

研究論文

점성 및 난류 효과를 고려한 강한 불안정 데토네이션 과의 수치 해석

강기하* · 신재렬** · 조덕래*** · 최정열****†

Numerical Analysis of a Highly Unstable Detonation Considering Viscosity and Turbulence Effects

Ki-Ha Kang* · Jae-Ryul Shin** · Deok-Rae Cho*** · Jeong-Yeol Choi****†

ABSTRACT

It has been suggested that turbulent effect should be considered for the study of highly unstable detonation of hydrocarbon fuels, as in the case of pulse detonation engine (PDE). A series of numerical study are carried out to understand the characteristics of the highly unstable detonation by considering viscosity, turbulence model and turbulence-combustion interaction model. Through studies of the different levels of modeling, it is understood that the viscosity and turbulence have negligible effects on low frequency characteristics, but tend to enhance the high frequency characteristics. It is also considered that the turbulence-chemistry interaction model should be taken the influence of the activation energy into account for detonation studies.

초 록

펄스 데토네이션 엔진에서와 같이 탄화수소를 연료로 하는 데토네이션 파는 강한 불안정성을 가지며 난류 연소 효과를 고려한 연구를 수행하여야 함이 제시된 바 있다. 본 연구에서는 강한 불안정성을 가지는 데토네이션 파의 구조를 이해하기 위하여 비점성 해석, 점성 해석, 난류 모델 및 간단한 난류 연소 모델을 고려한 수치 해석 연구를 수행하였다. 모델링 수준에 따른 연구를 통하여 점성 및 난류는 저주파 특성에는 거의 영향이 없으나, 고주파 특성을 강화하는 경향이 있는 것으로 보인다. 한편, 데토네이션 연구를 위한 난류-연소 상호 작용 모델에는 활성화 에너지의 영향이 고려되어야 하는 것으로 여겨진다.

Key Words: Highly Unstable Detonation(강한 불안정 데토네이션), Viscous Effect(점성 효과), Turbulence Combustion Interaction(난류 연소 상호작용)

접수일 2011. 6. 29, 수정완료일 2011. 7. 22, 게재확정일 2011. 7. 28

* 정회원, (주)한화 여수공장

** 정회원, (주)대우건설 기술연구원

*** 정회원, 부산대학교 대학원 항공우주공학과

**** 종신회원, 부산대학교 항공우주공학과

† 교신저자, E-mail: aerochoi@pusan.ac.kr

1. 서 론

폭발 현상의 산업적, 군사적 이용 및 재난 방
지와 관련하여 Alfred Nobel을 비롯한 많은 과

학자들이 기체는 물론, 고체 또는 혼합 상태의 데토네이션 현상에 대한 많은 연구를 진행하여 왔다. 제2차 세계 대전 이후에는 항공우주 추진 기관에 이용을 위한 연구들이 진행되었으며, 지난 10여 년 동안 진행된 펄스 데토네이션 엔진(Pulse Detonation Engine, PDE) 연구는 기체 상(phase) 데토네이션, 특히 탄화수소 연료 공기 혼합기의 데토네이션 현상에 대한 관심을 증대시켰다.

기체 상태 데토네이션 파는 엔트로피가 최대가 되는 정상 상태 해인 Chapman-Jouguet (C-J) 조건을 전후로 진동하는 근원적 불안정성을 가지는데, 이러한 불안정성은 삼중점 교차(triple-shock interactions)에 따른 데토네이션 셀 구조로 대표된다[1]. 전산 유체역학 기법이 개발된 이후 지난 20년간, 실험적으로 관찰하기 어려운 데토네이션 파의 불안정성 및 파의 구조가 수치적인 방법에 의하여 규명되어 왔으며, 최근 레이저 광학 기법에 의한 계측으로 이론적 연구 결과들이 확인되고 있다[2, 3]. 그러나 전체 길이 척도에 비하여 매우 작은 길이를 가지는 반응 영역을 포착하여야 하는 데토네이션 파의 미세 구조에 대한 연구는 여전히 논란이 되고 있는 부분이다. Gavrikov 등은 격자 해상도 문제에 따른 반응 영역과 셀 크기 간의 관계를 수치해석을 통하여 알아보았으며[4], Sharpe 등은 데토네이션 전파에서 격자 해상도에 따라 강한 횡파가 파면 구조에 미치는 영향에 대해 연구하였다[5].

