

## 투수계수의 공간적 변동성을 고려한 유한요소법에 의한 확률론적 침투해석

### Probabilistic Seepage Analysis by the Finite Element Method Considering Spatial Variability of Soil Permeability

조 성 은<sup>1</sup> Cho, Sung-Eun

#### Abstract

In this paper, a numerical procedure of probabilistic steady seepage analysis that considers the spatial variability of soil permeability is presented. The procedure extends the deterministic analysis based on the finite element method to a probabilistic approach that accounts for the uncertainties and spatial variation of the soil permeability. Two-dimensional random fields are generated based on a Karhunen-Loève expansion in a fashion consistent with a specified marginal distribution function and an autocorrelation function. A Monte Carlo simulation is then used to determine the statistical response based on the random fields. A series of analyses were performed to verify the application potential of the proposed method and to study the effects of uncertainty due to the spatial heterogeneity on the seepage behavior of soil foundation beneath water retaining structure with a single sheet pile wall. The results showed that the probabilistic framework can be used to efficiently consider the various flow patterns caused by the spatial variability of the soil permeability in seepage assessment for a soil foundation beneath water retaining structures.

#### 요 지

본 연구에서는 댐이나 보와 같은 수리구조물이 설치된 포화 기초지반에서의 구속흐름(confined flow)에 대하여 확률론적 침투해석을 수행하였다. 침투해석은 유한요소법을 이용하였으며 투수계수의 수평방향과 연직방향의 공간적 상관성이 상이한 비등방성을 고려하였다. 지정된 입력 확률분포함수와 자기상관함수(autocorrelation function)를 따르는 2차원의 랜덤필드를 생성하기 위하여 Karhunen-Loève 전개법을 사용하였으며 생성된 랜덤필드를 이용하여 확률론적 응답을 얻기 위해 Monte Carlo 시뮬레이션을 수행하였다. 이로부터 투수계수의 불확실성과 공간적 변동성이 수리구조물과 기초의 침투로 인한 안정성과 관련된 기초를 통한 유량, 구조물 하부에 작용하는 양압력, 하류 유출면에서의 유출동수경사에 미치는 영향을 연구하였다. 해석결과로부터 투수계수의 확률분포와 자기상관 구조를 만족하는 랜덤 필드로 고려하여 공간적 변동을 고려하는 방법은 결정론적 해석이나 투수계수를 하나의 랜덤변수로 고려하는 경우에 나타나지 않는 다양한 지반의 침투거동을 효과적으로 고려할 수 있음을 보여준다.

**Keywords** : Karhunen-Loève expansion, Monte-Carlo simulation, Probabilistic analysis, Seepage, Spatial variability

<sup>1</sup> 정회원, 국립한경대학교 토목공학과 조교수 (Member, Assistant Professor, Department of Civil Engineering, Hankyong National Univ., drsecho@hanmail.net)

\* 본 논문에 대한 토의를 원하는 회원은 2012년 4월 30일까지 그 내용을 학회로 보내주시기 바랍니다. 저자의 검토 내용과 함께 논문집에 게재하여 드립니다.

## 1. 서론

자연 상태의 지반은 매우 변동적이며 비균질한 특성을 가지고 있음에도 불구하고 일반적으로 침투해석은 주어진 하나의 지층을 균질하다고 가정하여 일정한 물성치를 적용하는 결정론적인 방법에 의해 수행하고 있는 실정이다(Gui 등, 2000). 그러나 지반을 통한 물의 흐름을 해석하고 예측하는 것은 지반의 수리화학적 특성에 대한 이해가 완벽하지 않음으로 인하여 필연적으로 불확실성을 유발하게 된다. 게다가, 하나의 지층 내에서도 지층이 형성되는 퇴적과정이나 이후의 이력에 따라 지반의 특성은 공간적인 변동성을 보이게 된다(Lacasse와 Nadim, 1996). 이러한 현상을 반영하기 위하여 최근 들어 랜덤필드 이론을 바탕으로 지반물성의 공간적인 변동성을 고려한 침투해석에 대한 연구가 수행되어지고 있다(Fenton과 Griffiths, 1996; Fenton과 Griffiths, 1997; Gui 등, 2000; Srivastava 등, 2010; Ahmed, 2009; Griffiths와 Fenton, 1997, 1998).

통상 침투에 대한 지반의 안정해석은 안전율을 계산함으로써 수행된다. 그러나 안전율은 위험도(risk)에 대한 일관된 척도를 주지는 않는다. 즉, 동일한 안전율을 가진 지반일지라도 지반 물성의 변동정도에 따라 다른 위험도를 주게 되므로 안전율에 의한 안정성 평가는 경험에 의지하게 되는 측면이 있다. 기존의 결정론적 침투해석의 경우 불확실성을 정량적으로 고려하지 않고 주관적 판단에 의한 보수적인 투수계수 및 설계기법을 통하여 고려하나 이러한 보수적인 설계가 파괴에 대한 안전을 보장하지는 않는다는 사실은 경험적으로 잘 알려져 있다. 확률론적 해석법은 불확실성을 침투 안정성 해석과 설계에 정량적으로 반영할 수 있고 투수계수의 변동에 따른 영향을 파악할 수 있는 합리적인 접근법이다. 투수계수는 문헌에 보고된 변동계수(coefficient of variation)가 통상 60~90% 정도이며(Duncan, 2000) 100%를 넘는 경우도 보고될 정도로 지반의 거동관련 변수 중 불확실성이 큰 변수로 알려져 있다. 따라서 확률론적인 해석을 통한 거동파악을 설계와 안전성 검토에 고려하는 것이 바람직하다.

Griffiths와 Fenton(1997, 1998)은 랜덤필드 이론과 유한요소법을 바탕으로 한 Monte Carlo 시뮬레이션을 이용하여 널말뚝이 관입된 기초지반에서의 침투량, 유출 동수경사 등에 대하여 투수계수의 공간적 변동성을 고려하는 확률론적 해석을 수행하였다.

자유수면이 존재하는 흙댐을 통한 흐름에 투수계수의 공간적 변동성이 미치는 영향에 대한 몇몇 연구가 수

행된바 있으며, Fenton과 Griffiths(1996)는 Monte Carlo 시뮬레이션과 랜덤필드 이론, 유한요소법을 조합하여 흙댐을 통하여 흐르는 유량의 평균과 분산에 대하여 연구하였다. 투수계수는 대수정규분포(lognormal distribution)를 따르며 평균, 표준편차, 공간적 상관구조로 정의되는 랜덤필드로 고려되었다. Fenton과 Griffiths(1997)는 투수계수의 공간적 변동성을 고려하여 간단한 배수시설을 갖는 흙댐을 통한 흐름으로 인한 동수경사의 확률론적 특성에 대하여 조사하였다.

Gui 등(2000)은 투수계수의 공간적 변동성이 흙댐의 사면안정에 미치는 영향을 조사하기 위하여 랜덤필드 이론, 침투해석 및 사면안정해석을 조합한 확률론적 침투해석을 수행하였다. 대수정규분포를 따르는 투수계수의 랜덤필드를 고려하는 침투해석에서 얻어진 간극수압 분포는 하류 댐 사면의 침투에 의한 시간에 따른 안전율을 평가하는데 활용되었다.

Srivastava 등(2010)은 상업용 유한차분해석 프로그램인 FLAC을 사용하여 투수계수의 변동성이 정상상태의 침투와 이로 인한 사면의 안정성 해석에 미치는 영향을 연구하였다.

이들 대부분의 연구는 두 점 사이의 거리에 따른 등방성의 공간적 상관관계만을 고려하여 연직방향과 수평방향의 상이한 공간적 상관성을 고려하지 못하였다.

