한국기계가공학회지, 제10권, 제5호, pp. 117-124 (2011. 10)
Journal of the Korean Society of Manufacturing Process Engineers, Vol. 10, No. 5, pp. 117-124 (2011. 10)

타이어 다목적 최적설계를 위한 근사모델 생성에 관한 연구

송병철#, 김성래* 강용구*, 한민현*

A Study on the Comparison of Approximation Models for Multi-Objective Design Optimization of a Tire

Byoung-Cheol Song#, Seong-Rae Kim*, Yong-Gu Kang*, Min-Hyeon Han*
(Received 10 August 2011; received in revised form 30 August 2011; accepted 6 October 2011)

ABSTRACT

Tire's performance plays important roles in improving vehicle's performances. Tire makers carry out a lot of research to improve tire's performance. They are making effort to meet multi purposes using various optimization methods. Recently, the tire makers perform the shape optimization using approximation models, which are surrogate models obtained by statistical method. Generally, the reason why we increase sampling points during optimization process, is to get more reliable approximation models, but the more we adopt sampling points, the more we need time to test. So it is important to select approximation model and proper number of sampling points to balance between reliability and time consuming. In this research, we studied to compare two kind cases for a approximation construction. First, we compare RSM and Kriging which are Curve Fitting Method and Interpolation Method, respectively. Second, we construct approximation models using three different number of sampling points. And then, we recommend proper approximation model and orthogonal array adopt tire's design optimization.

Key Words : Kriging(크리깅), RSM(반응표면법), Tire(타이어), Shape Design Optimization(형상 최적설계)

1. 서 론

차량의 성능이 향상됨에 따라 차량의 운동 성능에 영향을 미치는 타이어에 대한 요구사항도 다양화되고 있다. 특히, 유럽 연합에서는 회전 저항(Rolling Resistance), 통과 소음(Pass-by Noise), 젖은 노면에서의 제동력(Wet Grip)에 대한 규제 강화로, 타이어 성능의 등급(Labeling)을 의무화 하였다[1].

이와 같이 다양한 목적 성능을 충족시켜야 하는 타이어 설계에 많은 연구가 진행 중이다[2,3]. 그 중 타이어 형상 및 구조설계에 최적화 방법을 도입하여 타이어의 다양한 목적 성능을 만족하게 하려는 연구가 진

* 넥센타이어 연구개발본부
# 교신저자 : 넥센타이어 연구개발본부
E-mail : bcsong@nexentire.co.kr

행되고 있다. 하지만 타이어의 목적 성능을 정확히 대변할 수 있는 근사모델 구성에 관한 연구는 이루어지지 않고 있다. 그리고 이러한 최적화 기법을 통해 도출한 설계치는 타이어 개발 초기의 컨셉설계가 대부분이기 때문에 개발 단계에서 차량과 매칭 및 목표 성능에 도달하기 위한 설계 수정이 수차례 진행되어야 한다[2]. 따라서 개발 시 설계변경을 최소화하고 주요 목적 성능을 만족하게 하려면 타이어의 최적 형상 도출이 필요하다.

타이어 최적설계는 분류상 형상 최적설계에 속한다. 그러나 형상 최적설계에 민감도 기반 최적화를 적용할 때 각각의 반응치의 민감도를 구하기 매우 어렵다. 이와 같은 단점을 극복하기 위해 근사모델을 이용한 최적화 기법이 주로 사용된다. 근사모델을 이용할 때 수학적으로 정확한 최적해를 구할 수는 없지만, 공학적으로 유용한 해를 도출할 수 있다[4,5].

일반적으로 근사모델을 생성할 때 생성된 근사모델의 오차를 분석하여 오차율이 기준 이상으로 벗어나게 되면 실험점수를 늘려서 근사모델을 재생성하게 된다. 근사모델의 정확도가 최적해에 영향을 미치기 때문이다. 하지만 현업에서는 비용적인 측면에서 설계점을 늘리는 것에 한계가 있다. 따라서 타이어의 특성을 잘 대변하는 근사모델을 선정하여 오차를 줄이거나 최소한의 설계점을 이용하여 정확한 근사모델을 생성하는 것이 중요하다.

