 부하를 받을 때 피로현상과 함께 불확실성이 동반된다. 그러나 마그네슘합금의 확률론적인 피로특성에 대한 보고는 매우 드물다.<sup>(2-6)</sup> 따라서 본 연구에서는 마그네슘합금의 피로균열전파거동을 지배하는 파라미터들의 확률적 변동성과 파라미터에 적합한 확률분포를 고찰함으로써 확률론적인 특성을 규명하고자 한다.

## 2. 실험방법

### 2.1 실험재료 및 시편

피로균열전파실험에 사용된 재료는 상용 마그네슘합금인 AZ31 판재이며, 실험시편은 ASTM E647-00 규격<sup>(7)</sup>에 따라 CT(Compact Tension)형상을 채택하였다. 시편의 크기는 폭(W)이 50.8mm 이며, 표면가공으로 인한 잔류응력 영향을 차단하기 위하여 모재로부터 직접 시편을 채취하여 준비하였다.

### 2.2 피로균열전파실험

실험 시스템은 100kN 용량의 유압 서보식 피로 시험기를 마이크로컴퓨터로 일정진폭하중 제어하도록 구성하였으며, 상온의 대기 중에서 ASTM E647-00 규격에 따라 피로균열전파실험을 수행하였다.

CT 시편 노치부의 기계가공효과를 제거하고 예리한 균열선단을 만들기 위하여 예비균열길이를 3.0mm 로 정하여 피로시험을 실시하였으며, 균열이 노치선단으로부터 3.0mm 가 진전되었을 때부터 사이클수와 균열길이를 컴퓨터로 자동 계산하여 저장하였다. 균열길이는 클립게이지를 이용하여 하중작용선상의 균열열림길이를 측정하여 컴플

Table 1 Fatigue loading condition

Experimental conditions	Value
Specimen thickness, B (mm)	4.75 , 6.60 , 9.45
Load ratio, R	0.05 , 0.10 , 0.20 , 0.30
Maximum load (kN)	2.20 , 2.25 , 2.50
Frequency (Hz)	10
Wave form	Sine

라이언스기법(compliance technique)으로 계산하였다.

일반적으로 피로균열전파 거동에 영향을 미치는 인자로 시편두께, 하중비, 최대하중, 피로 사이클 주파수, 기계적 성질, 피로환경 등 여러 가지가 있다. 본 연구에서 피로균열전파 거동 파라미터의 확률론적인 특성을 규명하기 위하여 통계적 해석이 필요하므로 피로거동 영향인자 중 시편두께와 하중비 그리고 최대하중 조건에 대하여 Table 1 과 같은 세부 실험조건으로 피로실험을 수행함으로써 통계적 피로데이터를 확보하였다.

통계적 피로데이터를 이용하여 피로거동 파라미터에 적합한 확률분포를 규명하기 위하여 Anderson-Darling 검정법(이하 A-D 검정법이라고 표기함)의 검정 통계치인  $A^2$  의 임계값을 이용하였는데, 관측 개수 20 개와 유의수준 5%의 검정 기준을 본 연구에서 적용하기 위하여 세부 실험조건 별로 20 개씩 피로실험을 실시하였다.

## 3. 실험결과 및 고찰

### 3.1 통계적 해석방법

#### 3.1.1 피로거동 파라미터의 추정

구조물에 균열이 존재할 때 그 강도는 상당히 약화될 수 있다. 작용하는 응력확대계수범위에 대한 균열성장속도의 데이터는 피로균열전파실험을 통하여 얻을 수 있다. 피로균열성장을 묘사하는 모델로 식 (1)의 Paris-Erdogan 법칙이 많이 사용된다.

$$\frac{da}{dN} = C (\Delta K)^m \quad (1)$$

여기서  $da/dN$  은 균열성장속도,  $\Delta K$  는 응력

확대계수범위,  $C$  는 균열성장속도계수,  $m$  은 균열 성장속도지수이다.

