

횡-비틀림 연성진동하는 L형 단면 보의 크랙 검출에 대한 실험적 연구

Experimental Study on Detection of Crack for Coupled Bending-torsional Vibrations of L-beams

손 인 수* · 이 두 호* · 노 태 우**

In-Soo Son, Doo-Ho Lee and Tae-Woo No

(2010년 12월 7일 접수 ; 2011년 1월 26일 심사완료)

Key Words : Crack Detection(크랙 검출), Natural Frequency(고유진동수), Open Crack(개구형 크랙), Non-destructive Testing(비파괴 검사), Coupled Bending-torsional Vibrations(횡-비틀림 연성진동)

ABSTRACT

In this paper, the natural frequency of a cracked cantilever L-beams with a coupled bending and torsional vibrations is investigate by theory and experiment. In addition, a method for detection of crack in a cantilever L-beams is presented based on natural frequency measurements. The governing differential equations of a cracked L-beam are derived via Hamilton's principle. The two coupled governing differential equations are reduced to one sixth order ordinary differential equation in terms of the flexural displacement. Futher, the dynamic transfer matrix method is used for calculation of a exact natural frequencies of L-beams. The crack is assumed to be in the first mode of fracture and to be always opened during vibrations. In this study, the differences between the actual and predicted positions and sizes of crack are less than about 10 % and 39.5 % respectively.

1. 서 론

일반적으로 건축 및 기계구조물은 부식환경 및 각종 하중에 지속적으로 노출되어 있다. 따라서 이러한 구조물은 항상 크랙이나 결함 등이 발생할 수 있다. 크랙 또는 결함을 가진 기계나 건축 구조물은 운용 하중이나 외력이 작용하게 되면 일정 한계 이상으로 힘을 받지 못하고 크랙을 기점으로 해서 급격히 균열이 성장되어 파괴된다. 따라서 각종 구조물에 존재하는 크랙 및 결함을 파악하는 것은 안전

사고 예방 및 구조물의 수명 등에 관계하여 공학적으로 매우 중요한 문제라 할 수 있다. 이 같이 구조물의 파괴 원인이 되는 결함을 진단하기 위하여 구조물에 손상을 주지 않고 결함의 탐지가 가능하고, 경제적으로나 편의성 측면에서 매우 효과적인 비파괴 검사법이 널리 사용되고 있다. 이러한 비파괴적인 방법 중의 하나가 구조물이나 시스템의 고유진동특성 변화를 측정하여 크랙의 존재, 위치 및 크기를 탐지하는 것이다^(1,2). 또 일반적으로 건축 및 기계 구조물에서 많이 사용되어지는 보는 여러 형상을 갖지만 형상을 갖는 보 구조물에 미치는 크랙의 영향에 대한 연구는 사각단면 및 원형단면을 갖는 보의 연구에 비하여 그 연구결과가 그리 많지 않다.

크랙이 구조물의 동특성에 미치는 영향을 연구하기 위하여 초기에는 구조물에서 단지 크랙이 존재하

* 교신저자; 정회원, 동의대학교 기계공학과
E-mail : isson92@deu.ac.kr
Tel : (051)890-2239, Fax : (051)890-2232

* 정회원, 동의대학교 기계공학과

** 동의대학교 대학원 기계공학과

는 부분의 강성을 줄이는 방법⁽³⁾이 시도되었고, 최근에는 유연행렬을 이용하여 크랙에 의해서 부가되는 에너지를 고려하는 해석방법을 사용하고 있다^(4,5). 크랙을 가지는 보 형태의 구조물의 해석은 오일러-베르누이 보 이론을 적용한 연구^(6,7)와 티모센코 보 이론을 적용하여 크랙이 전체 구조물의 동특성에 미치는 영향에 대한 연구 결과가 발표되고 있다⁽⁸⁾. Lele와 Maiti⁽⁹⁾는 전달행렬법을 이용하여 크랙을 가진 티모센코 보의 모델링 및 보의 고유진동수를 구하였으며, 실험을 통하여 그 결과를 검증하였다. 또 실험으로 얻은 고유진동수를 이용하여 크랙의 위치를 예측하는 방법을 제안하였다. 최근 고유진동수를 이용하여 다중크랙을 가진 베르누이-오일러 보 및 유체를 가진 파이프의 크랙 검출 방법에 대한 많은 연구가 수행되어지고 있다^(10,11). 최근에는 Viola 등⁽¹²⁻¹⁴⁾은 크랙을 가지는 T형상 보의 자유진동해석을 수행하였고, 여러 단면 형상을 가진 보 구조물의 진동특성에 대한 연구가 활발히 진행되어지고 있다.

이상의 선행연구에서는 횡-비틀림 연성진동하는 보에 크랙이 존재하는 경우 동특성에 미치는 영향에 대한 연구는 드문 실정이다. 특히 굽힘 모멘트에 의한 강성변화만을 고려하여 크랙 검출 방법에 대한 연구는 많지만, 연성진동 하는 경우 크랙의 영향에 의하여 발생하는 굽힘, 전단, 그리고 비틀림 모멘트에 의한 보의 강성변화를 모두 고려하여 크랙의 위치 및 크기를 예측하는 방법은 찾아보기 힘들다. 따라서 이 연구에서는 크랙을 가진 L형 보의 횡-비틀림 연성진동을 해석하고, 크랙에 의하여 발생하는 각각의 힘과 모멘트의 영향을 적용하기 위하여 진동특성에 가장 큰 영향을 미치는 힘과 모멘트의 민감도 해석을 통하여 진동특성을 이용한 크랙의 위치 및 크기를 결정하는 방법을 제안하였다.