본 연구에서는 댐이나 보와 같은 수리구조물이 설치된 포화 기초지반에서의 구속흐름(confined flow)에 대하여 확률론적 침투해석을 수행하였다. 침투해석에는 유한요소법을 이용하였으며 투수계수의 수평방향과 연직방향의 공간적 상관성이 상이한 비등방성을 고려하였다. 지정된 입력 확률분포함수와 자기상관함수(autocorrelation function)를 따르는 2차원의 랜덤필드를 생성하기 위하여 Karhunen-Loève 전개법을 사용하였으며 생성된 랜덤필드를 이용하여 확률론적 응답을 얻기 위해 Monte Carlo 시뮬레이션을 수행하였다. 이로부터 투수계수의 불확실성과 공간적 변동성이 기초를 통한 침투유량, 구조물 하부에 작용하는 양압력, 하류 유출면에서의 유출 동수경사에 미치는 영향을 연구하였다.

## 2. 침투해석(Seepage analysis)

### 2.1 침투에 대한 안전성 검토

댐의 설계나 시공에 있어서 침투현상에 관하여 검토

해야 하는 사항으로 제체 및 기초지반에서의 침투유량의 결정, 침투수량이 댐체 및 기초지반의 안정성에 미치는 영향의 검토, 침투조절방법의 검토 등이 있다.

허용 침투량은 저수지의 목적 및 안전성에 따라 다르기 때문에 따로 정하지는 않으나 어느 한도를 넘어서면 분사현상과 보일링 및 파이핑 등의 침투로 인한 파괴요인이 되므로 신중한 검토와 대책이 필요하며 댐의 저수 효율면에서 허용 침투량을 규정하여 관리할 수 있다.

침투수가 지반의 안정성에 미치는 영향의 검토는 파이핑(piping)과 보일링(boiling)에 대한 안정성 검토, 유선망의 결정을 통한 기초의 안정해석 등이다. 침투조절은 파이핑이나 보일링을 방지하거나 침투수 자체를 감소시키고 양압력을 감소시키기 위한 것으로 적절한 방법을 선택하기 위해서 침투해석이 필요하다. 파이핑에 대한 검토는 한계동수경사를 구하여 분사현상의 발생 가능성을 검토하여 안전여부를 판정한다. 한계동수경사  $i_c$ 는 Terzaghi의 식으로 계산할 수 있다. 분사현상에 대한 저항력은 소성지수가 큰 재료일수록 큰 경향이 있으며 점착력이 없는 세립자의  $i_c$ 는 0.5-0.8로 본다. 침투해석에 의하여 산출한 동수경사가 한계동수 경사의 1/2 이하가 되도록 해야 한다(댐설계기준, 2005).

## 2.2 침투해석의 기초이론

침투수가 지반의 간극을 통과할 때 받는 저항은 주로 흙의 표면에 작용하는 점성마찰에 의한 것이다. 간극 폭이 좁고 유속이 느리면 일반적으로 층류가 된다. 토석 내 간극은 서로 연결되어 있고 복잡한 형상이지만 침투류가 층류인 경우에는 거시적으로 흐름의 평균 운동 방향을 생각하면 하나의 유선을 형성하는 것으로 볼 수 있으며, 임의 점에서의 평균유속  $v$ 와 동수경사  $i$  사이에는 다음의 관계가 성립한다.

$$v = k \cdot i \quad (1)$$

식 (1)은 Darcy의 법칙으로 알려져 있으며, 여기서  $k$ 는 투수계수이며 m/sec의 단위를 갖는다.

2차원 정상상태(steady state) 침투해석의 미분방정식은 유체를 비압축성으로 가정하여 연속방정식과 Darcy의 법칙을 적용하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( k_x \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k_y \frac{\partial h}{\partial y} \right) = 0 \quad (2)$$

여기서,  $h$ 는 총수두,  $k_x, k_y$ 는  $x$ 와  $y$  방향의 투수계수이다.

유선망과 같은 방법으로는 단면의 기하학적 형상, 지반조건의 변동성, 복잡한 경계조건 등을 고려하는데 한계가 있어 현재 대부분의 설계에서는 유한요소법, 유한차분법 등의 수치해석 기법이 활용되고 있다. 본 연구에서는 유한요소법을 이용하여 침투해석을 수행하였다. 유한요소법에 의해 해가 구해지면 동수경사는 각 절점에서의 총수두를 이용하여 요소의 각 적분점에서의 총수두의 미분값으로 구할 수 있다.

## 3. 랜덤 필드 모델

### 3.1 지반의 공간적 변동성

자연재료로서 지반은 균질한 지층에서도 위치에 따라 특성에 변동성을 보인다. 이러한 공간적인 변동성은 지반의 조성 성분, 퇴적상황, 응력이력 등의 원인으로 발생하며 지반의 불확실성을 유발하는 본질적인 원인이다(Lacasse와 Nadim, 1996; Elkateb 등, 2002).

지반의 공간적인 변동성은 무작위적 특성을 가지지는 않으며 공간에서의 위치에 의해 지배된다. 평균이나 분산 같은 하나의 값으로 주어지는 통계적 정보는 지반의 공간적인 변동특성을 나타낼 수 없다. 그러나 지반물성의 공간적 변동성은 랜덤필드 모델의 이론적 틀에서 상관구조(correlation structure)에 의해 효과적으로 설명될 수 있다(Vanmarcke, 1983).

지반의 특성이 강한 상관성을 나타내는 공간적인 범위를 표현함으로써 지반의 상관성을 나타내기 위하여 변동자(scale of fluctuation, Vanmarcke, 1983)와 자기상관거리(autocorrelation distance, DeGroot과 Baecher, 1993)의 두 가지 지표가 사용되어져 왔다.

자기상관거리는 자기상관함수값이  $1/e$ 로 감소하는 거리로 정의되며 변동자  $\delta$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$\delta = \int_{-\infty}^{\infty} \rho(\eta) d\eta \quad (3)$$

여기서  $\rho(\eta)$ 는 자기상관함수이며  $\eta$ 는 공간상의 두 점간의 거리를 나타낸다.

큰 값의 자기상관거리는 지반의 물성이 넓은 공간적 범위에 걸쳐서 강한 상관성을 나타내어 지층 내에서 점진적인 변화를 보이는 것을 의미한다. 반대로, 작은 자

기상관거리는 지반의 변동폭이 크게 나타나는 것을 의미한다.

보통 방향에 관계없이 모든 방향으로 동일한 상관관계를 나타내는 등방 상관구조(isotropic correlation)가 많이 사용되어져 왔지만 대부분의 자연적으로 생성된 지반의 경우 보통 지질학적 형성 과정으로 인하여 연직방향의 상관거리가 수평방향의 상관거리에 비하여 훨씬 작은 경향이 있으며 이들 값의 비가 약 10배 이상이 되는 경우도 흔하다(Baecher와 Christian, 2003). 자기상관거리의 값은 공간적인 지반물성의 분포로부터 통계적인 처리를 통하여 구할 수 있다(Baecher와 Christian, 2003; Hsu와 Nelson, 2006).

Gaussian 랜덤필드는 평균  $\mu(x)$ , 분산  $\sigma^2(x)$  및 자기상관함수  $\rho(x, x')$ 에 의해서 완전히 정의될 수 있다. 지반공학 분야에서 널리 사용되는 자기상관함수는 Li와 Lumb(1987) 및 Rackwitz(2000)에 의해 주어졌다. 본 연구에서는 식 (4)와 같은 지수형태의 상관함수를 사용하였으며 연직과 수평방향의 상관구조가 다른 비등방 상관구조를 적용하였다.

$$\rho(x, y) = \exp\left(-\frac{|x-x'|}{l_h} - \frac{|y-y'|}{l_v}\right) \quad (4)$$

여기서,  $l_h, l_v$ 는 각각 수평 및 연직 방향의 자기상관거리이다.

