

# 환자 우선순위를 고려한 수술실 예약 : 이진검색을 활용한 수정 평가치반복법

민대기\*

이화여자대학교 경영학과

## Operating Room Reservation Problem Considering Patient Priority : Modified Value Iteration Method with Binary Search

Daiki Min

Ewha Womans University, College of Business Administration

Delayed access to surgery may lead to deterioration in the patient condition, poor clinical outcomes, increase in the probability of emergency admission, or even death. The purpose of this work is to decide the number of patients selected from a waiting list and to schedule them in accordance with the operating room capacity in the next period. We formulate the problem as an infinite horizon Markov Decision Process (MDP), which attempts to strike a balance between the patient waiting times and overtime works. Structural properties of the proposed model are investigated to facilitate the solution procedure. The proposed procedure modifies the conventional value iteration method along with the binary search technique. An example of the optimal policy is provided, and computational results are given to show that the proposed procedure improves computational efficiency.

**Keyword:** operating room reservation, patient priority, markov decision process, value iteration, binary search

### 1. 서론

예약수술(elective surgery)을 받기 위한 대기시간은 환자와 의료 서비스 제공자 모두에게 있어 매우 중요한 요소이다(Husrt and Siciliani, 2003). 의학적, 사회적 필요성에 의하여 환자의 우선순위(patient priority)를 결정하고, 우선순위가 높은 환자부터 수술 자원을 할당하는 것은 일반적인 방법이다. Sobolev and Kuramoto (2007)는 관상동맥 수술(coronary artery bypass grafting; CABG)을 위한 수술환자의 대기리스트(waiting list)와 관련한 연구를 수행하였는데, 우선순위가 환자의 대기시간, 시간당 수술 건수 등과 밀접한 관계가 있음을 통계적 자료 분석을 통하여 제시하였다. 본 논문은 Sobolev and Kuramoto(2007) 연구결과에 기반하여 총 대기환자의 수뿐만 아니라 대기환자의 우선순위를 고

려한 수술실 예약문제를 고려하였다.

일반적으로 수술실과 각 수술실의 사용시간은 개별 의사 또는 전공별로 수술 블록시간(surgical block time) 단위로 할당이 된다(Blake and Donald, 2002; Belin and Demeulemeester, 2007). 의사결정자는 환자 당 평균 수술시간을 고려하여 사전에 할당된 블록시간을 초과하지 않는 범위 내에서 수술환자를 대기리스트에서 선택하여 할당함으로써 수술계획을 생성한다(Dexter *et al.*, 1999; Marcon *et al.*, 2003; Hans *et al.*, 2008). CABG 수술사례의 경우, 스케줄 담당자는 환자 대기리스트에서 우선순위가 높은 순서대로 환자를 선택하여 가용한 블록시간에 할당하여 차주의 수술 스케줄을 생성한다. 이 방법에 있어 수술시간을 정확하게 예측하는 것이 매우 어렵기 때문에 블록시간을 초과하여 수술이 이루어지거나 블록시간에 비하여 수술이 일찍 종료되

\*연락처 : 민대기 교수, 120-750 서울 서대문구 이화여대길 52 이화여자대학교 경영학과,

Fax : 02-3277-2835, E-mail : dmin@ewha.ac.kr

투고일(2011년 03월 15일), 심사일(1차 : 2011년 06월 22일, 2차 : 2011년 07월 05일), 게재확정일(2011년 07월 06일).

어 수술실 효율성(utilization)이 낮아지는 경우가 발생한다(May *et al.*, 2000; Spangler *et al.*, 2004). 이와 같은 비효율적인 수술실 활용은 환자의 대기시간을 증가시키고 전반적인 운영비용을 상승시키는 원인이 된다.

앞서 제시한 바와 같이 사전에 정의된 블록시간에 몇 명의 환자를 할당해야 하는 것은 중요하지만 어려운 문제이다. 유휴시간(idle time)과 초과사용(overrun) 비용을 총 수술시간의 확률분포와 함께 고려한 Newsvendor 모델은 이와 같은 의사결정 문제에 있어 기본적인 모형으로 많은 연구에서 활용되었다(Strum *et al.*, 1997; Lovejoy and Li, 2002; Olivares *et al.*, 2008). 수술실 효율성 향상 측면에서 Newsvendor 모델은 효과적이지만, 환자의 대기시간을 고려하지 못하는 단점이 존재한다.