2. 이론해석

Fig. 1은 L형 단면 보를 나타낸 것이다. L 은 보 전체의 길이이며, x_{cr} 은 고정단에서 크랙까지의 거리를 의미한다. c 는 보 단면의 무게중심, y_c, z_c 는 각각 z, y 축으로부터 무게중심까지의 거리를 의미한다. Fig. 2는 크랙 부분의 단면을 나타낸 것으로 d, a_{cr} 는 각각 보의 두께와 크랙의 깊이를 나타낸

다. a 와 b 는 보의 세로 및 가로 길이 나타낸다.

2.1 크랙 모델링

시스템에서 크랙에 의하여 부가되는 추가적인 에너지는 Castigliano의 정리를 이용하여 다음과 같이 굽힘 모멘트, 전단력, 그리고 비틀림에 대한 유연행렬로 표현할 수 있다.

$$\lambda_M = \frac{2d(1-\nu^2)}{E} \int_0^{a_{cr}} \frac{\partial^2}{\partial M^2} (K_{IM})^2 dz, \quad (1a)$$

$$\lambda_T = \frac{2d(1-\nu^2)}{E} \int_0^{a_{cr}} \frac{\partial^2}{\partial T^2} (K_{ITT})^2 dz, \quad (1b)$$

$$\lambda_S = \frac{2d(1-\nu^2)}{E} \int_0^{a_{cr}} \frac{\partial^2}{\partial S^2} (K_{ISS})^2 dz \quad (1c)$$

여기서

$$K_{IM} = M \sqrt{\frac{\beta_M}{dI} \left(\frac{I}{I^{cr}} - 1 \right)},$$

$$K_{ITT} = T \sqrt{\frac{\beta_T}{dJ} \left(\frac{J}{J^{cr}} - 1 \right)}, \quad (2)$$

$$K_{ISS} = S \sqrt{\frac{2\kappa\beta_S(1+\nu)}{dA} \left(\frac{A}{A^{cr}} - 1 \right)}$$

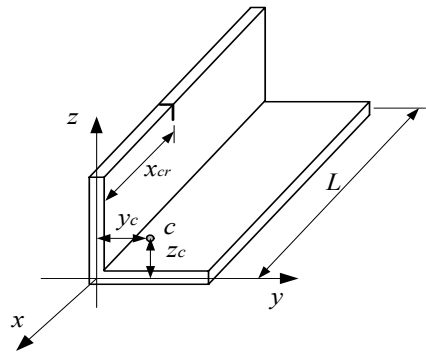


Fig. 1 Geometry of cracked L-beam

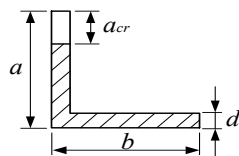


Fig. 2 Cross section of cracked beam

이고, $\beta_M = \beta_T = \beta_S = 1$ 로 적용하였다⁽¹⁴⁾. M, T , 그리고 S 는 각각 모멘트, 토크, 그리고 전단력을 의미한다. I, J 그리고 A 는 단면 2차모멘트와 극관성 모멘트, 그리고 보의 단면적을 의미한다. κ, ν 는 각각 전단계수와 푸아송비이고, 위침자 cr 은 크랙이 존재하는 경우 각각의 해당 물성치를 나타낸다. 크랙에 의한 각각의 힘과 모멘트에 의한 강성변화는 식(1)의 역수로 구할 수 있다.

2.2 운동방정식

Fig. 1의 L형 단면 보를 오일러-베르누이 보 이론을 적용하면 횡-비틀림에 대한 운동방정식을 각각 다음과 같이 구할 수 있다.

$$EI_y v'''' + m\ddot{v} - my_c \ddot{\psi} = 0 \quad (3a)$$

$$EI_z w'''' + m\ddot{w} + mz_c \ddot{\psi} = 0 \quad (3b)$$

$$GJ\psi'' + my_c \ddot{v} - mz_c \ddot{w} - I_p \ddot{\psi} - EI\psi'''' = 0 \quad (3c)$$

여기서 $v(x,t)$ 는 z 축으로의 횡방향 변위, $w(x,t)$ 는 y 축으로의 횡변위, 그리고 $\psi(x,t)$ 는 비틀림 회전각을 의미한다. m, E , 그리고 $I_{y,z}$ 는 각각 보의 단위 길이당 질량, 영계수, 그리고 y, z 축에 대한 보의 단면 2차 모멘트를 나타낸다. I_p 는 x 축에 대한 보의 단위길이당 극질량관성 모멘트이며, GJ 와 EI 는 각각 비틀림 강성과 워핑강성(warping stiffness)이다. 이 연구에서는 휨 강성은 저차 모드에서 영향이 매우 작기 때문에 그 영향을 고려하지 않았으며 $z_c = 0$ 이라 가정하였다⁽¹⁵⁾. 따라서 식(3b)는 연성진동 해석에서 제외하였다.