피로실험을 통하여 피로사이클에 따른 균열의 성장은 Fig. 1 과 같이 나타났다. 동일한 실험조건임에도 불구하고 실험시편에 따라 통계적 산포를 나타내고 있다. Fig. 1 은 전체 실험조건에 대한 균열성장곡선 중에서 시편두께 6.60mm 의 세부실험 조건 중 하중비 0.20 에 대한 20 개의 균열성장곡선을 대표적으로 나타낸 것이다. Paris-Erdogan 모델의 피로거동 파라미터  $C$  와  $m$  의 통계적 변동성을 고찰하기 위하여 먼저 각 시편 별 파라미터  $C$  와  $m$  을 통계적으로 추정하였다.

추정방법은 Fig. 2 와 같은  $da/dN - \Delta K$  곡선의 선형구간에 대한 로그스케일 값에 최우추정법 (Maximum likelihood method)을 적용하여 선형회귀 (linear regression)시킴으로써 각 시편 별로  $C$  와  $m$  을 추정하였다. Fig. 2 는 전체 실험 조건 중에서 시편두께 6.60mm, 하중비 0.20 조건의 시편 하나에 대한  $da/dN - \Delta K$  곡선의 선형회귀선을 대표적으로 나타낸 것이며, 그림에서 범례 05B6.60 은 시편두께 6.60mm 인 05 번 시편임을 의미한다.

### 3.1.2 피로거동 파라미터의 확률분포 적합성 검정

Paris-Erdogan 모델의 피로거동 파라미터  $C$  와  $m$  의 통계적 산포가 어떤 확률분포를 따르는지를 밝혀내기 위하여 대표적 확률분포인 정규분포, 로그정규분포, 2-파라미터 Weibull 분포, 3-파라미터 Weibull 분포에 대하여 분포적합성 검정을 실시하였다. 확률분포의 적합성을 검정하는 방법으로 A-D 검정법을 사용하였으며, 이를 위하여 상용 통계해석 프로그램인 MINITAB R15 를 사용하여 각 실험조건 별로 5% 유의수준 ( $\alpha$ )에서 분석하였다.

Anderson-Darling 검정 통계치  $A^2$  은 식 (2)<sup>(8)</sup>에 의하여 구한다.

$$A^2 = -\sum_{i=1}^n \left\{ \frac{(2i-1)}{n} [\ln(F(x_i)) + \ln(1-F(x_{n+1-i}))] \right\} - n \quad (2)$$

여기서  $F()$  은 누적분포함수이며  $n$  은 관측개수이다.

A-D 검정법에서 확률분포의 적합성을 판단하는 기준은 관측개수와 유의수준에 따라 A-D 검정 통계치  $A^2$  의 임계값과 비교하여 판단하는데 식 (2)에서 계산된  $A^2$  이 임계값보다 작을 경우 그 확률분포는 적합하다고 판단하며,  $A^2$  이 작을수록 더 적합하다고 판단한다.

20 개의 관측개수와 5%의 유의수준인 경우 A-D 검정 통계치  $A^2$  의 임계값은 0.744<sup>(8)</sup>이다. 본 연구에서는 5%의 유의수준에서 각 실험조건 별로 20 개의 실험을 수행함으로써 관측개수가 20 개에 해당되므로 임계값 0.744 로 확률분포의 적합성을 판단하였다.

### 3.2 균열성장속도계수 $C$ 의 변동성

피로균열전과거동 파라미터의 하나인 균열성장속도계수의 변동성을 고찰하기 위하여 Paris-Erdogan 법칙에 따른 균열성장속도계수의 변동계수 (이하 COV 라고 표기함)를 Fig. 3 에 나타내었다. Fig. 3(a)-(c)는 각각 시편두께와 하중비 그리고 최대하중 조건에서 피로실험을 통하여 얻은 균열성장속도계수  $C$  와 균열성장속도지수  $m$  의 COV 를 비교하여 나타낸 것이다.

