

# 사각 단열체가 존재하는 밀폐계 내부에서 Pr수 변화에 따른 자연대류 현상에 대한 수치적 연구

이 재 룡<sup>1</sup>

## NUMERICAL STUDY FOR PRANDTL NUMBER DEPENDENCY ON NATURAL CONVECTION IN AN ENCLOSURE WITH SQUARE ADIABATIC BODY

Jae Ryong Lee<sup>1</sup>

*The natural convection in a horizontal enclosure heated from the bottom wall, cooled at the top wall, and having a square adiabatic body at its centered area was studied. Three different Prandtl numbers (0.01, 0.7 and 7) were considered for an effect of the Prandtl number on natural convection. A two-dimensional solution for unsteady natural convection was obtained, using Chebyshev spectral methodology for different Rayleigh numbers varying over the range of  $10^4$  to  $10^6$ . It had been experimentally and numerically reported [1,2] that the heat transfer mode becomes oscillatory when Pr is out of a specific Pr band beyond the critical Ra. In this study, we reproduced this phenomenon numerically. The variation of time- and surface-averaged Nusselt numbers on the hot and cold walls for different Rayleigh numbers and Prandtl numbers was presented to show the overall heat transfer characteristics in the system. And also, the isotherms and streamline distributions were presented in detail to compare the physics related to their thermal behavior.*

**Key Words :** 자연대류(Natural Convection), Prandtl 수(Prandtl Number), 스펙트럴 기법(Spectral Method)

### 1. 서 론

자연대류는 열에너지 수송을 동반하는 유동 현상이다. 그 령기 때문에 열을 전달하는 매개체인 매질의 물리적 특성이 중요하다. 운동량에너지와 열에너지의 운송능력의 비율을 나타내는 Prandtl 수는 매질의 물리적 특성을 나타내는 열유동 현상을 연구할 때, 중요하게 거론되는 변수이다. Pr 수 변화에 따른 연구는 오래전부터 실험적으로나 수치해석적으로 연구되어 왔으며, 여전히 흥미로운 주제이다. 대표적으로, 맨틀 대류 현상은 고 Pr 수를 적용해서 해석할 수 있는 자연대류 응용 예제이다 [3]. Nakano 등[4] 은 얇은 사각 채널 내부에서 저 Pr 수를 가지는 매질에 대한 자연대류 현상을 수치해석하

였다. 또한, Pessa와 Piva[5] 는 층류영역에 대해서 열전달에 미치는 Pr 수의 영향에 대해서 연구하였으며, Pr 수가 증가함에 따라 평균 Nusselt 수도 증가한다고 보고하였다. Verzicco와 Camussi [6] 는 실린더형 형상에서 Pr 수의 영향을 보기 위해 난류영역의 자연대류 현상을 수치해석하였다. Simitev와 Busse [7] 는 매우 높은 Pr 영역에 대해서 회전하는 구형 밀폐계에서의 자연대류 현상을 연구하였다.

전자장비의 냉각, 열에너지 저장시스템, 제철 공정에서의 가열 및 냉각 등의 공학적인 관점에서는 복잡한 형상에 대한 유동해석이 보다 의미가 있다. 그 중에서, 횡방향 온도구배가 존재하는 밀폐계 내부에 대한 수치해석이 많이 수행되어 왔다. Vahl Davis [8]는 사각 밀폐계 내부에 횡방향 온도구배가 존재하는 경우에 대한 2차원 수치해석을 수행하였다. 이후 많은 연구자들이 장애물이 존재하는 밀폐계 내부에서의 자연대류 현상을 연구하였다. House 등 [9] 은 밀폐계 내부에 사각 전도체를 구현하여 열전도도비에 따른 열유동 현상을 해석하였다. Mezrhab 등 [10] 은 내부에 장애물이 존재하는 밀폐계

접수일: 2011년 6월 8일, 수정일: 2011년 9월 20일.

게재확정일 : 2011년 9월 21일

1 정회원, 한국원자력연구원

E-mail: jrlee@kaeri.re.kr

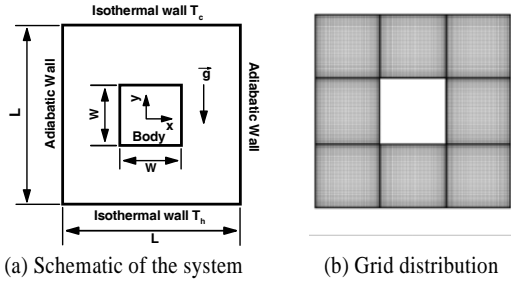


Fig. 1 Schematics and grid distribution of the system

내부에 복사열전달 효과가 고려된 자연대류 현상을 수치해석 하였다. 최근에는 가상경계기법 등의 수치기법의 발달로 인해서, 내부의 장애물을 보다 다양하게 구현할 수 있게 되었다. 즉, 밀폐계 내부에 사각/원형 장애물을 구현한다던지, 장애물의 위치 변화에 따른 내부 유동장의 변화에 대한 연구가 가능하게 되었다. [11, 12] 그러나, 장애물이 존재하는 밀폐계 내부의 자연대류에 대한 연구들은 일정한 Pr 수에 대해서 수행된 연구이다.