보의 고유진동수를 ω 라고 하면, 식(3a), (3c)의 운동방정식에 대한 일반해는 각각 다음과 같이 가정할 수 있다.

$$v(x,t) = Y(x)e^{i\omega t} \quad (4)$$

$$\psi(x,t) = \Psi(x)e^{i\omega t} \quad (5)$$

식(4), (5)를 식(3)에 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$(EI_y D^4 - m\omega^2 L^4)Y(\xi) + y_c(m\omega^2 L^4)\Psi(\xi) = 0 \quad (6)$$

$$y_c(m\omega^2 L^4)Y(\xi) - \{(GJL^2)D^2 + I_s\omega^2 L^4\}\Psi(\xi) = 0 \quad (7)$$

여기서 $D \equiv \frac{d}{d\xi}$, $\xi = x/L$ 이다. 식(6)과 (7)을 조합하면 다음과 같은 6차의 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{d^6 W}{d\xi^6} + \bar{a} \frac{d^4 W}{d\xi^4} - \bar{b} \frac{d^2 W}{d\xi^2} - \bar{c} W = 0 \quad (8)$$

여기서 $W = Y$ or Ψ 이고,

$$\bar{a} = \frac{I_s \omega^2 L^2}{GJ}, \quad \bar{b} = \frac{m\omega^2 L^4}{EI_y}, \quad \bar{c} = \bar{a}\bar{b} \left(1 - \frac{my_c^2}{I_s}\right) \quad (9)$$

이다. 미분방정식 식(8)의 일반해는 다음과 같이 가정할 수 있다.

$$W(\xi) = C_1 \cosh \alpha \xi + C_2 \sinh \alpha \xi + C_3 \cos \beta \xi + C_4 \sin \beta \xi + C_5 \cos \gamma \xi + C_6 \sin \gamma \xi \quad (10)$$

여기서 $C_1 \sim C_6$ 는 임의의 상수이고,

$$\alpha = \left[2\sqrt{\frac{q}{3}} \cos\left(\frac{\phi}{3}\right) - \frac{\bar{a}}{3}\right]^{\frac{1}{2}},$$

$$\beta = \left[2\sqrt{\frac{q}{3}} \cos\left(\frac{\pi - \phi}{3}\right) + \frac{\bar{a}}{3}\right]^{\frac{1}{2}},$$

$$\gamma = \left[2\sqrt{\frac{q}{3}} \cos\left(\frac{\pi - \phi}{3}\right) + \frac{\bar{a}}{3}\right]^{\frac{1}{2}}, \quad (11)$$

$$q = \bar{b} + \bar{a}^2/3, \quad \phi = \cos^{-1} \left[\frac{27\bar{c} - 9\bar{a}\bar{b} - 2\bar{a}^3}{2(\bar{a}^2 + 3\bar{b})^{3/2}} \right]$$

이다. 식(10)에 표현된 해를 크랙위치에 따라 횡방향 변위 Y 와 비틀림 회전 Ψ 로 표시하면 각각 다음과 같이 나타낼 수 있다.

I) $0 \leq \xi \leq \xi_c$;

$$Y_1(\xi) = A_1 \cosh \alpha \xi + A_2 \sinh \alpha \xi + A_3 \cos \beta \xi + A_4 \sin \beta \xi + A_5 \cos \gamma \xi + A_6 \sin \gamma \xi \quad (12a)$$

$$\Psi_1(\xi) = B_1 \cosh \alpha \xi + B_2 \sinh \alpha \xi + B_3 \cos \beta \xi + B_4 \sin \beta \xi + B_5 \cos \gamma \xi + B_6 \sin \gamma \xi \quad (12b)$$

II) $\xi_c \leq \xi \leq 1$;

$$Y_2(\xi) = A_7 \cosh \alpha \xi + A_8 \sinh \alpha \xi + A_9 \cos \beta \xi + A_{10} \sin \beta \xi + A_{11} \cos \gamma \xi + A_{12} \sin \gamma \xi \quad (13a)$$

$$\Psi_2(\xi) = B_7 \cosh \alpha \xi + B_8 \sinh \alpha \xi + B_9 \cos \beta \xi + B_{10} \sin \beta \xi + B_{11} \cos \gamma \xi + B_{12} \sin \gamma \xi \quad (13b)$$

식 (12), (13)을 식 (6), (7)에 대입하여 정리하면 초기조건 및 경계조건으로 구할 수 있는 임의의 상수인 $A_1 \sim A_{12}$ 과 $B_1 \sim B_{12}$ 는 다음과 같은 관계를 얻을 수 있다.

$$B_{1,7} = \frac{k_\alpha A_{1,7}}{y_c}, B_{3,9} = \frac{k_\beta A_{3,9}}{y_c}, B_{5,11} = \frac{k_\gamma A_{5,11}}{y_c};$$

$$B_{2,8} = \frac{k_\alpha A_{2,8}}{y_c}, B_{4,10} = \frac{k_\beta A_{4,10}}{y_c}, B_{6,12} = \frac{k_\gamma A_{6,12}}{y_c} \quad (14)$$

여기서 $k_\alpha = 1 - \alpha^4/\bar{b}$, $k_\beta = 1 - \beta^4/\bar{b}$, $k_\gamma = 1 - \gamma^4/\bar{b}$ 이다. 보의 고정-자유에 대한 경계조건과 크랙위치에서의 연속조건은 각각 다음과 같다.

