한국통계학회논문집
2011, 18권, 1호, 13–21

DOI: 10.5351/CKSS.2011.18.1.013

다변량 비정상 계절형 시계열모형의 예측력 비교

성병찬[1,a]

[a]중앙대학교 응용통계학과

요 약

본 논문에서는 계절성을 가지는 다변량 비정상 시계열자료의 분석 방법을 연구한다. 이를 위하여, 3가지의 다변량 시계열분석 모형(계절형 공적분 모형, 계절형 가변수를 가지는 비계절형 공적분 모형, 차분을 이용한 벡터자기회귀모형)을 고려하고, 한국의 실제 거시경제 자료를 이용하여 3가지 모형의 예측력을 비교한다. 공적분 모형은 단기적 예측에서 우수하였고, 장기적 예측에서는 차분을 이용한 벡터자기회귀모형이 우수하였다.

주요용어: 계절형 시계열, 계절형 공적분, 벡터자기회귀, 계절형 가변수.

1. 서론

최근, 시계열자료를 포함한 대부분의 자료들은 다변량(multivariate) 또는 벡터의 형태로 존재하며, 고차원 자료(high dimensional data)도 점점 일반화되고 있다. 따라서, 다변량 시계열자료에 대한 분석 기법들은 자료를 모형화하고 예측하기 위하여 많은 관심을 불러 일으키고 있다. 대표적인 다변량 시계열모형으로는 벡터자기회귀이동평균(vector ARMA) 모형, 공적분(cointegration) 모형, 다변량 GARCH 모형 등을 들 수 있을 것이다. 좀더 다양한 다변량 모형들을 위해서는 Lütkepohl (2005)을 참고하여라.

대부분의 시계열자료들은 어떤 정해진 시간 간격으로 관측되어진다. 특히, (거시) 경제 자료들은 월별 또는 분기별로 관측되는 경우가 많다. 이러한 관측주기(observation frequency) 뿐만 아니라, 인간의 생활은 대부분 계절 및 기후에 종속되기 때문에, 이러한 시계열자료들이 계절성(seasonality)을 가지는 것은 당연하다고 할 수 있다. 시계열분석 분야에서 이러한 계절성을 모형화하기 위한 노력은 부단히 계속되고 있다. 대표적으로, 계절조정(seasonal adjustment)과 관련되는 계절성 분해 방법, 결정적(deterministic) 및 확률적(stochastic) 계절성의 구별 문제, 계절형 공적분(seasonal cointegration) 등 많은 관련 연구들을 찾아볼 수 있다. 계절형 시계열자료 분석에 관한 자세한 내용은 Ghysels와 Osborn (2001)을 참고하여라.

계절형 공적분 모형은 Hylleberg 등 (1990, HEGY)의 계절형 단위근(seasonal unit roots)의 소개 및 Lee (1992)의 계절형 공적분의 최대가능도(maximum likelihood) 추정법의 소개 이후로 널리 사용되어지는 모형으로서, 단위근의 개념을 계절형 개념으로 확장하고, 각 계절형 단위근에서의 공적분 개념을 고려하는 것이다. 계절형 공적분 모형의 분석법 및 이를 위한 계절형 오차수정모형(SECM; seasonal error correction model)의 여러 형태들이 많은 문헌들에서 연구되었으며, 대표적인 연구로는 Ahn과 Reinsel (1994), Johansen과 Schaumburg (1999, JS), Cubadda (2001) 등을 들 수 있다. Ahn과 Reinsel

이 논문은 2009년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 기초연구사업 지원을 받아 수행된 것임(과제번호: 2009-0071493).

[1] (156-756) 서울시 동작구 흑석동 221번지, 중앙대학교 응용통계학과, 조교수. E-mail: bcseong@cau.ac.kr

(1994)의 SECM은 모든 계절형 단위근에서의 공적분을 동시에 추정(simultaneous estimation)할 수 있다는 장점이 있으며, 가우시안 축소계수(Gaussian reduced rank) 방법을 통하여 추정되어지는 특징이 있다. JS는 Lee (1992)의 SECM을 수정 및 확장한 형태로 볼 수 있으며, 한번에 한 개의 계절형 단위근에서의 공적분을 부분회귀(partial regression)를 통하여 추정한다. Cubadda (2001)는 JS의 복잡한 추정과정을 오직 1-사분면 및 2-사분면에 존재하는(existing on the upper half unit circle) 계절형 단위근을 고려하는 SECM을 사용하여 단순화시켰다. 또한, Löf와 Lyhagen (2002)는 여러 형태의 SECM들 간의 예측력을 비교하였다.