시편두께의 경우 Fig. 3(a)에서처럼 동일한 시편두께 내에서의 변동성이 클 뿐만 아니라 서로 다른 시편두께 간에도 COV 가 차이를 보였으며, 특히 시편두께에 따라 변동성의 변화에 일정한 경향이 나타났다. 즉, 시편의 두께가 얇을수록 균열성장속도계수  $C$  의 변동성이 더 커지는 양상을 알아내었다.

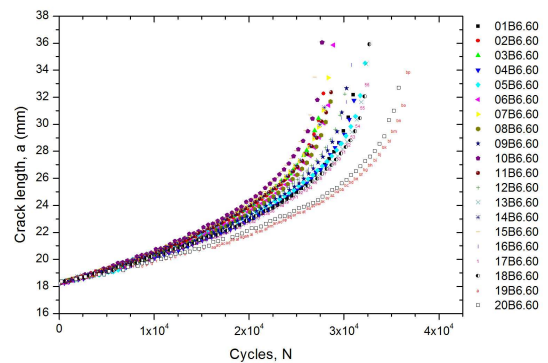


Fig. 1 Fatigue crack growth curve (R=0.20, B=6.60mm)

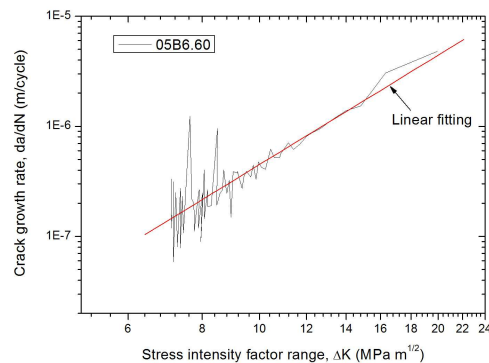
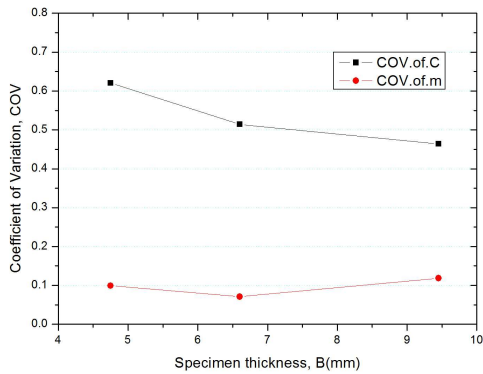
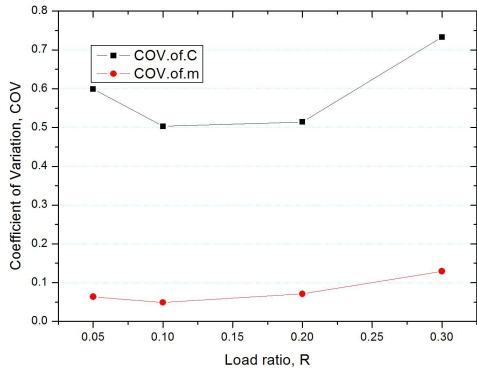


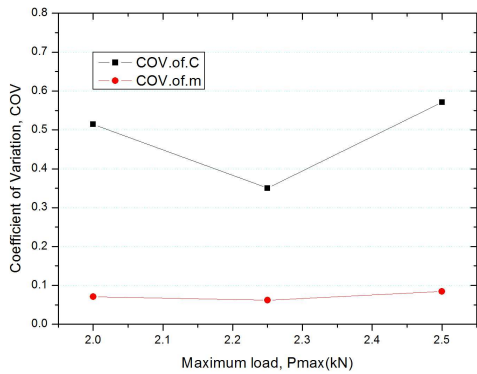
Fig. 2 Curve fitting of fatigue crack growth rate data of specimen number 5 (R=0.20, B=6.60mm)



(a)



(b)