기존에 많은 연구가 진행된 수소 연료의 데토네이션 현상은 셀 구조로 대표되는 불안정성이 규칙적인 약한 불안정 데토네이션 현상인 반면, 추진기관에서 고려되는 탄화수소 연료의 데토네이션 현상은 셀 구조의 불규칙성이 강한 불안정 현상으로 알려져 있으며, 불안정한 파면에서 발생하는 난류는 데토네이션 파의 연소 현상과 강한 간섭을 발생시키는 것으로 알려져 있다[6, 7]. Bourlioux 등은 열 방출, 활성화 에너지, 과열 상태의 변화에 의한 불안정 데토네이션 후류의 이차원 난류 천이를 모사했으며[8], Radulescu 등은 데토네이션 파에서 난류 발생 기구 및 파

의 불안정성에 미치는 영향을 살펴보고 일차원적인 모델링을 시도하였다[9].

그러나 데토네이션 파 해석에 대한 기존의 수치적 연구는 대부분 비점성 해석에 기반하거나, 점성 효과가 불안정성의 소산에 미치는 영향에 대한 연구 등이 수행되었지만[10], 난류와 연소의 상호 작용이 파면의 안정성에 미치는 영향에 대한 연구는 드문 상황이다. 따라서 본 연구는 기존의 난류 및 난류 연소 해석에 일반적으로 이용되는 모델을 이용하여 난류의 영향이 강한 불안정성을 가지는 데토네이션 파의 동적 거동에 미치는 영향을 살펴보았다.

2. 모델링 및 해석 기법

본 연구에서는 방정식의 모델링 수준이 해석 결과에 미치는 영향을 살피기 위하여 비점성 Euler 방정식에 의한 해석, 점성을 고려한 Navier-Stokes 방정식을 이용한 해석 그리고 LES 필터링 기반의 난류 모델을 포함한 해석 및 최종적으로 간단한 난류 연소 상호 작용 모델을 고려한 해석을 비교하였다. 해석에 이용한 방정식 및 모델을 정리하면 다음과 같다.

2.1 보존방정식 및 해석 기법

데토네이션 파 해석을 위하여 반응 진행 변수, Z의 보존 방정식과 연계된 보존형의 2차원 압축성 Navier-Stokes 방정식을 이용하였다. 직교 좌표 계에서 Favre 평균을 적용한 압축성 방정식을 무차원화 된 보존형으로 Eq. 1과 같이 정리할 수 있다. 여기서 \mathbf{S} 는 생성항 벡터이다.

$$\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial y} = \frac{\partial \mathbf{F}_v}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{G}_v}{\partial y} + \mathbf{S} \quad (1)$$

위 식의 각 벡터에 대한 표현식은 Eq. 2에서와 같이 표현되며, 여기서 \bar{w} 는 반응물의 질량 생성율이다.

비점성 해석을 수행하는 경우 위 식에서 \mathbf{F}_v 항과 \mathbf{G}_v 항은 무시 된다. 본 연구에서 점성 확산

$$\begin{aligned}
 \mathbf{Q} &= \begin{bmatrix} \bar{\rho} \\ \bar{\rho}\tilde{u} \\ \bar{\rho}\tilde{v} \\ \bar{e} \\ \bar{\rho}\tilde{Z} \end{bmatrix} & \mathbf{F} &= \begin{bmatrix} \bar{\rho}\tilde{u} \\ \bar{\rho}\tilde{u}^2 + \bar{p} \\ \bar{\rho}\tilde{u}\tilde{v} \\ (\bar{e} + \bar{p})\tilde{u} \\ \bar{\rho}\tilde{u}\tilde{Z} \end{bmatrix} & \mathbf{G} &= \begin{bmatrix} \bar{\rho}\tilde{v} \\ \bar{\rho}\tilde{u}\tilde{v} \\ \bar{\rho}\tilde{v}^2 + \bar{p} \\ (\bar{e} + \bar{p})\tilde{v} \\ \bar{\rho}\tilde{v}\tilde{Z} \end{bmatrix} \\
 \mathbf{F}_v &= \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xx} \\ \tau_{xy} \\ (f_v)_4 \\ \bar{\rho}\nu_t \frac{\partial \tilde{Z}}{Sc_t \partial x} \end{bmatrix} & \mathbf{G}_v &= \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{yx} \\ \tau_{yy} \\ (g_v)_4 \\ \bar{\rho}\nu_t \frac{\partial \tilde{Z}}{Sc_t \partial y} \end{bmatrix} & \mathbf{S} &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \bar{\omega} \end{bmatrix} \quad (2)
 \end{aligned}$$