이와 같은 맥락에서, 본 논문은 우리가 주위에서 흔히 접할 수 있는 시계열자료의 형태인 계절성을 가지는 다변량 비정상(nonstationary) 시계열자료를 모형화하는 방법을 연구한다. 대표적인 3가지 모형으로, 계절형 공적분 모형, 계절형 가변수(seasonal dummies)를 가지는 비계절형(nonseasonal) 공적분 모형, 차분(differencing)을 이용한 벡터자기회귀(vector AR) 모형을 고려하고 이들의 예측력(forecasting performance)을 비교한다. 이용된 실제 자료는, 한국의 거시경제 자료로서 1970년부터 2009년까지의 사분기별 실질 민간소비(household consumption), 실질 총고정자본(fixed investment), 실질 국내총생산(gross domestic production) 자료를 사용하였다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서 주요한 계절성을 위한 다변량 시계열모형을 간단하게 소개하고, 3장에서 실제 자료인 한국 거시경제자료를 이용하여 계절형 다변량 시계열모형들의 예측력을 비교한다. 4장에서 결론을 맺는다.

2. 다변량 계절형 시계열모형

본 논문에서는 m-차원의 확률과정 $\{X_t\}$가 다음의 결정적 추세를 포함하는 벡터자기회귀모형 VAR(p)를 따른다고 가정한다,

$$\Pi(L)X_t = \left(I_m - \sum_{j=1}^{p} \Pi_j L^j\right) X_t = \Phi D_t + \varepsilon_t. \tag{2.1}$$

여기서, L은 후진작용소(backshift operator)로서 $L^j X_t = X_{t-j}$을 만족하고, ε_t는 iid $N_m(0, \Omega)$를 따르고, D_t는 행렬 Φ를 계수로 가지면서 절편항(constant; I), 계절형 가변수(seasonal dummies; S) 및 선형추세(linear trend; T)를 포함할 수 있는 결정적 추세를 나타낸다. $X_0, \ldots, X_{-p+1}$은 초기값으로 주어진 값이며, 특성방정식(characteristic equation) $|\Pi(z)| = 0$의 근은 단위근 위 또는 바깥에 존재하는 것을 가정한다.

시계열분석에서 계절성을 다루는 대표적인 방법은 두가지로 고려될 수 있다. 계절성을 결정적 추세로 간주하여 가변수를 사용하여 모형화하는 방법과 확률적 추세로 간주하여 차분을 통하여 모형화하는 방법이다. 전자의 방법은 계절조정을 위하여 흔히 사용되며, 후자는 단위근 과정(unit root process)과 관련되어 잘 알려져 있다. 따라서, 계절성을 가지는 다변량 비정상 시계열자료의 분석을 위하여, 다음의 3가지 모형을 고려할 수 있을 것이다.

(1) 계절형 공적분 모형,

(2) 계절형 가변수를 가지는 비계절형 공적분 모형,

(3) 차분을 이용한 벡터자기회귀모형.

왜냐하면, 계절성을 결정적 추세로 간주할 것인지 확률적 추세로 간주할 것인지에 따라 다변량 시계열모형이 다르기 때문이다. 계절형 가변수를 가지는 비계절형 공적분 모형은 계절성을 결정적 추세로만

모형화하는 관점으로 볼 수 있으며, 차분을 이용한 벡터자기회귀모형은 계절성을 확률적 추세로만 모형화하는 관점으로 볼 수 있고, 계절형 공적분 모형은 두가지 관점을 동시에 포괄하는 측면으로 볼 수 있다.