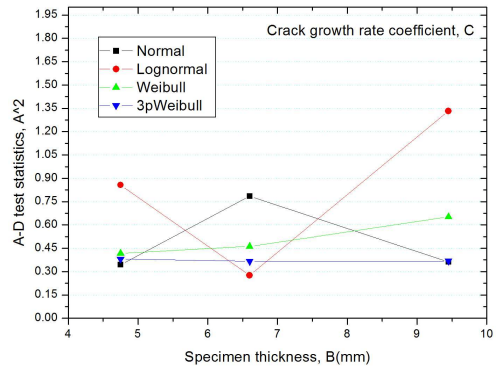


(c)

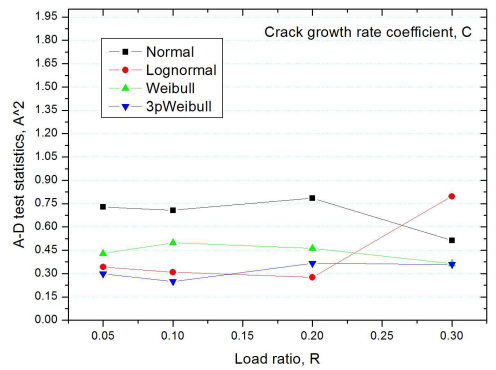
**Fig. 3** Coefficient of variation(COV) of parameter  $C$  and  $m$  : (a) Specimen thickness, (b) Load ratio, (c) Maximum load

하중비와 최대하중의 경우 Fig. 3(b)-(c)에서 볼 수 있듯이 시편두께의 경우와 같이 동일한 조건 내에서 변동성이 컸으며 서로 다른 조건에서도 변동성의 변화가 크게 나타났다. 그러나 시편두께가 두꺼워짐에 따라 변동성이 작아지는 경향을 나타낸 시편두께의 경우와 달리 하중비와 최대하중의 경우 세부조건에 따라 변동성의 변화에 일정한 경향은 나타나지 않았다.

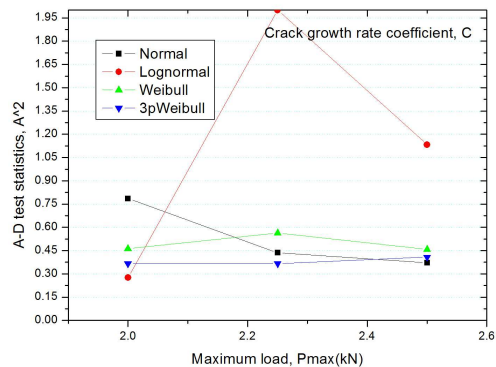
따라서 균열성장속도계수  $C$  는 확률적으로 변동성이 매우 크다는 것을 밝혀내었으며, 균열성



**Fig. 4** Goodness-of-fit test for probability distribution of  $C$  under specimen thickness condition



**Fig. 5** Goodness-of-fit test for probability distribution of  $C$  under load ratio condition



**Fig. 6** Goodness-of-fit test for probability distribution of  $C$  under maximum load condition

장속도지수  $m$  에 비해서도 상대적으로 큰 변동성을 나타내었다. 또한 시편두께와 하중비 그리고 최대하중의 각 조건들에서  $C$  의 COV 가 크게 변화를 보임으로써 시편두께와 하중비 그리고 최대하중이 균열성장속도계수의 변동성에 크게 영향을 미친다는 것을 알아내었다.

### 3.3 균열성장속도계수 $C$ 의 확률분포

3.2 절에서 밝혔듯이 피로균열전파거동 시 균열 성장속도계수의 변동성이 매우 크게 나타났다.