$$Y_1(0) = Y_1'(0) = 0, Y_2''(1) = Y_2'''(1) = 0, \psi_1(0) = 0, \psi_2'(1) = 0 \quad (15)$$

$$Y_2''(\xi_c) = Y_1''(\xi_c), Y_2'''(\xi_c) = Y_1'''(\xi_c) \quad (16)$$

$$\psi_2'(\xi_c) = \psi_1'(\xi_c) \quad (17)$$

$$k_s \{Y_2(\xi_c) - Y_1(\xi_c)\} = Y_2'''(\xi_c) \quad (18)$$

$$k_m \{Y_2'(\xi_c) - Y_1'(\xi_c)\} = Y_2''(\xi_c) \quad (19)$$

$$k_t \{\Psi_2(\xi_c) - \Psi_1(\xi_c)\} = \Psi_2'(\xi_c) \quad (20)$$

먼저 식 (12), (13)을 식 (16)~(20)의 크랙에 의한 연속조건에 대입하여 정리하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$T_{1(6 \times 6)} \begin{Bmatrix} A_7 \\ A_8 \\ \vdots \\ A_{12} \end{Bmatrix} = T_{2(6 \times 6)} \begin{Bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ \vdots \\ A_6 \end{Bmatrix} \quad (21)$$

식 (21)의 우변항에 식 (15)의 경계조건을 대입하고 정리하면 다음과 같다.

$$T_{1(6 \times 6)} \begin{Bmatrix} A_7 \\ A_8 \\ \vdots \\ A_{12} \end{Bmatrix} = B_{1(6 \times 3)} \begin{Bmatrix} A_4 \\ A_5 \\ A_6 \end{Bmatrix} \quad (22)$$

즉,

$$\begin{Bmatrix} A_7 \\ A_8 \\ \vdots \\ A_{12} \end{Bmatrix} = B_{(6 \times 3)} \begin{Bmatrix} A_4 \\ A_5 \\ A_6 \end{Bmatrix} \quad (23)$$

이다. 여기서 $B_{(6 \times 3)} = T_1^{-1} B_1$ 이다. 식 (23)을 식 (21)에 대입하여 정리하면

$$T_{3(3 \times 6)} B_{(6 \times 3)} \begin{Bmatrix} A_4 \\ A_5 \\ A_6 \end{Bmatrix} = R_{(3 \times 3)} \begin{Bmatrix} A_4 \\ A_5 \\ A_6 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (24)$$

이 된다. 보의 연성된 고유진동수는 3×3 행렬 R 의 행렬식을 이용하여 구할 수 있다.

3. 실험

3.1 실험 방법

이론해석을 통하여 얻은 L형 단면 보의 고유진동수에 대한 결과를 검증하기 위하여 진동실험을 수행하였다. Table 1은 실험에 사용한 보의 물성치를 나타내고 있으며, 실험에 사용된 실험장비들은 Table 2에 나타내었다. FFT 분석기는 LMS사의 Test.lab을 사용하였다. 실험에서 최대 주파수영역은 2048 Hz로 하였으며, 측정값의 신뢰성을 위하여 각각 5번의 실험을 실시하여 평균한 값을 구하였다. 분해능은 0.13 Hz로 설정하였으며, 센서의 측정범위는 2 Hz~5 kHz인 B & K사의 Type 4507로 측정하였다.

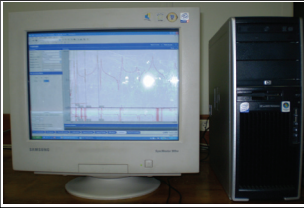


Fig. 3(a)는 실험모습을 보여주고 있다. 보의 고정은 볼트로 고정하였으며 고정할 때의 힘은 58.84 Nm로 일정하게 하였다. Fig. 3(b)는 실험에 사용된

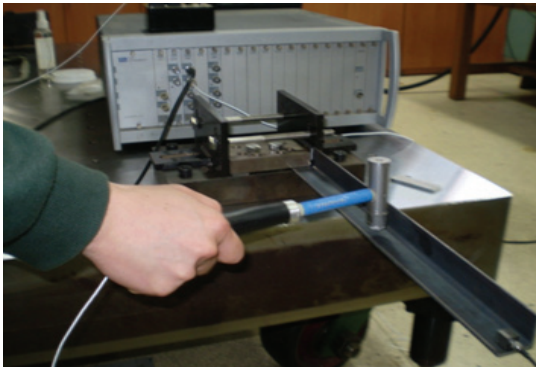
Table 1 Specifications of cantilever L-beam

Property	Values
Total length of beam(L)	0.40 m
Hight of beam(a)	0.03 m
Width of beam(b)	0.03 m
Thickness(d)	0.003 m
Young's modulus(E)	200 GPa
Density(ρ)	7860 kg/m ³
Poisson's ratio(ν)	0.3

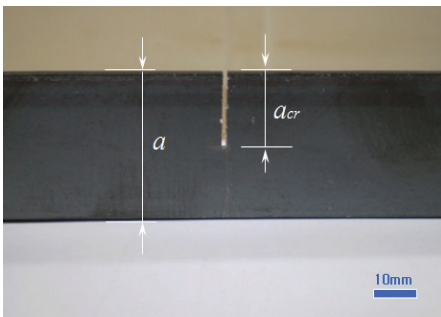
크랙이 있는 L형 단면 보를 나타내고 있다. 보의 크랙은 쇠퇴로 절단하였으며, 실제 절단된 크랙의 폭은 0.8 mm이다. 크랙의 크기는 보 높이의 10%, 30%, 그리고 50%를 가공하여 실험을 수행하였다.

