韓國數學教育學會誌 시리즈 A <數學教育>
2011. 11. 제 50권, 제 4호, 403-428.

J. Korean Soc. Math. Ed. Ser. A: The Mathematical Education
November. 2011, Vol. 50, No. 4, 403-428.

창의・인성교육을 위한 수학 수업 모형 사례

권 오 남 (서울대학교)
박 지 현 (서울금융고등학교)
박 정 숙 (태릉고등학교)

I. 서 론

미래 사회에 필요한 핵심역량은 단순한 지식 암기 보다 지식을 활용하고 창의적인 역량을 발휘하는 능력이라는 것은 어제 오늘의 이야기가 아니다. 따라서 단순한 지식과 기능으로서의 수학이나 수준 높은 미래 수학자를 위한 학문으로서의 수학을 가르치기 보다는 학생들이 인생을 살아가는데 필요한 창의력과 수학적 사고력, 바람직한 수학적 태도를 길러주는 것이 학교수학의 목표가 되어야 한다(윤현진 외, 2007; 이강원 외, 2009; 이광우, 2010).

기존의 창의성 연구는 창의성 요소 중 주로 사고 능력을 강조함으로써 한계를 지니며, 이에 따라 창의적 사고능력과 같은 인지적 요소, 창의적 성향과 같은 정의적 요소, 그리고 환경적 요소가 균형 있게 발달해야 함을 강조하고 있다. 최근에는 창의적 요소와 인성 요소를 결합하려는 시도가 추세이다(문용린 외, 2010; 박영태, 2002; 최준환 외, 2009; Csikszentmihalyi, 1996; Gardner, 2006; Sternberg, 2005; Urban, 1995).

정부는 초·중·고등 교육 단계에서 창의성과 인성이 조화된 교육과정을 제공함으로써 글로벌 창의시대에 요구되는 인재를 육성하겠다는 취지에서 2010년 교육계의 핵심과제로 창의・인성교육의 강화를 제시하였다, 수학교육에서도 창의적 인재 양성을 위해 2008년 하반기부터 수학교육 강화를 위한 '수학교육 내실화 방안'을 수립하고 이에 따라 새로운 수학과 교육과정 개정 사업을 추진하였다(조항숙 외, 2008; 홍미영 외, 2010). 또한 창의 중심의 미래형 수학과 교육과정 개선과 정착을 위한 연구가 이루어지고 있으며, 창의・인성교육을 위한 수업모형 개발과 교수・학습자료 개발 연구가 이루어지고 있다(권오남 외, 2011; 김도한 외, 2009; 황선욱 외, 2011).

그러나 창의・인성교육을 수학 교과의 특성을 살려 현장에 적용할 수 있는 기본 방향이나 구체적인 수업모형 개발은 아직 초기 단계이다. 권오남 등(2011)은 창의・인성교육을 위한 수학수업 모형 개발 연구를 수행하여 수학 교과에 적용 가능한 창의・인성 요소 추출하고 이를 수업에 적용하게 위한 문헌 연구를 실시하였다. 또한 이를 바탕으로 창의・인성 요소가 반영될 수 있는 다양한 수업 방법을 통한 수업모형을 구성하였다.

본 연구는 이러한 연구의 흐름에서 특히 하나의 공통된 수학 내용 주제에 대해 다양한 수업 방법을 적용을 통하여 창의・인성교육을 위한 수업 모형의 모습을 제시하고자 하는데 목적이 있다. 이 과정에서 한 수학 주제에 대해 공통적 또는 각기 다른 창의・인성 요소를 반영하는 수업 사례를 개발하였으며, 개발된 수업은 현장교사들의 자문과 여러 차례의 체험 중심의 교사 워크숍 진행 및 학급 단위 소규모 적용을 통해 그 적용 가능성을 검토하였다.

Ⅱ. 수학교육에서 창의・인성교육

1. 학교교육에서 창의・인성교육

학교교육의 큰 축은 학업지도와 인성교육이다. 최근 학업지도에서는 기존의 지식 전달 중심의 교육이 아닌 창의성을 발현하는 교육으로 그 방향성이 전환되었고, 인성교육 역시 창의성교육과 함께 21세기에 중요한 교육

* 접수일(2011년 7월 12일), 수정일(2011년 8월 16일), 게재확정일(2011년 11월 18일)
* ZDM분류 : D43
* MSC2000분류 : 97D40
* 주제어 : 창의성, 인성, 창의・인성교육

덕목으로 그 중요성이 부각되었다.

이러한 창의·인성교육에 대한 융합적인 견해는 인지적 능력 중심의 창의성 연구와 창의성교육과 인성교육이 별개로 추진되는 것을 반성하고 이를 통합적인 관점에서 교육할 필요성이 제기되면서 시작되었다.

Urban(1995)은 기존의 창의성 연구가 창의성 요소 중 주로 사고 능력을 강조함으로써 한계를 가지며, 창의적 구성요소의 인지적, 정의적, 환경적 요소가 균형 있게 발달되어야 함을 강조하였다. 이후 여러 학자들의 연구에서도 창의성이 최대한 발현되기 위해서는 창의적 성향 계발과 사회 문화적 환경의 지원이 중요하고, 미래를 성공적으로 살아나가기 위해서는 반드시 개인의 지적 능력과 창의성과 함께 이를 종합하거나 존중하는 등의 윤리적인 마음이 중요함을 주장하였다(Csikszentmihalyi, 1996; Sternberg, 2005; Gardner, 2006). 이 역시 창의성 교육과 인성교육이 함께 필요함을 역설한 것으로 보인다.

교육현장에서도 창의성교육과 인성교육이 별개로 추진되는 문제를 제기하며 창의성과 인성을 모두 고려한 교육이 이루어져야 함을 강조하였다(박영태, 2002; 최준환 외, 2009). 즉 창의·인성교육은 내용교육 영역, 심리과정교육 영역, 인성교육 영역을 포함하는 교육이며, 이 세 영역에서 균형 잡힌 인간을 육성하는 것이 교육적 목표라고 하였다, 문용린 등(2010)은 창의·인성교육이란 창의성교육과 인성교육의 독자적인 기능과 역할을 강조하면서, 동시에 두 교육의 유기적 결합을 통해서 창의성의 배양과 발휘를 촉진하는 인성과 사회문화적 가치와 풍토를 조성하고, 올바른 인성과 도덕적 판단력을 구비한 창의적 인재를 육성하기 위한 교육전략이라고 하였다.

이상의 흐름을 종합해 볼 때 미래사회를 대비하는 교육의 입장에서 창의성과 인성은 중요한 교육의 목표이며, 이를 최대한 발현할 수 있도록 하기 위해서는 창의성과 함께 인성 및 성향 계발과 사회적 환경의 지원이 매우 중요하다 하겠다. 또한 창의·인성의 통합적 접근이 교과교육을 비롯한 학교교육 전반에서 지향해야할 과제임을 알 수 있다.

2. 수학교육에서 창의·인성교육

일반적 창의성에서는 확산적 산출물을 많이 내거나 독창성을 강조하는 반면, 수학적 창의성에서는 새로운 지식의 창출로 보는 관점과 유연한 수학적 문제해결력으로 보는 관점으로 구분하여 고찰할 수 있다. 어느 경우든 고등 수학적 사고로서 창의성을 연구하고 융통성, 유창성, 새로운 연결의 형성, 발산적 산출물과 같은 개념을 중요하게 다루고 있다.(권오남 외, 2005; Ervynck, 1991; Haylock, 1987; Krutetskii, 1976; Pehkonen, 1997; Silver, 1995; Sriraman, 2004). 또한 수학적 창의성 역시 모든 사람들에게 존재하며, 일종의 사고과정이며, 개발 및 육성이 가능하다는 점에서 일반적 창의성과 다를 바 없다는 것을 이들의 연구를 통해 알 수 있다.

수학과의 창의·인성교육의 개념을 정립하기 위해서는 수학적 창의성은 수학과라는 영역 의존적 관점을 벗어날 수 없으나, 단지 수학적 문제해결과 관련지어 설명하려는 경향성은 배제하는 것이 필요하다. 본 연구에서 초점을 두고 있는 수학적 창의성의 측면은 수학만의 독특한 특성이라기보다는, 일반 창의력과 수학적 창의력에서 공통으로 강조되고 있는 것을 바탕으로 수학교육에서 실현할 수 있는 창의성이다.

한편, 수학교육에서의 인성교육을 고려해 볼 때 그 원류는 Pestalozzi, Herbart, Froebel 등으로 대표되는 교육사상가에게서 찾을 수 있다. 이들은 수학을 정신 도야의 초석으로, 자연의 법칙 속에서 인간 자신의 정신과 사유의 법칙 속에서 그것을 매개하는 것으로, 인간교육에 불가결한 의미를 갖는 교과로 여겼다. 근래에도 수학에서의 인본적인 정신을 찾아내어 이를 학생들에게 갖추도록 하여야 한다고 하는 주장이나 문화유산으로서의 수학의 특성을 설명하고 시민 정신을 위한 훈련 과정으로서의 수학의 필요성을 주장하는 수준으로 수학교육의 목표와 가치의 입장에서 인성 교육이 언급되어 왔다(Keyser, 1966; Smith, 1966). 미국 수학교사협의회(NCTM, 1989; 2000)는 앞으로의 수학교육의 목표를 수학적 소양의 형성으로 보고 자신감, 유연성, 창의성, 수학의 가치 인식 등 수학적 성향을 신장하고 평가하는 기준에 대해 언급함으로서 수학교육에서 인성의 가치를 확인시켜주었다. 그러나 수학교육에서의 인성교육에 관하여 체계적이고 적극적인 연구가 이루어졌다고 말할 수는 없다.

국내에서 수학에서 인성교육에 대한 연구 역시 활발

하게 진행되지 못했지만, 박영배(1999)는 인성교육의 일반적인 덕목체계를 바탕으로 수학과 교육에서 고려할 수 있는 덕목 요소를 추출하여 수학교육을 통해 달성할 수 있는 인성교육의 하위요소를 분류한 바 있다. 송상헌(2002)은 인성교육과 인간성 회복을 위한 수학과 교육에 대한 연구가 절실하다고 하면서, 수학에서 인성교육을 구체화하기 위한 방안으로 내용과 주제를 통한 인성교육의 관점, 수학문제의 소재를 통한 인성교육의 관점, 그 내용을 구현하는 교수·학습방법에 관련된 관점을 제시하여 실제 인성교육자료 개발에 있어서의 방향을 제시하였다. 김상용(2003)은 수학이 평등성·공평성을 기반으로 한 합의의 산물임을 강조하여 수학교육에서의 인성교육의 가능성을 보여주었다.

그러나 이러한 연구는 수학과에서 인성교육을 의식한 체계적이고 구체적인 연구라기보다는 수학 교육의 흐름 속에서 수학의 본질적인 면에서 그 방법을 제안하거나 인성교육의 필요성을 제기한 연구로, 창의·인성이라는 융합적인 측면에서 고려된 것은 아니다.

본 연구에서 창의·인성교육의 측면에서 인성교육을 고려할 때 보편적인 인성요소와 함께 창의성을 촉진하고 '창의성 발현하는데 도움이 되는 능력으로서의 인성', 그리고 수학과의 목표와 부합하여 수학교실에서 실현할 수 있는 인성을 포괄하고자 한다. 이는 수학에서 실현가능한 창의·인성요소의 고려에서 구체적으로 드러날 수 있을 것이다.

3. 수학에서의 창의·인성의 요소

창의적인 사람은 주어진 문제를 창의적으로 해결하는 인지적 특성과, 이러한 인지적 특성과 보완적인 관계를 갖는 성향적인 특성, 그리고 몰입, 열정으로 표현되는 동기 이 세 가지가 적절히 조화된 사람이다. 또 인성적으로 훌륭한 사람은 신뢰가 가고, 존중할 줄 알며, 책임감 있고, 공정하며 정의롭고, 배려와 용기가 있으며, 정직하고 성실한 사람일 것이다. 앞서 제시한 요소를 두루 갖춘 사람은 창의적이면서도 인성적으로 성숙한 사람이 될 것이며, 궁극적으로 교육에서 추구하는 인간상일 것이다.

다양한 창의성의 특성과 창의성교육 연구(임선하, 1993, 황농문, 2007; Amabile, 1983; Csikszentmihalyi, 1996; Guilford, 1959; Sternberg, 1994; Torrance, 1975; Urban, 1995), 보편적인 인성교육 및 교과교육에서의 인성교육 연구(Lickona, 1991; Josephson, Hanson, 2005; 문용린 외, 2010 박영배, 1999; 안범희, 2005; 최현섭, 1999)에서 종합한 창의·인성의 요소는 다음과 같다.

창의성의 요소로는 확산적 사고로 대표되는 유창성, 융통성, 독창성, 정교성 외에도 진한 감동, 이타적, 호기심, 어려움에 대한 도전, 용기, 건설적 비판, 결단력, 결점을 찾아냄, 근면성, 싫증내지 않음, 적대적이거나 부정정이 아님, 단호성, 자발성, 독립성, 진실성, 대범성, 집요성, 철저성, 순진성, 모험성 등이 있다. 특히 창의성을 발현하는데 도움이 되는 인성적 특성은 경험에 대하여 개방적이고, 자신의 감정과 느낌을 잘 표현하며, 어떤 일을 판단하는 것보다 감지하는 것을 더 좋아하며 도전적이고 애매하고 복잡한 일을 좋아하며, 자기 독단, 자기 수용, 대담하다는 특성이 있다.

이들 요소들은 어느 한 요소도 그 자체만으로는 창의성 발현을 가져올 수 없으며 각 요소들이 특정한 수준과 특정한 상황에서 상호 의존적으로 기능하면서 적절한 역할을 수행해야 한다는 것이 연구자들의 주장이다(Mackinnon, 1962; Torrance, 1975).

본 연구에서는 이들 연구를 종합하여 수학교육에서 실현할 수 있는 보편적인 창의·인성 요소를 크게 창의 인지적인 요소와 창의적 성향 및 동기적 요소, 그리고 인성적 요소로 구분하였다.

우선 창의성의 인지적 요소로는 널리 알려진 창의성 요소인 유창성, 융통성, 독창성, 정교성과 함께, 상상력, 역발상, 유추, 시각화 등의 확산적 사고를 뒷받침하는 요소가 있을 수 있다.

Guilford(1959)가 제시하고 이후 창의성 연구에서 공통적으로 수용하는 확산적 사고의 유형인 융통성, 유창성, 독창성, 정교성은 수학적 창의성과 창의적 문제 해결력을 논할 때 공통적으로 수용하는 사고 유형이다. 따라서 수학에서의 창의·인성교육에 있어서도 필수적인 요소라 할 수 있다.

상상력은 창의적 능력에서 필수 역할을 하여 창의성 연구와 창의적 문제해결력 연구에서 등장하는 주요 능력이다(Arieti, 1976; Johson, 1976). 그러나 아직 수학 학습에서는 구체적으로 언급되지는 않은 상태이다. 확산적

사고와 그 밖의 역발상, 유추, 시각화 등의 다른 창의적 사고를 돕는 기본적인 능력이라는 면에서 별도로 부각될 필요가 있으며 이를 자극하고 신장하려는 노력이 수학수업에서도 필요할 것으로 보인다.