첫번째로, 계절형 공적분 모형은 단위근의 개념을 $z = 1$ 이외에 $|z| = 1$을 만족하는 계절형 단위근 개념으로 확장하고, 각 계절형 단위근에서의 공적분 개념을 고려하는 것이다. 본 논문에서는 Ahn과 Reinsel (1994)에 의한 SECM의 형태를 이용하기로 하며, 편의상 사분기별 계절형 시계열자료를 위한 오차수정모형의 형태만 살펴보기로 한다. 확장된 형태(예를 들면, 월별 시계열자료)를 위해서는 Ahn 등 (2004)을 참고하면 된다. 사분기별 계절형 단위근은 $z = 1, -1, i, -i$ (각각 계절주기(frequency) $\theta = 0, \pi, \pi/2, 3\pi/2$에 해당)이므로 Ahn과 Reinsel (1994)에 의하여 계절형 공적분을 위한 SECM은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\Pi^*(L)Z_t = A_1B_1U_{t-1} + A_2B_2V_{t-1} + (A_3B_4 + A_4B_3)W_{t-1} + (A_4B_4 - A_3B_3)W_{t-2} + \Phi D_t + \varepsilon_t. \tag{2.2}$$

여기서, $Z_t = (1-L^4)X_t$, $U_t = (1+L)(1+L^2)X_t$, $V_t = (1-L)(1+L^2)X_t$, $W_t = (1-L^2)X_t$이고, $\Pi^*(L)$는 $(p-4)$차의 행렬 다항식이며, A_j와 B_j는 각각 $m \times r_j$와 $r_j \times m$ 차원의 행렬로서 계수(rank)는 $r_j\,(j = 1, \ldots, 4)$이다. 단, $r_3 = r_4$. $r_1, r_2, r_3(r_4)$은 각각 계절주기 $\theta = 0, \pi, \pi/2(3\pi/2)$ (또는, 계절형 단위근 $1, -1, i(-i)$)에서의 공적분 계수(cointegrating rank)라고 부르며, B_1U_t, B_2V_t, $(B_3 + B_4L)W_t$와 $(B_4 - B_3L)W_t$는 정상 과정(stationary processes)으로서 공적분 관계(cointegrating relationships)를 나타낸다.

두번째로 고려할 수 있는 다변량 계절형 시계열모형으로서, 계절성을 결정적 추세로만 간주하고 다변량 시계열의 비정상성(nonstationarity)은 비계절형 공적분 관계로 모형화하는 것이다. 따라서, 다음과 같은 비계절형 오차수정모형을 고려할 수 있다.

$$\Pi^{**}(L)(1 - L)X_t = \alpha\beta' X_{t-1} + \Phi D_t + \varepsilon_t. \tag{2.3}$$

단, α와 β는 각각 $m \times r$차원의 행렬로서 계수는 $r\,(\leq m)$이며, $\Pi^{**}(L)$는 $(p-1)$차의 행렬 다항식이다. 이 모형은 단위근 $z = 1$(계절주기 $\theta = 0$)에서의 공적분 관계만 고려하는 것이고, α와 β의 행렬의 계수인 r이 공적분 계수를 나타낸다. 비계절형 공적분 모형의 분석법 및 오차수정모형 (2.3)에 관한 이론적 배경은 Johansen (1996)을 참고하면 된다.

세번째는, 공적분 관계를 무시하고 다변량 시계열을 구성하는 단변량(univariate) 시계열들의 확률적 추세(또는, 단위근)의 종류에 의하여 차분을 통하여 다변량 계절성 시계열자료를 모형화하는 것이다. 예를 들어, 모든 단변량 시계열들이 공통적으로 $z = 1, -1, i, -i$의 단위근을 가지고 있다면, 다음과 같은 모형을 고려할 수 있을 것이다,

$$\Pi^{***}(L)(1 - L^4)X_t = \Phi D_t + \varepsilon_t. \tag{2.4}$$

여기서, $\Pi^{***}(L)$는 $(p-4)$차의 행렬 다항식이다. 유의할 것은, 모형 (2.1)의 확률과정 $\{X_t\}$가 공적분 관계를 가지고 있음에도 불구하고 모형 (2.4)에 의하여 시계열자료를 모형화할 경우 가역성(invertibility) 조건에 위배될 수 있음이 알려져 있다 (Hamilton, 1994). 또한, 공적분 관계에 의한 장기적 균형(long-run equilibrium)에 관한 추론을 할 수 없다는 단점이 있다.