Table 2 Experimental equipments

FFT analyzer (LMS / Test.lab)	
Impact hammer (DYTRAN / 806D80)	
Accelerometer (B&K / 4507)	



(a) Modal testing of cracked cantilever L-beam



(b) L-beam with crack

Fig. 3 Experimental setup

3.2 결과 비교 및 검토

2 장의 이론해석을 통하여 구한 결과와 실험을 통하여 얻은 L형 단면 보의 횡진동에 대한 고유진동수를 비교하여 Table 3에 나타내었다. 여기서 크랙에 대한 무차원 크기 및 위치는 다음과 같다.

$$\alpha_{cr} = \frac{a_{cr}}{a}, \quad \xi_{cr} = \frac{x_{cr}}{L} \quad (25)$$

크랙의 무차원 크기 α_{cr} 은 0, 0.3, 그리고 0.5의 경우에 대하여 자기 다른 4개의 크랙 위치를 가진 보의 고유진동수를 각각 3차 모드까지 구하였다. 여기서

Table 3 Natural frequencies of cantilever L-beams

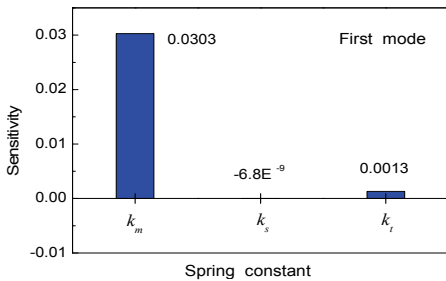
α_{cr}	ξ_{cr}	M	Natural frequencies(Hz)		E(%)
			Theory	Exp.	
Uncracked beam		ω_1	95.51	95.38	0.1
		ω_2	597.73	584.0	2.4
		ω_3	1670.0	1610.13	3.7
0.3	0.1	ω_1	93.22	91.38	2.0
		ω_2	592.51	582.13	1.8
		ω_3	1666.60	1598.75	4.2
	0.3	ω_1	94.41	92.88	1.7
		ω_2	595.71	576.25	3.4
		ω_3	1647.30	1594.88	3.3
	0.5	ω_1	95.14	94.38	0.8
		ω_2	587.93	560.13	5.0
		ω_3	1669.60	1592.00	4.9
	0.7	ω_1	95.45	95.63	0.2
		ω_2	592.27	574.63	3.1
		ω_3	1639.70	1601.38	2.4
0.5	0.1	ω_1	86.37	83.50	3.4
		ω_2	578.46	581.13	0.5
		ω_3	1658.10	1597.63	3.8
	0.3	ω_1	90.87	88.38	2.8
		ω_2	589.43	565.50	4.2
		ω_3	1581.60	1584.38	0.2
	0.5	ω_1	93.89	92.88	1.1
		ω_2	558.00	518.88	7.5
		ω_3	1668.60	1576.50	5.8
	0.7	ω_1	95.24	95.38	0.2
		ω_2	574.01	549.13	4.5
		ω_3	1551.90	1602.00	3.1

M은 모드, E는 오차, 즉 $\left| \frac{\text{Exp.} - \text{Theory}}{\text{Exp.}} \right| \times 100$ 을 나타낸다. 이론값과 실험값의 최대 오차는 약 7.5%로 나타났으며, 1차 모드의 경우 오차가 비교적 작게 나타났다. 1차 모드의 고유진동수는 크랙의 크기와 서로 반비례적이며, 크랙의 크기와 관계없이 크랙의 위치가 보의 자유단에 가까워질수록 크랙이 없는 보의 고유진동수와 가까워진다.

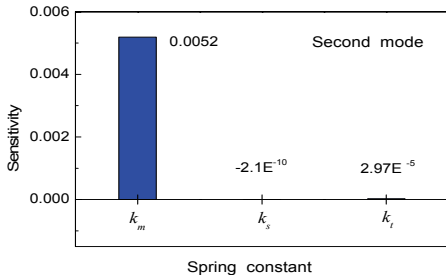
4. 보의 크랙 검출

4.1 연성운동하는 보의 크랙 검출 방법

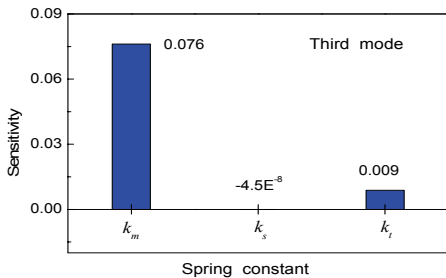
일반적으로 연성운동을 하지 않는 보의 손상 검출 방법은 참고문헌(9)에서와 같이 굽힘 모멘트에



(a) First mode



(b) Second mode



(c) Third mode

Fig. 4 Natural frequency sensitivity of cracked L-beams

의한 강성 변화만을 고려하기 때문에 비교적 쉽게 결과를 얻을 수 있다.