마코프 의사결정 프로세스(Markov Decision Process; MDP)를 활용한 모델은 수술실의 효율성과 환자대기시간 사이의 균형(trade-offs)을 고려한 수술실 예약문제에 적용되었다. Gerchak *et al.*(1996)은 초과사용 비용과 환자대기시간을 고려한 수술실 예약문제를 제시하였다. 유사하게 Gupta(2007)는 수술일자 결정 문제를 MDP 모델을 이용하여 제시하였다. 수술예약 문제는 아니지만 Green *et al.*(2006)은 입원환자와 외래환자의 MRI 장비 활용 스케줄 문제를 MDP 모델로 제시하였다. Patrick *et al.*(2008)는 MRI 장비 활용 스케줄 문제에 있어, 환자의 우선순위에 따른 최대 대기허용시간을 고려하였다. 하지만 앞서 제시한 MDP 모델을 이용한 연구는 다음과 같은 한계를 갖는다. 첫째, 기존 연구는 환자의 우선순위를 고려하지 않거나(Gerchak *et al.*, 1996), 두 수준의 우선순위만을 고려하였다(Green *et al.*, 2006; Gupta, 2007). 둘째, 본 연구는 확률모형을 따르는 수술시간을 고려하였지만, Patrick *et al.*(2008)은 결정적 서비스 시간(deterministic service time)을 고려하였다. 본 연구 또한 환자대기시간과 수술실 효율성을 고려하여 최적의 수술환자 수를 결정하는 문제를 MDP 모델을 이용하여 제시하였다. 특히 수술환자의 수를 결정하는데 있어 대기환자의 우선순위가 갖는 의미를 중점적으로 고려하도록 한다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 다음 장에서는 무한기간 MDP 모델을 이용한 수리모형을 제시하였다. 또한 수리모형의 구조를 분석하여 최적해가 갖는 특성을 파악하도록 한다. 제 3장에서는 최적해의 구조를 활용한 수정된 평가치반복법(modified value iteration) 절차와 추가적으로 이진검색 기법을 이용한 개선된 해법을 제시하였다. 제 4장에서는 수치실험을 통하여 최적해의 구조와 제한한 해법의 성능을 평가하였다. 마지막으로 결론과 추후 연구방향을 제 5장에 제시하였다.

## 2. 수리 모형

### 2.1 무한기간 MDP 모델

MDP 모형에서 상태(state)는 매 기간 초에 의사결정자가 확인하는 수술환자 대기리스트(surgical waiting list)로 정의되며,

환자의 우선순위를  $I$ 개로 구분하는 경우 상태는  $\vec{s} = (s_1, s_2, \dots, s_I)$ 로 표현된다. 여기서  $s_i$ 는 우선순위가  $i$ 인 수술예약을 기다리는 환자의 수이며,  $i$ 가 작을수록 우선순위가 높은 것을 의미한다. 대기리스트에 추가될 때 정해진 환자의 우선순위는 시간에 따라 변화하지 않으며, 환자는 수술예약에 의해서만 대기리스트에서 제외된다.  $\vec{x} = (x_1, x_2, \dots, x_I)$ 는 상태  $\vec{s}$ 에 대한 해로  $x_i$ 는 개별 우선순위 그룹에서의 예약환자의 수를 나타낸다.  $X(\vec{s})$ 는 상태가  $\vec{s}$ 인 경우 가능한 모든 해집합을 표시한다.

환자는 수술예약에 의해서만 대기리스트에서 제외하는 것으로 가정하므로 상태전이(state transition)는 매 기간 말에 도착하는 신규수요  $\vec{d} = (d_1, d_2, \dots, d_I)$ 와 의사결정 사항  $\vec{x}$ 에 의해서만 결정된다. 수요는 다른 우선순위 환자의 수요와 기간에 독립적으로 발생하며 언제나 동일한 분포를 따르는 것으로 가정한다. 따라서 상태전이 확률은  $p(\vec{d}'|\vec{s}, \vec{x}) = \prod_{i=1}^I p(d_i = s_i' - s_i + x_i)$ 로 결정되며  $p(d_i)$ 는 우선순위가  $i$ 인 환자  $d_i$ 명이 도착할 확률이다.

우선순위가  $i$ 인 환자가 수술예약이 안되어 한 기간을 더 기다리는 경우 비용  $c_i$ 가 발생한다. 우선순위가 높을수록 수술연기에 따른 비용이 더 커지므로  $c_i$ 은  $i$ 에 따라 감소한다. 환자의 수술대기에 의하여 발생하는 총 비용은  $\sum_{i=1}^I c_i(s_i - x_i)$ 가 된다.

임의의 수의 환자를 수술실에 할당하는 경우 초과 작업을 통하여 수술을 완료할 수 있다. 매 기간 할당 가능한 총 환자의 수는 블록시간  $T$ 에 의하여 제한되는데, 총 수술시간이  $T$ 보다 큰 경우 초과 작업에 따른 비용이 발생한다.  $\vec{x}$ 명의 수술환자에 대한 총 수술시간은 누적확률분포(CDF)  $F_x(\tau)$ 를 따르는 확률변수  $\tau$ 로 표시한다. 따라서 초과 작업에 대한 단위 시간 당 비용을  $c_o$ 라 하면, 초과 작업에 따른 총 기대비용은  $c_o \int_T^\infty (\tau - T) dF_x(\tau)$ 가 된다. 따라서 상태  $\vec{s}$ 와 의사결정  $\vec{x}$ 에 대하여 단기간 비용함수  $c(\vec{s}, \vec{x})$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$c(\vec{s}, \vec{x}) = \sum_{i=1}^I c_i(s_i - x_i) + c_o \int_T^\infty (\tau - T) dF_x(\tau).$$

신규 환자수의 집합  $D$ 와 할인율이  $\gamma \in [0, 1)$ 이고 가치함수(value function)가  $v(\vec{s})$ 인 경우에 대하여 본 논문은 무한기간 MDP 모델을 다음과 같이 제시하도록 한다.

$$v(\vec{s}) = \min_{\vec{x} \in X(\vec{s})} \{c(\vec{s}, \vec{x}) + \gamma \sum_{\vec{d} \in D} p(\vec{d}) v(\vec{s} - \vec{x} + \vec{d})\}$$

### 2.2 최적해의 구조분석

무한기간 MDP 모형의 경우 평가치반복법(value iteration) 또는 정책반복법(policy iteration)과 같은 일반적인 해법으로

는 적정 시간 내에 최적정책(optimal policy)를 찾는 것이 불가능한 것으로 알려져 있다. 따라서 본 논문에서는 최적해의 구조를 분석하고 이를 평가치 반복법에 반영하여 효과적인 해법 절차(solution procedure)를 제시하였다. 이후 기호를 간략하게 표기하기 위하여 벡터  $\vec{x}$ 를 단순히  $x$ 로 표시하도록 한다.