새로운 수학적 개념을 습득하는데 유추의 사용은 매우 유용한 사고이다. 수학에서는 추론의 유형으로서와 창의적 사고 기법으로서의 관점에서 동시에 다루어지고 있다(김선희, 2008; 이승우, 2001; 한인기, 2007). 따라서 단지 수학의 추론 유형으로서가 아닌 사고를 확장하고 심화하는 창의적 사고 기법으로서 인식과 교육이 수학수업에서도 필요할 것으로 보인다.

역발상은 '관습을 쫓기 않는, 인습에 사로잡히지 않는, 판에 박히지 않은 시각'이라는 의미이다, 이 '발상'이란 기존의 사고방식이나 관념을 토대로 '생각을 전개시키거나 정리하여 형태를 갖춘 것'의 사전적 의미를 가진다. 이에 '거스르다', '바꾸다' 의 뜻 '역'을 덧붙여 새로운 형태를 갖춘 생각 중에서도 기존의 생각과 관념 등을 깨는 더욱 새로운 사고방식을 '역발상'이라고 할 수 있다. 역발상이란 용어는 Altshuller(1989)의 창의적 문제 해결 기법 인 TRIZ의 40가지 기법 중 하나로 경영, 제품생산, 마케팅 등에서 주로 사용되어 왔는데, 수학교육에서는 앞서 제시한 확산적 사고의 기본이 될 수 있으면서 '거꾸로 생각하기' 등의 방법으로 독자적으로 수학교육에 적용할 수 있는 요소가 될 수 있을 것으로 보인다.

시각화는 추상적인 수학적 개념·원리·법칙을 구체적이고 직접적으로 지도하는데 효과적인 방안의 하나로 시각물로 제시된 정보를 단순히 이해하고 해석하는 능력뿐 아니라 정보를 처리할 때 시각화의 방법을 활용하는 능력을 의미하고 존재하지 않는 대상을 시각적으로 연상하고 조작하고 창조하는 능력을 말한다(이대현, 박배문, 2002; Rha, Park, Choi & Choi, 2009; Williams, 1983).

Fischbein(1987)은 시각적으로 표현된 표상은 상징적으로 표현된 문자식에 비해 창의적 활동에 탁월한 역할을 수행해 왔다고 주장하며 학교교육에서의 시각화 능력에 대한 중요성을 언급하였고, 본 연구에서 시각화는 심상을 형상화하는 능력으로 모든 감각을 통한 표현을 말한다.

창의·인성교육에서는 확산적 사고뿐만 아니라 분석, 통합, 비판 등의 수렴적 사고를 뒷받침하는 요소도 교육되어져야 한다. 분석적 사고는 새로운 개념들을 논리적인 형식으로 조직하며 엄밀한 진술과 연역적 결론을 유도하기 위해 복잡한 것을 풀어서 개별적인 요소나 성질로 나누어 그 개념들을 다듬어 가는 능력을 말하며, 여러 아이디어를 합쳐 새로운 아이디어로 제시될 수 있는가 하면 기존의 아이디어에서 특정 요소를 제거하거나 수정, 보완하여 새로운 아이디어를 내 놓는 통합적 사고도 주요한 요소이다. 또한 이루어내 결과를 반성적 사고로 객관적이고 타당한 근거에 입각한 판단하는 능력도 창의성과 함께 인성적인 측면에서 중요한 요소이다.

이러한 창의적 사고를 적극적으로 실현하도록 돕기 위해서는 주변의 사물에 대해 의문을 갖고 질문을 제기하려는 태도인 '호기심', 자신의 내적 동기에 의해 필요한 아이디어를 산출하려는 태도와 고정 관념이나 선입견으로부터 자유롭고자 하는 '독립성', 다양한 아이디어나 입장을 열린 마음으로 수용하고, 다양성으로 인한 불확실함과 모호함을 잘 견뎌서 새로운 방향으로의 문제해결을 이끄는 '개방성', 오감을 통해 들어오는 다양한 정보에 의해 민감한 관심을 보이고, 이를 통하여 새로운 영역을 탐색해 나가는 '민감성', 높은 수준의 관심과 열정, 특수영역에 대한 집착력, 자신감과 성취동기인 '과제집착력', 강한 집중과 즐거움의 경험을 의미하는 '몰입' 등의 성향적 요소도 중요한 창의·인성의 요소가 될 수 있다.

본 연구에서 창의성을 지지하는 인성요소는 선행연구(문용린 외, 2010; 박영배, 1999; 안범희, 2005; 최현섭, 1999; Josephson & Hanson, 2005; Lickona, 1991)에서 밝힌 보편적인 인성요소이나 수학에서도 실현가능한 요소를 의미한다. 수학에서 실현 가능하다는 의미는 실제 수업에 있어 그 주제와 내용 또는 과정에서 목표로 실현할 수 있는 요소를 말한다. 이는 교육과정 분석과 실제 수업 모형을 개발하는 과정에서 추출 되었다. 이러한 인성 요소로는 '정직', '책임', '배려', '용기', '소유', '인내', '공정', '협동', '화합' 등이 있다.

창의적 사고에는 어린아이 같은 모습이 필요하다고들 하는데 이러한 '어린아이 같음'의 필수적인 요소의 하나로 정직성을 포함한다. 자신의 생각을 느끼고, 상상한 것을 사실 그대로 말하고, 표현하며, 꾸미거나 눈치를 보거나 가식적으로 만들어 내지 않는 이러한 사고의 특성을 정직성으로 보고 수학에서 발견되거나 관찰 또는 정

리된 사실을 그대로 표현하고 나타내는 것이 이에 속할 수 있겠다.

책임은 존중의 연장선상에 있다. 다른 사람을 존중하게 되면 그들로부터 가치를 부여받고 그에 대한 책임감을 느끼게 된다. 책임은 타인 지향적이고 그들에게 주의를 기울이는 일이며 그들의 요구에 능동적으로 응답하는 것이다.(안범희, 2005). 본 연구에서는 책임의 기본을 존중으로 보고 따로 구분하지 않고 남의 감정에 둔감하지 않고 타인의 관심과 필요를 헤아리는 '배려'를 고려하였다. 배려는 이기심과 책임감 사이의 균형을 이루게 하는 것으로 이들의 요소는 창의·인성적 수학수업의 특징으로 볼 수 있는 탐구나 토론, 발표, 프로젝트 활동 등에서 필수적인 요소이다.

수학교육의 목표 중 하나는 합리적 문제 해결능력과 태도 배양에 있다. 합리적 사고에는 분석적, 비판적 사고 등의 인지적 능력도 중요하겠으나, 분별과 평가를 필요로 할 때 가능한 객관적이고 중립적인 입장에서 정확하게 판단하는 공정이 중요한 요소일 수 있다. 인지적인 판단과 함께 공정하고자 하는 심정적 요구에 의한 행동이 합리적으로 문제를 해결하고 의사를 결정하는데 도움이 될 수 있다.

창의성을 언급할 때 호기심과 도전에 대해 말하는 것은 많다. 이와 함께 수학을 하는 데 있어서 자신의 이해를 확장하기 위 특정한 상황의 모호성에도 스스로를 던질 수 있는 용기도 중요한 요소이다. 특히 지적 용기는 특히 지적 용기는 쟁점에 대한 자신의 이해를 확장하기 위해, 또는 새로운 관점으로 그것을 조명하기 위한 동기와 인내를 포함한다. 문제해결에 있어 끝까지 해내려는 인내는 수학학습뿐만 아니라 성공적인 학습에 필수적인 요소일 것이다.

이와 함께 지식의 구성에 있어서의 학생 중심이 되는 '소유'와 함께 학습하는데 있어 필수 요소인 '협동'과 '화합' 등이 본 연구에서 고려하는 수학과 창의·인성교육에서 목표로 하는 중요한 요소가 될 수 있을 것이다

물론 이상의 창의·인성 요소가 중첩됨이 없이 분명하게 구분되거나 모든 수학수업에서 꼭 교육되어야 한다는 것은 아니다. 그러나 그 가능성을 열어두고 실현하고자 노력하는 가운데 그 자체가 주제로 부각될 수 도 있고, 학습 공동체로서 학습을 하는 과정에서 필요한 중요한 요소로 작용할 수도 있다. 이는 현대사회의 흐름이며 창의·인성교육을 위해 우리가 구체적으로 고려해야할 요소이기도 하다.

4. 창의·인성교육을 위한 수학적 과정

미래형 수학교육과정에서 창의성과 함께 제안된 '수학적 과정'이라는 영역은 우리나라의 수학교육의 제 문제를 개선하기 위한 하나의 방향으로 추가되었다(김도한 외, 2009). 이는 미래 사회 변화에 부응하여야 하는 역량중심의 교육과정과도 맥을 같이 한다. 미국의 NCTM (1989, 2000)이 교육과정에 내용 규준과 별도로 '과정 규준'을 제시하고, 정오각형 모형을 갖는 싱가포르의 수학과 교육과정이 '과정'을 하나의 변인으로 설정하고 있는 예(박경미, 2005), 일본이 내용 이외에 '수학적 활동'의 구체적 성취 기준을 제시한 예(일본 문부성, 2008) 등은 수학적 과정에 해당하는 요소를 수학과 교육과정에 반영한 예라 할 수 있다.

우리나라 개정 교육과정에서 제시한 '수학적 과정'은 수와 연산, 도형 등의 내용 영역에서 다루는 수학적 주제를 이해하고 습득할 때와 그러한 수학적 주제를 활용하여 다양한 현상을 이해하고, 문제를 해결하고 의사소통을 할 때 활성화 되어야 하는 능력을 의미한다. 수학적 과정의 구성요소로서 '수학적 문제 해결', '수학적 추론', '수학적 의사소통', '수학적 창의성'을 들고 있는데, 앞의 세 가지는 서로 독립적인 요소가 아니라 중첩되어 있고, 이제까지의 우리나라 수학과 교육과정에서 계속 강조되어 온 사항으로 계속 계승되어 구체화 되어야 함을 제안하였다. 후자의 수학적 창의성은 앞 장에서 언급했듯이 미래사회의 중요한 사고 특성으로 이러한 세 가지를 포괄하는 개념임과 동시에 그 각각에 내포되어 실현되어야 할 개념일 것이다.

앞으로의 교육과정에서 수학적 과정을 중요시하고 이를 통해 수학적 창의성을 실현하고자 한다면 우리가 수업을 계획하고 적용하고자하는 데 있어서도 이러한 관점에서의 조망이 필요하다. 그러나 아직 교육과정이 목표와 성취기준에 지나지 않아 구체적이고 실제적인 교수·학습에 대한 연구가 미흡한 상황이다.

따라서 본 연구에서는 수학적 문제해결과, 수학적 의

사소통, 수학적 추론이라는 수학적 과정을 수용하고 각각의 수학적 과정 중에 특히 이제까지 미처 강조되지 못하였던 부분이나 우리나라 학생들의 수학적 능력에서 개선되어야 할 점을 찾아내어 이를 수업모형을 통해 강조하고, 이를 실현하는 가운데 교육의 목표 중 수학적 창의성을 부각하여야 함을 강조한다.

또한 창의·인성교육이라는 측면에서 '수학적 과정'은 과정적 기준을 넘어, 이를 수업에 실현하는 가운데 앞서 제시한 인성적 요소가 발현될 수 있음을 강조 한다. 즉 수학적 문제해결을 위해서는 창의성뿐만 아니라 인내와 책임 있는 자세가 필요하며, 협동, 화합을 통하여 공동의 문제를 해결할 수 있어야 하며, 의사소통 과정에서 배려, 추론의 과정에서 용기를 필요로 할 수 있다. 또 이를 통해 얻어진 수학적 산출물에 대해 공정한 판단과 소유의식 등이 얻어 질수 있을 것으로 본다.

Ⅲ. 수학에서 창의·인성교육 수업 사례

수학적 문제 해결, 수학적 의사소통, 수학적 추론의 수학적 과정의 세 측면은 이제까지의 우리나라 교육과정과 많은 연구에서 논의되어 오지 않은 새로운 것이 절대 아니다. 다만 그것이 표면화 되어 강조되지 못했거나 그 중 일부분의 능력만 키워져 온 것이 사실이다.

우리 학생들은 자신의 사고를 충분히 그리고 의미 있게 의사소통하는 데에 익숙하지 않거나 그 이유를 의미있게 추론하는 능력이 부족하다는 것이 밝혀진 바 있다. 또 문제를 잘 푸는 데만 익숙한 학생들로 문제를 해결하는데 필요한 조건을 스스로 찾아 해결해야 하는 데에는 취약한 수학적 능력을 나타낸다. 이는 PISA-2006에서의 우리나라 학생들이 보인 결과에서도 드러나는데, 그 수준이 우수하나 무엇보다 답을 쓰고 그에 대한 근거나 풀이과정을 설명하는 문제나 문제의 답이 열려 있는 개방형 문제에 취약한 것으로 보고 됐다(이미경 외, 2007).

우리 학생들이 보다 의미 충실한 수학적 사고 과정과 수학적 사고 활동을 경험할 수 있도록 학교 수학의 모습이 개선될 필요가 있으며, 이는 상황과 과제가 어떻게 제시되고 어떠한 다양한 수업방법을 통해 실현될 수 있는가에 해답이 있다.

본 연구에서는 기하영역의 입체도형, 그 중에서도 정다면체를 중심으로 같은 수학적 주제에서도 수학적 과정을 중심으로 수학적 창의성이 어떻게 수업을 통해 구현될 수 있는지를 제시하며, 이를 통해 창의·인성교육을 위한 수학 수업 구현의 방향과 고려사항 등을 제시하고자 한다.

먼저, '기하영역은 우리 교육과정상 수학의 영역 즉 '수와 연산', '기하(도형)', '측정', '확률과 통계', '문자와 식', '규칙성과 함수' 중 하나이며 전체의 27.9%에 달하는 비중 있는 영역이다. 특히 기하를 학습하는 이유는 기하가 우리가 생활하는 공간을 수학적으로 연구하는 분야이기 때문이다. 따라서 기하학습은 공간에 대한 경험을 수학적으로 다루는 활동이어야 하고 공간에서의 여러 현상을 정확히 이해하기 위해서는 공간 지각력이 필요하며 이는 공간에서의 도형의 성질에 대한 여러 가지 개념과 성질의 정확한 이해에서 출발한다. 따라서 기하교육은 논리적 사고 능력을 발달시키고 실세계 공간에 대한 직관력을 발달시키며, 수학적 사고력을 길러 주는데 가장 중요한 역할을 하게 되었다. 특히 초등학교 이후 중학교에서 다루는 입체도형은 이러한 학생들의 공간감각을 키우고 공간을 수학적으로 다루는 첫 출발이며 여러 가지 도형의 성질에 대한 이해의 시발점이 된다.