에 대한 질량 확산 및 열 확산을 정의하는 Schmidt 수와 Prandtl 수는 각각 1.0을 사용하였다. 이상 기체 상태 방정식과 전 에너지에 대한 정의를 이용하여 압력은 다음과 같이 표현된다.

$$\bar{p} = (\gamma - 1)\bar{\rho} \left\{ \bar{e} - \frac{1}{2}(\tilde{u}^2 + \tilde{v}^2) + \tilde{Z}q \right\} \quad (3)$$

여기서 각각 γ 는 비열 비, q 는 단위 질량 당 발열량을 뜻한다.

2.2 지배 방정식의 수치 해법

위의 지배 방정식은 유한체적법을 이용하여 이산화하였다. 대류항의 수치 플럭스는 일반적으로 가장 많이 사용되는 Roe의 근사 Riemann 해법과 5차의 MUSCL (Monotone Upstream Centered Schemes for Conservation Law) TVD 기법을 이용하였으며[11], 점성항은 이차의 중심차분법을 이용하여 이산화하였다. 이산화된 방정식은 OpenMP를 이용하여 병렬화하였고, 시간적분에는 4차 정확도의 4단계 표준 Rung-Kutta 시간 적분 기법을 이용하였다. 해석 기법에 대한 더욱 자세한 내용은 이전의 연구에 기술 되어 있으므로 본 논문에서는 생략하기로 한다[12, 13].

2.3 Smagorinsky 난류 모델

난류 유동의 해석에는 DNS (Direct Numerical Simulation), LES (Large Eddy Simulation),

RANS (Reynolds Averaged Navier-Stokes) 기반 모델을 고려 할 수 있으나, 강한 비정상 상태 유동 특성을 가지는 강한 불안정 데토네이션 파를 고려함에 있어 정상 상태에 근거한 RANS 기반 해석은 기본적으로 제한적인 면이 있으며, DNS는 해상도의 측면에 제한이 있으므로, 비록 삼차원 난류 효과를 과소평가 할 수 있지만 비정상 난류 유동의 정성적 영향을 살펴보기 위한 목적으로 본 연구는 LES 모델에 근거한 이차원 해석을 수행하였다. 본 연구에서는 SGS (Sub-Grid Scale) 모델링 중 가장 기초적인 모델인 Smagorinsky-Lilly 모델을 이용하였다[14, 15]. 이때 난류 점성 계수는 다음과 같이 결정된다.

$$\overline{u'_i u'_i} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \overline{u'_k u'_k} = -2\nu_t \overline{S_{ij}} \quad (4)$$

$$\overline{S_{ij}} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (5)$$

$$\nu_t = (C_s \Delta)^2 \left(2 \overline{S_{ij} S_{ij}} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (6)$$

여기서 C_s 는 Smagorinsky 상수로 0.18의 표준값을 이용하였고, Δ 는 SGS 길이 척도로써 격자의 크기를 이용하였다.

2.4 비가역 Arrhenius 반응 모델

난류-연소 상호작용을 고려하지 않은 계산에서 화학반응은 층류 유동에서와 같이 Arrhenius 반응속도를 따르는 것으로 가정하였다. 일단계 비가역 반응을 고려하여 Eq. 2에서 반응 물질의 질량 생성율, $\bar{\omega}$ 은 활성화 에너지 E 와 pre-exponential factor k 를 이용하여 다음과 같이 표현된다.