### 3.2 랜덤필드의 이산화

해석에서 지반 특성의 공간적 변동성은 지반 특성을 나타내는 변수를 하나의 랜덤 변수로 모델링하면 고려할 수 없으며 공간적 변동성을 나타내기 위해서 랜덤필드로 모델링하는 것이 바람직하다. 한계평형법, 유한요소법이나 유한차분법 같은 수치해석법은 불연속적인 특성을 가지므로 해석을 수행하기 위해서는 지반물성의 랜덤필드 또한 유한개의 랜덤변수들로 표현되어야 한다. 이러한 과정을 랜덤필드의 이산화(discretization)라 한다.

랜덤필드의 이산화를 수행하기 위하여 공간 평균법(spatial averaging method), 중심점법(midpoint method), 형상함수법(shape function method) 같은 여러 방법들이 개발되어져 왔다. 이들 초기 방법들은 랜덤필드를 정확하게 근사화하기 위해서 많은 수의 랜덤 변수들이 필요하다는 점에서 효율성이 낮은 방법이라 할 수 있다. 한편, 랜덤필드를 이산화 하는데 보다 효율적인 KLE(Karhunen-Loève

expansion), OSE(orthogonal series expansion), EOLE (Expansion Optimal Linear Estimation) 방법 같은 급수 전개법들이 개발되었다. 모든 급수전개법들은 랜덤 변수들과 랜덤필드의 상관구조에 의존하는 결정론적인 공간의 함수들에 의해 표현되는 Gaussian 필드로 결과가 귀결된다. 이때 랜덤필드의 근사화는 영향이 작은 항들의 생략을 통해 이루어진다. 급수전개로 표현되는 랜덤필드의 정확도는 사용되는 특정 방법의 종류와 포함되는 항의 수에 따라 결정된다. 이들 이산화 방법들에 대한 자세한 소개와 비교는 Matthies 등(1997) 및 Sudret과 Der Kiureghian(2000)에 의해 주어졌다.

본 연구에서는 지반 물성의 비등방 랜덤필드를 이산화하기 위해서 다른 방법들과 비교해 소정의 정확도를 얻기 위해 요구되는 항의 수가 가장 적은 Karhunen-Loève 전개법(Ghiocel과 Ghanem, 2002)을 사용하였다.

### 3.3 Karhunen-Loève 전개법

랜덤 필드  $H(x, \theta)$ 의 Karhunen-Loève 전개는 자기상관함수  $\rho(x, x')$ 의 주성분 분석에 기초한다. 랜덤 필드의 실현  $H(x, \theta_0)$ 를 전개하기 위해 필요한 기저 함수들은 다음의 고유치문제(eigenvalue problem)에 의해 정의된다.

$$\int_{\Omega} \rho(x, x') \phi_i(x') d\Omega_{x'} = \lambda_i \phi_i(x) \quad (5)$$

여기서  $\lambda_i, \phi_i$ 는 식 (5)의 해인 고유치 및 고유벡터이다.

$H(x, \theta)$ 의 전개는 직교(orthogonal) 랜덤 계수  $\xi_i(\theta)$  (평균이 0이고 분산이 1인 비상관 랜덤변수들)를 사용하여 다음과 같이 주성분 분석에 의한 기저함수들의 선형조합으로 표현할 수 있다.

$$H(x, \theta) = \mu + \sum_{i=1}^{\infty} \sigma \sqrt{\lambda_i} \phi_i(x) \xi_i(\theta), \quad x \in \Omega \quad (6)$$

Karhunen-Loève 전개에서 가장 중요한 점은 무작위적인(random) 공간적 변동이 확정적인 공간변수의 함수들과 이들 변수들과 독립적인 랜덤 계수들로 분해된다는 것이다. Karhunen-Loève 전개식은 자기상관함수의 대칭성으로 인하여 크기가 단조 감소하는 특성을 가지며 감소율은 자기상관거리에 반비례한다.

식 (6)을 요구되는 정확도에 따라  $M$ 항까지만 포함하도록 하면 랜덤필드의 근사값을 구할 수 있다. 사용의 편리함과 실제 데이터의 부족 등으로 인하여 Gaussian

랜덤필드가 공간적인 변동성을 포함하는 불확실성을 모델하기 위하여 자주 사용되지만 랜덤변수가 항상 양의 값을 가질 때에는 사용할 수 없는 경우가 많다. 랜덤변수가 대수정규분포(lognormal distribution)를 따른다면 대수정규 랜덤필드는 다음과 같이 Gaussian 필드로부터 구할 수 있다.

$$\tilde{H}(x, \theta) = \exp \left[ \mu + \sum_{i=1}^M \sigma \sqrt{\lambda_i} \phi_i(x) \xi_i(\theta) \right] \quad (7)$$

식 (5)는 몇몇 제한된 자기상관함수와 해석영역에 대해서만 해석적으로 풀 수 있으며 식 (4)와 같은 지수방정식 형태의 자기상관함수인 경우, 랜덤필드의 전개는 해석적인 해를 사용하여 수행할 수 있다(Spanos와 Ghanem, 1989; Ghanem과 Spanos, 1991; Sudret과 Der Kiureghian, 2000; 조성은과 박형춘, 2008).

#### 4. Monte Carlo 시뮬레이션

지반공학에서의 확률론적 접근은 지반구조물의 확률론적 거동을 결정하거나 신뢰성을 평가하기 위한 것이다. 그동안 많은 확률론적 방법이 제안되어져 왔지만 지반공학 문제의 경우 지반의 거동이 강한 비선형성을 가지며 물성의 변동성이 큰 특징을 가지고 있다. 이 경우 확률론적 문제에 대한 정확한 해를 얻을 수 있는 유일한 보편적인 방법은 Monte Carlo 시뮬레이션 방법이다. 지반의 공간적 변동성을 고려하는 Monte Carlo 시뮬레이션을 수행하기 위해서는 지반의 특성을 나타내는 통계적 정보인 확률분포와 상관구조를 만족하는 일련의 랜덤필드를 생성하고 각각의 생성된 랜덤필드에 대하여 해석을 수행함으로써 지반구조물의 거동을 계산하게 된다. 이러한 과정을 여러 번 반복하여 지반거동에 대한 파괴확률을 구할 수 있다. Monte Carlo 시뮬레이션은 파괴확률 뿐 아니라 지반구조의 거동에 대한 평균, 표준편차, 확률밀도함수 및 누적확률분포 등의 정보를 평가할 수 있으므로 주어진 시스템에 대한 보다 폭 넓은 정보를 제공할 수 있게 해준다.

Monte Carlo 시뮬레이션에서 샘플링은 Random 샘플링 기법이나 Latin hypercube 샘플링 기법에 의해 수행된다. Random 샘플링은 표본들이 모집단 전체의 경향을 정확하게 나타낼 수 있도록 주어진 확률분포로부터 무작위로 추출하는 방법이다. Random 샘플링 기법은 샘플이 충분히 많은 경우에 쉽게 적용할 수 있는 장점을

가지고 있으나 모델을 평가하는데 많은 시간과 비용이 소요되는 경우에는 적용에 문제가 있다. Latin hypercube 샘플링 기법은 누적확률분포를 동등한 확률간격으로 나누고 각 간격에서 확률변수(random variable)를 무작위 추출하는 계층화 랜덤(stratified-random) 샘플링 기법이다. 따라서 보다 작은 수의 샘플링으로 확률분포의 넓은 영역을 망라할 수 있는 효율적인 샘플링 기법이다.

랜덤필드를 생성하기 위해서는 식 (7)의 랜덤 벡터  $\xi$ 를 샘플링해야 한다. 본 연구에서는  $\xi$ 를 생성하기 위하여 Latin hypercube 샘플링 기법을 사용한다.  $M$ 개의 랜덤변수  $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_M$ 에 대해 규정된 확률분포함수로부터  $N_{sim}$ 번의 샘플링을 Latin hypercube 샘플링 기법으로 수행하기 위하여 본 연구에서는 랜덤변수들 사이의 상관성을 고려한 샘플링을 수행할 수 있는 방법(Stein, 1987)을 적용하였다.