정다면체는 중학교 1학년 과정에서 학습되는 내용이다. 교과서에서는 다면체와 정다면체를 다음과 같이 정의 한다.

"각기둥, 각뿔과 같이 다각형인 면으로만 둘러싸인 입체도형을 다면체라고 한다. 또, 다면체는 그 면의 개수에 따라 사면체, 오면체, 육면체, …라고 한다."

이미 초등학교에서 정육면체, 직육면체, 각기둥, 각뿔 등을 배운 상태에서 이를 확장하고 종합하는 과정으로 다면체가 정의되고 소개 된다.

또한 다음 두 가지 조건을 만족하는 다면체를 정다면체라 한다.

❶ 각 면이 합동인 정다각형으로 이루어져 있다.

❷ 각 꼭짓점에 모이는 정다각형의 개수가 같다.

위의 조건을 만족하는 정다면체는 모두 5가지뿐임을 중학교 1학년 과정에서 학습한다. 그런데 1926년 Petrie에 의하여 위의 두 조건을 만족하는 다면체 2개가 발견되었고 그것을 벌집다면체(skew polyhedron)라고 한다. 이후 Coxete가 한 개 더 발견하였다.

따라서 위의 경우들을 배제하기 위해서는 처음 제시된 조건에 다음조건을 추가할 필요성이 있다.

❸ 볼록 다면체이다.

이때의 볼록 다면체는 다면체 내부의 임의의 두 점을 연결한 직선이 외부와 만나지 않는 다면체를 의미한다.

우리가 알고 있는 정의나 교과서의 내용이 완전하다고 생각하여 단순히 암기시키거나 이에 대해 더 이상 논의 하지 않는 것은 다면체를 충분히 이해하는데 저해요소가 될 수 있다. 따라서 정다면체의 조건을 더 명확히 하고, 이러한 조건의 변형에 따라 발견할 수 있는 여러 가지 다면체에 대해 생각해 보는 것이 다면체를 이해하는 데 의미 있는 활동이며 더 나아가 창의적인 수업의 좋은 아이디어가 될 수 있을 것이다.

1. 직관계발 수업 사례

직관은 참된 지식의 원천으로 인식되기도 하고 현상의 본질에 다다를 수 있는 정신 전략으로 받아 들이기도 하며, 또한 그릇된 개념을 야기 시키는 근원으로 인식되기도 한다(Fischbein, 1987).

추론에는 연역, 귀납, 유추, 시각적 추론 등 다양한 추론이 존재하지만 이중 시각적 추론을 그림으로 나타난 정보를 해석하거나, 추상적인 관계와 비시각적인 정보를 시각적인 정보로 바꾸어 상상하고 표현하고 사용하는 추론으로 정의된다(이종희, 김선희, 2002). 따라서 시각적 추론은 세 종류의 심상인 바라보기, 상상하기, 그리기에 의해 수행되며 이 세 심상이 활동적인 상호작용을 할 때 가장 잘 일어나고 이것은 직관으로 연결된다.

따라서 기하적 직관은 기하적 대상을 자유롭게 취급할 수 있는 경험에서 계발된다. 정다면체를 자유롭게 취급하려면 정다면체 5개의 겨냥도와 그 전개도는 언제든지 그릴 수 있어야 한다. 르네상스 시대 화가들의 노력으로 3차원 공간을 2차원 평면에 투사하는 원근법등이 개발되어 2차 평면에서 3차원적 이미지를 형상화 할 수 있게 되었다. 그렇다고 해서 공간도형을 있는 그대로 지면에 옮길 수는 없다. 부분 관찰을 통한 규칙성 파악, 회전 이동을 이용해서 입체를 파악해보도록 하는 것이 필요하며 이를 위해서는 구체적 대상물을 직접 만들어 보는 활동이 필요하다.

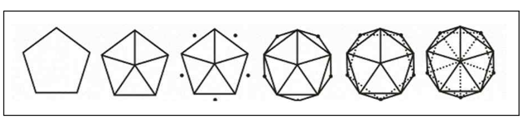
다음 <표 1>에 제시된 직관계발 수업은 정다면체를 학습한 후 그 겨냥도를 그려보게 하여 입체도형에 대한 이해가 부족하다는 문제의식을 느끼는데서 출발한다. 이후 실제 관찰을 위해 도형을 만들어 본 후, 이에 대한 관찰과 조작을 통해 정다면체에 대한 이해를 풍부히 하고, 이를 표현하는 활동을 중심으로 한다.

<표 1> 직관계발 수업 사례

단계	학습 과정		교수·학습 활동 내용
도입	학습 목표		·정다면체를 관찰하고 이를 통해 겨냥도를 그릴 수 있다.
전개	활동	개별	·정다면체 5개를 종이에 그려본다.
		모둠별	·정다각형을 작도하여 직접 정다면체 모형을 만든다. ·정다면체의 겨냥도를 그리기 위해 정다면체의 특징을 찾아내고, 정다면체의 구조와 특징을 감각적으로 익힌다. ·정다면체를 관찰, 실험을 통해 얻은 직관을 바탕으로 다시 이를 겨냥도로 다시 표현한다. ·모둠 내 상호 평가를 한다.
		전체	·정다면체 겨냥도를 그린 방법에 대해 공유하고 정다면체의 특징에 대해 발표한다.
정리	학습 정리		입체도형의 관찰 경험을 바탕으로 관찰한 입체도형을 그리기, 입체도형을 말로 표현하기 등의 활동 등을 통해 정다면체의 특징을 정리한다.

이러한 학습 활동은 학생 스스로 직관적 판단에 근거하여 추측을 형성하고, 다시 한 번 관찰하고 사고하여 정당화 하는 과정으로 이어갈 수 있게 한다.

창의·인성 관점에서 이 수업은 학생들의 기학적 직관을 키우고 상상력과 사고를 확장시키고 차원적 사고를 가능하게 하며, 모든 감각을 동원하여 사고하는 감각적 이해와 통찰을 발달시킬 수 있다. 또한 학생들은 공간에 대한 자신감과 지식을 구성해 나가면서 자신과 타인의 결과에 가치를 부여하고 인정하는 '소유'의식을 가질 수 있다.



<그림 1> 정이십면체 관찰 후 겨냥도 그리는 방법

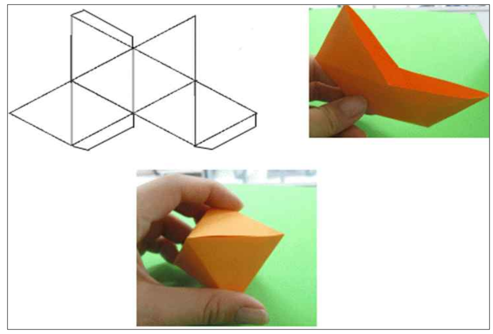
교사 워크숍이나 학생들의 수업에서 관찰된 결과를 보면 많은 교사와 학생들이 5개의 정다면체 중 주로 정십이면체와 정이십면체의 전개도를 그리는 것을 어려워한다. 그러나 이는 실제 입체도형을 만들어 보고 관찰하는 가운데서 해결된다. <그림 1>에서와 같이 정이십면체는 정삼각형이 한 꼭짓점에서 5개 모인다는 사실과 실제 입체도형 모형에서 관찰된 오각형에 출발하여 그 겨냥도를 그릴 수 있다,

입체도형을 만드는 데 있어 많은 교사와 학생들이 가지고 있는 고정 관념은 바로 전개도이다. 학생들과 교사들은 입체도형을 만들기 위해 전개도에서 시작하려한다. 다시 말해 어떤 입체도형을 만들고자 하면 그 입체도형에 전개도에 집착하여 직접 전개도를 그리기도 하고 이미 웹 사이트 등에 제시되어 있는 전개도들을 사용하여 제작하기도 한다. 입체도형을 이해하는데 있어 입체도형과 평면에 그려진 전개도의 관계를 이해하는 것이 중요할 경우도 있다. 특히 기둥이나 뿔의 겉넓이를 구하는 일이나 둘레의 길이 등을 구하는데 전개도가 유용하게 사용된다. 그러나 다면체에서는 그 전개도도 다양할뿐더러 모든 면이 같은 도형으로 굳이 전개도와 입체도형의 관계를 이해하는 것이 불필요하기도 하다. 즉 입체도형을 만들 때 전개도가 반드시 필수적인 것은 아니다.

정육면체는 정사각형 6개로 만들 수 있다. 흔히 그리는 전개도 외에도 전개도로 가능한 서로 다른 전개도는 몇 개나 될까? 이는 직접 정사각형 조각들을 조합하면서 찾아 낼 수 있다. 같은 방법으로 정팔면체를 만들 수 있는 전개도는 몇 가지인지를 생각해내는 활동도 해볼 수 있다. 정팔면체의 경우 직접 만들어 보아 바닥에 놓아보면 늘 교과서의 그림으로 보았던 정팔면체의 성질과 다른 정팔면체의 새로운 모습도 볼 수 있다.

정이십면체의 경우도 두꺼운 도화지를 이용하여 정삼각형 20개를 만들어 이를 투명 테이프로 붙여 만들어도 된다. 이렇게 만들면 그려 만들 때 보다 오히려 만들기도 쉽고 만들어지는 과정에서 교과서에서 접할 수 없는 정이십면체의 구조에 대한 새로운 성질도 알게 된다.

또 거꾸로 정육면체나 정팔면체를 펼치려면 몇 개의 모서리를 절단해야 하는 지로 접근하는 것도 전개도를 이해하게 할 수 있는 방법의 하나이다.



<그림 2> 절단을 이용한 정팔면체의 팝업

<그림 2>와 같이 펼쳐진 입체도형을 만드는 것은 단일 평면으로만 생각하는 것이 아니라 접혔다 펴지는 팝업의 개념을 이용하여 구상해 보게 할 수도 있다. 실제로 우리주변에서 입체도형이 활동되는 예는 상자, 카드, 책 등 이렇게 접혀져있다 구성되는 경우가 많이 있고 이를 수업에 활용할 수 도 있겠다.

이는 학생들의 상상력과 공간 지각력을 자극하는 활동이며, '수학적 추론'의 기본이 되는 직관을 발달시키고, 수학과 실세계를 연결하여 사고하고 소통하는 가능성을 일깨워주는 활동이다.

2. 대상내면화 수업 사례

수학은 수학적 대상에서 공통적인 요소를 추출하여 형식화, 추상화하여 생성된 개념을 다루는 학문으로 학생들은 그 추상성으로 인해 개념, 원리, 법칙 등을 쉽게 인식하지 못하며, 수학적 사실을 이해하는데 어려움을 느낀다. 앞서 제시안 구체물의 제작과 관찰, 형상화와 시각화하는 경험은 학습자가 직접적인 이해를 하는데 도움을 주는 요소로 간주 될 수 있다.

이해의 깊이와 의미를 주는 또 다른 방법으로는 구체적 대상물이나 시각적 자료를 은유적으로 또는 의인화하여 표현하거나 학생 스스로 이름을 붙여 대상에 의미를 부여하는 활동이 있다. 이를 통해 학생들은 수학적 사실을 총체적으로 이해할 수 있으며, 학생들에게 수학적 대상에 대한 의미를 떠올리게 함으로써 학생들의 '개방성', '유추적 사고' 등과 같은 창의력을 자극할 수 있다. 또한

서로가 떠올린 의미를 공유하는 과정에서 서로의 가치관 차이 등에 대해 인식하고 타인을 ‘배려’하는 등 건전한 인성을 기를 수도 있다.

<표 2> 대상내면화 수업 사례

단계	학습과정		교수·학습 활동 내용
도입	학습목표		·정다면체에 대해 다양하게 설명할 수 있다.
전개	활동	모둠별	·모둠별 각각 도형 3문항을 제공하고, 내용에 맞게 협의하여 문장을 만든다. ·모둠 내 상호 평가를 한다.
		전체	·각 모둠의 대표 한명이 다른 모둠을 향해 문제를 출제, 다른 모둠 은 맞힌다.
정리	평가정리		·문제 출제와 맞힌 결과, 창의성을 바탕으로 각 과제수행이 잘된 팀을 동료 평가한다.

나는 OOO입니다.

1. 다음 제시된 도형을 규칙에 맞게 모둠에서 협의하여 미션을 수행하시오.

<규칙>
- ◆ 해당 입체도형의 이름은 직접 이야기하지 않습니다.
- ◆ 최대한 정보를 주되 조건에 맞도록 설명합니다.
- ◆ “나는 ○○입니다” 의 완성된 문장으로 다른 모둠이 맞힐 수 있게 합니다.
- ◆ 맞히는 모둠의 기회는 한번 뿐입니다.
- ◆ 평가 기준은 다음과 같습니다.
  - -그 도형의 특징을 최대한 잘 설명하는가?
  - -설명 내용이 참신한가?
  - -최대한 미션의 조건을 잘 활용하는가?
  (조건에 맞게 다른 모둠원이 맞히는가?)

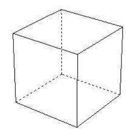
1) 설명을 듣고 한 번에 맞힐 수 있도록 설명하기

예) 나(저)는 위에서 옆에서 앞에서 보아도 정사각형인 도형입니다.
나(저)는 면이 모두 같은 모양이고 여섯 면을 가지는 입체도형입니다.

2) 설명을 듣고 세 번 만에 맞힐 수 있도록 설명하기

예) 나(저)는 위에서 보면 정사각형인 도형입니다.
나(저)는 옆에서 볼 때도 정사각형입니다.
나(저)는 앞에서 볼 때도 정사각형입니다.
(그러나 위의 내용에서 첫 문장에 한번에도 맞힐 수 있다는 점에 주의하자)

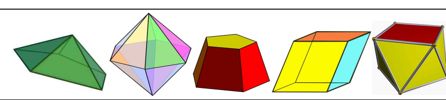
3) 수학적 표현과 모양에 대한 표현을 사용하지 않고 느낌이나 감정을 넣어 설명하기



예) 나(저)는 안정적이면서 듬직하며, 균형을 잃지 않는 모습이 자랑입니다.
나(저)는 제 얼굴에 점을 붙여 사람들과 함께하는 것이 즐겁습니다.

<그림 3> 대상내면화 수업 활동 자료

<표 2>와 <그림 3>에 제시된 “나는 OOO입니다”라는 학습과제에는 학습자가 입체도형의 특징을 파악하고 그와 동화되어 이를 표현해야 하는 과정이 포함된다. 제시되는 도형은 정다면체뿐만 아니라 다양한 입체도형이 될 수 있으며(<그림 4>), 이를 통해 학생 스스로 과제에 대한 흥미를 가지고 각각의 입체도형의 다양한 성질을 탐색하고, 주체적이고 자주적으로 문제를 해결하려는 힘을 기를 수 있다. 특히 <그림 3>의 마지막 3번의 문항에서는 수학적 맥락을 떠나 이를 의인화하고, 그 활용 등에 대해 탐구하여 자신과 동일시함으로써 입체도형이 별개의 대상이 아니라 내 생활의 일부이며, 나의 학습 일부로써 느낄 수 있도록 한다. 이를 통해 수학적 대상에 대한 흥미와 내 것이라는 생각을 가질 수 있게 된다. 아울러 서로의 발표를 통해 자신과 타인의 풀이를 비교, 분석 평가 하면서 수학적인 대화를 바람직하게 나누고 오류를 찾아 이를 수정하는 일련의 과정을 경험하게 된다. 이는 ‘수학적 의사소통’의 하나의 방법이 될 수 있는 것이다.