본 연구에서는 근사모델의 비교 연구를 위해 최근 타이어 업계 이슈 성능인 회전저항을 주목적 성능으로 선정하고 타이어의 주요 성능인 제동과 조향에 관련 있는 제동력(Braking Force)과 코너링 강성(Cornering Stiffness)을 부 목적 성능으로 선정하여 형상 최적 설계를 수행하였다.

먼저 직교배열표를 이용하여 실험계획을 수립하였다. 그리고 두 가지 방법을 통해 근사모델 생성 오차를 비교하여 보았다.

첫 번째로 두 가지 근사모델을 비교하였다. 하나는 내삽법(Interpolation method)의 대표적인 방법인 크리깅(Kriging)과 곡선 일치법(Curve Fitting Method)의 대표적인 방법인 반응표면법(Response Surface Method)이다. 두 가지 근사모델의 생성 오차를 분석하고 둘 중 생성 오차가 작은 근사모델을 선택하였다.

두 번째로 선택된 근사모델 방법을 이용하여 실험점수를 달리하여 근사모델을 생성하였다. 생성된 근사모델의 오차 분석을 수행하여 타이어 최적설계를 위해 근사모델 생성 시 필요로 하는 적절한 실험점수를 제시하였다.

2. 타이어 형상 최적설계

2.1 타이어 형상 설계변수 정의

본 연구에서는 컨셉 단계 설계 시 주목적 성능을 만족시키고 부 목적 성능을 유지하는 형상을 도출하기 위해 최적설계 프로세스를 도입하였다. 대상 규격은 235/65R17이다. CATIA V5를 이용하여 초기 설계를 수행하였으며 설계변수의 값 변경이 쉽도록 디자인 테이블을 사용하여 자동 형상변경이 가능하게 설계하였다. 초기 컨셉 설계 구조 및 설계변수를 Fig. 1에 나타내었다.

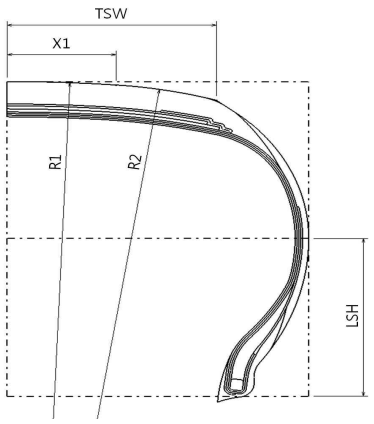

Fig. 1 Definition of design variables

2.2 타이어 성능 예측

서론에서 언급한 목적 성능인 회전 저항, 제동, 코너링 성능을 예측하기 위해 ABAQUS 6.10에서 제공하는 정상상태 롤링해석(Steady State Rolling Analysis)을 사용하였다[6].

정상상태 롤링해석을 수행하기에 앞서 먼저 주어진 압력 하중 조건을 이용하여 정적 해석으로 Inflation, Footprint 해석을 수행하였다. 이후 정상상태 롤링해석

을 Footprint 해석 결과와 연계하여 해석이 진행된다.

정상상태 롤링 해석에 사용된 유한요소모델을 Fig. 2에 나타내었다. 그리고 해석에 사용된 경계조건을 Table 1에 나타내었다.

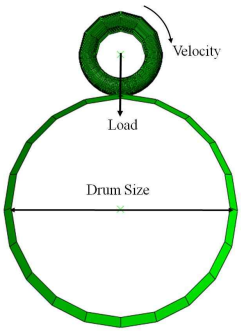

Fig. 2 FE model for rolling analysis

Table 1 Boundary condition for rolling analysis

Item	RR	BF	CS
Load[kg_f]	470.4	411.6	588.0
Pressure[kg_f/cm^2]	2.3	2.3	2.3
Velocity[km/h]	80.0	64.0	3.5
Slip Angle[deg]	-	-	± 8
Slip Ratio[%]	-	20	-

회전 저항 계산을 위해 Force Method 방식을 적용하였으며 해석에서 구한 드럼 상의 회전 저항을 편평한 평면상의 회전 저항으로 변환하여 사용하였다. 회전 저항 해석 개념을 Fig. 3에 나타내었다.