#### 5. 예제해석

투수계수는 지반의 침투거동과 관련된 모든 변수들을 계산하기 위해 사용되므로 투수계수의 공간적 변동성과 관련된 불확실성은 해석을 통하여 계산되는 간극수압, 침투량, 동수경사 등의 불확실성을 야기한다.

본 연구에서는 투수계수  $k$ 를 랜덤필드로 고려하여 콘크리트 수리 구조물의 하부 지반을 통한 침투거동을 해석하였다.

##### 5.1 결정론적 해석

일반적으로 그림 1과 같은 수리구조물의 침투에 대한 안정성을 검토하기 위해서는 침투수가 집중되는 유출부에서의 유출 동수경사, 기초 지반을 통해 발생하는 침

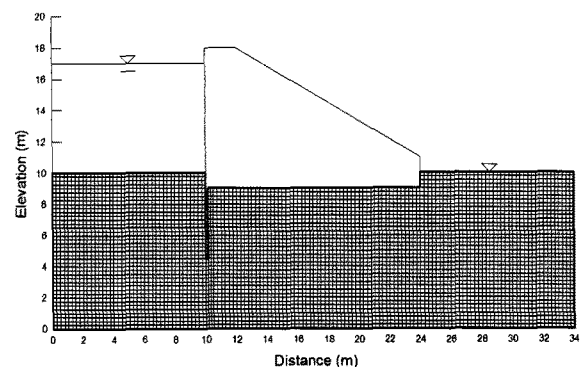
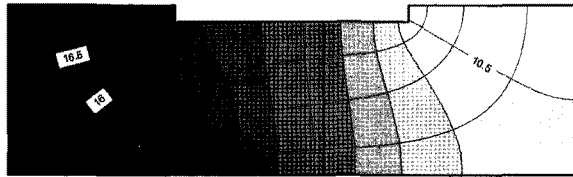


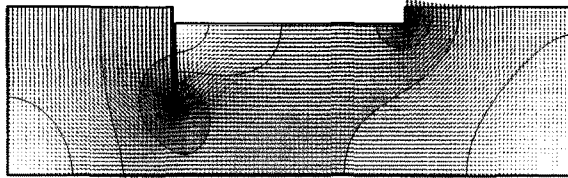
그림 1. 해석 영역 및 경계조건

표 1. 침투해석을 위한 지반 물성치(lognormal 분포)

구분	평균 $\mu$ (m/sec)	COV	자기상관거리 (m)
투수계수 $k$	$1 \times 10^{-5}$	0.3, 0.5, 0.7, 1.0	$5 \leq l_h \leq 30$ $1 \leq l_v \leq 10$



(a) 총수두 분포(m) 및 흐름 경로(flow path)



(b) 동수경사의 분포와 흐름벡터

그림 2. 결정론적 침투해석 결과

표 2. 결정론적 침투해석 결과 요약

	유량 (m <sup>3</sup> /sec/m)	유출동수경사	양압력의 합력 (kN/m)
SEEP/W	$1.949 \times 10^{-5}$	0.480	475
본 연구	$1.949 \times 10^{-5}$	0.480	475

투량, 구조물의 바닥에 작용하는 양압력(uplift pressure)을 계산할 필요가 있다.

침투거동을 예측하기 위하여 사용된 수치해석 기법의 정확성을 평가하기 위하여 표 1에 나타난 투수계수의 평균값을 사용하여 균질한 지반의 침투거동을 해석하였다.

투수계수의 평균값에 대한 결정론적 해석의 결과는 그림 2 및 표 2와 같다. 기초지반을 통한 침투량은  $1.949 \times 10^{-5} \text{ m}^3/\text{sec}/\text{m}$ 이고 하류 지표면에서의 유출동수경사는 0.48이다. 침투로 인하여 구조물의 바닥에는 간극수압이 작용한다. 구조물의 바닥면을 따라 사다리꼴 규칙(trapezoidal rule)을 사용하여 작용하는 수압을 적분하여 구한 합력은 475kN/m로 계산되었다. 본 연구에서는 침투해석을 위해 유한요소해석 프로그램을 Fortran으로 작성하여 사용하였으며 상업용 프로그램인 SEEP/W와 동일한 결과를 얻을 수 있음을 알 수 있다(표 2). 그림 2(a)는 총수두의 분포와 흐름 경로(flow path)를 나타내며 그림 2(b)는 동수경사와 흐름벡터의 분포를 보여주고 있다. 동수경사는 구조물 하부에 침투조절을 위해 설

치된 널말뚝 선단에서 가장 큰 값을 나타내고 있으며 하류 유출면에서도 큰 값을 보이고 있다.

## 5.2 확률론적 해석

### 5.2.1 해석 개요

투수계수의 변동성이 침투거동에 미치는 영향을 연구하기 위하여 투수계수를 랜덤필드로 고려하는 확률론적 해석을 수행하였다. 표 1은 사용된 투수계수의 평균과 변동계수  $COV_k$ 를 나타내며 변동계수에 따라 해석을 수행하였다. 입력물성은 확률론적으로 변수  $k$ 의 평균  $\mu_k$ 와 표준편차  $\sigma_k$ 로 정의되는 대수정규분포를 따른다고 가정하였다. 무차원의 변동계수  $COV_k(=\sigma_k/\mu_k)$ 를 정의하면 변수의 대수값은 정규분포를 따르게 되며 평균과 표준편차는 다음과 같이 계산된다.

$$\sigma_{\ln k} = \sqrt{\ln\{1 + COV_k^2\}} \quad (8)$$

$$\mu_{\ln k} = \ln \mu_k - 0.5\sigma_{\ln k}^2 \quad (9)$$

본 연구에서는 식 (5)의 해석적인 해를 충분히 활용하기 위하여 가우스 필드에서의 자기상관거리  $l$ 을 고려하였다. Karhunen-Loève 전개법은 해석영역의 임의의 점에서 랜덤변수 값을 계산하는 것이 가능하도록 랜덤필드를 공간적으로 연속적인 함수의 항으로 표현해준다. 따라서 이산화된 랜덤필드에서 투수계수는 해석영역의 모든 점에서 계산이 가능하다. 본 연구에서는 요소의 적분점에서 투수계수를 계산하여 유한요소해석에 활용하였다.

투수계수의 공간적 변동성을 고려한 해석에서 전개되는 랜덤필드의 공간적 변동성을 정확하게 반영하기 위해서는 전개식에 포함되는 성분의 수  $M$ 을 선택해야 한다. 본 연구에서는 랜덤필드를 나타내기 위하여 200개의 성분을 사용하였다. 지반의 자기상관거리에 대해서는 축적된 자료가 많지 않아 더 많은 연구가 필요한 실정이지만 El-Ramly 등(2003)이 수행한 문헌연구의 결과에 따르면 수평방향의 자기상관거리는 10~40m의 범위이고 연직방향의 자기상관거리는 1~3m 정도인 것으로 알려져 있다. 본 연구에서는 수평 자기상관거리 5~30m와 연직 자기상관거리 1~10m를 적용하였으며 10,000회의 랜덤필드를 생성하여 이에 대한 침투해석을 수행하였다. 각각의 생성된 랜덤필드는 해석영역에 대하여 가능한 하나의 투수계수의 분포를 나타낸다.