<그림 4> 대상내면화 수업에 활용한 다양한 다면체

3. 개념정의 수업 사례

구성주의 및 탐구 지향적 수업, 현실주의 수학교육(RME)에서는 공통적으로 수학이 결과의 산물로서가 아닌 스스로 만들어가는 과정임을 강조하고 있다(권오남, 2005; 2006; 권오남 외, 2005; 기경옥, 2004; 백희봉, 2006; Rasmussen, Zandieh, King, & Teppo, 2005).

수학적 창의성은 문제해결 과정에서만 발현되는 것이 아니라 새로운 개념을 배울 때 기존에 가지고 있는 개념을 연결 또는 연합하여 새로운 개념을 쉽게 이해하거나

스스로 새로운 개념을 구성하는 것도 포함한다(황우형 외, 2006). 즉, 학생들이 스스로 아이디어를 발견하고 개념 사이의 관계 형성 및 확장하는 과정이 의사소통의 과정이며 수학학습의 과정에서 창의・인성을 신장하는 방법인 것이다.

<표 3>과 <그림 5>에 제시된 개념정의 수업 사례는 학생들 스스로 개념을 정의하는 활동이 중심이 되는 수업이다. 개념을 정의하는 과정에는 개념의 탐색, 정의의 도출, 개념의 적용이라는 3단계를 거친다. '개념 탐색'' 단계에서는 정의하고자 하는 개념과 관련된 여러 가지 내용을 스스로 탐색하는 과정을 통해 개념을 어떻게 정의할지에 대해 서로 논의하는 활동이다. '정의 도출' 단계에서는 앞 단계에서의 분석과 비판을 통해 얻어진 결과들을 수렴하여 공동체 간의 사회적 합의 과정을 통해 정의를 도출하는 과정으로 이때, 학생들은 공통 성질의 구조나 두 가지 도형 종류 사이의 유사점과 차이점, 선이나 그림으로 표현된 자료의 외형과 관련된 수학적 관계의 추론에 집중하게 된다. '개념 적용' 단계에서는 앞서 정의한 개념을 다양한 예에 적용하게 된다. 정의한 개념이 적용되는 예 또는 예가 아닌 것을 살펴보는 것은 개념이 적용되는 범위나 조건을 보다 수학적으로 엄밀하게 고려하게 함으로써 앞서 도출된 정의에 대한 피드백으로 작용하게 된다.

<표 3> 개념정의 수업 사례

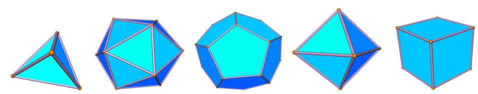
단계	학습과정		교수・학습 활동 내용
도입	학습목표		다면체를 정의할 수 있다.
전개	활동	모둠별	·정다면체의 성질을 찾고 이를 다른 다면체와 구분하여 정의한다. ·각기둥의 성질을 찾고 이를 다른 다면체와 구분하여 정의한다. ·엇각기둥의 성질을 찾고 이를 다른 다면체와 구분하여 정의한다. ・모둠 내 상호 평가를 한다.
정리	정의확정		・각 모둠별 각 다면체를 정의한 결과를 발표하고 다른 모둠과 비교 분석하고 평가하여 오류를 수정하고 바람직한 정의를 도출, 확정한다.

<그림 5>의 1번 문항을 통해 정다면체를 정의하기 위해 정다면체의 다양한 성질을 탐색하는 과정에서 실제 정다면체의 정의 내용뿐만 아니라 오일러의 수나 각 정다면체 간의 관계, 왜 정다면체가 5개인가에 대한 이유도 설명이 가능해진다. 또한 2번 문항과 같이 이미 배운 각기둥이나 생소한 엇각기둥에 관한 정의 활동을 통해서 각각의 정의를 도출하는데 필요한 성질뿐만 아니라 앞서 정의한 정다면체와의 관계 탐구를 통해 수학에서 정의의 특성과 그 역할을 이해할 수 있게 된다.

입체도형, 우리가 정의하자

다면체는 간단히 말해 다각형들을 면으로 가지는 입체 도형입니다. 다음과 같은 다면체를 어떻게 정의할 수 있을지 생각해 봅시다.

1. 다음 도형의 특징을 찾고 이를 어떻게 정의할 수 있을지 탐색하여보세요.



1) 공통의 특징을 될 수 있는 데로 많이 찾아보시오.

2) 위의 다면체를 표현할 이름과 이 도형을 공통으로 설명할 수 있는 설명할 수 있는 문장을 만들어 정의하여보시오.

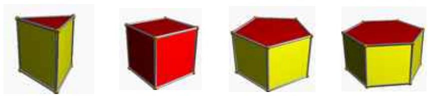
3) 모둠원간에 협의하여 위 도형의 이름과 함께 그 뜻을 완성하여 서술하여 보시오.

4) 우리가 정의한 도형을 기준으로 더 적용 가능한 도형은 없는지 살펴보고, 그 이유에 대해 설명하시오.

5) 다음의 내용을 참조하여 우리가 정의한 것이 적합한지를 평가해보시오.

핵심적인 성질이 들어있는가?
포함해야 될 것은 포함되었는가?
불필요한 것은 포함되거나 중복된 서술을 하지 않았는가? 경제적인가?
분명하지 않고 애매한 용어를 사용하지는 않았는가?
모순된 설명은 없는가? 엄밀한가?
용어를 순환하여 설명하거나 사용하지는 않았는가?
이미 알고 있는 수학적 용어들로만 구성하였는가?
다른 도형과 구분하기에 충분한가?
모두에게 합의되고 수용될 수 있는 내용인가?

2. 다음의 도형의 성질을 탐색하여 이름을 붙이고 이 도형의 뜻을 정의해봅시다.



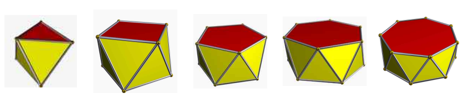
1) 공통된 성질을 가능한 한 많이 찾아보시오.

2) 이 도형에 이름을 붙이고 그 설명을 모둠 원끼리 토론 후 합의된 뜻을 써보시오. 또 이때 각각에는 어떤 이름은 어떻게 지으면 좋을지 토론해 보시오.

3) 우리가 정의한 도형을 적용한 다른 도형은 없는지 살피고, 그 이유를 설명하시오.

4) 다른 모둠에게 발표하여보고 다른 모둠의 의견을 들어보시오.

3. 다음의 도형은 어떻게 정의하면 좋을지 각자 생각해보고, 토론하여 다음 도형의 공통의 이름을 붙이고 그 정의를 말해보시오.
1,2 번과 같은 방법으로 모둠원이 토론하여 도형을 정의하시오.



<그림 5> 개념정의 수업 활동 자료

학생들은 직접 수학적 ‘정의를 하는’ 활동을 통해 사고 대상의 종류들 사이의 관계를 기술하고 ‘수학적 추론 능력’을 발달시킬 수 있다. 또한 학생들이 직접 수학자가 되어보는 활동을 경험함으로써 수학에서 정의는 항상 누군가에 의해 주어지는 것이 아니라 스스로 만들 수 있는 것임을 느낄 수 있으며, ‘분석적 사고’와 ‘비판적 사고’를 바탕으로 한 수렴적 사고를 기를 수 있다. 또한 정의를 도출하고 합의하는 과정에서 타인의 의견을 인정하는 ‘개방성’과 ‘배려’를 기르는 데도 도움이 되고, 궁극적으로 ‘수학적 의사소통 능력’을 기를 수 있다.

4. 규칙성·관계 탐구 수업 사례

초등학교나 중학교 저학년 시기 많은 학생은 이전에 발생했거나 그에 대한 몇 가지 예나 자신의 경험이 확신을 준다고 생각하면서 특정 사실을 참이라고 믿는 경향이 있다. 그러나 수학적 추론을 학습함에 따라 학생은 나름대로의 예측을 할 수 있어야 하고, 증거에 기초하여 그 예측을 평가할 수 있어야 한다. 또는 어떤 예측이 참임을 보이기에 몇 가지 예로는 불충분하며, 예가 아닌 것을 이용하여 예측을 반증할 수 있음도 학습하여야 된다. 그리고 일련의 예를 통하여 일반적인 성질과 관계성에 대해서도 추론할 수 있어야 한다.

수학적 추론과 관련한 중학교 수학적 과정의 내용은 학습한 수학적 개념, 원리, 법칙 등에 근거해서 수학적 추측 및 주장을 만들고 정당화하기, 기하적 직관, 유비추론, 귀납적 추론, 연역적 추론 등을 활용하여 수학적 추측을 만들고 정당화하기, 귀납적 추론과 연역적 추론의 차이를 알고 설명하기 등을 들 수 있다(김도한 외, 2009).

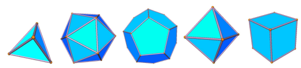
<표 4>에 제시된 규칙성과 관계를 탐구하는 수업은 기존 수업에서의 연역 일색의 수학적 추론에서 벗어나 ‘정다면체’라는 새로운 정의를 도입하기 전이나 도입 후 정다면체의 성질에 대해 직접 찾아보는 활동을 통해 정다면체 성질을 일반화하고, 또는 다른 도형과의 관계 탐구를 통해 여기에서 확장된 다양한 정다면체의 성질을 추측하고 정당화하는 것을 목표로 한다.

<표 4> 규칙성·관계 탐구 수업 사례

단계	학습과정		교수·학습 활동 내용
도입	학습목표		·정다면체의 다양한 규칙과 관계를 찾고, 이를 정당화 할 수 있다.
전개	활동	모둠별	·정다면체에서 다양한 규칙을 인식하고 탐구한다. ·정다면체 끼리, 정다면체와 다른 정다면체와의 관계를 탐구한다. ·발견한 내용을 바탕으로 다양한 규칙으로 정다면체를 나열한다. ·모둠 내 상호 평가를 한다.
		전체	·각 모둠별 발견한 규칙과 관계, 이를 통한 스스로 구성한 규칙을 발표한다.
정리	성질정리		다른 모둠들과 비교 평가하여 정다면체의 성질을 정리한다.

<그림 6>에서와 같이 정다면체의 나름의 규칙을 찾아 그에 대한 ‘정당화하는 활동’과 다른 도형과의 관계를 찾고 이를 통해 정다면체를 다시 ‘분류하는 활동’은 정다면체의 성질을 다양하게 스스로 파악하게 하고 확장된 성질의 탐구를 가능하게 한다. 즉 ‘분석적 사고’와 ‘통합적 사고’를 동시에 가능하게 한다.

정다면체 속 패턴 찾기

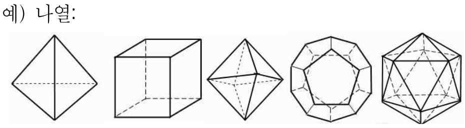


1. 5가지 정다면체에서 다양한 규칙을 가능한 한 많이 찾아보십시오.
예) 면의 모양, 모서리의 개수 등등

2. 서로 다른 정다면체의 관계에서 찾을 수 있는 성질을 가능한 많이 찾아보십시오.
예) ~다면체와 ~다면체 사이에 어떤 관계가?

3. 다른 입체도형과의 관계를 다양하게 찾아보십시오.
예) ~다면체와 ~뿔 사이에 어떤 관계가?
*1,2,3의 결과를 수합하여 찾아낸 규칙과 관계를 다른 모둠에게 발표해 봅시다.

4. 정다면체의 성질들을 이용하여 정다면체를 나열하는 나만의 규칙을 만들어 보십시오. (다른 모둠에게 발표해 봅시다.)
예) 나열:



규칙: 정다면체 면의 개수가 작은 순서대로
1)나열:
규칙:________________________________
2) 나열:
규칙:________________________________

<그림 6> 규칙성·관계 탐구 수업 활동 자료

이 수업은 ‘개념을 탐구’하는 과정과 귀납이나 유추 등에 의해 ‘패턴을 인식’ 하거나 ‘관계를 추측’하고, 추측한 관계를 '정당화'하는 과정으로 구성된다. 이를 통해 두 개 이상의 개념 사이의 관계에 초점을 맞추어 추론할 수 있으며, 그 개념을 풍부하게 할 수 있다.

정다면체는 서로 아무런 관계가 없는 것 같아 보이지만 다양한 관계를 가지고 있다. 정십이면체를 여러 가지 방향으로부터 절단해 보면 다양한 다각형이 단면에 나타난다. 정십이면체의 2개의 꼭짓점을 동시에 잘라 정사각형을 만드는 작업을 되풀이 하면 정육면체가 나타난다. 그리고 정육면체에서 세 꼭짓점을 동시에 잘라내는 작업을 되풀이하면 정육면체에서 정사면체가 만들어 진다. 다음에는 정사면체를 밑면과 평행하게 높이의 $\frac{1}{2}$이 되는 곳에서 잘라내면 단면에는 정삼각형이 나타나고, 같은 방법으로 4개의 꼭짓점을 모두 잘라내면 정팔면체가 생긴다. 곧 정사면체가 정팔면체가 되는 것이다. 정팔면체의 각 꼭짓점을 각 모서리에 중심을 지나게 자르면 다시 정이십면체가 된다. 결국 정십이면체에서 시작하여 정이십면체 까지 차례로 정 다면체를 만들어 갈 수 있다.

그런가하면 면과 꼭짓점의 개수에 초점을 맞추면 쌍대 다면체에 대한 내용으로 확장하여 사고할 수도 있고, 한 꼭짓점에 모인 면의 개수나 그 도형에 초점을 맞추면 다면체의 다양한 분류와 정의가 가능하다.

학생들은 여러 가지 규칙을 찾고 탐색하는 과정에서 ‘융통성’과 ‘독창성’을 바탕으로 사고를 확장할 수 있으며 일정한 규칙을 찾고 그것을 수학적으로 표현하는 기회를 통하여 수학을 생활 속에서 개념화 할 수 있고, ‘소유’의식과 ‘민감성’을 키울 수 있다. 또한 수학적 개념이나 성질이 서로 어떻게 연결되어 있는지 이해하고, 각각의 아이디어에 기초하여 전체를 일관되고 통합적으로 바라볼 수 있으며, 이를 통해 ‘수학적 추론 활동’을 활발히 할 수 있게 된다.

5. 문제제기 수업 사례

이제까지의 수학교육은 문제를 발견하고 문제를 찾아내는 일보다는 해결하는 능력을 중심으로 진행되어 왔다. 그러나 더 중요한 것은 새로운 연구문제를 찾아내고 이를 창의적으로 해결하는 능력이다. 특히 무엇이 중요한 과제인지 찾는 민감성이나 문제발견 능력, 창의적 문제해결 능력이 필요하다.

