

영구자석을 포함한 자기회로에서의 누설 자속 모델링

Modeling of Flux Leakage in a Magnetic Circuit with Permanent Magnet

김 승 종* · 김 우 연* · 이 종 민* · 배 용 채**

Seung-Jong Kim, Woo-Yeon Kim, Jong-Min Lee and Yong-Chae Bae

(2010년 6월 18일 접수 ; 2010년 12월 22일 심사완료)

Key Words : Magnetic Circuit(자기 회로), Flux Leakage(누설 자속), Permanent Magnet Model(영구자석 모델), Fringing Effect(프린징 효과)

ABSTRACT

The magnetic circuit analysis excluding flux loss and fringing effect often gives a result with unignorable error, when compared with real system. But, it is not easy to make a complete magnetic circuit model with the loss effects. This paper introduces a relatively simple method to build the model including the flux loss and fringing effect, in which the paths of leaked flux are simplified in terms of circular arcs and straight lines. After modification of the model, the error of about 36 % in maximum between the magnetic circuit analysis and FEM analysis is reduced to about 7 %.

1. 서 론

영구자석이 사용되는 모터, 액추에이터나 마그네틱 베어링 등의 설계를 위해서는 영구자석에 의해 생성되는 공극 자속밀도와 자기력을 예측할 필요가 있다. 물론 가장 정확한 해석적 방법은 상용 유한요소해석 소프트웨어를 이용하는 것이지만, 초기 설계 단계에서부터 다수의 반복 해석을 수행하는 소모적인 과정은 체계적이지 못하다. 그래서 설계 초기에 사용되는 방법이 자기회로(magnetic circuit) 해석 방법^(1,2)이다. 이때 영구자석은 자속 소스(flux source)와 내부 자기저항이 병렬로 구성되는 모델로서 표현되고, 이들과 자성체 코어의 자기저항, 공극에서의 자기저항을 포함하는 자속 경로를 전기회로

처럼 도시한다. 자기회로에서 자속밀도 계산 방법은 전기회로에서 전류 계산 방법과 비슷하며 매우 간단하다. 그러나 보통 이러한 자기회로 해석 결과는 상당히 큰 오차를 갖는다. 공극 주변에서의 자속의 프린징(fringing) 효과^(1,2)나 누설 자속을 적절히 고려하지 않았기 때문인데, 이들을 자기회로에 정확히 포함시키기는 매우 어렵다.

이 논문에서는 영구자석이 포함된 σ 자형 코어가 평판과 일정한 공극을 유지하고 있는 경우에 대해서 누설 자속과 프린징 효과를 간단히 모델링하는 방법을 제안한다. 두 가지 모두 자속의 경로를 몇 개의 원호와 직선으로 구성되도록 단순화하는 방법으로 모델링하였으며, 그 효용성은 FEM 해석 결과와의 비교를 통해서 확인하였다.

2. 누설 자속 미포함 영구자석 해석모델

2.1 자기회로 해석

이 논문에서 고려하는 구조는 Fig. 1(a)와 (b)에 나타난 바와 같이, 영구자석이 포함된 σ 자형 코어가 넓은 자성체 평판과 일정한 공극을 유지하고 있

* 교신저자; 정회원, 한국과학기술연구원
E-mail : sjongkim@kist.re.kr
Tel : (02)958-5610, Fax : (02)958-5659

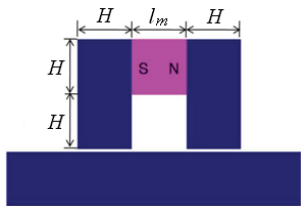
* 정회원, 한국과학기술연구원
** 정회원, 한국전력공사 전력연구원

이 논문의 일부는 2009년 추계 소음진동 학술대회에서 발표되었음.