본 논문은 우선 유한기간(finite horizon) 문제를 고려하도록 한다. 새로운 함수  $J_n(s, x) = c(s, x) + \gamma E v_{n-1}(s - x + d)$ 에 의하여, 가치함수는  $v_n(s) = \min_{x \in X(s)} J_n(s, x)$ 을 만족한다.

**Lemma 1 : (가치함수의 볼록성 (convexity))**  $v_0(s) = 0$ 이라면,  $n = 1, 2, \dots, N$ 에 대하여  $J_n(s, x)$ 와  $v_n(s)$ 는  $s$ 와  $x$ 에 대하여 볼록성을 갖는다.

**증명 :** 기간  $n$ 에 대한 귀납법을 이용하여 증명한다.  $n = 1$ 인 경우 단기간 함수가 볼록임을 증명하는 것과 동일하다.

$c_o \int_T^\infty (\tau - T) dF_x(\tau)$ 가 볼록성을 갖고(Gerchak et al., 1996)  $\sum_{i=1}^I c_i(s_i - x_i)$  또한 볼록함수이므로 단기간 함수는 볼록함수가 된다. 볼록성이  $n = k$ 에서 성립한다고 가정하면, 기간  $n = k + 1$ 인 경우  $v_k(s)$ 와 단기간 함수가 볼록함수이므로  $v_{k+1}(s)$  또한 볼록함수가 된다. 마지막으로 정의에 의하여  $J_n(s, x)$ 도 볼록성을 갖는다. □

**Lemma 2 : (가치함수의 단조성 Monotonicity)** 가치함수  $v_n(s)$ 는  $s$ 에 대하여 비감소(non-decreasing) 함수이다.

**증명 :** 단기간 함수가  $s$ 에 대하여 비감소 함수이므로 귀납법을 이용하는 경우  $v_n(s)$  또한 비감소 함수임을 증명하는 것은 간단하다. □

무한기간의 경우에 대하여  $v(s) = \lim_{n \rightarrow \infty} v_n(s)$ 이고 해 또한

정상정책(stationary policy)임이 알려져 있다(Bertsekas, 2007). 따라서 Lemma 1과 Lemma 2의 특성이 무한기간 모델에서도 적용됨을 알 수 있다. 가치함수의 볼록성과 단조성을 이용하여 최적정책 또한 상태에 대하여 단조성을 갖는 것을 증명하였다.

**Theorem 1 : (최적정책의 단조성)** 상태가  $s$ 인 경우 수술실에 할당된 최적의 환자수를  $x(s)$ 라고 하면 단위벡터  $e_i$ 에 대하여 다음 조건을 만족한다.

$$x(s) \leq x(s + e_i), i = 1, 2, \dots, I$$

**증명 :**  $J(s, x) = c(s, x) + \gamma E v(s - a + d)$ 로 정의하고  $\exists k | x_k(s) > x_k(s + e_i)$ 을 가정하면, 임의의  $j(j \neq i)$ 에 대하여  $J(s + e_j, x(s)) > J(s + e_j, x(s) - e_j)$ 을 만족한다.

$$\begin{aligned} & J(s + e_j, x(s)) - J(s + e_j, x(s) - e_j) \\ &= c_o \int_T^\infty (\tau - T) dF_x(\tau) - c_o \int_T^\infty (\tau - T) dF_{x-1}(\tau) - c_j \\ &+ \gamma E [v(s + e_j - x(s) + d) - v(s + e_j - x(s) + e_j + d)] > 0. \end{aligned}$$

가치함수의 볼록성과 단조성에 의하여 다음의 조건이 성립한다.

$$\begin{aligned} & J(s + e_j, x(s)) - J(s + e_j, x(s) - e_j) \\ & \leq c_o \int_T^\infty (\tau - T) dF_x(\tau) - c_o \int_T^\infty (\tau - T) dF_{x-1}(\tau) - c_j \\ &+ \gamma E [v(s - x(s) + d) - v(s + e_j - x(s) + d)] \\ &= J(s, x(s)) - J(s, x(s) - e_j). \end{aligned}$$

$x(s)$ 를 최적해로 정의하였으므로  $J(s, x(s)) \leq J(s, x(s) - e_i)$ 를 만족한다. 이것은 위 결과와 상충되며 따라서 초기 가정  $\exists k | x_k(s) > x_k(s + e_i)$ 은 성립하지 않는다. □

최적정책의 단조성은 수술을 기다리는 환자의 수가 증가할수록 더 많은 수의 환자를 수술 블록시간에 할당하는 것이 최적임을 제시한다. 최적정책의 단조성에 더하여 환자의 우선순위를 고려는 경우 최적해에 대한 추가적인 특성을 정의할 수 있다. 이 특성들은 환자의 우선순위가 높을수록 평균 수술 서비스 속도(service rate)가 증가한다는 문헌연구 결과에 기반한다(Sobolev and Kuramoto, 2007).