문제발견은 창의적 사고에서 중요한 역할을 한다. 이는 문제를 직접 발견하고 문제를 제기(problem posing)하는 활동을 통해 훈련될 수 있으며, 문제제기는 두 가지 다른 활동으로 관련된다. 그 하나는 원래 문제를 해결하려는 노력 속에서 새로운 문제를 생성하여 그 과제를 재구성해야만 그 문제를 해결할 수 있는 경우이고, 또 하나는 원래의 문제와는 완전히 다른 문제를 만들어내서 그것을 분석함으로써 원래 문제의 의미를 충분히 이해하게 되는 경우이다.

Kilpatrick(1987)은 ‘문제제기’는 가르치는 수단으로 뿐만 아니라 목적으로 보아야 하며, 학생 자신이 스스로

문제를 발견하고 만들어 내는 경험이 교육의 일부가 되어야 한다고 하였다.

수학의 지적 탐구활동에서도 문제제기 활동이 자주 일어나며, 주어진 문제를 재 진술하거나 변형된 문제를 만들어 보게 되면 문제 해결이 용이하게 된다. 이와 같은 문제제기는 새로운 문제를 생성해 내거나 주어진 문제로부터 문제를 재 진술하는 것과 관련이 있으면 문제제기는 문제를 풀기 전에도, 푸는 중에도, 문제를 풀고 난 후에도 일어난다(Silver, 1993). 따라서 문제 제기활동은 문제해결 전반에 나타나므로 매우 중요한 활동이라고 할 수 있다. 학생들에게는 이러한 문제 해결 상황을 조성해 주고, 주어진 문제의 해결만이 아닌 문제제기를 통한 문제해결 태도를 길러 주어야 한다.

<표 5>에 제시된 문제제기 수업 사례는 학생들이 직접 문제를 만드는 경험, 즉 문제 제기의 활동을 단계별로 경험하게 하는데 목적이 있다. 문제 만들기는 어느 단원에서든 적용하여 활용할 수 있으나 단순한 상황에서부터 출발하는 것이 실제 문제 만들기 전략을 체득하기에 좋은 방법일 수 있다. 따라서 본 수업은 '정다면체'라는 친숙한 개념에서 출발하여 다면체에 대하여 다양하게 사고하고 이를 문제로 만들기로 연결하는 활동을 통해 분석적 사고와 함께 '유창성'과 '융통성', '독창성' 등의 확산적 사고를 키울 수 있다. 또한 학생들은 문제를 만드는 활동의 유용성을 인식하고 주어진 문제가 아닌 자신의 문제에서 출발하는 경험을 통해 적극적인 '문제해결 자'가 될 수 있을 것이다.

<표 5> 문제제기 수업 사례

단계	학습과정		교수·학습 활동 내용
도입	학습목표		·수학적 사실을 발견하고 이를 활용하여 문제를 만들 수 있다.
전개	활동	모둠별	·수학 관련 동화를 읽고 자유롭게 토론한다. ·what if 전략을 이용하여 문제 만들기 브레인스토밍을 한다. ·만든 문제 중 선택하여 이를 확장하여 탐구하고 공유한다. ·모둠 내 상호 평가를 한다.
		전체	·각 모둠에서 만들어낸 문제와, 확장 탐구한 내용을 발표, 공유한다.
정리	문제제기정리		·문제 만들기 경험에 대해 이야기 나누고 문제 만들기의 장점을 정리한다.

Brown & Walter(1983)는 문제 제기를 '수용'과 '도전'의 두 단계로 나누고 각 단계별 필요한 전략을 제시하였다. 특히 도전의 단계에서 주어진 문제를 그대로 수용하는 단계를 벗어나 좀 더 내용을 분석하고 조건 등을 변형시켜 새로운 문제를 제기하는 과정을 제시하였는데, 여기에서 활용될 수 있는 주요 전략이 'What if not' 전략이다. 즉 출발점 선택에서 속성을 나열하고, 이를 '만약 ~이 아니라면'이라는 사고를 통해 확장하며 질문 또는 문제를 제기하는 것이다.

<그림 7>의 발문에서 알 수 있듯이 문제제기 수업은 이러한 문제제기의 단계를 활용하여 학생들이 직접 문제를 만들고 이중 하나를 선택하여 해결하는 과정에서 이를 확장하여 탐구하는 과정을 포함한다.

학생들은 '만약 ~이 아니라면'의 전략을 통해 다양한 문제를 제기할 수 있고, 이 중 이야기 속의 내용처럼 정다면체의 세 가지 조건 중 어느 하나를 변형하거나 충족되지 못하는 경우에 대해 사고하여, 볼록 삼각다면체(Deltahedron), 아르키메데스 다면체와 이의 분류, 존슨 다면체 (Johnson solid) 등 다양한 다면체에 대해 확장하여 탐구 할 수 있게 된다.

교사 워크숍 참여 교사들은 그동안 수업에서 문제발견과 문제정의에 소흘했던 점을 지적하며, 이러한 문제제기 활동이 사고확장에 도움이 되는 활동이라고 언급하였다(<그림 8>).

나는야 문제 출제자

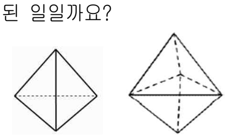
피노키오의 모양나라 모험

피노키오는 제페토 할아버지와 함께 살아요. 그런데 장난꾸러기 피노키오는 창고에 들어갔다가 여러 가지 물건이 쏟아졌지요. 피노키오가 울고 있는데 양철나무꾼이 새 모자를 구하러 모양 나라에 간답니다. 모양나라에서는 주어진 문제를 풀면 그 모양에 해당하는 물건을 나누어 준답니다.

<중략>

"모두 똑같은 도형으로만 둘러싸인 입체 도형을 찾으세요."

피노키오와 양철나무꾼은 모두 삼각형을 선택했습니다. 그런데 이럴 수가 서로 다른 모양의 입체도형이 나왔습니다. 어떻게 된 일일까요?



모양나라 문제 담당관은 당황한 기색이 역력했습니다.

“ 아니, 모두 똑같은 도형으로 각 꼭짓점에 모이는 면의 개수가 같은 볼록한 도형을 찾으십시오.”

피노키오와 양철나무꾼은 찡긋 서로 웃고 나서 정답을 맞혔답니다.

==

1. 이이야기에서 느낀 점, 수학적 사실들을 자유롭게 이야기하여보세요. 이 이야기에서 진짜 문제는 무엇이었나요?

2. 이 이야기에서 알 수 있는 수학적 사실을 모두 찾아보세요.

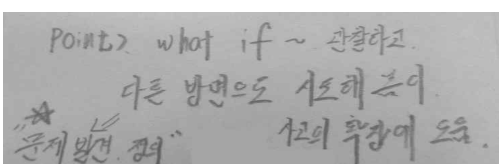
3. 이제 직접 모양나라 〔문제 담당관〕이 되려합니다. 우선 다음 <보기>와 같이 가능한 문제를 될 수 있는 한 많이 만들어 보십시오.

	이야기에서 알 수 있는 사실	만약 ○○ 한다면 어떻게 될까?
<보기>	모두 같은 도형으로 만들었다.	다른 두 도형으로 만든다면?
	정삼각형으로만 만들었다	다른 도형(사각형)으로 된 입체도형을 찾는다면?
1	…	

4. 위의 내용을 바탕으로 모둠에서 토의하여 다양한 문제를 만들어 다른 모둠에게 발표하여 보십시오. 또 이중 한 문제를 선택하여 그 답을 구하여보고, 다음과 같은 질문에 답하면서 더 확장하여 탐구해보십시오.

- 발견한 것에서 무엇을 알 수 있는가?
- 무엇이 흥미롭게 발견되는가?
- 발견한 것에는 어떤 규칙(패턴)이 있는가? 왜 그런 규칙(패턴)이 일어나는가?
- 발견한 것에 대해 무엇이 놀라운가? 왜 놀라운가?
- 여기에 대해 궁금한 것은 무엇인가?

<그림 7> 문제제기 수업 활동 자료



<그림 8> 문제제기 수업 활동 워크숍 후 교사 코멘트

<표 6>은 학생들이 문제제기 수업에서 What if not 전략을 통해 직접 다양하게 만들어낸 기존 문제의 변형 결과이다. 그러나 이는 입체도형이 발달해온 과정에서 수학사적으로 제기된 문제들과 동일한 것임을 알 수 있다.

<표 6> 문제제기 수업 중 What if not 전략 활용 사례

	이야기에서 알 수 있는 사실	만약 ○○ 한다면 어떻게 될까?
1	볼록한 입체도형이다.	같은 도형으로 한 꼭짓점에 모인 수가 같지만 볼록하지 않다면?
2	모두 같은 도형으로 만들었다.	모두 다른 도형으로 만든다면?
3	정삼각형으로만 만들었다	정삼각형과 다른 도형 1개와 함께 섞어 만든다면?
4	한 꼭짓점에 모인 면의 수가 같다.	모두 같은 도형이되 한 꼭짓점에 모인 면의 수가 다르다면?
5	같은 도형으로 한 꼭짓점에 모인 면의 수가 같다.	다른 두형으로 한 꼭짓점에 모인 면의 수가 같다면?
6	정다각형으로 만들었다.	정다각형이 아닌 합동인 다각형으로 입체를 만든다면?
7	정삼각형 4개를 서로 면을 붙여 만들었다.	정삼각형 4개를 다르게 붙여 만든다면(만드는 방법은)?
8	정삼각형 6개를 붙여 만든 것도 있다.	정삼각형을 다른 개수로 붙여 만든다면?

6. 이야기창작 수업 사례

말과 글은 의사소통의 대표적인 방법이다. 이 때, 쓰기는 두 가지로 분류 가능한데 하나는 다른 사람과 생각을 공유하고 설득시키며 자신의 아이디어를 보여주기 위한 교류적인 쓰기, 다른 하나는 자신의 이해를 명확히 하고 느낌 등을 표현하기 위한 표현적인 쓰기이다. 교류적인 쓰기는 요약·설명·정의하기, 보고서, 프로젝트, 에세이, 노트필기 등의 유형이 있으며, 표현적인 쓰기는 자유롭게 쓰기, 편지, 자서전, 일지, 비형식적인 글 등이 속한다(Powell & Lopez, 1989).

다음 <표 7>의 이야기창작 수업 사례는 교류적인 쓰기의 하나로 수학의 내용을 주제로 가상의 이야기를 창작하는 경험을 하도록 하는데 목적이 있다.

<표 7> 이야기 창작 수업 사례

단계	학습 과정		교수・학습 활동 내용
도입	학습 목표		·정다면체를 이용하여 이야기를 창작할 수 있다.
전개	활동	모둠별	· 정다면체의 수학적 내용을 이용한 핵심아이디어를 생각한다. · 핵심내용을 바탕으로 토론을 통하여 주요 스토리를 설정한다. ·역할을 나누고 이야기를 완성한다. ·완성된 이야기를 평가하고, 발표준비를 한다. ·모둠 내 평가를 한다.
		전체	・각 모둠별 완성된 이야기를 다양한 방법으로 발표하고 서로 평가한다.
정리	이야기 창작 평가		・이야기 창작에 대한 경험을 공유하고 창작과 표현이 창의적이고 잘 드러났는지 평가한다.

따라서 이 수업 모형은 수학 내용을 바탕으로 맥락이나 다양한 상황에 대하여 자유롭게 상상하는 '이야기 상상하기' 단계, 상상한 내용들을 이야기로 쓰는 '이야기 쓰기' 단계가 있을 수 있다. 쓰기 단계에서는 수학적 정의의 발생 배경이나 수학사의 논쟁을 이야기로 재구성해 보기, 개념의 실생활 적용 상황 등을 간단한 콩트나 시나리오로 써보기, 수학자나 학습자의 입장에서 수학자에게 편지 쓰기, 동화 만들기, 수학 만화 그려보기 등을 활용할 수 있다. 이야기 쓰기가 완성되면 완성된 '이야기 공유하는 활동'으로 마무리 된다.

이야기를 창작하는 과정에서는 많은 '상상력'을 필요로 하고, '유창성'과 '독창성'을 기를 수 있으며, 동기를 부여하고 학습에 대한 긍정적인 자세를 갖게 할 수 있다. 이는 학습자가 계속적으로 학습 할 수 있는 '흥미'를 유발하는데 도움이 되고, 학생들은 서로의 이야기를 읽고 그 의미를 알게 되면서 수학 학습에 대한 만족감을 느낄 수 있다. 또한 이야기 속의 등장인물에 대해서 동일시하고 그 내용을 설명하고 해설하려고 노력함으로써 이야기에 '몰입'하게 된다. 학생들은 이야기를 듣고 읽는 것, 그리고 이것을 다양한 방법으로 표현하는 것을 통해 청중을 갖는다는 의식을 느낄 뿐만 아니라 함께 공유하고 협력하는 과정을 통해 진정한 '의사소통'의 경험을 하게 된다.

라디오 극장

이야기 만들기 TIP!

1.핵심 아이디어 생각하기

2. 구체적인 설정 만들기
   1)등장인물 만들기(이름, 나이 성격, 특징 등)
   2)등장인물, 스토리, 시간적인 배경, 공간적인 배경 등
   3)스토리(기승전결)

3. 이야기(대본) 쓰기

4. 검토

<이야기 구성 평가 기준>

1) 전체적 구성이 밀도 있게 짜였는가?
2) 정다면체의 특성이 잘 드러났는가?
3) 이야기가 창의적인가?
4) 모둠원 전체가 골고루 참여할 수 있는가?

<그림 9> 이야기창작 수업 활동 자료

<그림 9>의 이야기창작 수업의 한 예이다. 수학적 내용과 학생들의 상상력을 더해 창작된 이야기는 라디오 극장이라는 형식으로 배역을 분담하여 발표하고, 참신한 아이디어와 메시지의 전달성, 모둠원의 참여도 등으로 상호 평가 할 수 있다.

정팔면체 팔달이의 뿔의 나라 기행!

역할분담
- 해설: ○○○
- 팔달이(정팔면체): ○○○
- 사발이(정사면체): ○○○
- 효과음: ○○○

해 설 여기는 입체도형 세계. 정다면체 나라, 뿔의 나라, 기둥의 나라, 뿔대의 나라가 있다. 이 나라 중에서 가장 문화와 철학의 중심은 정다면체 나라이다. 정다면체 나라의 국민은 정사면체족, 정육면체족, 정팔면체족, 정십이면체족, 정이십면체족으로 부족이 나누어져 있다.
입체도형의 세계에서 외국으로 이동하기 위해서는, 각 나라의 도형에 속해야 입국할 수 있다.
오늘의 주인공 '팔달이'는 정다면체 나라에서 정팔면체족에 속해있다.