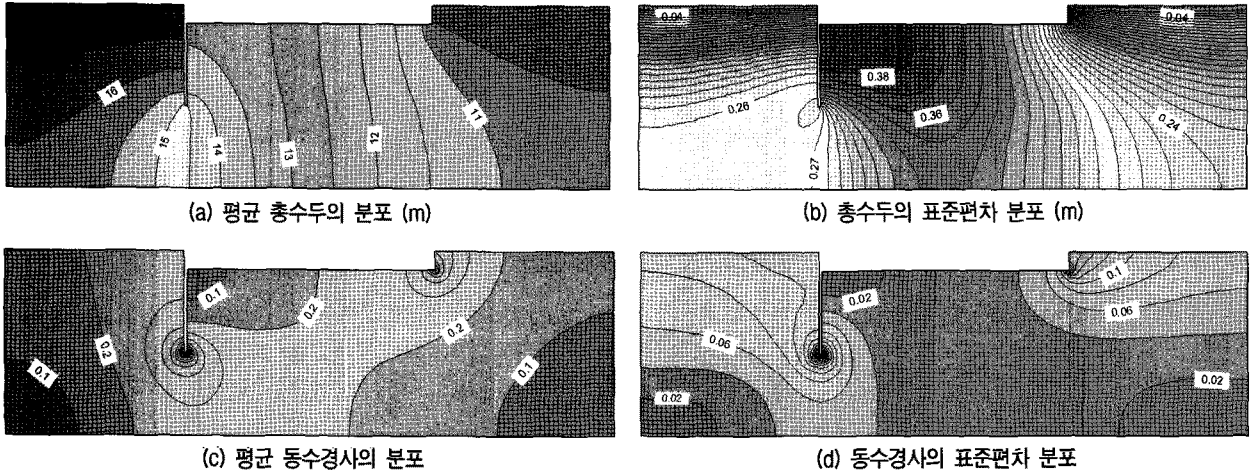


그림 3. 확률론적 해석(Monte-Carlo Simulation)의 결과( $l_h = 20m, l_v = 2m, COV_k=0.5$ )

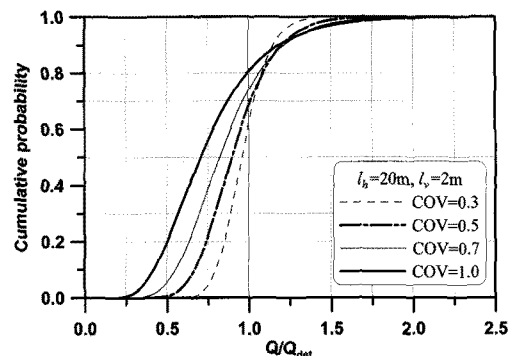
기본 해석 대상으로  $l_h = 20m, l_v = 2m, COV_k=0.5$ 인 조건을 고려하였고, 이 조건을 중심으로 투수계수의 평균값을 고정한 상태에서 변동계수 및 자기상관거리를 변화시키며 침투거동에 미치는 영향을 연구하였다.

### 5.2.2 확률론적 해석 결과 : 평균과 표준편차의 공간적 분포

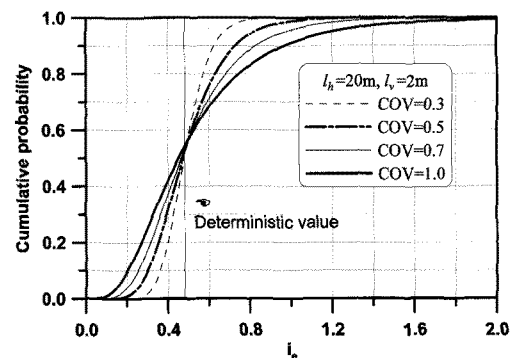
그림 3은 Monte Carlo 시뮬레이션( $l_h = 20m, l_v = 2m, COV_k=0.5$ )의 결과를 나타낸 것이다. 그림 3(a)는 10,000회의 해석에 대한 평균 총수두의 분포를 나타낸 것으로 평균값을 이용한 결정론적 해석의 결과와 유사한 분포를 보이고 있다. 그림 3(b)는 총수두의 표준편차 분포를 나타낸 것으로 경계조건이 고정된 상-하류면에서는 작은 값을 나타내고 여기서 멀어질수록 큰 값을 보이고 있다. 특히 널말뚝 하류 쪽 구조물바닥 부근에서 큰 값을 보이고 있어 투수계수의 변동성으로 인하여 이곳에서의 총수두의 예측 불확실성이 큰 것을 알 수 있다. 그림 3(c)는 평균 동수경사의 분포를 나타내며 역시 결정론적 해석의 결과와 유사한 분포를 보이고 있다. 그림 3(d)는 동수경사의 표준편차 분포를 나타낸 것으로 널말뚝 선단부와 침투수가 유출되는 하류 지표면 부근에서의 값이 크게 나타나고 있음을 알 수 있다. 즉, 침투에 대한 파이핑의 안정성을 검토해야 하는 하류 유출면에서의 동수경사의 값은 투수계수의 값에 따라 큰 변동성을 보이게 됨을 알 수 있다.

### 5.2.3 확률론적 해석 결과 : 누적확률분포

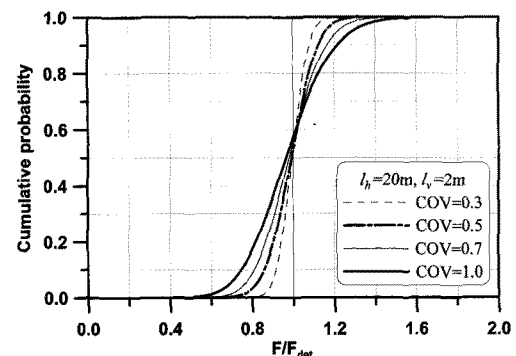
그림 4는 Monte Carlo 시뮬레이션( $l_h = 20m, l_v = 2m$ )에 의해 구한 침투량, 유출동수경사와 양압력 합력의 누



(a) 침투량의 누적확률분포



(b) 유출동수경사의 누적확률분포



(c) 양압력의 합력의 누적확률분포

그림 4. 확률론적 해석(Monte-Carlo Simulation)의 결과( $l_h = 20m, l_v = 2m, COV_k=0.5$ ): 누적확률분포

적확률분포를 나타내고 있다. 그림 4(a)로부터 침투량이 결정론적 해석에 의한 침투량보다 클 확률은 투수계수의 변동성이 클수록 감소하게 됨을 알 수 있다. 그림 4(b)는 유출동수경사의 누적확률분포를 나타내며 그림 4(c)는 양압력의 누적확률분포곡선을 나타낸다. 유출동수경사와 양압력은 결정론적 해석에 의한 값보다 클 확률이 투수계수의 변동성에 크게 영향을 받지 않으나 침투량의 경우보다는 크게 나타나고 있음을 알 수 있다. 침투거동에 대한 누적확률분포곡선을 이용하면 신뢰성 기반의 설계(reliability-based design)를 수행할 수 있다.