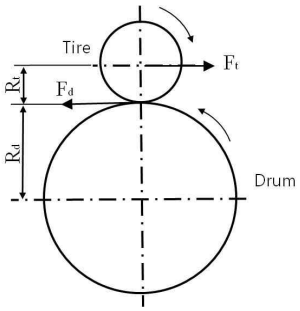

Fig. 3 Rolling resistance analysis

제동은 패턴의 영향을 고려해야 하지만 본 연구에서는 제동 상태에서 전진방향의 반력의 최대값으로 간단히 평가하였다. 타이어의 각속도에 따른 반력 그래프를 Fig. 4에 나타내었다.

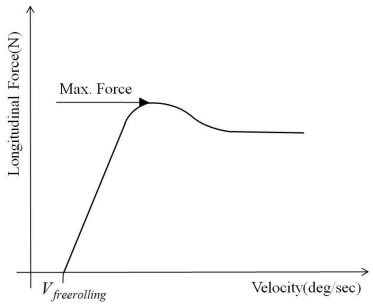

Fig. 4 Longitudinal force due to the velocity

F&M(Force & Moment) 선도에서 각도에 따른 횡력 그래프를 Fig. 5에 나타내었으며 코너링 강성은 슬립각이 0도 일 때의 횡력의 기울기로 평가하였다.

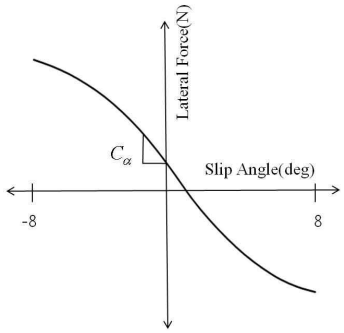

Fig. 5 Lateral force due to the slip angle

초기 컨셉 설계 구조를 롤링 해석한 결과를 Table 2에 나타내었다.

Table 2 Rolling analysis results of concept model

	Concept model
RRc[kg_f/ton]	9.42
Cornering stiffness[kg_f/deg]	168.57
Braking force[kg_f]	418.08

2.3 최적설계 문제의 정식화

서론에서 언급한 것과 같이 회전 저항(Rolling Resistance)을 주목적 함수로 설정하였으며 제동성능의 대표 값인 제동력(Braking Force)과 조향 성능의 대

표 값인 코너링 강성(Cornering Stiffness)을 부 목적함수로 설정하였다.

다목적 최적설계는 일반적으로 주 목적함수를 제외한 나머지 목적 함수를 단일 목적으로 최대화 또는 최소화하는 최적설계 단계를 거쳐 도출한 최적해를 그 목적에 맞게 적절히 가중치를 곱하여 주목적 함수의 제한 조건으로 사용한다. 이러한 방법은 목적 성능의 기준이 정해지지 않았을 때 사용하는 방법이다.

Table 3 Boundary condition of design variable

	R_1 (mm)	R_2 (mm)	X_1 (mm)	TSW (mm)	LSH (%)
Upper	1500	500	65	95	52
Lower	600	200	44	85	48

본 연구에서는 경험적으로 설계한 컨셉 설계 모델의 코너링 강성과 제동력을 부 목적 함수 제한조건으로 사용하여 회전 저항을 낮추는 방향의 최적설계를 수행할 예정이다. 연구의 대상 모델인 235/65R17 사이즈 타이어의 형상 최적설계를 위한 정식화는 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$Minimize \quad RR(x_1,x_2,x_3,x_4,x_5) \tag{1}$$

$$Subject\ to \quad \mathrm{BF_{initail}} - \mathrm{BF} \le 0 \tag{2}$$

$$\mathrm{CS_{initail}} - CS \le 0 \tag{3}$$

$$x_{iL} \le x_i \le x_{iU} (i = 1 \ldots 5) \tag{4}$$

여기서 RR은 회전저항, BF는 제동력, CS는 코너링 강성, xi=[R_1 R_2 X_1 TSW LSH]이다. 각 설계변수의 상, 하한값을 Table 3에 나타내었다. 각각의 값은 설계 가능 범위 내에서 정의 한 값이다. $BF_{initial}$과 $CS_{initail}$는 초기 컨셉 모델의 제동력과 코너링 강성이다. 각각의 반응치의 근사모델을 생성하여 정의한 후 식 (1)~(4)를 아래의 식 (5)~(7)로 치환할 수 있다.

$$Minimize \quad \hat{RR} \tag{5}$$

$$Subject\ to \quad \mathrm{BF_{initial}} - \hat{\mathrm{RF}} \le 0 \tag{6}$$

$$\mathrm{CS_{initial}} - \hat{\mathrm{CS}} \le 0 \tag{7}$$

여기서 ^은 각 반응치의 추정치(Estimated Value)를 의미한다. 본 연구에서는 각각의 반응치를 추정하기 위해 반응표면법(Response Surface Method)을 이용하여 도출하였다. 본 연구에서는 식 (5)~(7)을 풀기 위해 Excel의 내장된 알고리듬 GRG(Generalized Reduced Gradient)를 이용하였다.