3가지 모형 중, 계절형 공적분 모형이 일반적이라고 보여지나 모형이 복잡하고 모형화 과정 및 모형의 해석이 힘든 관계로 그 사용 빈도는 비계절형 공적분 모형보다 낮다. 또한, 계절형이든 비계절형이든 공적분 모형에서 가장 중요한 분석 단계인 공적분 계수의 결정은 D_t의 형태 및 벡터자기회귀모형의 차수 p값에 따라 달라지는데, 이로 인하여 위에서 소개된 3가지 모형에 대한 정해진 사용 기준은 없다. 특히, D_t의 형태 결정에 대한 일반적인 기준이 없고, p의 결정 또한 분석자의 선호에 따라 AIC(Akaike information criterion), BIC(Schwarz Bayesian information criterion), HQ(Hannan-Quinn criterion) 등의 최소화 기준 중에서 선택하여 사용하기 때문에 더욱 그러하다.

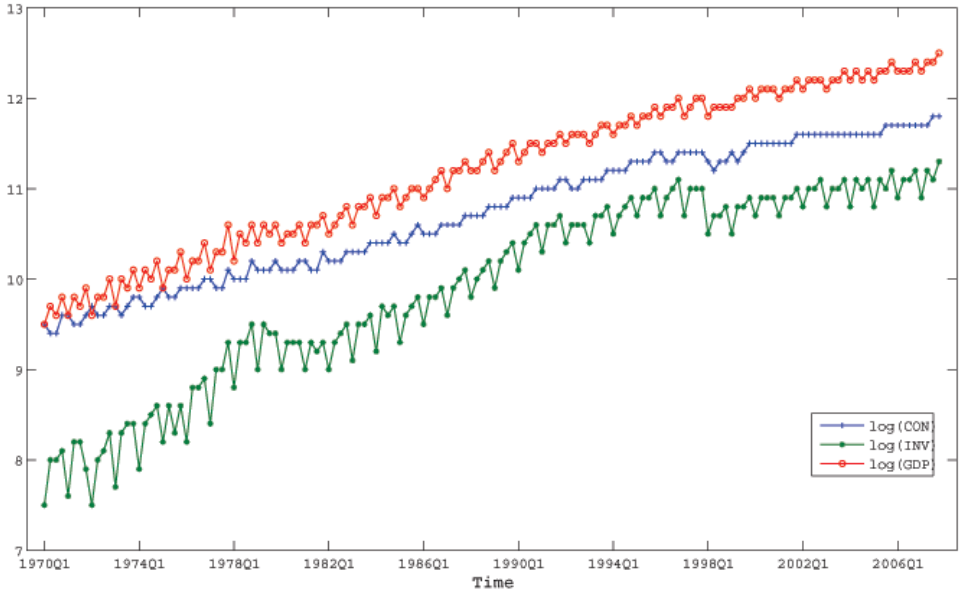

그림 1: *1970년 1/4분기부터 2007년 4/4분기까지 로그변환된 3가지 변수(*log*(CON),* log*(INV),* log*(GDP))의 시계열도표*

3. 한국 거시경제자료 분석

2장에서 소개된 3가지 다변량 계절형 시계열모형의 예측력을 평가하기 위하여, 한국의 3가지 거시경제지표인 실질 민간소비(CON), 실질 총고정자본(INV), 실질 국내총생산(GDP)의 실제 자료를 사용하였다. 참고로, 이 3가지 거시경제변수는 공적분 모형의 적용예로서 흔히 사용되는 다변량 시계열이다 (Chatterjee와 Ravikumar, 1992; Cubadda, 2001). 자료의 출처는 한국은행 경제통계시스템(http://ecos.bok.or.kr/)이며, 기간은 1970년 1/4분기부터 2009년 4/4분기까지이다. 2007년 4/4분기까지의 자료는 각 시계열모형의 모형화(modeling)를 위하여 사용되었으며, 이후의 자료는 모형들의 예측력 비교를 위하여 사용하였다. 구체적으로 예측력을 비교한 방법은 3.2절에서 설명되어질 것이다. 3가지 변수 CON, INT, GDP는 분산안정화(variance stabilization)를 위하여 로그변환하였다. 그림 1은 1970년 1/4분기부터 2007년 4/4분기까지의 로그변환된 3가지 변수의 시계열도표(time series plot)를 그린 것이다. 전반적으로 증가하는 추세와 계절성을 가짐을 알 수 있고, 3가지 변수 사이에 공통된 움직임(comovement) 또는 공적분의 존재 가능성을 추측할 수 있다.