Fig. 4 ~ Fig. 6 은 A-D 검정법을 사용하여  $C$ 의 통계 실험 데이터에 대한 확률분포 적합성 검정을 실시한 결과를 도시한 것이다. Fig. 4 는 시편두께의 경우에  $C$ 의 확률분포 적합성을 나타내 주고 있는데, 정규 분포는 불안정한 적합성을 나타내는 반면 2-파라미터 Weibull 분포와 3-파라미터 Weibull 분포는 안정적인 분포 적합성을 나타내었다. 그러므로 시편두께의 경우에 균열성장속도계수에 적합한 확률분포는 2-파라미터 Weibull 분포와 3-파라미터 Weibull 분포임이 밝혀졌다.

Fig. 5 는 하중비의 경우에  $C$ 에 대한 각 확률분포의 적합성을 보여주고 있는데, 로그정규분포는 불안정한 적합성을, 2-파라미터 Weibull 분포 와 3-파라미터 Weibull 분포는  $C$ 의 확률론적 특성에 안정적인 적합성을 나타내었다. 그 중에서 하중비 조건에서  $C$ 의 확률론적 특성을 가장 잘 나타내는 확률분포는 3-파라미터 Weibull 분포이며 2-파라미터 Weibull 분포도 우수한 적합성을 나타냄을 밝혀내었다.

Fig. 6 은 최대하중의 경우에 확률분포 적합성을 도시하고 있는데, 정규분포는 불안정한 적합성을 나타내었으며 2-파라미터 Weibull 분포 와 3-파라미터 Weibull 분포는 안정적인 분포적합성을 보였다.

그 중에서  $C$ 의 확률론적 특성을 가장 잘 나타내는 확률분포는 하중비 조건에서와 같이 3-파라미터 Weibull 분포이며 2-파라미터 Weibull 분포도 우수한 적합성을 나타냄을 밝혀내었다.

따라서 시편두께와 하중비 그리고 최대하중 조건에서의 확률분포 적합성 분석결과를 종합해 볼 때 균열성장속도계수  $C$ 의 변동성에 적합한 확률분포는 2-파라미터 Weibull 분포와 3-파라미터 Weibull 분포로 나타났으며, 그 중에서 균열성장속도계수의 확률론적 특성에 가장 적합한 분포는 3-파라미터 Weibull 분포임이 밝혀졌다.

### 3.4 균열성장속도지수 $m$ 의 변동성

Fig. 3(a)-(c)는 각각 시편두께와 하중비 그리고 최대 하중 조건에서 피로실험을 통하여 얻은 균열성장속도 지수  $m$  과 균열성장속도계수  $C$ 의 COV 를 비교하여 나타낸 것이다.

$m$ 의 변동성은 Fig. 3(a)-(c)에서 볼 수 있듯이 균열성장속도계수  $C$ 에 비해 변동성이 크지 않았으며, 하중비 조건에서 하중비가 클수록 약간 커지는 양상을 보이는 것 외에는 대체적으로 조건 간에서는 변동성의 변화를 보이지 않았다. 그러므로 시편두께와 최대하중

조건은  $m$ 의 변동성에 거의 무관하나 하중비 조건은 균열성장속도지수에 연관성이 있을 것으로 사료된다.

따라서 균열성장속도지수  $m$ 은 각 조건 내에서는 COV 가 0.0619~0.1295 정도로 매우 작은 값을 보이는 변동성을 나타내었으며 조건 간에서도 COV 가 0.0223~0.0807 정도의 편차를 보임으로서 변동성의 변화가 거의 없었다. 따라서 확률적으로 균열성장속도 지수  $m$ 이 확률변수이지만 COV 가 0.0619~0.1295 인 범위에서는 대표값을 재료상수로 볼 수 있을 것으로 사료된다.