3. 근사모델 종류에 따른 비교 연구

3.1 근사모델 종류

3.1.1 반응표면법(RSM)

다음은 반응표면 대한 간단한 소개이다[7]. 본 연구에서는 1차 및 2차 반응표면 모델을 사용하였으며 식 (8)과 같이 표현된다.

$$\mathrm{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \varepsilon \tag{8}$$

여기서 **X**는 설계변수 레벨의 행렬을 나타내며 k개의 설계변수들의 선형 항, 제곱 항, 상호 작용 항 등으로 이루어져 있고, $\boldsymbol{\beta}$는 회귀계수 벡터, ε 은 오차 벡터이다. 식 (9)에서 추정된 함수 $\hat{y}$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$\hat{y} = \mathbf{Xb} \tag{9}$$

생성된 반응표면 모델의 정확성과 예측성을 평가하기 위해 분산 분석을 수행하여 근사함수의 정확도를 평가하기 위해 결정계수(R^2)를 이용한다.

R^2_{adj}는 식 (10)과 같이 정의된다.

$$R^2_{adj} = 1 - \frac{SS_E/(n-p)}{SS_T/(n-1)}$$

$$where$$

$$SS_T = \mathbf{Y}^T\mathbf{Y} - \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} y_i\right)^2}{n}, \quad p = m+1 \tag{10}$$

일반적으로 사용되는 R^2는 설계인자가 증가함에 따라 적합도가 향상하는 성질을 가지고 있으므로 2

개 이상의 설계인자는 R^2_{adj}을 사용하여 근사모델의 적합도를 판단한다.

R^2_{pred}는 식 (11)과 같이 정의된다.

$$R^2_{pred} = 1 - \frac{PRESS}{SS_T}$$

where

$$PRESS = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{e_i}{1-h_{ii}}\right), e_{ii} = y_i - \hat{y}_i \qquad (11)$$

$$\mathbf{H} = \mathbf{X}(\mathbf{X}^{\mathbf{T}}\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}^{\mathbf{T}}$$

근사모델의 예측성을 판단하는 값으로서 0에서 1 사이 값을 가지며 1에 가까울수록 예측성이 뛰어남을 의미한다.

3.1.2 크리깅(Kriging)

다음은 크리깅 이론에 대한 간단한 소개이다[8,9]. 먼저 반응 모델 y(**X**)는 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$\mathrm{y}(\mathbf{X}) = \mathrm{f}(\mathbf{X}) + \mathrm{z}(\mathbf{X}) \qquad (12)$$

여기서 **X**는 n개의 성분으로 구성된 설계변수벡터, f(x)는 알고 있는 함수이며 z(x)는 평균이 0이고 분산이 σ^2인 정규분포를 따르는 확률변수이다. 반응함수 y(x)는 각각 RR, CS, BF로 대응되며 x = [R_1 R_2 X_1 TSW LSH]이다. 이때 f(**X**)는 식 (13)과 같이 상수로 대치할 수 있다.

$$\mathrm{y}(\mathbf{X}) = \beta + \mathrm{z}(\mathbf{X}) \qquad (13)$$

$\hat{\mathrm{y}}(\mathbf{x})$ 를 근사모델이라고 하면 y(**X**)와 $\hat{\mathrm{y}}(\mathbf{x})$ 의 평균제곱오차(mean squared error)가 최소가 되도록 하면 $\hat{\mathrm{y}}(\mathbf{x})$ 는 다음과 같이 예측된다.

$$\hat{\mathrm{y}}(\mathbf{X}) = \hat{\beta} + \mathbf{r}^T(\mathbf{X})\mathbf{R}^{-1}(\mathrm{y} - \hat{\beta})\mathbf{q} \qquad (14)$$