계절형 공적분 모형을 추정하기 위하여 Ahn 등 (2004)의 MATLAB 코드를 사용하였으며, 나머지 모형은 다변량 시계열자료의 분석에 초점을 맞춘 프로그램인 JMulTi4(http://www.jmulti.com)를 사용하였다.

3.1. 계절형 단위근 검정

먼저, 각 시계열변수의 비정상성 정도를 검정하기 위하여 각 계절주기에서의 계절형 단위근 검정을 HEGY 방법에 의하여 실시하였다. 검정을 위하여, 자기회귀모형(AR)의 차수(order)는 각 변수에 대하여 AIC의 최소화를 통하여 결정하였고 결정적 추세 D_t는 3가지 종류(절편항, 계절형 가변수, 선형추세; I, S, T)를 모두 포함하였다. 표 1에서 볼 수 있는 것처럼, 모든 계절주기에서 단위근이 존재한다는

표 1: 시계열변수 log(CON), log(INV) 및 log(GDP)에 대한 HEGY 검정

변수명	AR 차수	D_t의 종류	계절주기(θ)별 검정통계량		
			$\theta = 0$	$\theta = \pi$	$\theta = \pi/2$
log(CON)	4	I, S, T	−0.6585	−2.0952	4.8256
log(INV)	9	I, S, T	−0.6760	−1.2550	3.8723
log(GDP)	5	I, S, T	−0.3242	−1.4027	3.4976

주: 1970년 1/4분기부터 2007년 4/4분기까지의 자료가 사용되었으며, 모든 경우에 있어서 계절형 단위근이 존재한다는 귀무가설은 기각되지 않는다. 유의수준 5%.

표 2: 다변량 시계열(log(CON), log(INV) 및 log(GDP))에 대한 계절형 공적분 검정 결과

귀무가설	계절주기(θ)별 LR 검정통계량			계절주기(θ)별 기각치		
	$\theta = 0$	$\theta = \pi$	$\theta = \pi/2$	$\theta = 0$	$\theta = \pi$	$\theta = \pi/2$
$H_0 : r = 0$	20.30	52.81*	142.33*	31.4	31.4	56.1
$H_0 : r \leq 1$	9.12	20.47*	47.30*	17.9	17.9	30.8
$H_0 : r \leq 2$	1.49	3.93	5.23	8.1	8.1	13.2

주: 1970년 1/4분기부터 2007년 4/4분기까지의 자료가 사용되었으며, *표시는 유의수준 5%에서 귀무가설이 기각됨을 나타낸다. 계절주기별 기각치는 Seong (2009)를 참고하였다.

표 3: 다변량 시계열(log(CON), log(INV) 및 log(GDP))에 대한 비계절형 공적분 검정 결과

귀무가설	LR 검정통계량	유의수준 5%의 기각치
$H_0 : r = 0$	52.57*	35.07
$H_0 : r \leq 1$	15.00	20.16
$H_0 : r \leq 2$	5.01	9.14

주: 1970년 1/4분기부터 2007년 4/4분기까지의 자료가 사용되었으며, *표시는 유의수준 5%에서 귀무가설이 기각됨을 나타낸다.

귀무가설은 유의수준 5%에서 기각되지 않았다. 유의수준 5%의 기각치(critical values)는 각 계절주기 $\theta = 0, \pi, \pi/2$에 대하여 −3.39, −2.82, 6.55이다. 이 기각치들은 Franses와 Hobijn (1997)을 참고하여라.

3.2. 계절형 공적분 모형

계절형 단위근의 존재성은 계절형 공적분 분석으로 연결될 수 있을 것이며, 이를 위하여 각 계절주기에서의 공적분 계수에 대한 검정이 선행되어야 한다. 벡터자기회귀모형의 차수를 AIC 기준에 의하여 $p = 6$으로 사용하고, Cubadda (2001)에 의하여 자취(trace)에 의한 가능도비(LR; likelihood ratio) 공적분 검정을 한 결과는 표 2와 같다. 여기서, 결정적 추세 D_t는 I, S, T를 모두 포함하였다.