**Corollary 1 : (최적해의 특성)** 최적해는 다음 특성을 만족한다.

- (i)  $x(s + e_j) \leq x(s + e_i), i < j$ 이고  $i, j \in \{1, 2, \dots, I\}$ .
- (ii)  $s^i$ 가  $i$ 번째 요소는  $s$ 이고 나머지는 0인 벡터를 의미한다면,

$$x(s^I) \leq x(y) \leq x(s^1).$$

여기서  $y$ 는  $\|y\|_1 = s$ 이고 각 요소가 비음(non-negative)의 정수 값을 갖는 벡터를 의미한다.

**증명 :** (i)  $x(s + e_j)$ 의 정의에 의하여

$$\begin{aligned} & J(s + e_j, x(s + e_j)) - J(s + e_j, x(s + e_j) + e_i) \\ &= c_i - c_o \left[ \int_T^\infty (\tau - T) d_{x+1}(\tau) - \int_T^\infty (\tau - T) d_x(\tau) \right] \\ &- \gamma E [v(s - x(s + e_j) + d) - v(s + e_j - x(s + e_j) + d)] \leq 0. \end{aligned}$$

만일  $\exists k | x_k(s + e_j) > x_k(s + e_i)$  라면,

$$\begin{aligned} & J(s + e_j, x(s + e_j)) - J(s + e_j, x(s + e_j) + e_i) \\ &= c_i - c_o \left[ \int_T^\infty (\tau - T) d_{x+1}(\tau) - \int_T^\infty (\tau - T) d_x(\tau) \right] \\ &- \gamma E [v(s + e_j - e_i - x(s + e_j) + d) - v(s + e_j - x(s + e_j) + d)] < c_i - c_o \left[ \int_T^\infty (\tau - T) d_{x+1}(\tau) \right. \\ &- \left. \int_T^\infty (\tau - T) d_x(\tau) \right] - \gamma E [v(s - x(s + e_j) + d) \end{aligned}$$

$$-v(s+e_i-x(s+e_i)+d)] = J(s+e_i, x(s+e_i))$$

$$-J(s+e_i, x(s+e_i)+e_i) \leq 0.$$

이 결과는  $\exists k | x_k(s+e_j) > x_k(s+e_i)$ 인 경우,  $J(s+e_j, x(s+e_i)) - J(s+e_j, x(s+e_i)+e_i) > 0$ 을 만족해야 함과 모순이다. 따라서  $x(s+e_j) \leq x(s+e_i)$ 가 성립한다. □

(ii) Corollary 1(i)에 의하여  $i < j$ 인 경우  $x(s) \leq x(s+e_i-e_j)$ 를 증명하는 것과 동일하다. 따라서  $x(s) \leq x(s+e_{i-1}-e_j) \leq \dots \leq x(s+e_1-e_j)$ 이며 이 과정을 계속 적용하면  $x(s) \leq x(s^1)$ 이 된다. 같은 절차를 반대방향으로 적용하면  $x(s^l) \leq x(s)$ 가 된다. □

Corollary 1(i)은 수술환자 대기리스트에 우선순위가 높은 환자의 수가 증가할수록 보다 많은 환자를 수술 블록시간에 할당해야 함을 의미한다. 즉, 최적정책은 총 대기환자의 수뿐만 아니라 대기리스트에 있는 각 우선순위의 환자수에 영향을 받는 것을 의미한다. 이 특성을 확장하여 Corollary 1(ii)를 도출하는데, 이는 상태  $s$ 에서 최적해의 하한 (lower limit)과 상한 (upper limit)이 각각  $x(s^l)$ 와  $x(s^1)$ 으로 결정됨을 의미한다.

### 3. 해법 절차

일반적인 MDP 해법의 경우 상태와 결정변수의 크기가 증가할수록 계산시간이 기하급수적으로 증가하는 현상, 즉 “curse of dimensionality”에 의하여 적정 시간 내에 최적정책을 찾기 어려운 문제점이 있다. 본 논문에서 고려한 문제는 우선순위 I만큼의 차원을 갖는 상태와 결정변수로 구성 된 복잡도(complexity)가 높은 문제이다. 따라서 전통적인 평가치반복법을 이용하여 합리적인 시간 내에 최적해를 도출하는 것은 불가능하다. 이번 장에서는 계산의 효율성을 향상시키기 위하여 앞서 분석한 최적해의 특성을 표준 평가치반복법(value iteration)에 적용한 수정된 평가치반복법을 제시하도록 한다. Corollary 1에서 제시한 최적해의 구조를 활용함으로써 가능해 구간을 보다 엄밀하게 정의하고 불필요한 계산 과정을 제거할 수 있다. <그림 1>에 제시한 수정된 평가치반복법은 근사해가 아닌 최적해를 제공함에 유의하도록 한다.