### 5.2.4 확률론적 해석 결과 : 평균과 표준편차의 변화

그림 5(a)는 계산된 기초지반의 침투량을 결정론적 침투량으로 정규화한 값의 평균값을 투수계수의 변동성에 따라 나타내고 있다. 변동계수가 증가할수록 침투량의 평균은 점진적으로 감소하고 있음을 보여준다. 수평방향의 자기상관계수가 증가할수록(즉, 수평방향으로 투수계수가 더 강한 공간적 상관관계를 가질수록) 평균값은 증가하였으나 연직방향의 자기상관거리의 증가에 의한 평균의 증가는 그리 크지 않았다. 이러한 현상은 기초지반을 통한 흐름이 수평방향의 연속적인 흐름 통로의 형성에 영향을 받기 때문이다. Fenton과 Griffiths(1996)에

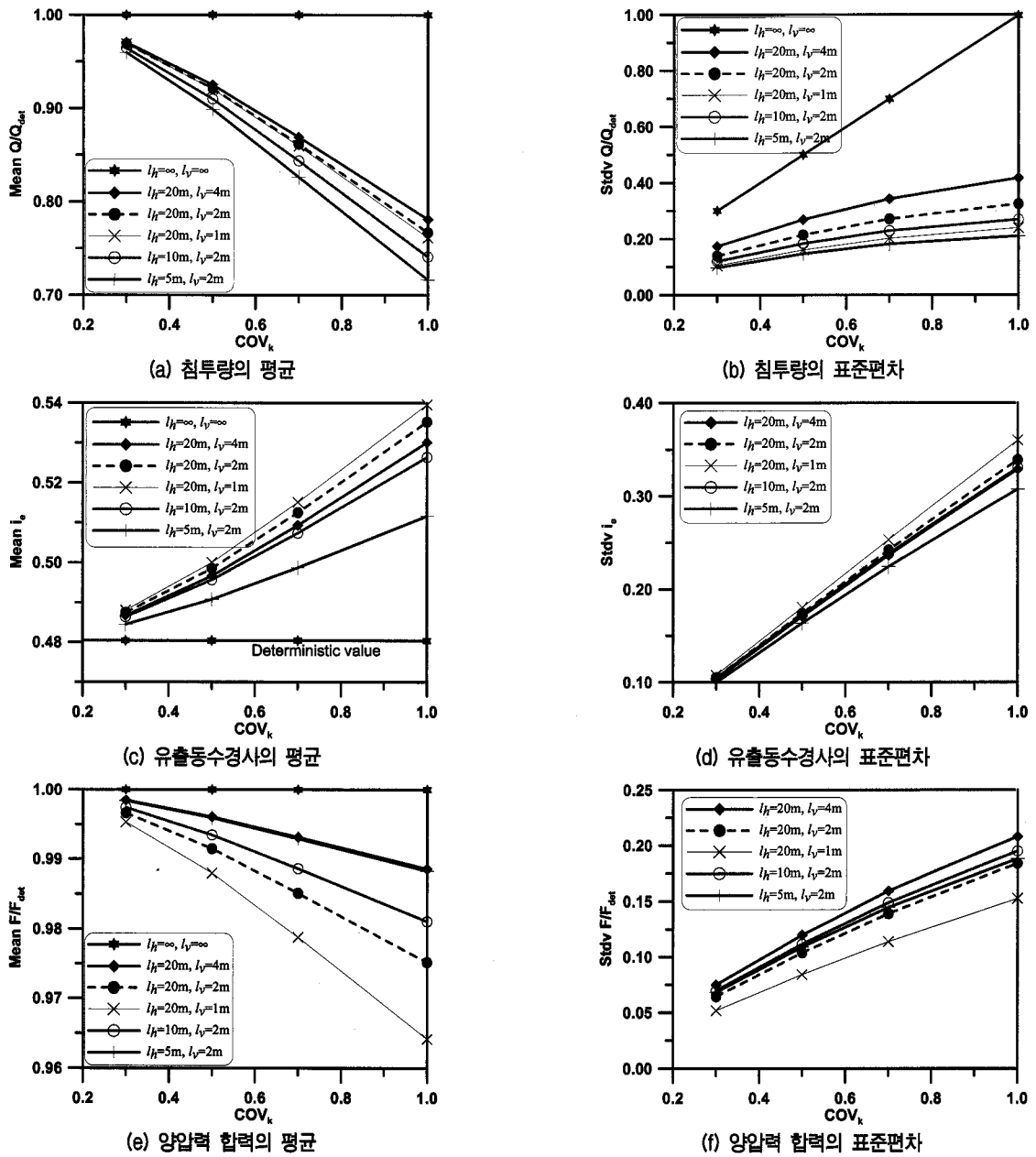


그림 5. 확률론적 해석(Monte-Carlo Simulation)의 결과: 자기상관거리와 변동계수에 따른 평균과 표준편차의 변화



의하면 투수계수의 변동성이 증가할수록, 그리고 자기상관거리가 작은 경우에 작은 투수계수의 영역이 생성될 가능성이 커지며 이로 인해 평균 침투량이 감소하게 된다. 자기상관거리가 무한대가 되면( $l_h = \infty, l_v = \infty$ ) 모든 위치에서의 투수계수는 같은 값을 가지게 되어 하나의 랜덤 변수로 나타나게 되며 입력 투수계수의 변동계수에 상관없이 침투량은 투수계수의 평균값에 대한 결정론적 해석값으로 귀결된다.

그림 5(b)는 Monte Carlo 시뮬레이션에 의해 평가된 침투량의 표준편차를 보여주고 있다. 표준편차는 고정된 투수계수의 변동계수에 대하여 수평방향과 연직방향의 자기상관거리가 커질수록 증가하였다. 표준편차의 최대값은 자기상관거리가 무한대인 경우, 즉 각각의 생성된 랜덤필드가 하나의 유일한 상수값으로 나타날 때 얻어졌다. 이는 Fenton과 Griffiths(1996)가 보였듯이 침투량은 투수계수에 비례하므로 투수계수가 완전한 공간적 상관성을 갖는 경우에 침투량의 변동성은 투수계수의 변동성을 따르기 때문이다( $COV_Q = COV_K$ ).

그림 5(c)는 유출 동수경사의 평균을 보여주며 투수계수의 변동성이 커질수록 평균은 증가하는 양상을 보인다. 고정된 투수계수의 변동계수에 대하여 수평방향의 자기상관거리가 증가할수록, 연직방향의 자기상관거리가 감소할수록 평균값은 증가하였으며 자기상관거리가 무한대인 경우에는 결정론적 해석의 결과와 동일한 값이 얻어졌다. 평균값은 결정론적 해석에 의한 값보다 크게 나타났는데 이는 유출동수경사의 평균값을 고려함에 있어서 결정론적인 접근이 항상 보수적인 결과를 주는 것은 아니라는 것을 의미한다. 유출동수경사의 표준편차도  $COV_K$ 가 증가함에 따라 증가하였으며 자기상관거리의 영향은 크지 않았으나  $COV_K$ 가 증가할수록 영

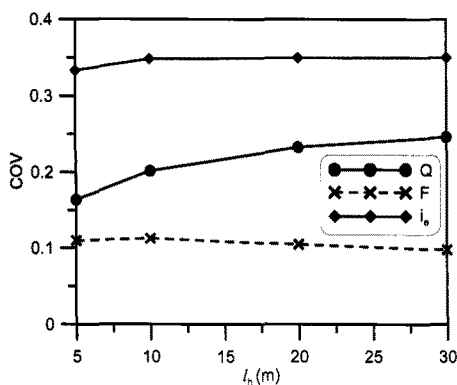
향의 정도는 커졌다(그림 5(d)).

양압력의 평균은  $COV_K$ 가 증가함에 따라 지속적으로 감소하였으며 결정론적 해석의 결과보다 작은값을 보였다. 고정된  $COV_K$ 에 대하여 수평방향의 자기상관거리가 증가함에 따라 평균은 감소하였고 연직방향의 자기상관거리의 증가에 따라 평균은 증가하는 경향을 보였다(그림 5(e)). 표준편차는  $COV_K$ 가 증가함에 따라 증가하였다. 표준편차는 고정된  $COV_K$ 에 대하여 수평방향의 자기상관거리의 변화에는 큰 변화가 없었지만 연직방향의 자기상관거리가 커질수록 큰 값을 보였다(그림 5(f)).