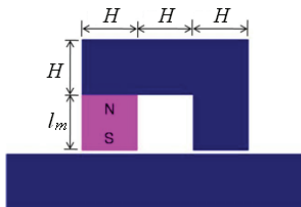
는 가장 단순한 구조이다. 편의상 영구자석은 단면이 정사각형($H \times H$)이고 길이(l_m)도 H 인 정육면체 형태를 대상으로 하였으며, 강자성체 철심 코어부는 그림에 도시한 바와 같이 영구자석과 동일한 정육면체 4개의 조합으로 구성되었다. 영구자석이 삽입된 위치는 Fig. 1(a)와 같이 좌우 동형의 중앙부인 경우 (type A)와 (b)와 같이 영구자석 한쪽 자극면이 직접 평판과 대면하도록 배치된 경우(type B)를 고려하였다. 철심 코어에서의 자기저항을 무시하고 누설 자속 및 프린징 효과가 없다고 가정하면, 두 가지 경우에 대한 자기회로는 동일하게 Fig. 1(c)와 같이 도시된다. 그림에서 공극에서의 자기저항 R_g 와 영구자석 내부 저항 R_m 은 다음과 같이 표현된다⁽¹⁻³⁾.

$$R_g = \frac{g}{\mu_0 A_g}, \quad R_m = \frac{l_m}{\mu_0 \mu_{rm} A_m} \quad (1)$$

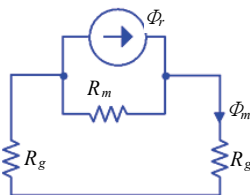
여기서, μ_0 는 공기 중에서의 투자율($=4\pi \times 10^{-7}$ H/m), μ_{rm} 은 영구자석 재료의 상대투자율($=1.05$)



(a) Type A



(b) Type B



(c) Magnetic circuit of type A and type B

Fig. 1 Analysis models consisting of a permanent magnet, ferromagnetic cores and air gaps

이고, g 는 공극의 크기, l_m 은 영구자석의 길이($=H$)이다. A_g 와 A_m 은 각각 공극부와 영구자석의 단면적인데, 이 모델에서 두 값은 동일하게 H^2 이다. 그러면 영구자석에서 나와 공극을 지나는 자속 ϕ_m 은 다음과 같이 표현된다.

$$\phi_m = \phi_r \frac{R_m}{R_m + 2R_g} \quad (2)$$

여기서, ϕ_r 은 자속 소스로서 B_r 과 A_m 의 곱으로 표현되는 일정한 값이고, 이때 B_r 은 잔류 자속밀도 (remanence)라 정의되는 영구자석의 고유특성으로서 영구자석이 낼 수 있는 최대 자속밀도이다. 최근 많이 쓰이는 네오디뮴(Nd) 계열의 영구자석의 경우에 그 값은 1.2~1.3 T인데, 이 논문의 계산과 FEM 해석에서는 1.23 T의 값을 사용하였다. 식(1)을 식(2)에 대입하면 공극에서의 자속밀도 B_g 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$B_g = \frac{\phi_m}{A_g} = B_r \frac{l_m}{l_m + 2\mu_{rm}g} \quad (3)$$

식(3)에서 공극의 크기가 1 mm이고 $l_m = H = 20$ mm인 경우를 가정하면, B_g 는 1.113 T로 계산된다. 주목할 것은 Fig. 1의 (a)와 (b)에 나타난 영구자석의 위치와 관계없이 모든 경우에 동일한 공극 자속 밀도가 얻어진다는 점이다.

2.2 FEM 해석

Fig. 1의 (a)와 (b)에서 $l_m = H = 20$ mm인 경우에 대해서, 상용 자기장 해석 소프트웨어인 Maxwell (ver. 11)을 이용하여 2차원 FEM 해석을 수행하였다. 그 결과 자성체 평판 표면과 평행하고 공극의 중간을 지나는 가상 선을 따라 자속밀도 분포를 나타낸 그림이 각각 Fig. 2의 (a)와 (b)이다. 그림의 수평축에서 20과 40 mm 사이, 그리고 60과 80 mm 사이가 공극이 있는 부분이다.

Fig. 2(a)에서 양쪽 공극에서의 평균 자속밀도는 약 0.815 T로 얻어지는데, 이에 비하면 앞에서 구한 자기회로 해석결과는 약 36%나 큰 값이다. 여러 가지 원인이 있겠지만, 가장 큰 요인은 누설 자속과 프린징 효과이다. 한편, Fig. 2(b)에서는 영구자석이 직접 공극에 노출되어 있는 쪽의 공극

자속밀도가 1.083 T로서 다른 쪽 철심 코어 측의 0.819 T보다 32 % 크게 나타난다. 이는 Fig. 1(c)의 자기회로 모델에서는 예측할 수 없는 현상이다. 또한 공극 주변의 자속밀도를 살펴보면, 영구자석 측의 프린징 효과는 상대적으로 매우 작다는 것을 알 수 있다. 이와 같은 현상들이 자기회로 해석에서도 나타날 수 있도록 자기회로 모델을 개선할 필요가 있다.