매 반복주기에 대하여 총 대기환자의 수를 한 명씩 감소시키며 모든 상태에 대한 해를 구한다. Step 1에서  $\ell$ 은 각 우선순위 별 대기환자수를 나타내는데  $0 \leq \ell \leq s_{\max}$ 의 범위에서 정

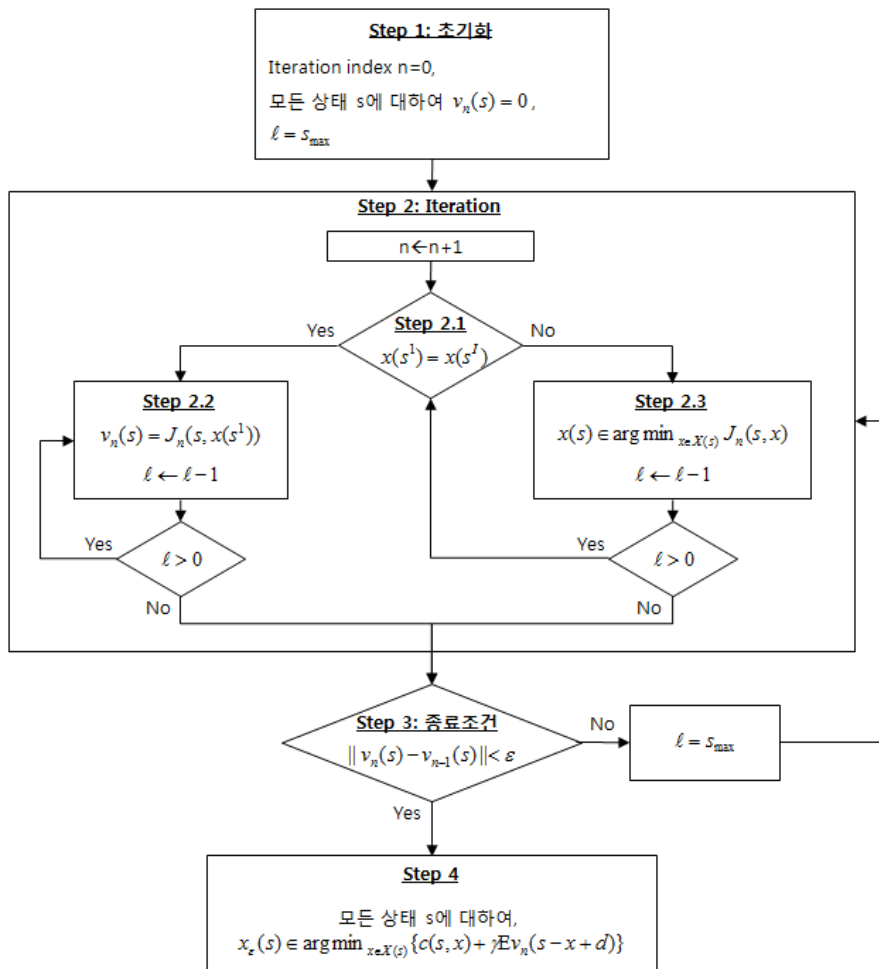


그림 1. 수정된 평가치반복법

의한다. 따라서  $\ell = s_{\max}$  인 경우 총 대기환자의 수는 0과  $I \times s_{\max}$  사이의 값을 갖는다. 여기서  $s_{\max}$  는  $v_n(s)$  에 영향을 주지 않을 정도로 큰 임의의 수로 결정한다(Gerchak *et al.*, 1996). 총 대기환자의 수가  $s$  이고  $x(s^l) = x(s^r)$  를 만족하면 최적해는  $x(s^l)$  이며 대기환자수가  $s$  보다 작은 모든 상태  $h$  에 대하여  $x(h^l) = x(h^r)$  가 성립한다(Theorem 1 and Corollary 1(ii)). 즉, 총 대기환자의 수가 충분히 작아서 블록시간 내에서 모두 수술이 가능한 경우 모두 스케줄에 할당하도록 한다.

$x(s^l) = x(s^r)$  의 조건을 만족하지 않는 경우, 즉 블록시간이 충분하지 않은 경우에서는 상태  $s$  에 대한 최적해를 구한다. 최적해의 구조를 고려하지 않는 경우  $0 \leq x(s) \leq s$  의 범위에서 모든 해를 검토해야 하지만 Theorem 1과 Corollary 1의 결과를 활용하여 가능해의 구간을  $x(s^l) \leq x(s) \leq \min\{x(s+e_i), x(s-e_j+e_i), x(s^r)\}$ ,  $i < j$  로 제한한다. 검토가 필요한 가능해 구간을 제한함으로써 최적해를 파악하기 위한 계산시간을 감소시킨다. 여기서  $x(s+e_i)$  는 상태  $s$  보다 우선순위가  $i$  인 대기환자수가 1명 더 많은 상태를 의미하는데, 대기환자수를 줄이며 모든 상태를 고려하는 절차의 특성을 활용하여 이전에 구한 해를 후속절차에서 가능해의 상한을 정의하는데 반복적으로 활용하게 된다. Step 3에서 매우 작은 범위  $\epsilon$  내에서 가치함수가 수렴한 경우 절차를 종료하고 Step 4에 의하여 최적해를 결정한다.