여기서 $\hat{\beta}$는 β의 추정치, $\mathbf{R}^{-1}$은 상관행렬 **R**의 역행렬 **r**은 상관벡터, **y**는 n_s개의 표본데이터 벡터이고, **q**는 n_s개 성분을 갖는 단위벡터이다. 상관행렬 및 상관벡터는 다음 식과 같이 정의된다.

$$\mathbf{R}(\mathbf{x}^j, \mathbf{x}^k) = \mathrm{Exp}\left[-\sum_{i=1}^{n}\theta_i\left|x_i^j - x_i^k\right|^2\right] \qquad (15)$$

$$(j=1,\ldots n_s),(k=1,\ldots,n_s)$$

$$\mathbf{r}(\mathbf{x}) = [\mathbf{R}(\mathbf{x},\mathbf{x}^{(1)}),\mathbf{R}(\mathbf{x},\mathbf{x}^{(2)}),\ldots,\mathbf{R}(\mathbf{x},\mathbf{x}^{(ns)})] \qquad (16)$$

여기서 θ_i는 i번째 설계변수에 대응하는 i번째 모수(parameter)이다. 이때 우도함수(likelihood function) L은 다음과 같이 정의된다.

$$L(y,\theta,\beta,\sigma^2) = \frac{(2\pi\sigma^2)^{-n_s/2}}{\sqrt{|\mathbf{R}|}} \times \mathrm{Exp}\left[-\frac{(\mathbf{y}-\beta\mathbf{q})^{\mathrm{T}}\mathbf{R}^{-1}(\mathbf{y}-\beta\mathbf{q})}{2\sigma^2}\right] \qquad (17)$$

여기서 y는 n_s개의 표본점에 대한 실험값이다. 식 (17)로부터 로그우도함수를 β 및 σ^2에 대해 미분하고 0으로 놓으면, β와 σ^2의 최대우도 추정치는 다음과 같이 구해진다.

$$\hat{\beta} = (\mathbf{q}^{\mathbf{T}}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{q})^{-1}\mathbf{q}^{\mathbf{T}}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{y} \qquad (18)$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{(\mathbf{y}-\hat{\beta}\mathbf{q})^{\mathbf{T}}\mathbf{R}^{-1}(\mathbf{y}-\hat{\beta}\mathbf{q})}{n_s} \qquad (19)$$

그리고 미지의 모수 $\theta_i,\ldots, \theta_n$은 다음 식으로부터 구해진다.

$$Maximize = \frac{\left[n_S \cdot \ln(\hat{\sigma}^2) + \ln|\mathbf{R}|\right]}{2} \qquad (20)$$

여기서 $\theta_n(1,\ldots,n)>0$이다. 본 연구에서는 식 (20)을 풀기 위해 Excel의 내장된 알고리듬은 GRG를 이용하였다.

근사모델의 타당성을 평가하기 위해 본 연구에서는 식 (21)과 같이 평균 오차를 비교하였다.

$$Average\ \%\ Error = \frac{1}{n_s}\sum_{i=1}^{n_s}\frac{|\hat{y}_i - y_i|}{y_i} \times 100 \qquad (21)$$

Table 4 Validation of Kriging and RSM

	Design variable					RR_C(kg_f/ton)			BF(kg_f)			CS(kg_f/deg)		
	R_1 (mm)	R_2 (mm)	X_1 (mm)	TSW (mm)	LSH (%)	FEA	Kriging	RSM	FEA	Kriging	RSM	FEA	Kriging	RSM
1	600.0	350.0	54.5	90.0	50.0	8.98	9.22	9.18	417.68	417.63	417.74	172.60	178.45	174.91
2	825.0	350.0	59.8	95.0	48.0	8.39	8.76	8.78	417.21	417.17	417.27	180.45	183.10	178.39
3	1050.0	350.0	65.0	87.5	51.0	7.68	7.65	7.69	417.74	417.85	417.79	178.51	178.96	178.28
4	1275.0	350.0	44.0	92.5	49.0	8.59	8.21	8.27	417.36	417.38	417.38	180.51	180.38	180.42
5	1500.0	350.0	49.3	85.0	52.0	7.69	7.15	7.19	417.90	417.89	417.90	178.75	180.28	180.32
Average % Error (%)							3.83	3.52		0.01	0.01		1.21	0.71

3.2 근사모델 종류에 따른 오차 검증

본 연구에서는 크리깅과 반응표면 모델 구성을 위해 직교배열표를 이용해 설계점을 생성하였다. 다양한 샘플링 방법 중 직교배열표를 선택한 이유는 쉽게 사용할 수 있다는 점이다.