‘팔달이’가 오랜만에 친구 정사면체족의 ‘사발이’를 만났다. 사발이는 정다면체 나라와 뿔의 나라를 자유롭게 왕래하고 있다.
팔달이 사발아. 나 정말 외국에 나가보고 싶다. 정다면체 나라의 사람들은 너무 도도해. 뿔의 나라 사람들은 많이 다를 것 같아. 사발아 어떻게 하면 나갈 수 있을까?.
사발이 음... 어디보자. 외국에 이동하려면 네가 뿔이 되어야 하잖아? 팔달아, 한 바퀴 돌아봐.
해 설 팔달이가 사발이 앞에서 한 바퀴 돌아본다.
사발이 너는 위, 아래로 나누면 두 개의 뿔이 되네? 사각뿔이 돼! OK. 할 수 있겠어!

<그림 10> 이야기창작 예시 자료

<그림 10>은 라디오 극장 극본 예시 자료이다. 실제 수업 적용과 교사 워크숍에서는 재미있는 이야기, 감동적인 이야기, 교훈적인 이야기 등 다양한 장르와 다양한 주제를 바탕으로 한 여러 가지 창작물이 산출되었다.

이상의 여섯 가지 수업 사례는 정다면체라는 동일 주제와 내용에서 출발했지만 다양한 창의·인성적 목표를 가지고 다양한 교수·학습 활동을 통해 그 목표를 성취하기 위해 구성된 수업의 예를 보인 것이다.

따라서 수업의 형태와 그 접근 방법, 주안점은 다르지만 모두 공통적으로 정다면체의 성질과 정의를 도출하고 나아가 다양한 다면체에 대한 깊이 있는 이해와 사고를 확장하는 데 역할을 하는 것은 동일하다 하겠다. 또한 모둠 별 토론과 전체 토론의 기회를 통해 모둠원간의 책임감과 배려, 합의 등의 인성적 요소를 신장하는데 유용한 수업 사례라 하겠다.

Ⅳ. 결 론

수학과에서 창의·인성교육 실현하기 위해서는 교육과정의 분석을 통한 단원 내용과 학습주제 선정, 학습목표 확인, 학습내용 성격에 따른 학습방법 선정 등 일반적인 수업 설계의 과정과 다를 바 없는 절차를 따른다. 다만 학습목표 설정 시 창의·인성교육의 목표를 함께 설정하고 이에 따른 수업 설계 시 내용과 주제, 수학적 문제의 소재의 선별, 교수·학습 방법이라는 세 측면을 고려하여 구성할 수 있다.

수학적 지식과 주제 그 자체가 함의하고 있는 창의·인성적 가치를 드러내어 교육할 수도 있으며, 수학적 내용과 조화를 이루어 가며 문제의 소재를 통해 창의·인성교육을 실현할 수도 있을 것이다. 또한 교수·학습 방법에 대한 연구와 구현을 통하여 내용의 형식성이 가지는 한계를 극복하면서 인성교육의 목표 달성을 이루고자 하는 것이다.

앞서 살펴본 수업사례들을 종합하여 보면 창의·인성교육을 위한 수학수업의 그 구성과 적용은 다음과 같은 특징으로 요약될 수 있다. 이는 앞 장에서 제시한 여섯 가지 수업이 왜 창의·인성 교육을 위한 수학수업 사례인가에 대한 근거일 수 있으며, 동시에 앞으로 창의·인성 교육을 위한 수학수업을 구성하는데 있어 추구해야할 기본 방향이 될 수 있을 것이다,

1. 창의·인성 요소의 반영

학생들의 수학에 대한 창의·인성교육을 위해서는 창의·인성의 측면에 대한 고려를 통해 창의·인성의 요소를 신장시킬 수 있도록 교수·학습 내용 및 방법을 구성, 개발하는 것이 중요하다.

모든 수업에서 창의·인성 요소가 모두 반영될 수 있는 것은 아니지만, 또 모두 반영할 수 없는 것도 아니다. 즉, 교육과정의 분석을 통해 각각의 창의·인성의 요소가 가장 잘 반영 될 수 있는 단원 및 내용을 중심으로 교수·학습 과정이 개발되는 것도 의미 있는 일이지만, 한 주제에 대해 중심이 되는 창의·인성 요소를 다양한 접근 방법으로 적용한 수업을 개발하는 것도 의미 있고 가능한 일이다.

앞서 제시한 여섯 가지 수업 사례는 모두 정다면체라는 공통의 주제를 바탕으로 창의·인성을 신장시키기 위한 목적으로 개발된 것이다. 이를 내용면에서 추구하기도 하였고, 방법 면에서 실현하기도 하였다.

창의성 요소의 측면을 보면 공통적으로 확산적 사고의 유형인 융통성, 유창성, 독창성, 정교성을 요구하며 이를 개발시키는 수업 활동이다. 사고의 유창성은 어떤 자극에 대하여 양적으로 풍부한 사물의 개념을 출산해 내고 또 양적으로 풍부한 표현을 하는 능력을 말하며, 사고의 융통성은 다각적 다방면으로 사고를 전향하는 지적 특성으로 사고 대사의 습관적 관념에 구애되지 않고

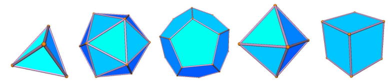
전통과 관습을 탈피하여 폭넓게 사고하는 능력을 말한다. 사고의 독창성은 새롭고 희귀하고 총명한 아이디어나 관계를 산출해 내는 능력으로 보통 어떤 돌연한 사태에 접했을 때나 자신을 표현할 때 또는 유머를 통해서 나타난다. 정교성은 기존의 지식에 추가하여 구체화, 확장시키는 능력을 의미 하며, 아이디어를 정밀하고 세부적이고 구체적인 수준으로 나타낼 수 있는 능력을 의미한다.

이러한 창의성 요인은 다음 <그림 11>, <그림 12>의 각각의 수업 사례에서 제시된 활동 자료에서도 알 수 있듯이, 답이 여러 개이거나 전략이 여러 개인 과제를 통해 문제가 요구하는 의미 있는 답을 많이 산출해 내는 능력이나, 독창적인 방법으로 문제를 해결하는 능력 등으로 나타나게 된다.

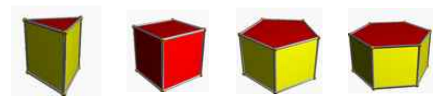
공통적인 요소 외에도 각각의 수업 사례에서 추구한 창의성 요소는 다음과 같이 정리될 수 있다. '직관계발 수업'에서는 특히 머릿속에서 그림을 그려보고, 이미지나 생각을 정신적으로 조작할 수 있는 능력인 '상상력'과 시각물로 제시된 정보를 단순히 이해하고 해석하는 능력 뿐 아니라 정보를 처리할 때 시각화의 방법을 활용하는 능력인 '시각화 능력', 입체도형에 대한 '민감성'을 통해 공간에 대한 직관을 계발하려 하였다.

'대상내면화 수업'과 '이야기창작 수업'에서는 '은유와 유추'를 통한 수학적 대상의 학습자와의 동화와 내면화를 꾀하였으며, '개념정의 수업' 및 '규칙성·관계 탐구 수업'에서는 정다면체의 성질에 대한 '분석적 탐구'와 개념을 정의 또는 규칙을 구성하는 과정에서 '통합적으로 사고하는 능력'을 기를 수 있도록 하였다. '문제제기 수업'에서는 '역발상적인 사고'와 '개방성', '독립성'을 신장하도록 하였다.

다음의 도형의 성질을 탐색하여 이름을 붙이고 이 도형의 뜻을 정의해봅시다.



1) 공통의 특징을 될 수 있는 데로 많이 찾아보시오.
<중략>



1) 공통된 성질을 가능한 한 많이 찾아보시오.

<그림 11> 개념정의 수업 자료 중 확산적 사고를 요하는 발문 예

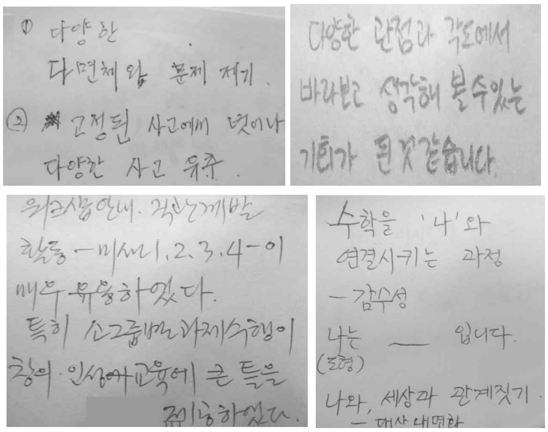
1. 5가지 정다면체에서 다양한 규칙을 가능한 한 많이 찾아보십시오.
예) 면의 모양, 모서리의 개수 등등

2. 서로 다른 정다면체의 관계에서 찾을 수 있는 성질을 가능한 많이 찾아보십시오.
예) ~다면체와 ~다면체 사이에 어떤 관계가?

3. 다른 입체도형과의 관계를 다양하게 찾아보십시오.
예) ~다면체와 ~뿔 사이에 어떤 관계가?

<그림 12> 규칙성·관계탐구 수업 자료 중 확산적 사고를 요하는 발문 예

한편 인성적 요소 면에서는 공통적으로 모둠활동을 통한 '책임'과 '배려', '협동'과 '화합'을 강조하고, 모둠별 토론과 평가, 전체 발표 등에서 '용기'와 '공정'을 신장시키고자 하는 목적을 가지고 있다. 특히 지식의 주체가 학습자에게 있음을 경험하여 '소유'에 대한 인식을 가질 수 있도록 하였다.



<그림 13> 교사 워크숍 후 소감 기록 예

<그림 13>는 앞서 제시된 수업 사례를 실제 수업에 적용하기 위한 교사 워크숍 과정 후에 소감을 기록한 것이다. 교사 스스로 소그룹별 과제 수행 경험을 통해 이 수업 활동의 목적과 방향을 인식하였음을 알 수 있다. 즉 다양한 관점에서의 창의적 사고의 접근과 인성교육에 대한 방향성을 과제 수행을 통해 몸소 느꼈음을 알 수 있으며, 이는 실제 수업에서의 이러한 모형들을 통한 창의·인성 교육의 실현 가능성을 시사하는 것이라 하겠다. 이러한 목표가 잘 실행되기 위해서는 평가와도 연결되어 실현되어야 한다. 가령 문제제기 수업 사례에서의 모둠 내 상호 평가를 위한 평가기준에서 인지적 목표가 "이야기 속에 수학적 내용을 바르게 발견할 수 있었는가?", "정다면체의 특징을 제대로 이해하고 문제를 만들었는가?" 이었다면 창의적 목표는 "모둠별 활동에 참신한 아이디어를 제시하였는가?", "모둠별 탐구 활동에 다양한 아이디어를 제시하였는가?" 가 될 수 있으며, 인성적 목표는 "모둠별 활동에 책임을 다하였는가?", "모둠별 활동에 적극적으로 참여하였는가?"가 될 수 있는 것이다(<표 9>).

수학 수업에서 창의·인성교육을 실현하기 위해서는 창의·인성의 일반적인 속성을 교과의 맥락에서 재해석하는 것이 반드시 필요하겠다. 학습 목표를 설정하고 그에 따른 내용을 구성하며, 이를 평가할 평가 기준을 설정하는 일은 수업을 설계하는 기본이다, 그러나 수학수업을 통한 창의·인성교육의 실질적 실천을 가능하게 하기 위해서는 수업설계 전체 과정에 창의·인성 요소를 고려하며 재해석하고 각 단계를 설계하는 것이 중요한 출발점인 것이다.

<표 9> 문제제기 수업의 동료 평가기준 사례

평가 영역	평가 기준
인지적 목표	이야기 속에 수학적 내용을 바르게 발견할 수 있었는가?
	정다면체의 특징을 제대로 이해하고 문제를 만들었는가?
창의적 목표	모둠별 활동에 참신한 아이디어를 제시하였는가?
	모둠별 탐구 활동에 다양한 아이디어를 제시하였는가?
인성적 목표	모둠별 활동에 책임을 다하였는가?
	모둠별 활동에 적극적으로 참여하였는가?

2. 열린 과제

수학문제 또는 과제는 수학 교수·학습과 평가에서 필수적인 도구이다. 목적에 부합하도록 도구를 선택하고 사용하여야 하는 것처럼, 수학 교수·학습이나 평가에서 추구하는 목적에 알맞은 수학문제를 개발하는 일은 매우 중요한 작업이다.

Torrance(1975)는 학습과정에 포함되는 창의적인 활동 또는 창의적 문제해결 활동에 포함되어 있는 기본적인 특징 중에 자료 또는 정보가 완전하지 않고 열려져 있는 경우, 학생들은 오히려 거기에 호기심이나 흥미, 동기를 가지며 그래서 탐구가 시작된다고 하였다. 즉 학생은 이러한 불완전성과 개방성을 교실 내에서 뿐만 아니라 교실 밖에서도 쉽게 발견하고 경험함으로써 창의적 의문을 시작한다는 것이다.

문제의 특성과 해결안에 따라 폐쇄(closed)와 개방(open)으로 구분되는데 창의성을 신장하기 위해서는 문제 또는 과제가 열려있어야 한다는 것은 이미 여러 연구에서 입증되었다(권오남, 김정효,1999; 권오남 외, 2005; Wakefield, 1989).

개방형 문제의 특징으로는 대체로 다음과 같은 세 가지를 꼽을 수 있다(권오남 외, 2005)

· 출발 상황, 곧 문제의 제시는 비교적 명확하게 되어 있지만, 종착 상황, 곧 정답은 여러 가지인 문제이다.

·학생들이 접근 방식이나 정답 등을 선택하는 권한을 행사할 수 있는 문제이다.

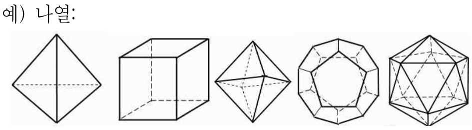
·학생들이 고차원적인 사고력을 발휘하고 그것을 드러낼 수 있는 문제이다. 특히 학생들이 정답을 찾아가는 과정에서 다양한 사고를 할 수 있는 문제이다.

이러한 개방형 문제와 과제는 창의·인성교육을 위한 학습에서도 유효하다. 그 이유는 다음과 같다.

첫째, 전통적으로 수학에서 사용하는 문제들은 대부분 하나의 정답을 가지고 있다. 이런 특징으로 인하여, 수학이 명쾌한 과목으로 여겨지기도 하지만, 학생들의 다양한 사고를 저해하는, 그런 의미에서 ‘닫힌’ 과목으로 비판 받기도 한다. 특히 우리의 삶에서 일어나는 문제에서는 정답이 오직 하나가 아니며, 미래사회에서는 열린 사고가 중요하다는 면에서 정답을 찾아가는 과정에서 다양한 사고를 수반하도록 하거나 정답 자체가 여러 가지인 문제를 활용하는 것은 이에 대해 대응하고 학생들의 열린 사고를 자극하는데 유용하다.