$$\bar{\omega} = (1 - \tilde{Z})k \exp(-E\bar{\rho}/\bar{p}) \quad (7)$$

2.5 Eddy Break-Up (EBU) 난류 연소 모델

난류-연소 상호 작용을 고려하기 위한 가장 간단한 방법으로 본 연구에서는 난류 연소 상호

작용 모델 가운데 가장 간단한 형태인 EBU 모델을 이용하였다[16, 17]. EBU 모델은 일단계 비가역 과정이고 화학 반응 시간이 짧아 반응 생성율은 화학 반응보다 난류 혼합에 지배를 받는다는 가정에 근거한다. LES 해석에서 난류 시간 척도를 고려하여 EBU 반응 속도는 다음과 같이 정의된다. 본 연구에서 EBU 반응 속도 상수, $C_{EBU}=0.9$ 를 사용하였다.

$$\bar{\omega} = C_{EBU} \frac{\bar{\rho}}{\tau_t} \tilde{Z}(1 - \tilde{Z}) \quad (8)$$

LES 해석에서 난류 시간 척도는 다음과 같이 정의 될 수 있다.

$$\tau_t = 1 / (2 \overline{S_{ij} S_{ij}})^{1/2} \quad (9)$$

2.6 계산 격자 및 해석 조건

본 연구에서는 강한 불안정을 가지는 데토네이션 파의 구조와 전파 특성을 살펴보기 위하여 Austin 등의 실험에서 이용한 $C_3H_8+5O_2+9N_2$ 혼합기 조건을 고려하였으며[18], 이에 해당하는 열화학적 변수 값을 Table 1 에 정리하였다.

계산 영역으로는 균등 분할된 긴 형태의 사각 격자를 계산 영역으로 선택하였으며 계산 영역의 높이 H 를 1.0 으로 정하여 무차원화 하였다. 계산 영역에서 데토네이션 파면이 유지되는 곳으로 설정한 길이 방향 0.5에서 1.5사이의 영역은 일정한 격자 크기를 가지도록 하였다. 후방은 지수적으로 확장된 격자를 이용하여 출구 경계 조건이 파면의 동적 거동에 미치는 영향을 방지

Table 1. Summary of numerical cases

$\gamma_{unburnt}$, γ_{burnt}	1.336 , 1.161
M_{CJ}	6.7
k	400,000
E	80.1
q	65.3
Re_H	10^6
$\theta = E/RT_{VN}$	12.7

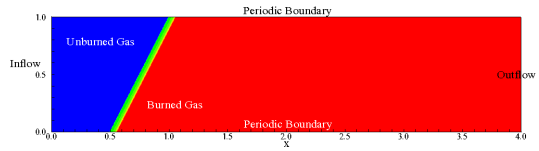


Fig. 1 Computational domain overlaid with initial condition

하였다. 길이 방향 격자로는 균일 영역에는 400 개, 전-후방 확장 영역에는 100개, 총 500개의 격자를 사용하였으며, 횡 방향으로로는 400개의 격자를 균일하게 배분하였다. 사용된 계산 영역의 횡 방향과 종 방향의 길이 비는 1:4 이다.

Figure 1은 계산 영역에 초기 조건을 중첩한 그림이다. 초기 조건으로는 1차원 정상 상태 ZND 해석의 결과로 얻어진 해를 일정한 격자 크기를 가지는 영역에 길이 방향으로 비스듬히 분배하여 강제적으로 불안정성을 유발시키는 방법을 택하였다. 입구 조건으로는 C-J 데토네이션 속도로 고정하였으며 양 벽면은 주기적 조건으로 설정하였다. 출구 경계에는 C-J 조건의 압력을 이용하여 출구 이전에서 C-J 조건을 만족하도록 특성 경계 조건을 적용하였다. 더 구체적인 사항은 이전의 연구에 기술된 바 있다[14, 15].

3. 결과 및 검토

앞에서 언급한 바와 같이 본 연구에서는 모델링 수준이 해석 결과에 미치는 영향을 살펴기 위하여 비점성 Euler 방정식에 의한 해석, 점성을 고려한 Navier-Stokes 방정식을 이용한 해석 그리고 LES 난류 모델을 고려한 해석 및 최종적으로 LES 해석에 EBU 연소 모델에 의한 해석을 비교하였다. LES 해석에 EBU 모델을 적용한 경우 이외에는 모두 Arrhenius 반응 모델을 이용하였다. 다음에서는 해석의 결과를 파면 구조 및 그을음 막 기록, 중심선 압력 변동의 순서로 살펴보았다.