근사모델 비교를 위해 OA(8,2,2,7)를 이용하여 실험점을 생성하였다. OA의 괄호 안의 첫 번째 숫자는 실험 횟수, 두 번째 숫자는 Strength, 세 번째 숫자는 수준수, 네 번째 숫자는 배치한 설계변수 수를 의미한다. 생성한 설계점을 이용하여 정상상태 롤링 해석을 수행하였다. Table 4에 5개의 테스트 점에 대해 각 반응치의 크리깅과 반응표면의 오차를 계산하여 나타내었다.

근사모델의 생성 평균 오차를 5% 이내로 설정하여 각각의 반응치에 대한 근사모델을 평가하였다.

타이어의 특성을 Interpolation과 Curve Fitting 중 어떤 것이 잘 반영하는지를 비교하기 위해 각각을 대표한 크리깅과 반응표면을 이용해 오차를 비교해 보았다. Table 4에 나타낸 것과 같이 근사모델 생성 오차를 비교해보면 크리깅의 경우 RR은 3.83%, BF는 0.01%, CS는 1.21%를 나타내었고 RSM의 경우 RR은 3.52%, BF는 0.01%, CS는 0.7%를 나타내었다.

근사모델은 항상 오차를 수반하게 된다. 앞서 비교한 근사모델 생성 방법에 따른 RR의 반응치 오차가 크리깅과 반응표면을 이용하였을 때 각각 3.83%, 3.52%로 나타났다. 두 근사모델 모두 4% 미만의 작은 오차를 보였다. 때문에 실험점 개수에 따른 오차 검증을 진행할 때는 반응표면 모델을 사용하기로 하였다.

4. 실험점 개수에 따른 비교 연구

4.1 실험점 개수에 따른 오차 검증

실험점 개수에 따른 오차 검증을 위해 OA(8,2,2,7), OA(18,2,3,7), OA(25,2,5,6)를 이용하여 실험계획을 수립하였다.

동일한 설계공간에서 수립된 3가지의 실험계획을 이용하여 반응치 RRc, BF, CS에 대한 해석을 수행하였다. 그리고 각각의 반응치별로 반응표면 모델을 구성하였다. 근사모델의 R^2는 0.9 이상, 생성 오차는 5% 이내로 설정하여 각각의 반응치에 대한 근사모델을 평가하였다.

Table 5 Validation of predicted models

	Model	R^2_{adj}	R^2_{pred}	E_{avg}	E_{rms}	E_{max}
$\hat{RR}$	$\hat{y}_8$	0.992	0.967	0.037	0.048	0.068
	$\hat{y}_{18}$	0.981	0.986	0.021	0.023	0.045
	$\hat{y}_{25}$	0.983	0.995	0.038	0.045	0.093
$\hat{BF}$	$\hat{y}_8$	0.996	0.984	0.105	0.143	0.203
	$\hat{y}_{18}$	0.999	0.999	0.012	0.014	0.029
	$\hat{y}_{25}$	0.988	0.996	0.158	0.197	0.431
$\hat{CS}$	$\hat{y}_8$	0.618	0	14.66	17.3	23.85
	$\hat{y}_{18}$	0.999	0.999	0.22	0.25	0.53
	$\hat{y}_{25}$	0.971	0.991	2.74	3.39	7.03

3가지 종류의 실험점 개수를 이용하여 생성된 근사모델에 대하여 오차 분석을 한 결과를 Table 5에 나타내었다. 8개의 설계점으로 생성한 $\widehat{CS}$ 의 경우 R^2_{adj}는

0.618, R^2_{pred}는 0으로 근사모델의 적합도가 좋지 않고 예측성도 떨어지는 것으로 나타났다. 18개와 25개의 설계점을 이용하여 만든 근사모델의 경우 0.9 이상의 R^2 값을 가지는 것으로 나타났다.

임의의 실험점에서 오차를 확인하기 위해 라틴 하이퍼큐브(optimal latin hypercube)를 이용하여 5개의 실험점을 생성하였다. 그리고 근사모델의 오차를 분석하여 Table 6에 나타내었다.