표 2의 결과에 의하여, 계절형 공적분 모형을 위한 공적분 계수는 $(r_1, r_2, r_3) = (0, 2, 2)$로 결론지어진다. 단, (r_1, r_2, r_3)은 각각 $\theta = 0, \pi, \pi/2$에서의 공적분 계수를 나타낸다. 편의상, 예측력 비교를 위한 계산에서 계절형 공적분 모형의 공적분 계수 $(r_1, r_2, r_3) = (0, 2, 2)$와 벡터자기회귀모형의 차수 $p = 6$은 고정될 것이며, 모형화를 위한 표본기간에 따라서 SECM의 모수들(parameters)만 새롭게 추정될 것이다.

3.3. 비계절형 공적분 모형

다변량 시계열자료의 비정상성 및 계절성을 좀더 쉽게 모형화하기 위하여, 비계절형 공적분 모형을 이용할 수도 있다. 즉, 시계열자료의 비정상성은 1차 차분(first differencing)을 통하여 정상화되는 비계절형 공적분 모형으로 설명하고, 계절성은 결정적 추세 D_t로만 설명하는 것이다.

표 4: 3가지 계절형 모형의 예측력 비교

계절형 공적분 모형 (I, S, T 포함)									
변수명	예측 시차(n−lags)								
	1	2	3	4	5	6	7	8	합계
log(CON)	0.0051†	0.0093†	0.0149†	0.0183†	0.0167	0.0123	0.0081†	0.0050	0.0897†
log(INV)	0.0151†	0.0305†	0.0347†	0.0298†	0.0189†	0.0067	0.0044	0.0033†	0.1434†
log(GDP)	0.0055†	0.0107†	0.0174†	0.0205†	0.0178	0.0125	0.0070	0.0046	0.0962†
비계절형 공적분 모형 (I, S 포함)									
변수명	예측 시차(n−lags)								
	1	2	3	4	5	6	7	8	합계
log(CON)	0.0053	0.0131	0.0221	0.0281	0.0300	0.0234	0.0176	0.0107	0.1503
log(INV)	0.0173	0.0391	0.0559	0.0638	0.0628	0.0499	0.0444	0.0275	0.3608
log(GDP)	0.0062	0.0157	0.0271	0.0353	0.0385	0.0317	0.0225	0.0146	0.1915
차분을 이용한 벡터자기회귀모형 (I, S, T 포함)									
변수명	예측 시차(n−lags)								
	1	2	3	4	5	6	7	8	합계
log(CON)	0.0055	0.0115	0.0171	0.0190	0.0161†	0.0117†	0.0084	0.0043†	0.0936
log(INV)	0.0269	0.0429	0.0461	0.0392	0.0236	0.0056†	0.0029†	0.0041	0.1912
log(GDP)	0.0061	0.0138	0.0197	0.0212	0.0169†	0.0103†	0.0061†	0.0036†	0.0978

주: MSE 값은 동일한 예측시차별 예측오차의 제곱합을 나타내며, †표시는 MSE 값 중에서 최소값을 나타낸다. 합계는 모든 예측시차의 MSE를 더한 값이다.

주어진 시계열자료에 비계절형 공적분 모형이 적합되는 경우는, 결정적 추세에 I와 S가 포함되는 경우로 나타났다. I, S, T를 모두 포함시키면 공적분 관계가 존재하지 않았기 때문에 예측력 비교의 편의상, 결정적 추세는 I와 S만 포함하기로 한다. 표 3은 VAR(6)에서 Johansen (1988)의 자취에 의한 가능도비 공적분 검정을 유의수준 5%에서 시행한 결과이다. 즉, 모형 (2.3)을 위한 공적분 계수는 $r = 1$로 결론지어진다. 계절형 공적분 모형에서와 동일하게 예측력 비교를 위한 계산에서 공적분 계수 $r = 1$과 벡터자기회귀모형의 차수 $p = 6$은 고정될 것이며, ECM의 모수들만 새롭게 추정될 것이다.