3.1 데토네이션 파면 구조

Figure 2는 각 모델에 따른 강한 불안정 데토

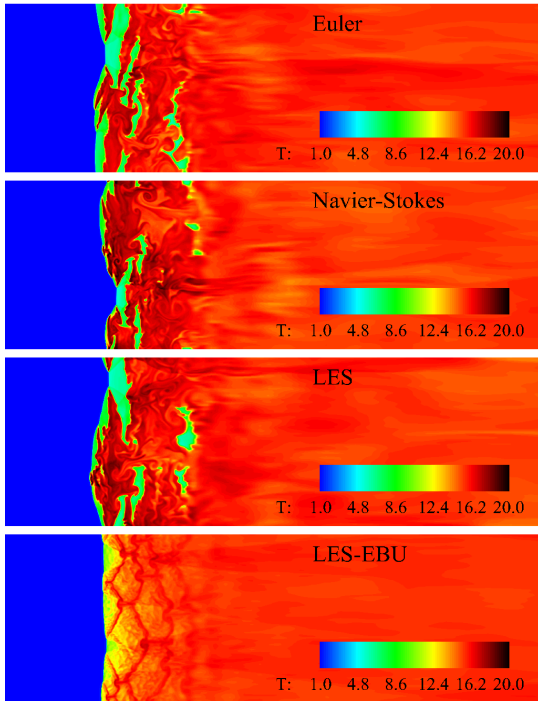


Fig. 2 Comparison of temperature distributions

네이션 파면의 구조를 살피기 위하여 온도 분포를 비교한 그림이다. 데토네이션 파면의 구조는 강한 불안정성의 영향으로 충격파 이후에 나타나는 연소면이 매우 불규칙한 양상을 보여주며 파면 후방에 다수의 미연 영역이 존재함을 알 수 있다. 같은 시간에서의 결과 임에도 불구하고, 많은 거리를 진행한 파면의 구조는 강한 불안정성에 의한 불규칙한 파면 구조가 누적된 결과로 인하여 서로 다른 모습을 보여준다.

그럼에도 불구하고 Arrhenius 반응 모델을 이용한 Euler 해석, Navier-Stokes 해석 및 LES 해석은 완만한 점화 지연 이후, 구배가 크고 심하게 일그러진 화염면이 나타나는 공통적 특징을 보여 주는 반면, EBU 모델을 이용한 경우에는 데토네이션 파면의 구조가 직선에 가깝고 대체로 완만한 구배를 보이는데, 이는 이전의 연구 결과에서 보여진 결과들과는 확연히 다른 모습이다. 이는 EBU 모델의 반응 속도가 난류 시간 척도에 의존하기 때문인 것으로 보이므로, 난류 효과를 반영하더라도 강한 불안정 데토네이션

파의 특징인 큰 활성화 에너지에 대한 영향을 반응속도에 고려하도록 모델의 개선을 하여야 할 것으로 보인다.

각 모델에 의한 결과는 공동된 특징을 가짐에도 불구하고 불규칙성의 정도가 차이가 있어 보이지만, 동 시간대의 결과를 직접 비교하는 것은 무리한 것으로 보이며 시간에 따른 변동을 함께 살펴보아야 할 것으로 보인다.

3.2 그을음 막 기록

각 모델 해석에 의한 파면 구조의 시간에 따른 변화를 살펴보기 위하여 각 시간에서의 최대 압력을 이동 위치에 따라 누적하여 그린 수치적 그을음 막 기록 (numerical smoked-foil record)을 Fig. 3에서 비교하였다. 이 그림에서 데토네이션 셀의 크기는 계산 영역 높이에 해당하는 매우 큰 크기의 셀부터 매우 작은 셀까지 다양하게 나타나고 있음을 알 수 있으나, 심한 불규칙성으로 인하여 셀 크기를 측정하여 비점성, 점성 및 난류의 영향에 따른 효과를 정량적으로 분석하기에는 다소 무리가 있어 보인다. EBU 모델을 적용한 경우에도 셀의 크기가 불규칙하기는 하지만 강도는 약한 것으로 보인다.