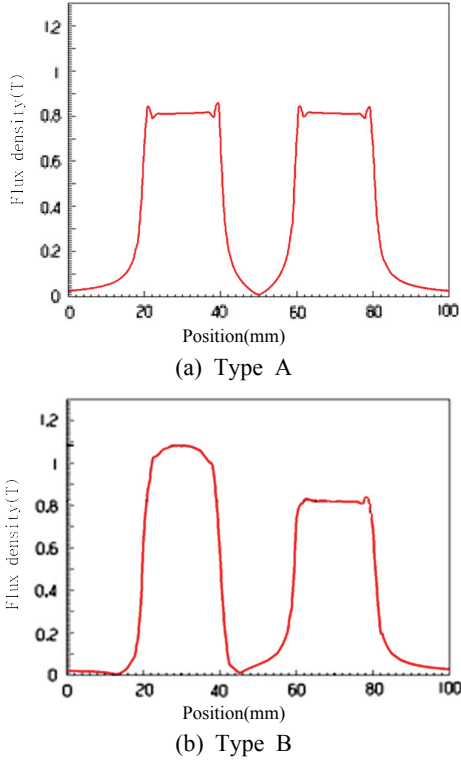


Fig. 2 Flux density distributions according to a line which is parallel to the plate surface and includes the middle lines of air gaps, for the cases of Fig. 1(a) and (b)

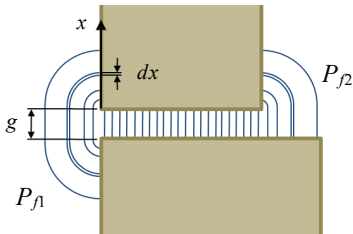


Fig. 3 Path models of leaked flux

3. 누설 자속 포함 영구자석 해석모델

3.1 누설 자속의 경로 모델

누설 자속 및 프린징 자속의 경로를 이론적으로 정확히 계산하기는 대단히 어려우므로, 이 논문에서는 계산의 단순화를 위해서 ‘누설 자속 경로는 원호와 직선의 조합으로 구성할 수 있다’고 가정하고⁽¹⁾, 프린징 자속도 누설 자속의 일종으로 간주하여 모델링한다. 예를 들어 Fig. 3과 같이 면적이 상이한 코어가 왼쪽 측면을 나란히 맞춘 채 일정한 공극을 사이에 두고 있는 경우, 좌측에서 공극 외부로 우회하는 자속들은 동일한 사분원 두 개와, 그 둘 사이가 공극의 크기만큼 직선으로 연결된 경로를 갖는다고 가정한다⁽⁴⁾. 마찬가지로 우측의 누설 자속 경로는 공극 크기만큼의 직선과 사분원 한 개로 이루어진다고 본다. Fig. 3에서 실선으로 표시한 각각의 자속 경로들은 자기저항을 가지는데, 자기회로에서는 이들이 모두 병렬로 연결된 형태로 나타나므로, 계산 편의상 자기저항과 역수 관계인 투자도(permeance)를 이용한다. 먼저, Fig. 3에서 좌측의 누설 자속 경로들에 대해서 코어의 모서리에서 x 만큼 떨어진 위치를 지나가는 자속 경로의 길이 l_x 는 반경 x 인 사분원호의 길이 두 개와 공극의 크기를 합한 값, 즉, $g + \pi x$ 와 같다. 따라서 이 경로에 대한 투자도 P_{dx} 는 다음과 같이 표시될 수 있다.