즉, 크랙 위치에 따른 스프링 상수의 관계를 도시하면 세 곡선이 한 점에서 만나게 되며, 이 교차점의 수치를 이용하여 크랙 검출이 가능하다. 하지만 이 연구에서는 연성 진동을 해석하기 위하여 식(1)에서 볼 수 있는 것처럼 크랙은 횡방향 모멘트와 전단, 그리고 비틀림에 의한 강성변화의 연성에 관계하여 보의 고유진동수에 영향을 미친다. 즉, 각 힘과 모멘트의 영향에 의한 3개의 스프링 상수 값이 존재하기 때문에 간단하게 크랙의 위치 및 크기를 판단하는 것은 어렵다. 따라서 각 방향의 힘과 모멘트와 관계하는 스프링 상수들이 보의 고유진동수에 미치는 영향을 파악하여 크랙 검출에 적용하고자 한다.

Fig. 4는 식(26)을 이용하여 크랙의 영향으로 인한 각 스프링의 강성 변화가 보의 고유진동수에 미치는 민감도 해석을 수행한 결과를 3차 모드까지 나타낸 것이다.

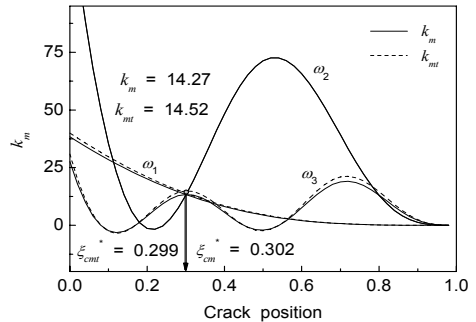


Fig. 5 Function k_m for the first three modes of cracked cantilever beam ($\alpha_{cr} = 0.3$)

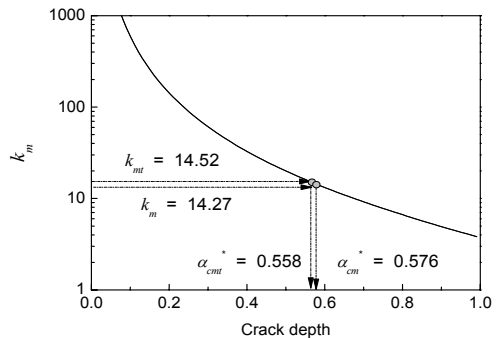


Fig. 6 Spring coefficient k_m versus crack depth

$$SE_j = \frac{\sum_{\xi_{cr}=0}^1 \{ \omega_{\xi_{cr}}(\alpha_{cr}=0.5) - \omega_{\xi_{cr}}(\alpha_{cr}=0.05) \}}{\Delta k_j} \quad (26)$$

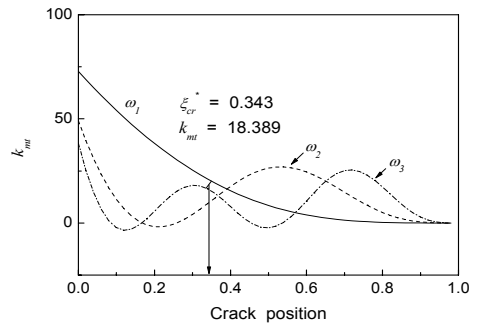
여기서 $j = M, S$, 그리고 T 이고, 크랙의 크기는 보 높이의 최대 50%까지로 하였다. Fig. 4에서 1, 2, 그리고 3차 모드에 대하여 굽힘 모멘트에 의한 강성 변화가 보의 고유진동수에 가장 큰 영향을 미치며, 전단에 의한 강성 변화는 보의 고유진동수에 거의 영향을 주지 않는다는 것을 알 수 있다. 비틀림에 의한 영향은 굽힘에 의한 영향에 대하여 1차 모드에서 약 4.3% 정도, 그리고 3차 모드에서는 11.5% 정도의 비로 고유진동수 변화에 영향을 미친다. 보의 손상 검출을 위하여 각 힘과 모멘트에 대한 스프링 상수 값을 모두 사용 할 수 없기 때문에 민감도 해석 결과를 바탕으로 보의 고유진동수에 가장 큰 영향을 미치는 굽힘 모멘트에 의한 스프링 상수 값만을 이용하도록 한다. 이 방법은 비틀림과 전단에 의한 강성의 영향이 고려되지 않기 때문에 참고문헌 (9), (16)의 결과와는 달리 이론적인 크랙 검출에서도 약간의 오차가 발생하리라 생각한다.

Fig. 5는 위의 근거를 토대로 굽힘 모멘트에 의한 스프링 상수 값(k_m)만을 이용하여 크랙을 검출한 것이다. 여기서 위첨자 ‘*’는 크랙을 예측한 값을 의미한다. 먼저 Fig. 5에서 크랙의 위치를 판단하고, 여기서 구한 스프링 상수 값을 이용하여 Fig. 6에서 크랙의 깊이를 예측하였다. 크랙의 위치 예측은 거의 정확하게 판단할 수 있고, 크랙의 깊이에 대한 예측은 이론적 결과 값 임에도 불구하고 약 7.6%의 오차가 발생한다. 이러한 오차는 앞서 언급한 바와 같이 비틀림과 전단에 의한 강성변화를 고려하지 않았기 때문에 발생한 결과라 할 수 있다. 따라서 이러한 오차를 줄이기 위하여 굽힘 모멘트에 의한 스프링 상수 값에 비틀림에 의한 영향을 고려하여 그 오차를 줄이고자 한다. 즉, 민감도 해석에서 비틀림에 의한 강성변화가 보의 고유진동수에 미치는 비율인 1차 모드에서 4.3%, 그리고 3차 모드에서 11.5%를 모멘트에 의한 강성변화에 가중치로 주어 k_m 곡선을 Fig. 5에 점선으로 도시하였다. 편의상 이 값을 k_{mt} 라고 표기하였다. 또 Fig. 6에서 크랙의 크기 예측에서 비틀림의 영향을 고려한 두 번째 방법의 경우 예측오차를 1.8% 정도 줄일 수 있었