가치함수의 단조성을 이용하면 우선순위가 높은 환자를 우선 할당하는 것이 비용을 낮추는 것을 알 수 있다. 따라서 Step 2.3에서 최적해를 찾는 과정은 가능해 범위 내에서 우선순위가 높은 순서에 따라 환자를 한명씩 순차적으로 블록시간에 할당하며 이루어진다. 이와 같은 순차적 할당(Sequential allocation)은 가능해의 범위가 넓은 경우 최적해의 탐색 과정이 비효율적일 수 있다. 순차적 할당 방법의 단점을 극복하기 위하여 본 연구에서는 가치함수의 볼록성과 가능해의 구간을 활용한 이진검색(Binary Search) 기법을 이용하여 최적해를 찾는 절차를 개선하였다. 가능해의 상한과 하한에 대한 중간 값에서의 미분계수를 분석하여 최적해를 포함하지 않은 구간을 파악하고 탐색 공간을 줄이게 된다. 본 논문에서 활용한 이진검색 절차를 정리하면 다음과 같다.

<<최적해 확인을 위한 이진검색 절차>>

Step 1 : (초기화)

현재 알려진 최적해(즉, 스케줄된 대기환자)의 하한과 상한이 각각  $x^l, x^u$  라고 하면, 중간값  $x^m$  를 다음과 같이 정의함 :

$$x^m = x^l + \lceil (x^l + x^u) / 2 \rceil$$

Step 2 : (해의 평가)

$\|x^l - x^u\|_1 \leq 1$  이면  $x_1$  이 최적해이며 이진검색 절차를 종료함

$\|x^l - x^u\|_1 > 1$  이면 Step 3으로 이동

Step 3 : (해의 갱신)

$s_i > 0$  이고 우선순위가 제일 높은  $i$  에 대하여,

$J^-(s, x^m) = J(s, x^m) - J(s, x^m - e^i)$  와

$J^+(s, x^m) = J(s, x^m + e^i) - j(s, x^m)$  를  $x^m$  에서의 좌우 미분계수라고 하면,

$J^+(s, x^m) > 0 \wedge J^-(s, x^m) \leq 0$  이면

$x^l \leftarrow x^m$ , Step 1으로 이동

$J^-(s, x^m) < 0 \wedge J^+(s, x^m) \geq 0$  이면

$x^u \leftarrow x^m$ , Step 1으로 이동

$J^-(s, x^m) < 0 \wedge J^+(s, x^m) < 0$  이면

$x^m$  이 최적해이고 절차를 종료함

4. 수치실험

Sobolev and Kuramoto(2007)의 연구결과를 참조하여 수치실험을 위한 기본 문제를 구성하였다. 이 연구결과에 의하면 3단계의 우선순위(즉,  $I=3$ )로 구분된 CABG 수술환자의 경우 단위 시간당 수술을 받은 환자의 수가 우선순위에 따라 약 6 : 2 : 1의 비율로 차이가 발생함을 알 수 있다. 수술연기에 의한 비용이 클수록 더 많은 환자를 수술한다고 보면 수술연기에 의하여 발생하는 비용  $c_i$  또한 우선순위가 높은 순서대로 6 : 2 : 1의 비율을 갖는 것으로 가정할 수 있다. 이 비율을 기반으로  $c_i$  는  $c_1 = 180, c_2 = 60, c_3 = 30$  으로 결정하였다.

총 수술시간이 8시간의 블록시간(즉,  $T = 480$ 분)을 초과하여 발생하는 비용은 총 초과업무(overtime work)에 따라 단계적으로 증가하는 구조를 고려하였다. 초과시간이 60분 보다 작은 경우  $c_o = 1$ /분으로 고려하였으며, 60에서 150분 사이는  $c_o = 2$ /분, 150분을 초과하는 경우에는  $c_o = 4$ /분으로 각각 결정하였다.

대수정규분포(lognormal distribution)는 개별 수술의 수술시간을 표현하는데 가장 적합한 것으로 알려져 있다(May *et al.*, 2000). 하지만 본 연구에서는 계산의 편이 상 평균과 분산이 각각 60분과 10분인 정규분포(normal distribution)를 가정하였다. 또한 모든 수술환자의 수술시간은 우선순위에 관계없이 동일한 정규분포를 따른다. 마지막으로 신규 환자의 도착은 포아송분포(poisson distribution)로 나타낸다. Sobolev and Kuramoto(2007)은 CABG 수술의 경우 매주 신규로 도착하는 평균 환자의 수가 우선순위가 높은 순서에 따라 각각 1, 5, 3명임을 제시하였으며, 본 논문에서도 동일한 값을 활용하였다.

4.1 최적의 수술환자 할당 정책(Optimal Policy)

<그림 2>는 최적의 수술환자 할당정책의 예이다. 그림에서 각 점은 총 대기환자의 수에 대하여 수술이 예약된 총 환자의 수를 나타낸다. 예를 들어 총 대기환자의 수가 9명인 경우 8명 또는 9명의 환자를 스케줄하는 것이 최적의 해임을 나타낸다.

이 결과는 Corollary 1에서 제시한 바와 같이 최적의 스케줄이 전체 대기환자의 수뿐만 아니라 각 우선순위에 속한 환자의 수에도 영향을 받음을 보여준다. 동일한 총 대기환자의 수에 대하여 최적의 스케줄이 달라지는 것은 대기리스트를 구성하는 환자들의 우선순위 때문이다. <그림 2>에 표시한 예와 같이 9명을 스케줄하는 경우의 상태  $\vec{s} = (7, 1, 1)$ 가 8명을 스케줄하는 경우의 상태  $\vec{s} = (3, 2, 4)$  보다 우선순위가 높은 환자를 더 많이 포함하고 있다.