$$P_{dx} = \frac{\mu_o dA_x}{l_x} = \frac{\mu_o T dx}{g + \pi x} \quad (4)$$

여기서, T 는 지면에 수직인 방향으로의 코어 두께이다. 이와 같은 경로와 평행한 무수히 많은 자속 경로들이 존재하므로 식 (4)를 적분함으로써 전체 누설 자속의 투자도를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$P_{f1} = \int_0^X \frac{\mu_o T dx}{g + \pi x} = \frac{\mu_o T}{\pi} \ln \left(1 + \frac{\pi X}{g} \right) \quad (5)$$

여기서, X 는 x 의 최대값으로서 누설 자속이 발생하는 전체 범위를 의미한다. 이와 유사한 방법으로, Fig. 3에서 우측의 누설 자속 경로들에 대한 투자도는 다음과 같이 얻어진다.

$$P_{f2} = \sum \frac{\mu_o T dx}{g + (\pi/2)x} = \frac{2\mu_o T}{\pi} \ln \left(1 + \frac{\pi X}{2g} \right) \quad (6)$$

이제, 이와 같은 방법을 이용하여 Fig. 1의 (a)와 (b)에서의 누설자속 경로에 대한 투자도를 모델링한다.

3.2 자기회로 모델 개선

(1) Type A

Fig. 1(a)에서의 누설 자속이 흐르는 경로는 크게 4가지 패턴으로 단순화되어 Fig. 4(a)와 같이 표현될 수 있다. 각각의 누설 자속 경로 패턴에 대한 투자도를 P_{fo} , P_{fi} , P_{lo} , P_{li} 등으로 정의할 때, 이들의 역수인 자기저항 R_{fo} , R_{fi} , R_{lo} , R_{li} 들을 포함하는 자기회로는 Fig. 4(b)와 같이 표시될 수 있다. 철심 코어에서의 자기저항은 무시했고, 누설 자속에 대한 자기저항들이 주로 병렬로 연결되어 있는 것이 특징이다. 앞 절에서 소개한 바와 같은 방법으로 각 누설 자속 경로에 대한 투자도는 다음과 같이 구해진다.

$$P_{fo} = \frac{2\mu_o T}{\pi} \ln \left(1 + \frac{\pi H}{2g} \right) \quad (7)$$

$$P_{fi} = \frac{2\mu_o T}{\pi} \ln \left(1 + \frac{\pi H}{4g} \right) \quad (8)$$

$$P_{lo} = \frac{\mu_o T}{\pi} \ln \left(1 + \frac{\pi H}{l_m} \right) = \frac{\mu_o T}{\pi} \ln(1 + \pi) \quad (9)$$

$$P_{li} = \frac{\mu_o A_{li}}{l_m} = \frac{\mu_o TH}{2l_m} = \frac{\mu_o T}{2} \quad (10)$$

이 논문에서는 정육면체 영구자석과, 같은 모양의 코어 4개가 ㄷ자로 조합되어 있는 형상을 고려하므로, 정육면체의 한 변이 20 mm인 경우 $T=H=l_m=20$ mm이다. 식 (7)은 프린징 효과가 나타나는 높이를 H 와 같다(즉, 공극의 20배)고 넉넉하게 가정한 것인데, 참고문헌 (1)과 (4)에 의하면 그 높이가 공극의 10배 이상이 되면 프린징 효과가 매우 적다고 되어 있다. 식 (8)은 두 코어의 안쪽에서 발생하는 프린징 효과를 모델링한 것으로서, 두 코어 사이의 거리 H 를 반씩 차지한다고 가정하였다. 식 (9)와 (10)은 대상 평판을 거치지 않고 공기 중으로 우회하는 누설 자속 경로에 대한 모델로서, 식 (9)는 식

(5)에서 공극 g 대신 영구자석의 길이 l_m 이 대입되었고 누설 자속이 발생하는 영역 X 를 H 로 가정된 것이다. 식 (10)은 영구자석 아래쪽 두 코어 사이에서 P_{fi} 에 포함되지 않는 영역을 통하여 직접 누설되는 자속에 대한 모델이다.