3.4. 차분을 이용한 벡터자기회귀모형

다변량 계절형 시계열모형으로서, 계절단위근의 존재성에 의하여 4차 차분 $(1 - L^4)$에 의한 벡터자기회귀모형을 고려할 수 있다. 주어진 시계열자료에서는, 계절형 및 비계절형 공적분 모형과의 공평한 비교를 위하여 차분된 변수의 차원에서 VAR(2)에 의하여 모형화하기로 한다. 수준변수 차원에서는 VAR(6)에 의하여 모형화하는 것이다. 결정적 추세는 I, S, T를 모두 포함하였다.

3.5. 예측력 비교

예측력을 비교하기 위해서는 다음과 같은 방법을 사용하였다. 먼저, 표본기간을 2007년 4/4분기까지로만 잡고 각 시계열모형을 모형화(modeling)하고 이후의 관측치 8개(2008년 1/4분기부터 2009년 4/4분기)를 예측하였다. 이를 $n = 1, \ldots, 8$에 대하여 n-시차 후의 예측(n-step ahead forecast)이라고 표현하자. 그리고, 8개의 참값과 예측치에 의하여 예측오차(forecast error)를 계산하였다. 단, 예측오차는 수준변수(level variables) 차원에서 계산된 것이다. 다음 단계로, 표본기간을 1사분기 늘려서 2008년 1/4분기까지로 잡고 다시 각 시계열모형을 모형화하고 이후의 관측치 7개(2008년 2/4분기부터 2009년 4/4분기)에 대한 n-시차 후의 예측오차($n = 1, \ldots, 7$)를 계산하였다. 이와 같은 방법을 계속 사용하여, 표본기간으로 2009년 3/4분기까지의 자료를 이용해서 이후의 관측치 1개에 대한 예측오차까지 계산할 수 있다.

표 4는 동일한 예측 시차별 예측오차의 제곱합인 MSE(mean squared error)를 계산하고 각 시계열 변수별로 정리한 것이다. 우선, 모든 시차에 대한 MSE를 모두 더한 값인 '합계'로 평가할 경우, 계절형 공적분 모형의 예측력이 가장 우수하였다. 예측 시차별로 살펴보면, 상대적으로 단기적 예측으로 볼 수 있는 1-시차부터 4-시차까지 예측에서 계절형 공적분 모형이 우수한 것으로 나타났다. 5-시차부터의 예측에서는 공적분 모형보다는 차분을 이용한 벡터자기회귀모형의 예측이 더 우수하였다. 참고로, 3가지 모형 중 비계절형 공적분 모형에서 설정된 결정적 추세의 형태와 동일하게 모든 모형에 결정적 추세로서 I와 S만 포함한 경우, MSE 값을 계산하여 비교해 보면 비슷한 결과를 얻을 수 있으나, 단기적 예측에서 비계절형 공적분 모형이 계절형 공적분 모형보다 우수한 예측력을 가지는 경우가 몇몇 발생함을 확인하였다. 구체적인 MSE 값은 편의상 생략하였다.

단기적 예측에서 공적분 모형이 더 우수한 예측력을 보이는 이유는 명확하지 않지만, 공적분 모형이 자료에 더 민감한 성질을 지니고 있는 것이 이유인 것으로 보여진다. 예를 들면, 공적분 계수가 시간이 경과함에 따라 변화하여 주어진 (일정한) 공적분 모형이 옳지 않을 수 있다. 예를 들어, 주어진 자료에서 표본기간을 2008년 4/4분기 자료로 하면, 계절형 공적분 계수는 $(r_1, r_2, r_3) = (0, 2, 2)$이 아닌 $(r_1, r_2, r_3) = (0, 1, 2)$으로 변화한다. 또한, 공적분 모형은 변화점(chang point) 등에 의하여 허구적(spurious) 결과를 줄 수 있음이 알려져 있다 (Seong 등, 2008).