3.3 데토네이션 압력 변동

각 모델에 따른 강한 불안정 데토네이션 파면의 특징을 정량적으로 분석하기 위하여 계산 영역의 중심축에서 시간에 따른 압력 변동을 살펴보고 FFT(Fast Fourier Transform)에 의한 PSD (Power Spectral Density) 분석을 수행하였다. Fig 4 는 시간에 따른 압력 변화를 모델 별로

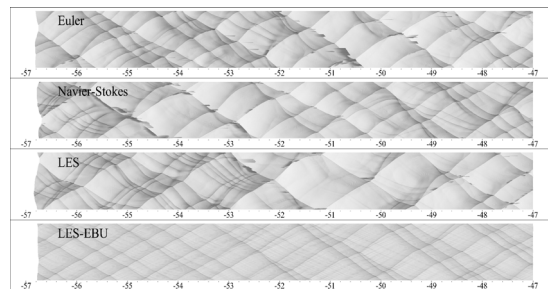


Fig. 3 Comparison of numerical smoked-foil record

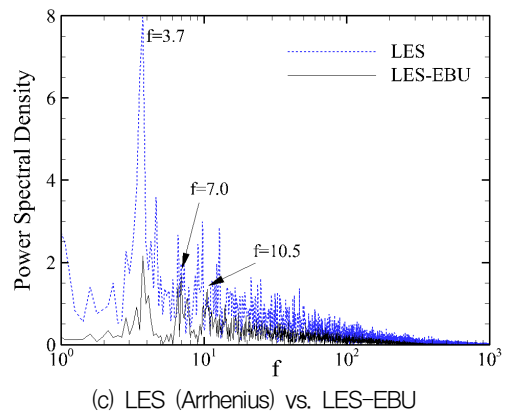
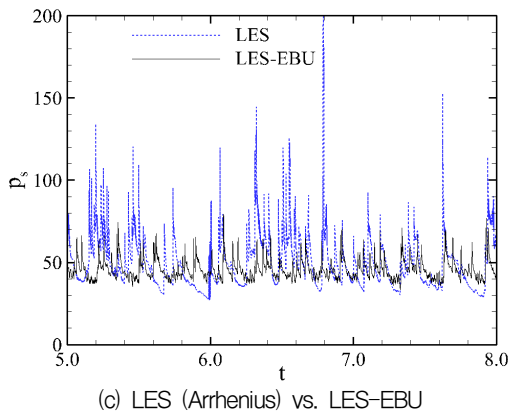
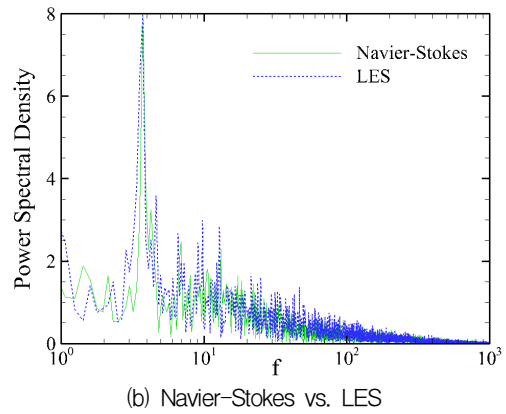
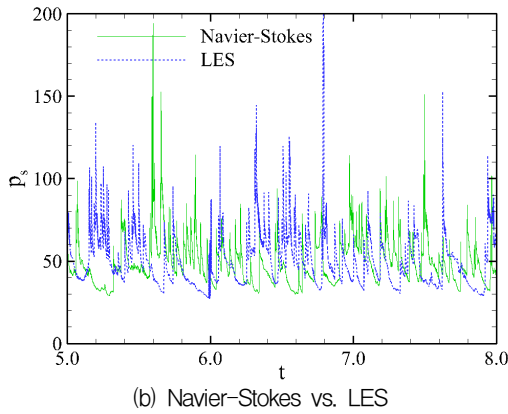
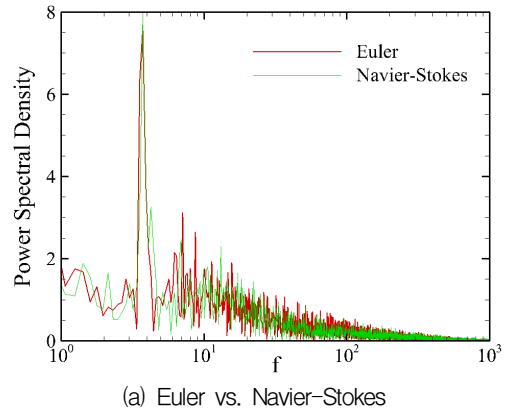
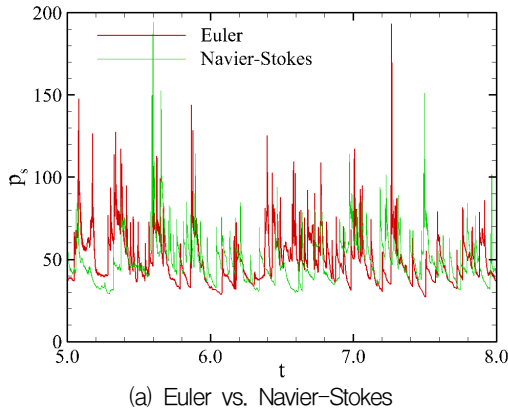