4. 정다면체의 성질들을 이용하여 정다면체를 나열하는 나만의 규칙을 만들어 보십시오. (다른 모둠에게 발표해 봅시다.)

예) 나열:



규칙: 정다면체 면의 개수가 작은 순서대로

1)나열:

규칙:______________________________

<그림 15> 규칙성·관계탐구 수업 자료 중 다양한 정당화를 요구하는 발문의 예

앞서 제시된 모든 수업 활동에서 사용된 자료의 문제들은 모두 개방형 문제이다. 답이 여러 가지가 가능하며 이러한 답을 찾아 가는 과정에서 다양한 사고를 하도록 유도 하고 있다. 대상내면화 수업이나 이야기 창작 수업의 과제는 다른 수업에 대해 더 많이 개방적이며, 문제제기 수업이나 개념정의 수업은 주어진 범위 내에서 다양한 사고를 수반하여 하나의 통합적인 결론을 얻어낼 것을 요구하고 있다. 그런가 하면 직관계발 수업이나 규칙성·관계 탐구 수업은 동일한 결과에도 그 정당화 방법에 있어 다양한 사고를 요구하는 문제로 구성되어 있다(<그림 15>).

둘째, 교수·학습 상황에서 열린 과제와 문제의 활용은 학생들의 자율적이고 다양한 사고를 서로 의사소통을 통해 조절하고 평가하는 과정을 거쳐 하나의 통합적 관점에서의 결론을 도출하거나 정리하는 과정으로 연결된다.

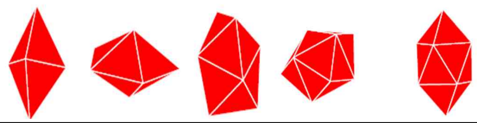
제시된 모든 수업 사례는 모둠활동과 전체 활동을 병행하는 활동으로 구성되어 있다. 이는 개별로 다양한 해결안을 도출하고 모둠 안에서 이에 대해 의사소통하고 조정하는 과정을 거치며 전체토론을 통해 다시 한 번 통합의 과정을 거치도록 하게 위한 것이다. 자신의 수학적 아이디를 다른 사람에게 설득력 있게 전달하고 다른 사람의 아이디어를 수용하는 과정은 활동에 사용된 열린 과제에서 얻어진 결과로부터 비롯된다.

셋째, 열린 문제를 해결하는 과정과 그 해결 결과에서 학습자는 무언가 새로운 것을 발견하는 경험을 할 수 있게 된다. 즉 한 주제에 대한 확산적 사고뿐만 아니라 그 내용과 주제에 대한 깊은 이해와 다른 내용과 주제로의 확장을 가능하게 하는 것을 의미한다. 학생들은 열린 과제를 통해 이전에 학습했던 학생들 자신의 지식, 기능, 사고 방법으로 통합적으로 적용하거나 또는 이를 바탕으로 새로운 아이디어를 창출할 수 있다.

문제제기 수업 사례의 마지막 과제(<그림 16>)는 직접 자신들이 만든 문제 중 선택을 하여 이를 해결하는 과정에서 다양한 사고로 내용을 탐구할 것을 요구한다. 이를 통해 정다면체에서 출발하여 문제를 제기하여 문제를 해결하였으나 정다면체뿐만 아니라 다양한 다면체를 탐구할 수 있는 계기를 마련해 줄 수 있고, 규칙성·관계 탐구 수업 사례에서도 역시 정다면체 자체에 대한 규칙의 탐구와 정다면체 간, 정다면체와 다른 도형간의 관계 탐구를 통해 다양한 다면체의 분류와 정의에 접근할 수 있게 된다.

4	한 꼭짓점에 모인 면의 수가 같다.	모두 같은 도형이되 한 꼭짓점에 모인 면의 수가 다르다면?

모두 같은 도형인데 한 꼭짓점에 모인 면의 수가 다른 것을 탐구해 보면 각 면이 정삼각형인 경우 다음과 같은 볼록한 삼각다면체를 찾을 수 있다.



<그림 16> 문제제기 수업에서 심화 탐구 예

넷째, 창의·인성은 지극히 개인적일 수 있다. 획일화되고 동일한 수준을 요구하는 정형화 된 문제와 과제에서는 이를 드러내기가 어렵다. 열린 과제에서는 창의·인성교육을 추구하되 동시에 수준별 수업을 용이하게 실시할 수 있다는 면을 갖는다. 여러 가지 사고방식과 해결방식, 정답에 대해 열린 문제를 사용할 경우, 우수한 학생이나 부진한 학생이나 나름대로 자신의 능력을 발휘할 수 있는 기회를 가질 수 있다. 이러한 기회를 갖게 되면, 학생들은 자신의 수준에서 좀 더 적극적으로 수업에 참여할 수 있을 것이며, 더불어 다른 사람들의 사고방식을 공유하여 자신의 수준을 점검하고 타인을 인정하며 존중하는 계기를 마련할 수 있을 것이다.

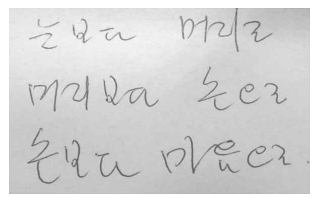
다섯째, 평가의 측면에서 열린 문제의 경우 학생들로 하여금 이해하고 반성할 수 있는 능력과 정답과 해결책을 능동적으로 구성하도록 하는 학습자가 되도록 할 수 있다. 즉 선택형에 익숙한 학생들의 경우 처음에는 열린 과제가 더 어렵게 느껴 질수도 있겠으나, 자신의 이해수준에서 해결책을 찾을 수 있는 과제를 통해 능동적으로 해결책을 찾을 수 있으며, 교사의 입장에서는 이렇게 얻은 결과를 통해 학생들의 다양한 사고와 수준을 이해하고 판단할 수 있다는 이점이 있다.

열린 과제와 문제는 다양한 가능성을 열어두고 이를 지지함으로써 문제 해결에 있어 유창성, 융통성, 독창성 등의 확산적 사고와 상상력을 자극하며, 다른 사람들과 의사소통의 과정에서 분석적·통합적·비판적 사고를 신장하는데 도움이 된다. 아울러 호기심과 개방성을 키우는데 도움이 되며 책임과 용기, 배려, 인내 등의 인성적 요소를 신장시키는데도 좋은 도구가 될 수 있다.

3. 활동중심의 능동적인 교수·학습 방법

가. 활동중심 수학

수학수업에 활동을 도입하여 과정을 강조하는 것은 학습자로 하여금 수학적 문제 상황 또는 문제 상황에 등장하는 수학적 개념을 경험적으로 파악하고 그에 대한 감각을 가지게 할 수 있다. 이러한 경험은 학생이 수학에 대해 가지고 있는 거리감과 불안감을 해소하고 문제 상황에 대해 친숙하게 느낌으로써 과제에 대한 흥미와 호기심을 가지도록 유도 할 수 있다. 특히 활동적인 탐구 과제는 탐구 주제와 탐구 방법에 대해 안내만 제시하고, 이에 관한 계획과 예상, 실행, 결과 기록, 분석 등의 모든 활동을 학생들에게 일임하는 것이다. 학생 스스로 개인이 직면한 과제를 수행함에 있어 자신이 가지고 있는 잠재적 능력을 최대한 발휘하면서 느끼는 주관적인 만족감과 행복감인 몰입의 상태를 경험하게 할 수 있다.



<그림 17> 활동중심의 수학이 창의·인성교육에 갖는 의미를 보여주는 교사소감

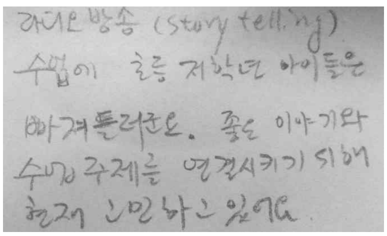
앞 장에 제시된 모든 수업 사례는 정다면체라는 공통적인 대상을 다양한 방법으로 탐구하고, 내면화하고, 정의하며, 문제를 제기하는 등의 '활동'을 중심으로 구성되어있다. 이를 통해 정다면체를 여러 가지 관점에서 경험하며 배우고, 느낄 수 있게 된다. 교사 워크숍에서 한 중학교 교사가 언급한 글귀가 수학 수업에 활동을 도입하는 것이 창의·인성교육에서 갖는 의미를 잘 보여준다(<그림 17>). 활동은 총체적인 학습 경험을 제공한다. 창의·인성이 지적 능력과 창의성 그리고 인성을 종합하여 추구하는 교육이라 할 때, 활동 중심의 수학 수업은 중요한 특징이 될 수 있을 것이다.

나. 학생들의 능동적인 참여에 의한 수업

전통적인 수학수업에서는 수학교사가 일방적으로 지

식을 전달하고 학생은 교사가 제시하는 수학을 수용하는 형태였다. 문제해결 역시 교사가 제시한 문제에 대하여 학생은 교사 지도한 풀이와 절차를 적용하여 교사가 기대하는 해답을 찾는 방식으로 이루어져왔다. 이러한 전통적인 수업상황에서 학생은 주어진 지식을 수용하고 기대된 결과를 산출하는 수동적인 역할을 해왔다. 그러나 수동적인 역할을 수행하는 상황에서 학생은 자신의 수학적 아이디어를 표현하고 인정받는 기회를 경험하기 어려운 것이 사실이다.

앞서 제시된 수업 사례에서 보이듯이 창의·인성교육을 위한 수학 수업 상황에서는 학생이 자기 자신의 수학적 역량을 발견하고 발휘하면서 성취감과 자신감을 느끼게 할 수 있다. 이는 학생들에게 문제해결과 의사소통을 능동적으로 유도하는 수업을 통해 가능하다.



<그림 18> 이야기창작 수업 적용 이점을 언급한 교사 소감

라디오 극장을 학급에 적용 해본 한 초등교사 가 워크숍 때 실제 수업에서 이러한 활동이 학생들이 수학 수업에 빠져들게 하는데 도움이 되었고, 현재는 좋은 이야기와 수업의 주제를 연결시키기 위해 노력중이라고 밝혔다(<그림 18>). 이는 학생들의 능동적인 참여를 유도한 수업이 수업 분위기와 학생들의 수업에 대한 태도를 어떻게 바꾸는지 보여주는 예라 할 수 있다.

<그림 19>는 다면체를 직접 만들고 이를 관찰하며 문제를 해결중인 실제 수업모습이다. 학생들은 과제가 자신들에게 일임되어 있음을 인식하고 자신의 책임을 다하며 그룹 원과의 적극적인 의사소통에 거리낌이 없었다.

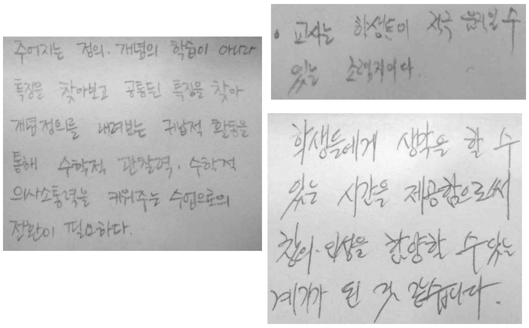
<그림 19> 모형 만들기와 모둠 토론 중인 학생들

능동적인 참여에 기초한 수학수업은 학생들의 아이디어에 기초하여 진행되며 각각의 수학적 역량에 대한 존중과 배려를 하는 학습 상황을 의미한다. 뿐만 아니라 학생 자신의 아이디어가 수업의 근간을 이루게 되면서 학생들은 그들의 수학적 아이디어가 교과서에 등장하는 수학 지식의 구성으로 이어지는 것을 경험하게 된다. 이러한 경험을 통해 학생은 자신의 수학적 능력에 대한 자신감과 성취감을 느끼게 되고, 용기와 소유에 대한 의식이 함양될 수 있는 기회를 갖게 될 것이다.

다. 안내자와 조정자로서의 교사

앞서 제시한 창의·인성교육을 위한 수업은 형식적으로는 드러내지 못했으나 교사들은 교과서의 지식을 전달하는 전통적인 역할과는 차별화된 역할을 수행해야 함을 강조한다. 이 역할에는 학생들의 수학적 지식과 경험을 고려하여 과제를 개발하는 능력과 교실에서 학생 중심의 능동적이고 구성적인 학습이 효과적으로 진행될 수 있도록 촉진하는 교사의 담화 능력이 포함된다. 즉 학생들의 탐구가 원활히 이루지고 학생들 사이에 의사소통이 배려와 존중을 통해 이루어 질수 있도록 분위기를 조성하는 안내자의 역할을 수행해야한다는 것을 의미한다.

워크숍 참여 교사 스스로도 이러한 수업의 진행에 있어 교사의 조력자로서의 역할을 공감하고 있었다(<그림 20>). 그러나 구체적인 방법에 대한 안내와 고민이 필요하다고 느끼고 있었다.



<그림 20> 교사의 역할에 대한 교사들의 생각

교사는 학생들의 질문을 존중하며 질문에 대한 해답을 계속하여 탐구할 수 있게 응답하고 또한 필요한 기능을 가르쳐 주어야할 뿐만 아니라, 학생들의 질문에 귀를 기울이고 나아가 학생들의 결과나 학생들의 말을 바탕으로 질문을 다시 구성하는 능력이 필요하다.

특히 앞서 소개한 창의· 인성교육을 위한 학생 중심, 탐구 중심의 수업 상황에서는 더 많이 발생할 수 있다. 이러한 담화를 재성이라고 한다. 재성(revoicing)은 다른 사람의 말에 대한 다시 말하기로 넓게 정의되는데 이때의 말은 언어 외에도 기호, 행동일 수도 있다. 이것은 직접적인 재진술일수도 있고 원래 말의 각색한 재진술일수도 있다.(Kwon, 2003; Park et al, 2007).

Formane 등(2002)은 학생들의 토론을 지휘하는 교사의 담화의 중요한 특징으로 교사의 재성을 강조하였고 교사가 재성을 통하여 학생들의 논증의 중요한 측면에 학생들의 관심을 집중시킨다는 것을 발견하였다. 또한 O'Connor(1993)는 재성이 교사에게 학문적 과제의 구조와 사회적 참여의 구조의 요소를 조정하는 도구를 제공함을 설명하였다. 즉 재성은 수업에서 학생들의 관심을 집중시키고 논증에 참여 구조를 형성하는데 기여한다는 것이다.

이러한 재성은 네 가지 유형으로 구분할 수 있고, 수업에서 발문과 함께 또는 발문에 포함되어 적절히 활용하면 학생 중심의 탐구활동을 지지하는데 좋은 전략이 될 수 있다. 네 가지 유형은 다음과 같다(권오남 외, 2007).