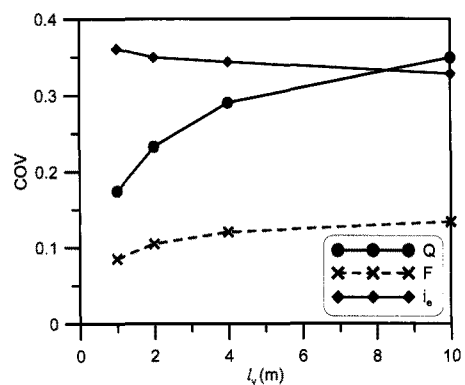
### 5.2.5 자기상관거리가 미치는 영향

그림 6은 투수계수의 평균과 표준편차는 고정된 상태( $COV_K=0.5$ )에서 자기상관거리가 변화함에 따라 확률론적 해석에서 구한 침투량, 유출동수경사, 양압력의 변동계수가 어떻게 변화하는지를 나타낸 것이다. 그림 6(a)는 유출동수경사와 양압력의 변동계수는 크게 변화하지 않지만 침투량의 변동계수는 수평방향의 자기상관거리의 증가에 따라 증가하고 있음을 알 수 있다(그림 6(a)). 연직방향의 자기상관거리의 증가에 따라 침투량과 양압력의 변동계수는 증가하는 경향을 보였고 유출동수경사의 변동계수는 감소하는 경향을 보였다(그림 6(b)). 전체적으로 유출동수경사의 변동계수가 가장 큰 값을 나타냈고 양압력의 변동계수가 가장 작은 값을 보였다.

그림 7은 투수계수의 평균과 표준편차는 고정된 상태( $COV_K=0.5$ )에서 자기상관거리가 변화함에 따라 침투량, 유출동수경사, 양압력이 투수계수의 평균에 대한 결정론적 해석값들보다 커질 확률을 구한 것이다. 침투량의 경우 자기상관거리의 변화에 따른 영향은 크지만 결

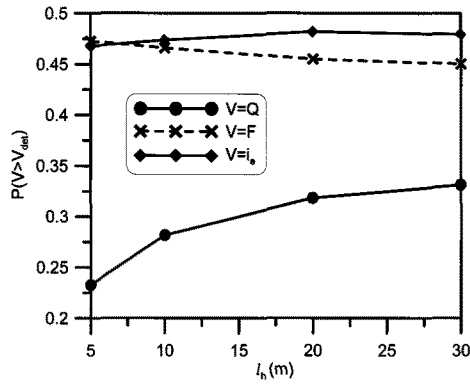


(a) 수평방향 자기상관거리에 따른 변화

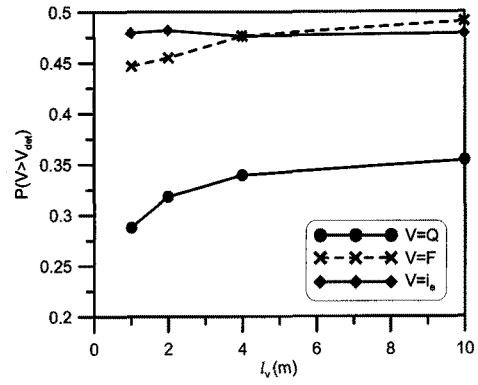


(b) 연직방향 자기상관거리에 따른 변화

그림 6. 확률론적 해석(Monte-Carlo Simulation)의 결과( $COV_K=0.5$ ): 자기상관거리의 변화에 따른 변동계수의 변화



(a) 수평방향 자기상관거리에 따른 변화

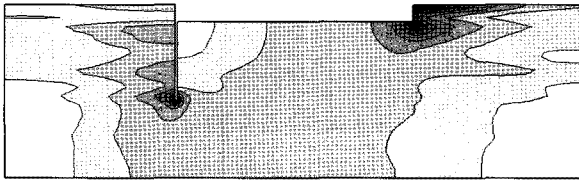


(b) 연직방향 자기상관거리에 따른 변화

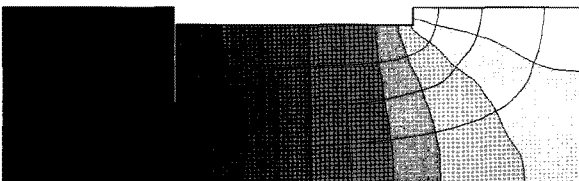
그림 7. 확률론적 해석(Monte-Carlo Simulation)의 결과(COV<sub>k</sub>=0.5): 자기상관거리의 변화에 따른 거동이 결정론적 해석값보다 클 확률변화



투수계수 분포 및 흐름벡터



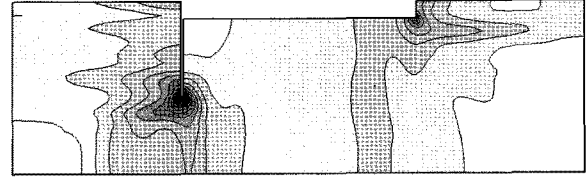
동수경사 분포



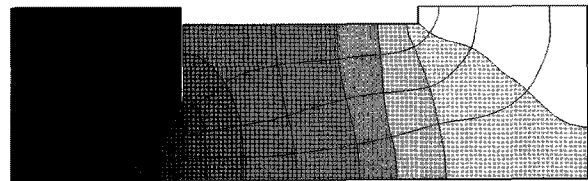
총수두 분포 및 흐름 경로



투수계수 분포 및 흐름벡터



동수경사 분포



총수두 분포 및 흐름 경로

(a) ( $l_h = 20m, l_v = 1m, COV_k=0.5$ ): 유량= $0.135 \times 10^{-4} (m^3/sec/m)$ , 유출동수경사=1.00, 양압력=550(kN/m)

(b) ( $l_h = 5m, l_v = 2m, COV_k=0.5$ ): 유량= $0.271 \times 10^{-4} (m^3/sec/m)$ , 유출동수경사=0.433, 양압력=433(kN/m)

그림 8. 특정 랜덤필드의 재현 및 이에 따른 침투 해석결과

정론에 의해 계산된 값보다 클 확률은 크지 않은 것으로 나타났다. 유출동수경사와 양압력의 경우는 자기상관거리의 변화에 따른 영향은 크지 않지만 결정론적 해석에 의한 값보다 클 확률은 크게 나타나고 있다. 이러한 확률은 입력 투수계수의 변동성이 증가하면 더욱 커지게 되므로 결정론에 의한 결과가 항상 보수적으로 고려되는 것은 아님을 명심해야 한다.

### 5.2.6 투수계수의 공간적 변동에 따른 침투거동

그림 8은 생성된 10,000번의 랜덤필드 중 일부와 이에 따른 해석 결과를 나타낸 것이다. 투수계수의 분포를

나타내는 그림에서 어두운 부분은 투수계수가 큰 영역을 나타내고 밝은 부분은 투수계수가 작은 영역을 나타내고 있다. 그림 8(b)가 그림 8(a)보다 수평방향의 상관거리가 작은 값이 사용되고 연직방향의 상관거리는 큰 값이 사용되었기 때문에 수평방향의 변동성이 더 크고 연직방향의 변동성은 작게 나타나고 있음을 알 수 있다. 투수계수의 공간적 분포에 따라 투수계수가 큰 영역을 통과하여 침투경로가 생성되므로 균질한 지반에서의 침투거동과는 상당히 다른 거동이 생성되고 있으며 이에 따라 침투량, 유출동수경사, 총수두 분포 등도 다르게 나타나고 있음을 알 수 있다.

투수계수가 확률분포를 따르는 단지 하나의 랜덤변수로 고려됨으로써 침투 안전성과 관련되는 침투량, 동수경사의 크기 분포에만 영향을 미치는 기존의 확률론적 해석법과는 달리 투수계수의 확률분포와 자기상관 구조를 만족하는 랜덤필드로 고려하여 공간적 변동을 고려하는 방법은 결정론적 해석이나 투수계수를 하나의 랜덤변수로 고려하는 경우에 나타나지 않는 다양한 지반의 침투거동을 반영하고 있음을 알 수 있다.