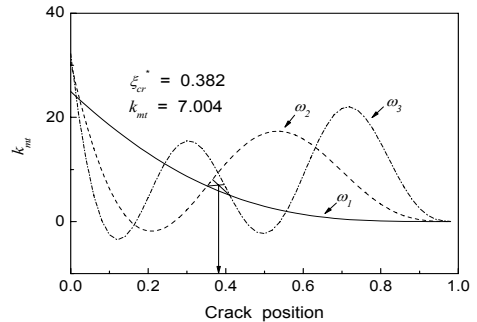
다. 몇 가지 예제에 대하여 검토해 본 결과 두 번째 방법을 사용한 경우 크랙의 위치는 모두 0.5% 오차 이내에서 정확하게 예측이 가능하고, 크랙의 크기에 대한 예측결과는 두 번째 방법을 사용한 경우 첫 번째 방법으로 예측한 결과에 비하여 최대 2.6%까지 오차를 줄일 수 있었다. 여기서 사용한 오차는 참고문헌들과의 비교를 위하여 크기와 위치에 대하여 각각 $(\alpha_{cr}^* - \alpha_{cr}) \times 100$ 과 $(\xi_{cr}^* - \xi_{cr}) \times 100$ 을 사용하였다⁽⁹⁻¹¹⁾.

4.2 크랙 검출

Fig. 7(a)는 실험을 통하여 얻은 크랙의 크기와 위치가 각각 0.3인 L형 단면 보의 고유진동수를 이용하여 크랙의 위치에 따른 스프링 상수 k_{mt} 의 값을 나타낸 그래프이다. 이 경우에는 세 곡선이 만나려는 부분에서 교차하지 않는 곡선 즉 ω_1 과 ω_3 사이의 거리가 가장 짧은 지점을 연결한 선의 중간점을 택하면 된다. 이때의 크랙 위치는 0.343으로 실제 값과는 약 4.3%의 오차를 보인다. 그리고 4.1절



(a) $\alpha_{cr} = 0.3, \xi_{cr} = 0.3$



(b) $\alpha_{cr} = 0.5, \xi_{cr} = 0.3$

Fig. 7 Function k_{mt} for the first three modes of cracked cantilever beam

Table 4 Comparison of actual and predicted data of crack position and size

Case	Actual data		Predicted data			
	α_{cr}	ξ_{cr}	α_{cr}^*	Error(%)	ξ_{cr}^*	Error(%)
1	0.1	0.5	0.458	35.8	0.598	9.8
2	0.1	0.7	0.495	39.5	0.718	1.8
3	0.3	0.3	0.519	21.9	0.343	4.3
4	0.3	0.5	0.621	32.1	0.586	8.6
5	0.3	0.7	0.550	25.0	0.736	3.6
6	0.5	0.1	0.851	35.1	0.165	6.5
7	0.5	0.3	0.783	28.3	0.382	8.2
8	0.5	0.5	0.864	36.4	0.572	7.2
9	0.5	0.7	0.647	14.7	0.709	0.9

에서와 같은 방법으로 Fig. 6으로부터 크랙의 크기를 예측해 보면 크랙의 크기는 약 0.519로 실제 값과는 약 21.9%의 오차를 보인다. Fig. 7(b)는 크랙의 크기가 0.5이고 크랙의 위치가 0.3인 경우의 결과이다. 이 경우에는 세 개의 곡선이 서로 교차하면서 형성되는 부분이 나타나는데 이 도형의 중심이 크랙의 위치이다. 따라서 크랙의 위치는 0.382이고, 실제 값과 약 8.2%의 오차를 보인다. 같은방법으로 크랙의 크기를 예측해 보면 0.783로서 실제 값과 약 28.3%의 오차를 나타낸다.

Table 4는 크랙의 위치와 크기에 따른 몇 가지 예제에 대한 크랙 검출 결과를 나타낸 것이다. 이 결과에서 연성진동하는 보 구조물의 진동특성을 이용한 크랙 검출 방법은 약 9.8% 오차 안에서 크랙의 위치는 비교적 정확하게 판단할 수 있으나 크랙의 크기에 대한 예측 오차는 최대 39.5% 정도로 대략적인 값만을 확인할 수 있다. 이것은 연성하지 않는 경우에서와 유사한 결과로서 제안한 크랙검출방법이 유용하다는 것을 간접적으로 판단할 수 있다.