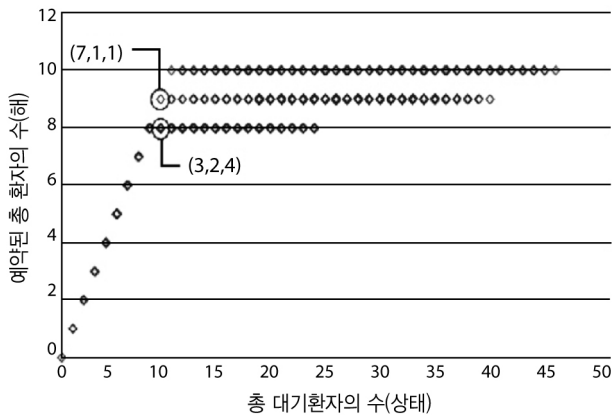


그림 2. 최적정책 :  $I=3, s_{max} = 15$

총 대기환자의 수가 8명보다 작은 경우 모든 대기환자를 처리하기에 충분한 블록시간을 갖고 있으므로 스케줄 환자의 수는 총 대기환자수와 동일하다. 이 결과는 최적해의 단조성(Theorem 1)과 가능해의 상하한이 동일한 경우(Corollary 1(ii))와 같은 결과를 보여준다.

#### 4.2 수정된 평가치반복법의 성능

앞서 제시한 수정된 평가치반복법의 성능을 다양한 문제크기에 대하여 평가하였다.  $I=1, 2, 3$  즉 한 개부터 세 개까지의 우선순위를 고려하였으며  $s_{max}$ 는 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35 등으

로 증가시키며 총 대기환자 수에 변화를 주었다. 각 문제 크기에 대하여 최적 정책을 찾는데 소요된 시간을 <표 1>에 정리하였다.  $I=1$ 인 경우 모든 경우에 있어 수정된 평가치반복법은 1초 이내로 최적해를 찾을 수 있었기 때문에 별도로 시간을 제시하지 않았다.

수치실험 결과를 보면 표준 평가치반복법과 비교하여 수정된 평가치반복법을 활용하는 경우 최적해를 찾기 위한 계산 시간을 매우 많이 절감할 수 있음을 알 수 있다. 모든 경우에 있어 문제의 크기가 증가할수록 계산시간이 기하급수적으로 증가하였으나 본 연구에서 제안한 해법의 경우 최대 대기환자수가 100여명이고 우선순위가 세 개인 문제( $s_{max} = 35, I=3$ )를 10분 이내로 해결하였다. 반면에 동일한 크기의 문제에 대하여 표준 평가치반복법은 1시간 이상의 시간이 소요되었다.

이진검색 기법의 효과는 그렇게 크지 않아 수정된 평가치반복법과 거의 유사한 계산시간이 소요되었다. Corollary 1에서 제시한 가능해의 상한과 하한값 사이의 차이가 그렇게 크지 않기 때문에 이진검색에 의한 효과가 제한적임을 알 수 있다. 실험결과에 의하면 Corollary 1에 의하여 제시된 상한과 하한에 의하여 보통 3~6개 정도의 가능해를 검토하면 최적해에 도달할 수 있었다. 특히 수정된 평가치반복법의 경우 대기환자의 수를 줄이며 절차를 진행할수록 가능해 범위를 더욱더 줄이기 때문에 모든 가능해 범위를 검토하더라도 시간이 많이 소요되지 않았다. <표 1>에 의하면 이진검색 기법을 적용함으로써 10% 미만의 계산시간 단축효과를 기대할 수 있었다. 사전 실험에 의하면 수술환자의 수는 수술실의 자원제약과 관련이 있음을 확인할 수 있었다. 따라서 수술실의 용량제약이 완료된 경우 가능해의 범위가 증가할 수 있는데 이 경우 이진검색에 의한 계산시간 단축효과는 커질 것으로 예상된다.

<표 1>은 우선순위의 수와 총 대기환자의수 중에서 어떠한 요소가 문제의 복잡도에 더 많은 영향을 주는가를 보여주는데, 총 대기환자의 수보다 우선순위의 수가 계산시간의 증가에 더 중요한 요소임을 알 수 있다. 이와 같은 결과는 다음의 예를 통하여 설명할 수 있다. 우선순위를  $I$ 개로 구분하고 각 우선순위

표 1. 최적해를 찾기 위한 계산시간

$s_{max}$	$I = 2$			$I = 3$		
	VI <sup>1)</sup>	MVI <sup>2)</sup>	MVI-Bin <sup>3)</sup>	VI	MVI	MVI-Bin
5	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	3	1	1
15	0	0	0	35	5	4
20	2	1	1	189	26	23
25	4	2	1	596	89	82
30	9	5	4	1814	255	231
35	17	8	7	4126	609	583

주) 1) VI : 표준 평가치반복법(value iteration).

2) MVI : 수정된 평가치반복법(modified value iteration).

3) MVI-Bin : 이진검색을 활용한 수정 평가치반복법(modified value iteration with binary search).