## 6. 결론

본 연구에서는 댐이나 보와 같은 수리구조물이 설치된 포화 기초지반에서의 구속흐름(confined flow)에 대하여 확률론적 침투해석을 수행하였다. 결정론적 해석이나 투수계수를 하나의 랜덤변수로 고려하는 경우에 나타나지 않는 다양한 지반의 침투거동을 반영하기 위하여 투수계수를 확률분포와 자기상관 구조를 만족하는 랜덤필드로 고려하여 공간적 변동을 고려하였다. 침투해석은 유한요소법을 이용하였으며 투수계수의 수평방향과 연직방향의 공간적 상관성이 상이한 비등방성을 고려하였다. 생성된 랜덤필드를 이용하여 확률론적 응답을 얻기 위해 Monte Carlo 시뮬레이션을 수행하였다. 이로부터 투수계수의 불확실성과 공간적 변동성이 지반을 통한 유량, 구조물 하부에 작용하는 양압력, 하류 유출면에서의 유출동수경사에 미치는 영향을 연구하였다. 전반적으로 투수계수의 불확실성으로 인하여 유출동수경사의 변동계수가 가장 큰 값을 나타냈고 양압력의 변동계수가 가장 작은 값을 보였다.

- (1) Monte Carlo 시뮬레이션의 결과에 의하면 투수계수의 변동성으로 인하여 널말뚝 하류 쪽 구조물마다 부근에서의 총수두의 예측 불확실성이 컸다. 동수경사는 널말뚝 선단부와 침투수가 유출되는 하류 지표면 부근에서의 불확실성이 크게 나타났다. 즉, 침투에 대한 파이핑의 안정성을 검토해야 하는 하류 유출면에서의 동수경사는 큰 평균값 뿐 아니라 투수계수의 값에 따라 큰 변동성을 보였다.
- (2) 유출동수경사의 평균은 투수계수의 변동성이 커질수록 증가하는 양상을 보인다. 고정된 투수계수의 변동계수에 대하여 수평방향의 자기상관거리가 증가할수록, 연직방향의 자기상관거리가 감소할수록 평균값은 증가하였다. 유출동수경사의 평균값은 결

정론적 해석에 의한 값보다 크게 나타났는데 이는 유출동수경사의 평균값을 고려함에 있어서 결정론적인 접근이 항상 보수적인 결과를 주는 것은 아니라는 것을 의미한다.

- (3) 투수계수의 평균과 표준편차가 일정할 때 자기상관거리가 변화함에 따라 침투량, 유출동수경사, 양압력의 합력이 투수계수의 평균에 대한 결정론적 해석으로부터 구한 값들보다 커질 확률을 검토하였다. 침투량의 경우 자기상관거리의 변화에 따른 영향은 크지만 결정론에 의해 계산된 값보다 클 확률은 크지 않았다. 유출동수경사와 양압력의 경우는 자기상관거리의 변화에 따른 영향은 크지 않지만 결정론적 해석에 의한 값보다 클 확률은 크게 나타나고 있다. 이러한 확률은 입력 투수계수의 변동성이 증가하면 더욱 커지게 되므로 결정론에 의한 결과가 항상 보수적으로 고려되는 것은 아니다.

## 참고 문헌

1. 댐설계기준 (2005), 건설교통부.
2. 조성은, 박형준 (2008), "지반의 공간적 변동성을 고려한 확률론적 해석기법에 관한 연구", *한국지반공학학회논문집*, 제24권 제8호, pp.111-123.
3. Ahmed, A. A. (2009), "Stochastic analysis of free surface flow through earth dams", *Computers and Geotechnics*, Vol.36, No.7, pp.1186-1190.
4. Baecher, G. B., and Christian, J. T. (2003), *Reliability and Statistics in Geotechnical Engineering*, John Wiley & Sons.
5. DeGroot, D. J., and Baecher, G. B. (1993), "Estimating autocovariance of in-situ soil properties", *Journal of the Geotechnical Engineering*, Vol.119, No.1, pp.147-166.
6. Duncan, J. M. (2000), "Factors of safety and reliability in geotechnical engineering", *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, Vol.126, No.4, pp.307-316.
7. Elkateb, T., Chalaturnyk, R., and Robertson, P. K. (2002), "An overview of soil heterogeneity: Quantification and implications on geotechnical field problems", *Canadian Geotechnical Journal*, Vol.40, No.1, pp.1-15.
8. El-Ramly, H., Morgenstern, N. R., and Cruden, D. M. (2003), "Probabilistic stability analysis of a tailings dyke on presheared clay-shale", *Canadian Geotechnical Journal*, Vol.40, No.1, pp.192-208.
9. Fenton, G. A., and Griffiths, D. V. (1997), "Extreme hydraulic gradient statistics in stochastic earth dam", *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, Vol.123, No.11, pp.995-1000.
10. Fenton, G. A., Griffiths, D. V. (1996), "Statistics of free surface flow through stochastic earth dam", *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, Vol.122, No.6, pp.427-436.
11. Ghanem, R. G., and Spanos, P. D. (1991), *Stochastic Finite Element-A Spectral Approach*, Springer Verlag, New York.
12. Ghiocel, D. M., and Ghanem, R. G. (2002), "Stochastic Finite-element

- Analysis of Seismic Soil-structure Interaction”, *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, Vol.128, No.1, pp.66-77.
13. Griffiths, D. V., and Fenton, G. A. (1997), “Three-dimensional seepage through spatially random soil”, *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, Vol.123, No.2, pp.153-160.
  14. Griffiths, D. V., and Fenton, G. A. (1998), “Probabilistic analysis of exit gradients due to steady seepage”, *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, Vol.124, No.9, pp.789-797.
  15. Gui, S., Zhang, R., Turner J. P., and Xue, X. (2000), “Probabilistic slope stability analysis with stochastic hydraulic conductivity”, *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, Vol.126, No.1, pp.1-9.
  16. Hsu, S. C., and Nelson, P. P. (2006), “Material spatial variability and slope stability for weak rock masses”, *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, Vol.132, No.2, pp.183-193.
  17. Lacasse, S, and Nadim, F. (1996), “Uncertainties in characterizing soil properties”, *Uncertainty in the Geologic Environment: From theory to practice*, (eds Shackelford, CD, Nelson, PP and Roth, MJS.), Geotechnical Special Publication, ASCE, No.58, pp.49-75.
  18. Li, K. S., and Lumb, P. (1987), “Probabilistic design of slopes”, *Canadian Geotechnical Journal*, Vol.24, pp.520-535.
  19. Matthies, G., Brenner, C., Bucher, C., and Soares, C. (1997), “Uncertainties in probabilistic numerical analysis of structures and solids-stochastic finite elements”, *Structural Safety*, Vol.19, No.3, pp.283-336.
  20. Rackwitz, R. (2000), “Reviewing probabilistic soils modeling”, *Computers and Geotechnics*, Vol.26, No.3, pp.199-223.
  21. Spanos, P. D., and Ghanem, R. G. (1989), “Stochastic Finite Element Expansion for Random Media”, *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, Vol.115, No.5, pp.1035-1053.
  22. Srivastava, A., Sivakumar Babu, G. L., and Haldar, S. (2010), “Influence of spatial variability of permeability property on steady state seepage flow and slope stability analysis”, *Engineering Geology*, Vol.110, No.(3-4), pp.93-101.
  23. Stein, M. L. (1987), “Large Sample Properties of Simulations Using Latin Hypercube Sampling”, *Technometrics*, Vol.29, No.2, pp.143-151.
  24. Sudret, B., and Der Kiureghian, A. (2000), *Stochastic Finite Element Methods and Reliability: a State-of-the-art Report*, Tech. Rep. Report No. UCB/SEMM-2000/08, Department of Civil & Environmental Engineering, University of California, Berkeley, Institute of Structural Engineering, Mechanics and Materials.
  25. Vanmarcke, E. H. (1983), *Random Fields: Analysis and Synthesis*, The MIT Press, Cambridge, MA.

(접수일자 2011. 8. 10, 심사완료일 2011. 10. 21)