Fig. 4 Comparison of pressure history

Fig. 5 Comparison of power spectral density

비교한 그림이며, Fig. 5는 PSD 분석을 수행한 결과이다. 이 그림에서는 압력 변동을 상세히 살펴 볼 수 있도록 $t=5.0\sim 8.0$ 구간의 결과를 도시하였으나, PSD 분석은 $t=2.96\sim 8.58$ 의 보다 충분한 구간에 대하여 수행하였다.

이 그림에서 Euler 및 Navier-Stokes 해석은 주 주파수가 3.7의 상대적으로 낮은 조건에서 매우 큰 PSD 강도를 보인다. 이보다 약 2배 정도인 $f=7.0$ 에서 두 번째 파장이 나타나지만, 주 주파수에서 보다는 훨씬 약한 크기를 보이며 고주

파 영역으로 갈수록 강도가 줄어드는 경향을 보인다. 이 결과로부터 강한 불안정 데토네이션 파에서는 가장 큰 데토네이션 셀 구조에서의 압력 변화가 가장 크게 나타난다는 것을 알 수 있으며, 셀의 크기가 작아질수록 상대적인 강도가 작아짐을 알 수 있다.

Euler 결과에 비하여 점성 효과가 포함된 Navier-Stokes의 결과는 주 주파수의 위치나 크기에는 변동이 없지만, $f=10$ 이상의 고주파 영역에서 다소 큰 강도를 보이는 것으로 나타난다. 이러한 차이는 난류 점성의 효과가 더 반영된 LES 결과에서 더 명확히 나타난다. 따라서 확산 효과는 작은 셀에서의 압력 강도를 강화하는 경향이 있는 것으로 여겨진다.

EBU 모델을 적용한 결과는 주요 주파수가 나타나는 위치는 다른 결과와 비슷하지만 주 주파수에서의 강도가 훨씬 작게 나타나며, 주 주파수에서의 강도가 2차, 3차 주파수에서 나타나는 강도와 차이가 크지 않은 결과를 보이고, 더 높은 고주파 영역에서의 결과는 상당히 낮은 강도를 보인다. Fig. 3의 그을음 막 기록과 같이 상대적으로 안정된 파의 진행 특성은 위에서 살펴본 바와 같이 작은 압력 강도의 차이에 기인한 것으로 여겨진다. 이상의 결과를 볼 때, 고 불안정 데토네이션 파의 해석에서 매우 강한 불규칙성이 나타나기는 하지만 난류 혼합만으로 반응 특성을 설명하기에는 부족하며 난류 연소 모델에 대한 연구가 더 필요한 것으로 보인다.

4. 결 론

본 연구에서는 강한 불안정성을 가지는 데토네이션 파의 특징을 이해하기 위하여 Euler 방정식, Navier-Stokes 방정식, LES 난류 모델 및 EBU 연소 모델을 고려한 해석 결과를 PSD 분석을 통하여 분석하였다. 본 연구의 결과 강한 불안정 데토네이션 파는 가장 낮은 주파수 영역, 즉 가장 큰 셀에서 가장 강한 압력 강도를 가지는 것을 알 수 있었으며, 고주파 영역으로 갈수록, 즉 셀의 크기가 작아질수록 압력 강도는 작

아지는 것으로 보인다. 비점성 및 점성 해석의 결과는 본 연구에서 고려한 레이놀즈 수가 충분히 큰 조건이므로 차이가 크지는 않았지만, 확산 효과가 고주파 영역에서 셀의 강도를 강화하는 경향이 있는 것으로 여겨진다.