식 (7)~(10)에 나타낸 투자도의 역수들이 각 자속 경로에 대한 자기저항이므로, 이제 Fig. 4(b)의 회로에서 모든 자기저항들의 계산이 가능하다. 영구자석의 N극에서 나와 S극으로 돌아오는 자속에 대한 전체 자기저항은 다음과 같이 표현된다.

$$R_{tot} = \frac{1}{P_{tot}} = \frac{1}{P_{lo} + P_{li} + 0.5(P_{fo} + P_{fi} + P_g)} \quad (11)$$

여기서, P_g 는 공극에서의 투자도로서 식 (1)에 나타낸 R_g 의 역수이다. 이제, 영구자석에서 생성되는 총 자속 ϕ_m 은 식 (12)와 같이 계산될 수 있고, 간단한 회로 해석을 거쳐 ϕ_m 은 공극을 지나는 자속 ϕ_g 와 식 (13)과 같은 관계를 가짐을 알 수 있다.

$$\phi_m = \phi_r \frac{R_m}{R_m + R_{tot}} \quad (12)$$

$$\phi_m R_{tot} = 2\phi_g R_g \quad (13)$$

식 (12)와 식 (13)으로부터, 공극에서의 자속 ϕ_g 와

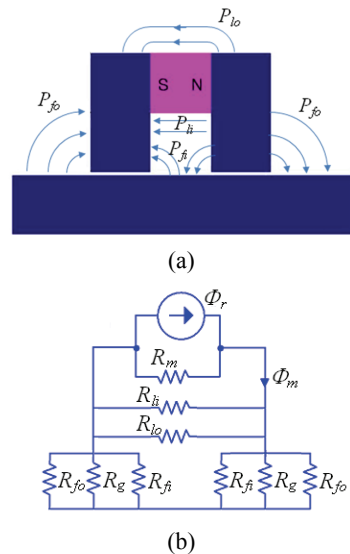


Fig. 4 Flux leakage in Fig. 1(a) and its magnetic circuit

자속밀도 B_g 에 대한 식을 식 (14), (15)와 같이 유도할 수 있다.

$$\phi_g = \phi_r \frac{R_{tot}}{2R_g} \cdot \frac{R_m}{R_m + R_{tot}} \quad (14)$$

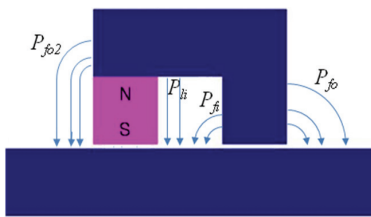
$$B_g = \frac{A_m}{A_g} \cdot \frac{R_{tot}}{2R_g} \cdot \frac{R_m}{R_m + R_{tot}} B_r \quad (15)$$

Fig. 4의 자기회로는 좌우 대칭이므로, 양쪽 공극에서의 자속밀도는 동일하다.

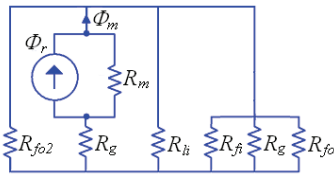
(2) Type B

Fig. 1(b)의 구조에서 누설 자속이 흐르는 경로를 도시하면 Fig. 5(a)와 같이 된다. 그리고 각 누설 경로에 대한 자기저항을 포함하는 자기회로는 Fig. 5(b)에 나타내었다. Type A와는 달리 대칭성이 없음을 알 수 있다. 여기서 우측 코어 주변에서 발생하는 누설 자속의 경로에 대한 투자도, P_{fo} 와 P_{fi} 는 type A에서 유도한 식 (7), 식 (8)과 동일하다. 좌측 영구자석의 외곽으로 형성되는 누설 경로에 대한 투자도 P_{fo2} 는 식 (6)을 기본으로 하되, 직선 부분의 경로의 길이가 $(l_m + g)$ 이고, 프링징 효과가 나타나는 높이를 H 라 가정하여 다음과 같이 표현한다.

$$P_{fo2} = \frac{2\mu_0 T}{\pi} \ln \left(1 + \frac{\pi H}{2(l_m + g)} \right) \quad (16)$$



(a)



(b)

Fig. 5 Flux leakage in Fig. 1(b) and its magnetic circuit

영구자석의 안쪽에 형성되는 누설 경로에 대한 투자도 P_{li} 는 식 (10)에 비해 자속의 방향이 다르고 공극의 크기만큼 경로가 늘어날 뿐, 동일하게 표현될 수 있다.

$$P_{li} = \frac{\mu_0 A_{li}}{(l_m + g)} = \frac{\mu_0 TH}{2(l_m + g)} \quad (17)$$

식 (16)과 (17)에서 $l_m \gg g$ 이므로 g 는 무시해도 좋다.