5. 결 론

형-비틀림 연성진동을 하는 크랙을 가진 보 구조물의 동적 특성을 연구하기 위하여 이론적 모델링을 수행하고 그 결과를 실험을 통하여 검증하였다. 실험으로 측정된 보의 고유진동수를 이용하여 L형 단면 형상을 갖는 보 구조물의 크랙 검출방법에 대한 연구를 수행하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 보의 1차, 2차, 그리고 3차 모드 고유진동수를 적용하여 크랙 위치에 따른 스프링 상수의 관계를 도시하면 세 곡선이 한 점에서 만나게 되며, 이 교차점의 수치를 이용하여 크랙 검출이 가능하다.

(2) 연성 진동을 고려하지 않는 경우, 크랙의 영향에 의한 강성변화는 굽힘 모멘트의 영향만을 고려하여 크랙의 검출이 가능하지만, 연성 진동하는 경우는 굽힘, 전단, 그리고 비틀림 모멘트에 의한 강성 변화도 함께 고려하여야 한다.

(3) 크랙 검출에 있어서 굽힘, 전단, 그리고 비틀림의 각 영향이 보의 고유진동수에 미치는 민감도 해석을 수행하여 굽힘과 비틀림에 의한 강성 변화를 함께 적용하여 크랙을 검출하는 방법을 제안하였다.

(4) 제안된 방법으로 크랙 검출을 실시한 결과 크랙의 위치는 최대 10% 이내의 오차범위로 잘 일치하였으나, 크랙의 크기는 14.7%에서 39.5%의 오차범위로 대략적인 값만을 확인할 수 있었다.

이 연구에서 제안한 방법은 연성진동하는 보 구조물의 경우에도 크랙의 위치 검출에는 바로 적용할 수 있으나 크랙 깊이에 대해서는 지속적인 연구가 필요하다고 판단된다.

참 고 문 헌

(1) Nandwana, B. P. and Maiti, S. K., 1997, Detection of Location and Size of a Crack in Stepped Cantilever Beam Based on Measurement of Natural Frequencies, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 203, pp. 435~446.

(2) Patil, D. P. and Maiti, S. K., 2003, Detection of Multiple Cracks Using Frequency Measurements, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 70, pp. 1553~1572.

(3) Datta, P. K. and Lal, M. K., 1992, Parametric Instability of a Non-prismatic Bar with Localized Damage Subjected to an Intermediate Periodic Axial Load, *Computers and Structures*, Vol. 4, No. 6, pp. 1199~1202.

(4) Ruotolo, R., Surace, C., Crespo, P. and Storer, D., 1996, Harmonic Analysis of The Vibrations of a Cantilevered Beam with a Closing Crack, *Computers*

and Structures, Vol. 61, No. 6, pp. 1057~1074.

(5) Chondros, T. G., Dimarogonas, A. D. and Yao, J., 1998, A Continuous Cracked Beam Vibration Theory, Journal of Sound and Vibration, Vol. 215, No. 1, pp. 17~34.

(6) Chondros, T. G., Dimarogonas, A. D. and Yao, J., 2001, Vibration of a Beam with a Breathing Crack, Journal of Sound and Vibration, Vol. 239, No. 1, pp. 57~67.

(7) Bannios, Y., Douka, E. and Trochidis, A., 2002, Crack Identification in Beam Structures Using Mechanical Impedance, Journal of Sound and Vibration, Vol. 256, No. 2, pp. 287~297.

(8) Krawczuk, M., Palacz, M. and Ostachowicz, W., 2003, The Dynamic Analysis of a Cracked Timoshenko Beam by the Spectral Element Method, Journal of Sound and Vibration, Vol. 264, pp. 1139~1153.

(9) Lele, S. P. and Maiti, S. K., 2002, Modelling of Transverse Vibration of Short Beams for Crack Detection and Measurement of Crack Extension, Journal of Sound and Vibration, Vol. 257, No. 3, pp. 559~583.

(10) Patil, S. K. and Maiti, S. K., 2003, Detection of Multiple Cracks Using Frequency Measurements, Engineering Fracture Mechanics, Vol. 70, pp. 1553~1572.

(11) Murigendrappa, S. M., Maiti, S. K. and

Srirangarajan, H. R., 2004, Experimental and Theoretical Study on Crack Detection in Pipes Filled with Fluid, Journal of Sound and Vibration, Vol. 270, pp. 1013~1032.

(12) Viola, E., Ricci, P. and Aliabadi, M. H., 2007, Free Vibration Analysis of Axially Loaded Cracked Timoshenko Beam Structures Using the Dynamic Stiffness Method, Journal of Sound and Vibration, Vol. 304, pp. 124~153.

(13) Viola, E. and Ricci, P., 2003, The Dynamic Behaviour of Cracked Beams under Bending Moment, Shear Force and Torsion, Key Engineering Materials, Vol. 251~252, pp. 285~290.

(14) Viola, E. and Ricci, P., 2006, Stress Intensity Factors for Cracked T-sections and Dynamic Behaviour of T-beams, Engineering Fracture Mechanics, Vol. 73, No. 1, pp. 91~111.

(15) Li, J., Li, W. and Hua, H., 2004, Coupled Bending and Torsional Vibration of Nonsymmetrical Axially Loaded Thin-walled Bernoulli-Euler Beams, Mechanics Research Communications, Vol. 31, No. 6, pp. 697~711.

(16) Son, I. S., Ahn, S. J. and Yoon, H. I., 2009, Study on Detection of Crack and Damage for Cantilever Beams Using Vibration Characteristics, Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 18, No. 12, pp. 1327~1334.