- 반복(Repeating): 교사가 학생의 말을 같은 말을 사용하여 또는 같은 일부를 사용하여 반복하는 것
- 재진술(Rephrasing): 교사가 학생의 말을 새롭거나 다른 방법으로 반복하는 것
- 확장(Expanding 교사가 학생의 말에 정보를 추가하는 것. 이것은 전형적으로 (반드시 그런 것은 아니지만) 반복이나 재진술로 시작함.
- 보고(Reporting): 교사가 생각, 주장, 논증을 특정한 학생에게 귀속시키는 것. 즉 특정 학생의 말을 그 학생의 이름을 거론하며 교사가 다시 말해주는 것

교사가 안내자와 조정자로서의 역할을 충분히 하는 수업 상황에서 구성원들은 수학을 주어진 지식으로 받아들이는 것이 아니라 능동적인 탐구활동과 협력적인 상호작용을 통해 창의적인 방식으로 자신의 고유한 수학적 아이디어를 통합하여 수학을 완성해 가는 구성적인 수학학습을 경험할 수 있게 된다. 이러한 학습 경험은 궁극적으로 학생들이 자신이 수학을 만들어 낼 수 있는 역량을 갖춘 존재로 인식하도록 하여 수학에 대한 호기심과 흥미, 창의성을 지속적으로 자극하고 용기와 개발하는데 기여할 수 있을 것이다.

이상에서 살펴본 창의·인성교육을 위한 수학수업 의 사례와 그 특징은 이제까지의 수학 수업에서 연구되어 오고 진행되어 온 수업과 아주 다르거나 그 실행이 어려운 것은 아니다. 그러나 수학에서 간과되어 온 창의·인성에 대한 고려를 바탕으로 수학 학습에서의 주체가 학생이 되어, 이를 통해 학생들이 미래를 준비하는데 있어 수학 교과가 도움이 되도록 하는 수업을 개발하고 제안하는데 목적이 있다. 이 연구도 이러한 가운데 좀 더 구체적이고 다양한 방법의 모색이 가능함을 드러내는 연구의 일환이라 할 수 있다.

끝으로 이 연구는 창의·인성 교육을 위한 수학 수업의 모형을 문헌연구와 개발과정에서 해석적으로 탐구한 연구로 한계를 가지며, 개발 수업모형 사례를 적용하여 실제 학생들의 변화와 발달을 확인하고 개선할 수 있는 방향을 모색하는 보다 실행적이고 실증적인 연구가 앞으로 지속되어야 할 것이다.

참 고 문 헌

권오남 (2005). 탐구 지향 미분방정식의 개발 실제: 교수실험을 통한 접근. 한국수학교육학회지 시리즈 E <수학교육 논문집>, 19(4), 733-767.

권오남 (2006). 탐구 지향적 토론식 수업의 실제. 전국수학교육연구대회 프로시딩, 36, 37-48.

권오남·김정효 (1999). 창의적 문제 해결력 신장을 위한 수학교육과정 개발 연구. 대한수학교육학회 추계 연구 논문 발표 대회 논문집, 39(2), 81-99.

권오남·박정숙·박지현·조영미 (2005). 개방형 문제 중심의 프로그램이 수학적 창의력에 미치는 효과. 한국수학교육학회지 시리즈 A <수학교육>, 44(2), 307-323.

권오남·방승진·송상헌 (1999). 중학교 수학 영재아들의 단답형 문항 반응 특성에 관한 연구. 한국수학교육학회지 시리즈 A <수학교육>, 38(1). 37-48.

권오남·주미경·박재희·박지현 (2007). 탐구 지향 미분방정식 수업에서의 재성(revoicing)의 역할. 한국수학교육학회 제38회 전국수학교육연구대회 프로시딩, 29-32.

권오남 외 (2011). 수학과 창의·인성 모델 개발 연구. 한국과학창의재단.

기경옥 (2004). 수학교육에 있어서 구성주의의 활용방안에 관한 연구. 대구대학교 교육대학 석사학위논문.

김도한 외 (2009). 창의중심 미래형 수학과 교육과정 모형 연구. 한국과학창의재단.

김상용 (2003). 인성으로서의 수학과 수학교육. 초등교육연구논총, 19(1), 127-142.

김선희 (2002). 수학적 추론으로서의 가추법, 수학교육학연구, 12(2), 275-290.

김정효·권오남 (2000). 창의성 문제 해결력 중심의 수학교육과정 적용 및 효과분석. 한국수학교육학회지 시리즈 A <수학교육>, 39(2), 83-103.

문성길 (2000). 개방형 교수법에 의한 수학지도가 문제해결력과 신념형성에 미치는 효과. 한국교원대학교 석사학위논문.

문용린 외 (2010). 창의 인성교육 활성화 방안 연구. 한국과학창의재단.

박경미 (2005). 교육과정 개정의 시사점 도출을 위한 싱가포르와 인도 수학 교육과정의 비교·분석. 한국수학교육학회지 시리즈 A <수학교육>, 44(4). 497-508.

박영배 (1999). 수학과 교육을 통한 인성교육 적용방안 연구. 교과교육을 통한 인성교육한국교과교육 학술발표대회 논문집, 167-187.

박영태 (2002). 창의성의 별. 서울: 학지사.

송상헌 (2002). 수학과 교육을 통한 인성교육, 수학사랑 제 4회 Math Festival, 127-144.

백희봉 (2006). RME 철학에 비추어 본 수학 수업의 실제. 사단법인 수학사랑 제8회 Math Festival, 258-276.

윤현진·김영준·이광우·전체철 (2007). 미래 한국인의 핵심역량 설정을 위한 초·중등학교 교육과정 비전 연구(Ⅰ) (RRC 2007-1). 한국교육과정평가원.

안범희 (2005). 미국학교에서의 인성교육 내용 및 특성 연구. 인문과학연구, 13, 133-169.

이강원·전제철·허경철·홍원영·김문숙 (2009). 미래한국인의 핵심역량 증진을 위한 초·중등학교 교육과정 설계방안 연구 (RRC 2009-10-1). 한국교육과정평가원.

이광우·민용성·전체철·김미영·김혜진 (2008). 미래한국인의 핵심역량 증진을 위한 초·중등학교 교육과정 비전 연구(Ⅱ)-핵심 역량 영역별 하위 요소 설정을 중심으로(RRC 2008-7-1). 한국교육과정평가원.

이대현·박배문 (2002). 수학교육에서 시각화와 직관. 수학교육학연구, 12(1), 71-79.

이미경·손원숙·노언경 (2007). PISA 2006 결과분석연구-과학적 소양, 읽기소양, 수학적 소양 수준 및 배경변인 분석. 한국교육과정평가원.

이승우 (2001). 학교수학에서의 은유와 유추, 서울대학교 석사학위 논문.

이종희·김선희 (2002). 학교 현장에서 수학적 추론에 대한 실태 조사: 수학적 추론 유형 중심으로. 한국수학교육학회지 시리즈 A <수학교육>, 41(3), 273-289.

일본문부성 (2008). 중학교학습지도요령, 東京: 대장성인쇄국.

임선하 (1993). 창의성에의 초대. 서울: 교보문고.

조향숙·조광희·이용래·최지선 (2008). 수학·과학 교

육 경쟁력 강화를 위한 수학·과학 교육 내실화 방안 연구. 교육과학기술부.

최준환·박춘성·연경남·민영경·이은아·정원선·서지연·차대길·허준영·임청묵 (2009). 인성교육의 문제점 및 창의·인성교육의 이론적 고찰. 창의력교육연구, 9(2), 89-112.

최현섭 (1999). 교과교육을 통한 인성교육. 한국교과교육학회 학술발표대회논문집, 1-19.

한인기 (2007). 유추를 통한 코사인 정리의 일반화에 대한 연구, 한국수학교육학회지, 21(1), 55-64.

홍미영 외(2010). 창의성 신장을 위한 교수학습방안 연구 (RRI 2010-2). 한국교육과정평가원.

황농문 (2007). 몰입. 서울: 렌덤하우스.

황선욱 외 (2011). 창의 중심 미래형 수학과 교과내용 개선 및 교육과정 개정 시안연구. 한국과학창의재단.

황우형·최계현·김경미·이명희 (2006). 수학교육과 수학적 창의성. 한국수학교육학회지 시리즈 E <수학교육 논문집>, 20(4), 561-574.

Amabile, T. M. (1983). *The social psychology of creativity.* New York: Springer-Verlag.

Arieti, S. (1976). *Creativity: The magic synthesis.* New York: Basic Books.

Altshuller, G. S. (1984). *Creativity as an Exact Science: The Theory of the Solution of Inventive Problems.* 박성균 역 (2006). 창의성은 과학이다: 트리즈, 발명문제 해결 이론. 서울: 인터비젼.

Becker, J. P., & Shimada, S.(Eds.) (1997). *The Open-ended Approach A New Proposal for Teaching Mathematics.* National Council of Teachers of Mathematics.

Brown, S. I., & Walter, M. I.(1983). *The Art of Problem Posing.* Philadelphia : The Franklin Institute Press.

Csikszentmihalyi, M. (1996). *Creativity : Flow and psychology of discovery and invention,* New York: Harper Collins.

Ervynck, G. (1991). Mathematical Creativity. In D. Tall(Ed.), (pp.42-53). *Advanced Mathematical Thinking,* Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

Fischbein, E. (1987). *Instituition in mathematics: An educational approach.* D. Reidel Publishing Company, Dordrecht Netherland.

Forman, E., & Ansell, E. (2002). Orchestrating the multiple voices and inscriptions of a mathematics classroom. In A. Sfard, & K. McClain (Guest editors). Perspectives on the role of designed artifacts in mathematics learning. *The Journal of the Learning Sciences*, 11 (2&3), 251-274.

Gardner, H. (2006). *Five minds for the Future,* Harvard Business School Press.

Guilford, J. P. (1959). Three Faces of Intellect. *American Psychologist*, 14, 469-479.

Haylock, D. W. (1987). A Framework for Assessing Mathematical Creativity in Schoolchildren. *Educational Studies in Mathematics*, 18, 59-74.

Johnson, J. E. (1976). Relations of divergent thinking and intelligence test score with social and non-social make-believe play of preschool children. *Child Development*, 47, 1200-1203.

Josephson, M. S., & Hanson, W. (2005). *The Power of Character.* Los Angeles: Josephson Institute of Ethics.

Keyser, C. J. (1966). *Humanism and Science.* New York: Columbia University Press.

Kilpatrick, J. (1987). What constructivism might be in mathematics education. In J. C. Bergeron, N. Herscovics & C. Kieran (Eds.), *Proceedings of the Eleventh Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 2-27). Montreal: University of Montreal.

Krutetskii, V. A. (1976). *The Psychology of Mathematical Abilities in School Children.* The Univ. of Chicago Press.

Kwon, O. N. (2003). Guided reinvention of Euler algorithm: an analysis of progressive mathematization in RME-based differential equations course. J. Korea Soc. Math. Ed. Ser. A: *The Mathematical Education,* 42(3), 387-402.

Lickona, T. (1991). *Educating for character: How our schools can teach respect and responsibility*. New York: Bantam Books.

Mackinnon, D. W. (1962). The nature and nature of creative talent. *American Psychologist*, 17, 484-495.

National Council of Teachers of Mathematics (1989). *Curriculum and Evaluation Standards*. Reston, Virginia: : Author

National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.

O'Connor, M. C., & Michaels, S. (1993). Aligning academic task and participation status through revoicing: analysis of a classroom discourse strategy. *Anthropology and Education Quarterly*, 24(4), 318-335.

Park, J. H., Kwon, O. N., Ju, M. K., Rasmussen, C., & Marrongelle, K. (2007). Roles of Revoicing in the Inquiry-Oriented Mathematics Class: The Case of Undergraduate Differential Equations Class. The *Proceeding of Conference on Research in Undergraduate Mathematics Education*.

Pehkonen, E. (1995). Using open-ended problem in Mathematics. *Zentralblatt fur Didaktik der Mathematik*, 27(2), 67-71.

Powell, A. B., & Lopez, J. A. (1989). Writing as vehicle to learn mathematics; A case study. In. P. Connolly & T. Vilardi (Eds.), *Writing to learn mathematics and science* (pp.157-177). NY: Teachers College Press.

Rasmussen, C., Zandieh, M., King, K., & Teppo, A. (2005). Advancing mathematical activity: A view of advanced mathematical thinking. *Mathematical Thinking and Learning*, 7, 51-73.

Rha, I. J., Park, S., Choi, H., & Choi, S. (2009). Development and validation of a visualization tendency test. *Proceedings of AACE Elearn 2009*. Vancouver, Canada.

Silver, E. A. (1995). The nature and use of open problems in mathematics education : Mathematical and pedagogical perspective, *Zentralblatt fuer Didaktik der Mathematik*, 27(2), 62-71.

Smith, D. E. (1966). Mathematics in the training for citizenship. *Selected topics in the Teaching of Mathematics*, 11-23. National Council of Teachers of Mathematics, Inc.

Sriraman, B. (2004). The characteristics of mathematical creativity. *The Mathematics Educator*, 14(1), 19-34.

Sternberg, R. J. (1994). *Thinking and Problem Solving*. San Diego : Academic Press, Inc.

Sternberg, R. J. (2005). The WICS model of organizational leadership. *Roeper Review*, 28(1), 37 - 44.

Torrance, E. P. (1975). Creativity research in education: Still alive. In I. A. Taylor & J. W. Getzels (eds.), *Perspectives in creativity*. Hawthorne, NY: Al-dine de Gruyter.

Urban, K. K. (1995). Creativity: A componential approach. *Post conference China meeting of the 11the conference on gifted and talented children*. Beijing, China, Aug. 5-8.

Wakefield, J. (1989). Creativity and cognition: Some implications for arts education. *Creativity Research Journal*, 2, 51-63.

Williams, L. V. (1983). *Teaching for the two-sided mind: A guide to right brain/left brain education*. NY: Simon & schuster. Inc.

Model lessons of mathematical practice focus on creativity and character education curriculum

Oh Nam Kwon
Seoul National University
E-mail : onkwon@snu.ac.kr

Jee Hyun Park
Seoul Finance High School
E-mail : jeannei4@snu.ac.kr

Jeung Sook Park
Taereung High School
E-mail : pjsook@nate.com

The direction of recent education literature points to the importance of creativity and creative practices, which also plays an important role in character education and has been recognized as being invaluable for the educational goals of the 21st century. As such, the goal of mathematics educators and researchers has also been on emphasizing the importance of building character and promoting creative practices.

In this research, we study the pedagogical measures that can be easily implemented in classrooms to foster creative mathematical thinking and practices in students. In particular, the mathematical topic of interest is three-dimensional geometry, and especially polygons, and processes in which mathematical knowledge and creative practices play out in classrooms. For example, we explore how these creative lessons can be organized as the target internalization lessons, concepts definition lessons, regularity and relationship lessons, question posing lessons, and narrative story lessons. All of these lessons share three commonalities: 1) they require specific planning and execution challenges in order to achieve creative tasks, 2) they take advantage of open-ended problems, and 3) they are activity-oriented.

Through this study, we hope to further our understanding on successful creative mathematical educational practices in the field of mathematics education, and help establish model lessons and materials for teachers and educators to use towards such goals.

* ZDM Classification : D43
* 2000 Mathematics Subject Classification : 97D40
* Key Words : creative practices, character education