Fig. 5(b)의 회로에서, 영구자석의 N극에서 나와 S극으로 돌아오는 전체 자속 경로에 대한 자기저항은 다음과 같다.

$$R_{tot} = \frac{1}{P_{tot}} = \frac{1}{P_g} + \frac{1}{P_{fo} + P_{fi} + P_{fo2} + P_{li} + P_g} \quad (18)$$

Fig. 5에서 알 수 있듯이 type B의 경우는 영구자석측 공극과 코어측 공극에서의 자속밀도가 서로 다른 값을 갖게 된다. Fig. 5(b)의 회로도에서 영구자석의 S극으로 들어가는 모든 자속은 영구자석측 공극을 통과하므로, 영구자석측 공극에서의 자속밀도 B_{g_PM} 을 구하기 위해 식 (12)의 관계를 그대로 이용할 수 있다.

$$B_{g_PM} = \frac{\phi_m}{A_g} = \frac{A_m}{A_g} \cdot \frac{R_m}{R_m + R_{tot}} B_r \quad (19)$$

한편, 코어측 공극을 지나는 자속 ϕ_{g_core} 는 ϕ_m 과 식 (20)과 같은 관계를 가지므로, 코어측 공극에서의 자속밀도 B_{g_core} 은 식 (21)과 같이 계산된다.

$$\phi_{g_core} = \phi_m \frac{R_{tot} - R_g}{R_g} \quad (20)$$

$$B_{g_core} = \frac{A_m}{A_g} \cdot \frac{R_{tot} - R_g}{R_g} \cdot \frac{R_m}{R_m + R_{tot}} B_r \quad (21)$$

식 (18)에서 모든 투자도는 양수이므로 $R_{tot} < 2R_g$ 임을 알 수 있고, 따라서

$$\frac{R_{tot} - R_g}{R_g} < 1 \quad (22)$$

이다. 즉, 식 (21)의 코어측 공극 자속밀도는 식 (19)에 나타난 영구자석측 공극 자속밀도보다 작은 값을

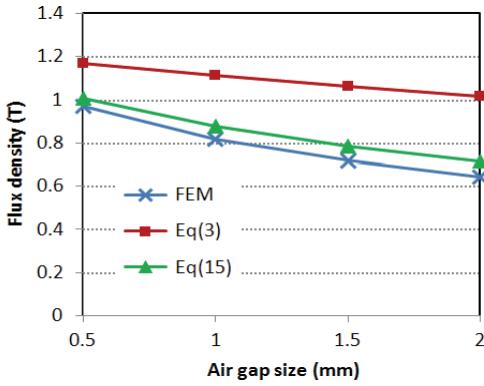


Fig. 6 Comparison of flux densities according to the air gap variation in type A model

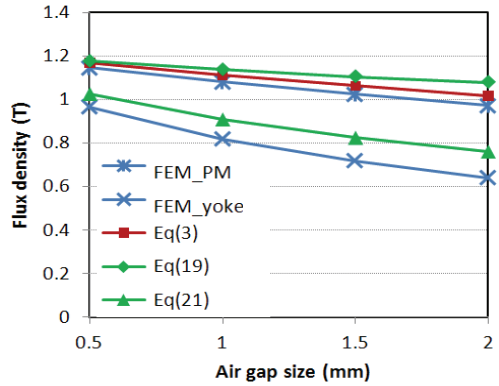


Fig. 7 Comparison of flux densities according to the air gap variation in type B model

Table 1 Comparison of flux densities for type A

Air gap (mm)	By FEM	By Eq. (3)	By Eq. (15)
0.5	0.968	1.169	1.007
1.0	0.818	1.113	0.878
1.5	0.717	1.063	0.786
2.0	0.641	1.017	0.716

Table 2 Comparison of flux densities for type B

Air gap (mm)	By FEM		By Eq.(3)	By Eq.(19)&(21)	
	PM	Core		PM	Core
0.5	1.147	0.966	1.169	1.177	1.025
1.0	1.083	0.819	1.113	1.138	0.908
1.5	1.026	0.719	1.063	1.106	0.824
2.0	0.973	0.641	1.017	1.080	0.760

갓게 됨을 예상할 수 있다. 이는 Fig. 2(b)의 결과와 부합한다. 참고로, 식 (15)와 식 (21)에서 누설 자속이 없다고 가정하면, 즉, $R_{tot} = 2R_g$ 이라면, 두 식 모두 식 (3)과 일치하게 됨을 확인할 수 있다.