Table 6 Validation of predicted models using 5 random sample points

		%Error					
		Test 1	Test 2	Test 3	Test 4	Test 5	Avg.
$\hat{RR}$	$\hat{y}_8$	7.42	4.20	9.71	8.01	5.10	6.89
	$\hat{y}_{18}$	0.06	1.07	1.09	2.54	3.43	1.64
	$\hat{y}_{25}$	2.54	6.41	0.93	7.47	1.19	3.71
$\hat{BF}$	$\hat{y}_8$	0.01	0.00	0.02	0.00	0.03	0.01
	$\hat{y}_{18}$	0.00	0.02	0.00	0.02	0.02	0.01
	$\hat{y}_{25}$	0.01	0.03	0.01	0.00	0.00	0.01
$\hat{CS}$	$\hat{y}_8$	1.44	0.19	0.41	1.34	0.84	0.69
	$\hat{y}_{18}$	1.84	0.85	0.45	0.75	1.48	0.88
	$\hat{y}_{25}$	1.21	0.70	0.61	0.77	0.21	0.57

$\widehat{BF}$와 $\widehat{CS}$의 경우 1% 이내의 평균 오차가 발생하였고, $\widehat{RR}$의 경우 25개 설계점에서 3.71%, 18개 설계점에서 1.64%로 기준 오차 이내의 값을 나타냈지만, 8개 설계점의 경우 오차율이 6.89%로 오차 기준을 초과하였다.

앞서 수행한 오차 분석 결과를 통해 8개의 설계점을 이용한 근사모델은 설정한 기준을 만족하지 못하였다. $\widehat{RR}$의 경우 Table 5에서 보듯이 R^2의 값이 기준을 만족하고 있지만 Table 6에 나타낸 오차 기준을 만족하지 못하였고, $\widehat{CS}$의 경우 R^2가 기준 이하이지만 오차율이 기준 이내로 만족하고 있다.

이와 같은 사실로 볼 때 앞서 실시한 오차 검증 방법으로는 근사모델의 정도를 판단할 수 없었다. 따라서 추가로 예측값의 순위를 해석값과 비교해 보았다. 그 결과를 Table 7에 나타내었다. 이때 8개의 설계점을 이용한 근사모델의 $\widehat{RR}$과 $\widehat{CS}$ 순위는 해석결과의 순위를 예측하지 못했다. 8개 설계점을 이용한 근사모델 제외하고 18개와 25개의 설계점을 이용하여 생성한 근사모델은 해석값의 순위와 예측값의 순위가 거의 일치하는 것으로 나타났다.

다음과 같은 결과로 8개의 실험점을 제외하고 18개와 25개의 실험점으로 근사모델을 생성하였을 때 기준 오차를 만족하는 모델이 생성되는 것을 확인할 수 있었다.

5. 최적화 결과

본 연구에서는 현업에서는 될수록 적은 설계점을 사용하는 것이 유리하므로 18개 실험점을 이용해 생성한 근사모델을 이용하여 형상 최적설계를 수행하였다.

Table 7 Validation of predicted models using 5 random sample points

		RR					BF					CS				
		Test 1	Test 2	Test 3	Test 4	Test 5	Test 1	Test 2	Test 3	Test 4	Test 5	Test 1	Test 2	Test 3	Test 4	Test 5
FEA	Value	8.22	7.28	8.69	7.74	7.76	417.47	417.77	417.51	418.13	417.12	179.55	179.68	175.33	175.07	182.43
	Rank	2	5	1	4	3	4	2	3	1	5	3	2	4	5	1
$\hat{y}_8$	Value	7.61	7.58	9.54	8.36	8.16	417.42	417.77	417.57	418.13	417.23	182.13	180.01	176.04	172.71	180.86
	Rank	4	5	1	2	3	4	2	3	1	5	1	3	4	5	2
$\hat{y}_{18}$	Value	8.23	7.36	8.79	7.94	7.49	417.45	417.70	417.51	418.06	417.19	176.26	178.15	176.13	173.76	185.09
	Rank	2	5	1	3	4	4	2	3	1	5	3	2	4	5	1
$\hat{y}_{25}$	Value	8.43	7.74	8.77	8.32	7.85	417.42	417.67	417.47	418.12	417.11	177.38	178.41	176.40	173.73	182.77
	Rank	2	5	1	3	4	4	2	3	1	5	3	2	4	5	1