의 대기환자수가  $n$ 명인 상황에서  $kI$ 명의 신규환자가 증가한 상황을 고려한다. 우선순위의 수를  $I$ 로 고정하는 대신 각 우선순위의 대기환자수를  $(k+n)$ 으로 증가시키는 경우 상태 공간 (state space)의 크기는  $(1+k/n)^I$ 배 만큼 증가한다. 반면에 각 우선순위의 대기환자수는  $n$ 명으로 고정하되 우선순위의 수를 증가시키는 경우  $n^{\lfloor kI/n \rfloor}$  배 만큼 상태공간의 크기가 증가한다. 따라서 환자의 우선순위를 보다 상세하게 구분할수록 최적해를 찾는 데 소요되는 시간이 더 많이 증가함을 알 수 있다.

## 5. 결론

본 논문에서는 환자의 대기시간 감축과 수술 블록시간의 효과적인 사용을 위한 적정 환자 수 결정 문제를 무한시간 MDP 문제로 제시하였다. 최적해의 구조분석을 통하여 예약이 필요한 적정 환자 수는 총 대기환자의 수에 비해 하지만 이외에 우선순위 별 환자의 수에 영향을 받음을 파악하였다. 이와 같은 최적해의 특성을 반영한 수정된 평가치반복법을 제안하였으며, 추가적으로 이진검색 기법을 이용한 개선 방안을 제시하였다. 수치실험결과 제안된 해법이 표준 평가치반복법에 비하여 매우 효과적인 것을 증명하였다.

본 연구에서는 우선순위로 표현된 환자의 상태가 대기시간과 관계없이 일정하다는 가정을 하였다. 하지만 현실적으로 대기시간이 증가할수록 환자의 상태가 악화될 수 있다. 따라서 대기시간을 반영한 우선순위 변화를 고려함으로써 본 논문을 확장할 수 있을 것이다.

## 참고문헌

- Hurst, J. and Siciliani, L. (2003), *Tackling excessive waiting times for elective surgery: A comparison of policies in twelve OECD countries*, OECD Health Working Papers.  
 Sobolev, B. and Kuramoto, L. (2007), *Analysis of waiting-time data in health service*

*research*, Springer, New York.

- Blake, J. T. and Donald, J. (2002), Mountain Sinai hospital uses integer programming to allocate operating room time, *Interfaces*, 32(2), 63-73.  
 Beliën, J. and Demeulemeester, E. (2007), Building cyclic master surgery schedules with leveled resulting bed occupancy, *European Journal of Operational Research*, 176(2), 1185-1204.  
 Bertsekas, D. P. (2007), *Dynamic programming and optimal control*, 2, 2nd edition, Athena Scientific, Belmont, MA.  
 Dexter, F., Macario, A., and Traub, R. D. (1999), Which algorithm for scheduling add-on elective cases maximizes operating room utilization? Use of bin packing algorithms and fuzzy constraints in operating room management, *Anesthesiology*, 91, 1491-1500.  
 Hans, E., Wullink, G., Houdenhoven, M. V., and Kazemier, G. (2008), Robust surgery loading, *European Journal of Operational Research*, 185(3), 1038-1050.  
 Strum, D. P., Varga, L. G., May, J. H., and Bashein, G. (1997), Surgical suite utilization and capacity planning: A minimal cost analysis model, *Journal of Medical Systems*, 21(5), 309-322.  
 Lovejoy, W. S. and Li, Y. (2002), Hospital operating room capacity expansion, *Management Science*, 48(11), 1369-1387.  
 Marcon, E., Kharraja, S., and Simonnet, G. (2003), The operating theatre planning by the follow-up of the risk of no realization, *International Journal of Production Economics*, 85, 83-90.  
 May, J. H., Strum, D. P., and Vargas, L. G. (2000), Fitting the lognormal distribution to surgical procedure times, *Decision Sciences*, 31, 129-148.  
 Olivares, M., Terwiesch, C., and Cassorla, L. (2008), Structural estimation of the newsvendor model: An application to reserving operating room time, *Management Science*, 54(1), 41-55.  
 Gerchak, Y., Gupta, D., and Henig, M. (1996), Reservation planning for elective surgery under uncertain demand for emergency surgery, *Management Science*, 42(3), 321-334.  
 Gupta, D. (2007), Surgical suites' operations management, *Production and Operations Management*, 16(6), 689-700.  
 Green, L., Savin, S., and Wang, B. (2006), Managing patient service in a diagnostic medical facility, *Operations Research*, 54(1), 11-25.  
 Patrick, J., Puterman, M., and Queyranne, M. (2008), Dynamic Multi-Priority Patient Scheduling for a diagnostic resource, *Operations Research*, 56(6), 1507-1525.  
 Spangler, W. E., Strum, D. P., Vargas, L. G. and May, J. H. (2004), Estimating procedure times for surgeries by determining location parameters for the Lognormal model, *Health Care Management Science*, 7, 97-104.



### 민대기

서울대학교 산업공학과 학사  
 서울대학교 산업공학과 석사  
 퍼듀대학교 산업공학과 공학박사  
 현재 : 이화여자대학교 경영학과  
 관심분야 : 모델링&시뮬레이션, 서비스 운영  
 관리, 스토케스틱 최적화