한편 본 연구에 이용한 EBU 난류 연소 모델은 난류 시간 척도에만 의존하기 때문에 활성화 에너지 조건에서 나타나는 불안정 데토네이션 파를 모사하기에 충분치 않은 것으로 보이며, 강한 불안정 데토네이션 파의 해석에서는 난류 효과를 반영하더라도 활성화 에너지를 고려한, 즉 반응 속도의 지수적 온도 의존성을 반영한 난류 연소 모델을 이용하여야 할 것으로 판단된다.

후 기

이 논문은 부산대학교 자유과제 학술연구비(2년)에 의하여 연구되었음.

참 고 문 헌

1. Fickett, W., Davis, W.C., *Detonation Theory and Experimental*, Dover, New York, 2000
2. Austin, J.M., Pintgen, F. and Shepherd, J.E., "Reaction zones in highly unstable detonations," *Proceedings of the Combustion Institute*, Vol. 30, No. 2, 2005, pp.1849-1858
3. Shepherd, J.E., "Detonation in gases," *Proceedings of the Combustion Institute*, Vol. 32, 2009, pp.83-98
4. Gavrikov, A.I., Efimenko, A.A. and Dorofeev, S.B., "A model for detonation cell size prediction from chemical kinetics," *Combustion and Flame*, Vol. 120, No. 1-2, 2000, pp.19-33
5. Sharpe, G.J., "Transverse wave in numerical simulations of cellular detonations," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 447, 2001, pp.31-51

6. Bourlioux, A., Majda, A.J., "Theoretical and numerical structure for unstable two dimensional detonations," *Combustion and Flame*, Vol. 90, No. 3-4, 1992, pp.211-229
7. Lee, J.H.S., Radulescu, M.I., "On the hydrodynamic thickness of cellular detonations," *Combustion, Explosion, and shock waves*, Vol. 41, No. 6, 2005, pp.745-765
8. Radulescu, M. I., Sharpe, G. J., Law, C.K. and Lee, J. H. S., "The hydrodynamic structure of unstable cellular detonations," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 580, 2007, pp.31-81
9. Radulescu, M.I., Matsuo, A and Law, C.K., "A Convective-Diffusive Reaction Zone Structure Model for Turbulent Detonations," AIAA 2006-951, 44th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Jan. 9-12, 2006, Reno, NV
10. Powers, J.M., "Review of Multiscale Modeling of Detonation," *Journal of Propulsion and Power*, Vol. 22, No. 6, 2006, pp.1217-1229
11. 신재렬, 문성영, 원수희, 최정열, "초음속 유동에서 기저유동의 Detached Eddy Simulation," *한국항공우주학회지*, 제37권 제10호, 2009년 10월, pp.955-966
12. 최정열, 조덕래, "데토네이션 셀 구조 모사를 위한 수치적 요구 조건," *한국추진공학회지*, 제10권 제2호, 2006, pp.1-14
13. Choi, J.-Y., Ma, F. and Yang. V., "Some Numerical Issues on Simulation of Detonation Cell Structures," *Combustion Explosion and Shock Waves*, Vol. 44, No. 5, Sep. 2008, pp.560-578
14. Smagorinsky, J., "General Circulation Experiments with the Primitive Equations. I. The Basic Experiment," *Month. Wea. Rev.*, Vol. 91, No. 3, Mar. 1963, pp.99-164,
15. Sagaut, P., *Large Eddy Simulation for Incompressible Flows*, Springer, 2006
16. Spalding, D.B., "Development of the Eddy Break Up model of turbulent combustion," *Symposium (International) On Combustion*, 1976, pp.1657-1663
17. Poinso, T. and Veynante, D., *Theoretical and Numerical Combustion*, R.T. Edwards, 2001
18. Austin, J.M., "The role of instability in gaseous detonation," Ph.D. Dissertation, California Institute of Technology, Pasadena, C.A, 2003