4. 결론

최근 다변량 계절형 시계열자료에 대한 분석 기법들은 여러 분야에서 많은 관심을 불러 일으키고 있다. 본 논문에서는, 계절조정에 의하지 않고 계절성을 직접적으로 다루기 위한 대표적인 3가지 모형으로서, 계절형 공적분 모형, 계절형 가변수를 가지는 비계절형 공적분 모형 및 차분을 이용한 벡터자기회귀모형을 소개한다. 이 모형들은 계절성을 결정적 추세로 간주할 것인지 확률적 추세로 간주할 것인지에 따라 그 사용이 결정된다고 볼 수 있다. 또한, 계절형 공적분 모형은 가장 일반적이라고 보여지나 모형이 복잡하고 모형화 과정 및 모형의 해석이 힘든 관계로 나머지 2가지 모형이 그 대안이 될 수도 있다. 본 논문에서는 3가지 모형의 예측력을 한국의 거시경제변수들을 사용하여 비교하였다. 예측 시차별 예측오차의 제곱합 관점에서 볼 때, 공적분 모형이 단기적 예측에서 유리하고, 장기적으로는 차분을 이용한 벡터자기회귀모형이 유리한 것으로 보인다.

참고 문헌

Ahn, S. K., Cho, S. and Seong, B. C. (2004). Inference of seasonal cointegration: Gaussian reduced rank estimation and tests for various types of cointegration, *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, **66**, 261–284.

Ahn, S. K. and Reinsel, G. C. (1994). Estimation of partially nonstationary vector autoregressive models with seasonal behavior, *Journal of Econometrics*, **62**, 317–350.

Chatterjee, S. and Ravikumar, B. (1992). A neoclassical model with seasonal fluctuations, *Journal of Monetary Economics*, **29**, 59–86.

Cubadda, G. (2001). Complex reduced rank models for seasonally cointegrated time series, *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, **63**, 497–511.

Franses, P. H. and Hobijn, B. (1997). Critical values for unit root tests in seasonal time series, *Journal of Applied Statistics*, **24**, 25–47.

Ghysels, E. and Osborn, D. R. (2001). *The Econometric Analysis of Seasonal Time Series*, Cambridge University Press.

Hamilton, J. D. (1994). *Time Series Analysis*, Princeton University Press, Princeton.

Hylleberg, S., Engle, R. F., Granger, C. W. J. and Yoo, B. S. (1990). Seasonal integration and cointegration, *Journal of Econometrics*, **44**, 215–238.

Johansen, S. (1988). Statistical analysis of cointegration vectors, *Journal of Economic Dynamics and Control*, **12**, 231–254.

Johansen, S. (1996). *Likelihood-Based Inference in Cointegrated Vector Autoregressive Models,* 2^{nd} *edition,* Oxford University Press, Oxford.

Johansen, S. and Schaumburg, E. (1999). Likelihood analysis of seasonal cointegration, *Journal of Econometrics*, **88**, 301–339.

Lee, H. S. (1992). Maximum likelihood inference on cointegration and seasonal cointegration, *Journal of Econometrics*, **54**, 1–47.

Löf, M. and Lyhagen, J. (2002). Forecasting performance of seasonal cointegration models, *International Journal of Forecasting*, **18**, 31–44.

Lütkepohl, H. (2005). *New Introduction to Multiple Time Series Analysis*, Springer.

Seong, B. (2009). Bonferroni correction for seasonal cointegrating ranks, *Economics Letters*, **103**, 42–44.

Seong, B., Ahn, S. K. and Jeon, Y. (2008). A note on spurious regression in seasonal time series, *Journal of Statistical Computation and Simulation*, **78**, 843–851.

2010년 8월 접수; 2010년 11월 채택

Comparison of Forecasting Performance in Multivariate Nonstationary Seasonal Time Series Models

Byeongchan Seong[1,a]

[a]Department of Statistics, Chung-Ang University

Abstract

This paper studies the analysis of multivariate nonstationary time series with seasonality. Three types of multivariate time series models are considered: seasonal cointegration model, nonseasonal cointegration model with seasonal dummies, and vector autoregressive model in seasonal differences that are compared for forecasting performances using Korean macro-economic time series data. The cointegration models produce smaller forecast errors in short horizons; however, when longer forecasting periods are considered the vector autoregressive model appears preferable.

Keywords: Seasonal time series, seasonal cointegration, vector autoregression, seasonal dummies.

This research was supported by Basic Science Research Program through the National Research Foundation of Korea(NRF) funded by the Ministry of Education, Science and Technology(grant number: 2009-0071493).

[1] Assistant Professor, Department of Statistics, Chung-Ang University, 221, Heukseok-dong, Dongjak-gu, Seoul 156-756, Korea. E-mail: bcseong@cau.ac.kr