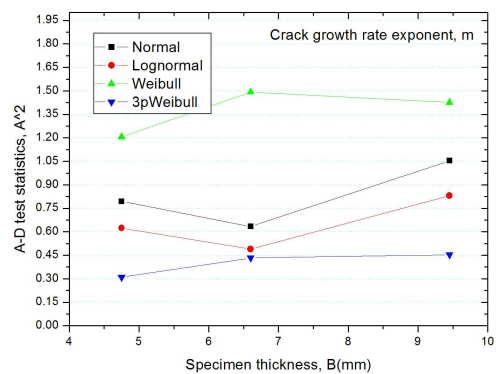


Fig. 7 Goodness-of-fit test for probability distribution of  $m$  under specimen thickness condition

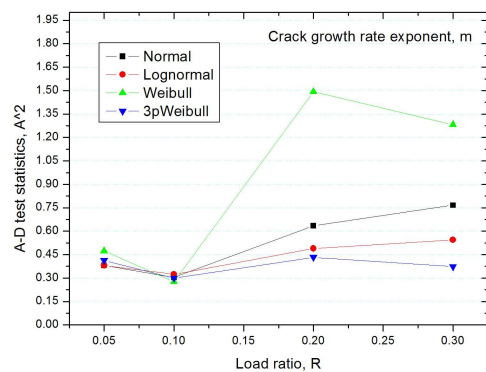


Fig. 8 Goodness-of-fit test for probability distribution of  $m$  under load ratio condition

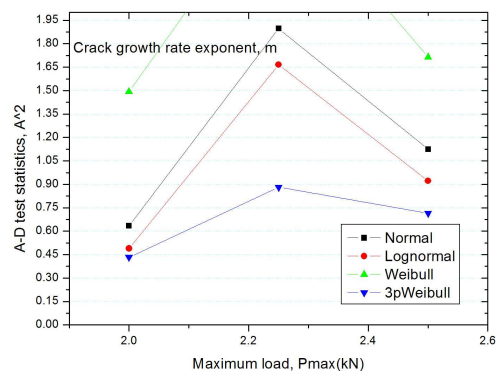


Fig. 9 Goodness-of-fit test for probability distribution of  $m$  under maximum load condition

### 3.5 균열성장속도지수 $m$ 의 확률분포

균열성장속도지수  $m$ 의 통계적 산포특성을 확인하기 위하여 정규분포, 로그정규분포, 2-파라미터 Weibull 분포, 3-파라미터 Weibull 분포에 대하여 검정을 실시하였으며, A-D 검정법을 이용하여 확률분포의 적합성을 검정하였다.

Fig. 7 ~ Fig. 9는 A-D 검정법을 사용하여 실험 데이터  $m$ 에 대한 확률분포 적합성 검정을 실시한 결과를 도시한 것이다.

Fig. 7은 시편두께의 경우에  $m$ 의 확률분포 적합성을 나타내 주고 있는데, 로그정규분포는 불안정한 적합성을 보였으며, 3-파라미터 Weibull 분포만이 안정적으로 분포 적합성을 나타내었다. 두께가 얇을 경우에 로그정규분포도 안정적인 적합성을 보였다. 그러므로 시편두께의 경우에 균열성장속도지수에 가장 적합한 확률분포는 3-파라미터 Weibull 분포임이 밝혀졌다.

하중비의 경우  $m$ 의 분포 적합성을 Fig. 8에 도시하였는데, 그림에서 알 수 있듯이 정규분포와 로그정규분포 그리고 3-파라미터 Weibull 분포가  $m$ 의 변동 특성에 적합한 분포임을 보였다. 그 중에서 균열성장속도지수  $m$ 의 확률론적 특성을 가장 잘 나타내는 확률분포는 3-파라미터 Weibull 분포이며 로그정규분포도 우수한 적합성을 나타냄을 알아내었다.

Fig. 9는 최대하중의 경우에 확률분포 적합성을 도시하고 있는데, 3-파라미터 Weibull 분포만이  $m$ 의 확률론적 특성에 분포 적합성을 나타내었다. 그러나 시편두께와 하중비 조건에 비하면 3-파라미터 Weibull 분포도 우수한 적합성을 보이는 것은 아니다. 따라서 최대하중 조건의 경우 균열성장속도지수의 확률론적 특성을 정확히 규명하기 위해서는 연구가 더 필요할 것으로 사료된다.