Table 8 Optimum design using RSM

Design variable					Predicted value			FEA value			%Error		
R_1 (mm)	R_2 (mm)	X_1 (mm)	TSW (mm)	LSH (%)	RR_C (kg_f/ton)	BF (kg_f)	CS (kg_f/deg)	RR (kg_f/ton)	BF (kg_f)	CS (kg_f/deg)	RR	BF	CS
1103.68	500.0	65.0	85.0	48.0	6.9	418.083	181.59	7.182	417.99	179.816	3.92	0.02	0.99

그 결과를 Table 8에 나타내었다. 초기 모델의 CS와 BF 이상의 값을 만족하는 범위에서 RRc는 24.2% 감소한 결과를 보였다. 예측값과 검증 해석을 실시한 결과 오차는 RRc는 3.92%, BF는 0.02, CS는 0.99%로 나타내어 정확한 예측을 하는 것으로 판단된다.

6. 결 론

본 연구에서는 타이어 외곽 형상에 대한 최적설계 시 생성되는 근사모델의 정도와 효율 확보를 위해 근사화 방법과 설계점 개수를 검토해 본 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 대표적인 근사모델 생성 방법인 크리깅과 반응표면법을 이용해 타이어의 외곽 형상 최적화를 수행하고 오차를 확인한 결과 각각 3.83%와 3.52%의 근소한 오차 차이를 보이고 있어 타이어 외곽 형상 최적화 시 어떤 방법을 사용해도 무방하다.
2. L_8, L_{18}, L_{25}의 직교배열표를 이용하여 실험점 개수에 따른 근사모델 생성 오차 분석을 수행한 결과 L_8은 오차 수준이 높았고 나머지 L_{18}, L_{25}는 허용 오차 내에서 근소하게 차이를 보이고 있어 상대적으로 실험 수가 적은 L_{18}이 효율성 측면에서 더 적당한 것으로 판단된다.
3. 이상에서 제시한 근사모델과 실험점 개수를 적용하여 타이어 형상 최적화를 수행한 결과 타이어 회전저항이 24.2% 감소한 타이어 형상을 도출할 수 있었고 제시된 형상을 재해석한 결과 최대 오차가 3.92%로 나타나 예측성이 우수한 것을 알 수 있었다.

참고문헌

1. Lee, S. J, Sohn, C. Y., "Navigating of EU Environmental Regulation for Tire", Auto journal, Journal of KSAE, Vol. 31, No. 3, pp. 16-27, 2009.
2. Kim, S. R, Sung, K. D., Kim, J. K., Cho, C. T., "A Study on Application of Artificial Neural Networks and Orthogonal Array for Performance Estimation of Tire", Journal of KSAE, Spring Conference Proceeding, pp. 1031-1036, 2006.
3. Kim, J. K., Bae, T. S., Lee, D. W., Lee, K. H., "Structural Design of a Tire Contour Based on Approximation Model", Journal of KSAE, Annual Conference Proceeding, pp. 1075-1082, 2009.
4. K. H. Lee and D. H. Kang, "Structural Optimization of an Automotive Door Using the Kriging Interpolation Method", Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part D: Journal of Automobile Engineering, Vol. 221, No. 12, pp. 1524-1534, 2007.
5. K. H. Lee and D. H. Kang, "A robust optimization using the statistics based on kriging metamodel", J. of Mechanical science and technology, Vol. 20, No. 8, pp. 1169-1182, 2006.
6. ABAQUS Standard User's Manual, Version 6.10, ABAQUS Inc.
7. Myers, R. H. and Montgomery, D. C., Response Surface Methodology - Process and Product Optimization Using Designed Experiments, John Wiley & Sons, New York, 1995.
8. J. Sacks, W. J. Welch, T. J. Mitchell and H. P. Wynn, "Design and Analysis of Computer Experiments", Statistical Science, Vol. 4, No. 4, pp. 409-435, 1989.
9. A. Guinta and L. Watson., "A Comparison of Approximation Modeling Techniques: Polynomial versus Interpolating Models", Proceedings of the 7th AIAA/USAF/NASA/ISSMO Symposium on Multidisciplinary Analysis and Optimization, St. Louis, Mo, AIAA, Vol. 2, pp. 392-440, 1998.