4. FEM 해석을 통한 모델 검증

Fig. 6과 Table 1은 Type A에 대해서 공극의 크기를 0.5 mm부터 2.0 mm까지 변화시키면서 FEM으로 구한 공극 자속밀도와 누설 자속을 무시한 자기회로 해석 결과인 식 (3)에서 구한 자속밀도와 누설 자속을 고려한 결과인 식 (15)로부터 구한 자속밀도를 비교하여 나타낸 것이다. 공극이 1 mm인 경우를 기준으로 보면, 식 (3)에 의한 결과는 FEM 결과와 약 36.1%의 오차를 보이는 반면, 누설 자속을 고려하는 경우, 오차가 대단히 감소하여 약 7.3%로 나타났다. 오차는 공극이 증가할수록 커지는 현상을 보이는데, 공극이 0.5 mm일 때는 4.0%이던 오차가 2 mm일 때는 11.7%로 증가하였다. 이는 공극이 증가하면 공극에서의 자기저항이 증가하여 상대적으로 누설 자속이 증가하기 때문이다.

Fig. 7과 Table 2는 Type B에 대한 공극 자속밀도 비교 결과이다. 앞 절에서 언급하였듯이, 누설 자속을 고려하지 않으면 영구자석측 공극과 코어측 공극에서 동일한 자속밀도가 얻어지지만(식 (3)의 결과), 누설 자속을 고려한 자기회로 해석결과(식 (19)와 (21))는 양쪽 공극에서 서로 다른 자속밀도가 나타남을 보여준다. 실제로는 Type A에 비해서 누설 자속경로가 더 복잡한 구조를 동일한 방식으로 단순화하였기에, FEM 결과와의 오차는 약간 크게 나타났다. 공극 1 mm를 기준으로 할 때, PM측 공극에서는 5.1%이고 코어측 공극에서는 10.9%의 오차를 보인다.

5. 결 론

이 논문에서는 영구자석이 포함된 자기회로 모델의 정확도를 높이기 위해서 누설 자속을 고려하는 방법을 제시하였다. 서론에서 언급한대로 정확한 모델 수립은 불가능하지만, 직선과 원호로 이루어지는 단순한 누설 자속 경로를 가정함으로써 FEM 결과

와의 오차가 36.1%에서 7.3%로 줄어드는 효과를 확인하였다. 이와 같은 결과는 시스템 설계를 위하여 FEM 해석에 필요한 초기 설계 변수 선정에 도움이 될 뿐 아니라, 자기회로 해석 결과만으로도 시스템 설계의 기초로 활용될 수 있음을 의미한다.

이 논문에서 소개한 방법은 3차원 해석에도 적용될 수 있지만 모서리 부분에서의 누설 경로는 모델링이 어려워 오차가 다소 증가할 것이다. 또한, 코어 표면이 곡면인 경우나 영구자석이 두 개 이상 포함된 경우에 적용하기 위해서는 모델링의 체계적인 개선이 필요하다.

후 기

이 연구는 전력연구원의 전력산업연구개발사업의

지원과 한국과학기술연구원의 미래원천기술사업의 지원을 받아 수행하였기에 감사드립니다.

참 고 문 헌

- (1) Hanselman, D. C., 1994, Brushless Permanent-magnet Motor Design, McGraw-Hill, Inc.
- (2) 山川和郎, 大川光吉, 宮本毅信, 1979, 永久磁石磁氣回路の設計と応用, 総合電子出版社 (in Japanese).
- (3) Kim, S.-J. and Okada, Y., 2001, A Small Disk-type Hybrid Self-bearing Motor, Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 11, No. 8, pp. 338-348.
- (4) Roters, H. C., 1970, Electromagnetic Devices, John Wiley & Sons, Inc.