## 4. 결 론

마그네슘합금의 피로균열전파거동을 지배하는 파라미터들의 확률론적인 특성을 규명하기 위하여 시편두께, 하중비, 그리고 최대하중 조건에서 피로균열전파실험을 실시하고, 이 실험을 통하여 확보한 피로 데이터에 대한 통계적인 해석과 고찰을 수행한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 균열성장속도계수  $C$ 는 확률적으로 매우 큰 변동성을 가지고 있는 파라미터임을 밝혀내었다.
- (2) 시편두께와 하중비 그리고 최대하중의 각

조건들에서  $C$ 의 COV가 크게 변화를 보임으로써 시편두께와 하중비 그리고 최대하중이 균열성장속도계수의 변동성에 크게 영향을 미쳤으며, 시편의 두께가 얇을수록  $C$ 의 변동성이 더 커지는 양상을 밝혀내었다.

(3) 균열성장속도지수  $m$ 은 확률적으로 매우 작은 변동성을 나타내는 파라미터임을 밝혀내었으며, COV가 0.0619~0.1295인 범위에서  $m$ 의 대표값을 재료상수로 볼 수 있을 것으로 사료된다.

(4) 균열성장속도계수  $C$ 의 변동성에 적합한 확률분포는 2-파라미터 Weibull 분포와 3-파라미터 Weibull 분포이며, 그 중에서 균열성장속도계수의 확률론적 특성에 가장 적합한 분포는 3-파라미터 Weibull 분포임을 밝혀내었다.

(5) 균열성장속도지수  $m$ 의 확률론적 특성에 적합한 확률분포는 3-파라미터 Weibull 분포임을 알아내었다.

## 후 기

본 연구는 삼육대학교 공모과제비 지원으로 수행되었으며 이에 감사드립니다. 이 논문은 2010년 대한기계학회 신뢰성부문 춘계학술대회 발표논문<sup>(9)</sup>에 기초하였다.

## 참고문헌

- (1) Mordike, B. L. and Ebert, T., 2001, "Magnesium Properties-Applications-Potential," *Materials Science and Engineering*, Vol. A302, pp. 37-45.
- (2) Sivapragash, M., Lakshminarayanan, P.R. and Karthikeyan, R., 2008, "Fatigue Life Prediction of ZE41A Magnesium Alloy Using Weibull Distribution," *Materials and Design*, Vol.29, pp. 1549-1553.
- (3) Shih, T.-S., Liu, W.-S. and Chen, Y.-J., 2002, "Fatigue of As-extruded AZ61A Magnesium Alloy," *Materials Science & Engineering(A)*, Vol. 325, pp. 152-162.
- (4) Choi, S. S., 2009, "Estimation of Probability Distribution Fit for Fatigue Crack Propagation Life of AZ31 Magnesium Alloy," *Transactions of the KSME(A)*, Vol. 33, No. 8, pp. 707-719.
- (5) Choi, S. S., 2009, "Effect of Specimen Thickness on Probability Distribution of Fatigue Crack Propagation Behavior in Magnesium Alloy AZ31," *Journal of the KSME*, Vol. 18, No. 4, pp. 395-400.
- (6) Choi, S. S. and Lee, O. S., 2009, "Effect of Mean Stress on Probability Distribution of Random Grown

Crack Size in Magnesium Alloy AZ31,” *Journal of the KSMTE*, Vol. 18, No. 5, pp. 536~543.

(7) ASTM E647-00, 2000, *Standard Test Method of Fatigue Crack Growth Rates*, ASTM International, Pennsylvania.

(8) Dodson, B., 2006, *The Weibull Analysis Handbook*,

ASQ Quality Press, Wisconsin, pp. 115~117.

(9) Choi, S. S., 2010, “Probabilistic Characteristics of Fatigue Behavior Parameter of Paris-Erdogan Law in Mg-Al-Zn Alloy,” *Proceedings of the KSME (Reliability Division) Spring Conference 2010*, pp. 92~99.