이상의 연구들에서 볼 수 있는 바와 같이, 장애물이 존재하는 밀폐계 내부에 다양한 Pr 수에 대한 연구는 전무하다. 본 연구에서는 내부에 사각 장애물이 존재하는 경우에 대한 밀폐계 내부에 대해서 다양한 Pr 수에 대한 2차원 수치해석을 수행함으로써 Pr 수가 자연대류에 미치는 영향을 파악하고자 한다. Pr 수의 영향을 보기 위해, Pr 수는 0.01, 0.7 그리고 7을 선택하였다. 그리고 Rayleigh 수 영역은  $10^4 \sim 10^6$ 이다. 이 영역에서, 유동은 Ra수와 Pr 수에 따라서 정상상태 혹은 주기적 패턴을 가지는 비정상상태 등을 나타낼 수 있다.

## 2. 지배방정식 및 수치해석 방법

Fig. 1(a)는 본 연구에서 사용한 사각물체가 존재하는 밀폐계의 형상을 나타낸 것이다. 밀폐계는 정사각형이고, 종횡비는 1이다. 내부에 정사각형의 물체가 존재하며, 한 변의 길이는 W이다. 밀폐계의 아래 평판은  $T_h$  그리고 윗 평판은  $T_c$ 의 일정 온도를 유지한다. 본 연구에서의 형상은 z 방향으로 변수들의 값이 변하지 않는 2차원 문제로 가정하였다. 유체의 물성치는 일정하다고 가정하였다. 단, 부력 항을 나타내는 유체의 밀도는 Boussinesq 가정을 사용하여 정의하였다.

위 형상에 대한 열유동 해석을 위해 아래의 무차원 연속 방정식, 운동량 보존 방정식 및 에너지 보존 방정식을 사용하였다.

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla \vec{u} = -\nabla p + \text{Pr} \nabla^2 \vec{u} + \text{Ra} \text{Pr} \theta \vec{k}_2 \tag{2}$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla \theta = \nabla^2 \theta \tag{3}$$

위의 방정식에서 무차원 변수들의 정의는 다음과 같다.

$$t = \frac{t^* \alpha}{L^2}, x = \frac{x^*}{L}, u = \frac{u^* L}{\alpha}, \tag{4}$$

$$p = \frac{p^* L^2}{\rho \alpha^2}, \theta = \frac{T - T_c}{T_h - T_c}$$

여기서,  $\rho, T, \alpha$ 는 차원이 존재하는 밀도, 온도, 열확산계수를 나타낸다. 상첨자 \*는 차원이 있는 변수임을 나타낸다.  $\vec{u}, p, t$  그리고  $\theta$ 는 각각 무차원화된 속도, 압력, 시간 및 온도를 나타낸다. 식 (2)에서 정의된 중요한 무차원 변수인 Pr 수와 Ra 수는 다음과 같이 정의된다.

$$\text{Pr} = \frac{\nu}{\alpha}, \quad \text{Ra} = \frac{g \beta L^3 \Delta T}{\nu \alpha} \tag{5}$$

여기서,  $\nu, g$  및  $\beta$ 는 각각 동점성계수, 중력가속도 및 열팽창계수를 나타낸다.

위의 지배 방정식 (1)~(3)에 대한 수치해를 구하기 위하여 다 영역 스펙트럴 방법 (multi-domain spectral method)을 사용하였다. [13] 다영역 기법은 계산 영역 내부의 장애물 등을 표현하기에 용이하기 때문에, 핀튜브 열교환기 [14], 교반탱크 내부의 임펠러 [15] 등의 실제 공학적인 문제에 적용하기 쉽다. 밀폐계는 내부에 장애물이 존재하기 때문에 밀폐계 내부는 Fig. 1(b)에 보여준 것처럼 8개의 부 영역(sub-domain)으로 나누어져 있다. 각 부 영역마다 x 및 y 방향으로  $51 \times 51$ 개의 격자수를 사용하여 계산을 수행하였다. 각각의 부 영역에서는 체비셰프 전개 (Chebyshev expansion)를 사용하였으며, 이로 인하여 격자점은 비균일 Gauss-Lobatto 점들로 이루어진다.

시간에 대한 적분을 위하여 2단계 시간 분할 방법 (two-step time-splitting method)를 사용하였다. 첫 번째 시간 적분 단계인 'n' 시간에서 중간 시간 '\*' 단계에서는 대류-확산 방정식 (advection-diffusion equation)에 대한 해를 구한다. 이때 비선형 항인 대류항의 적분을 위하여 3차의 양해법인 Adams-Bashforth 기법을 사용하였다. 확산 항에 대한 적분을 위하여 음해법인 Crank-Nicolson 기법을 적용하였다. 이렇게 구한 속도장을 사용하여, 압력에 대한 포아송 (Poisson) 방정식에 대한 해를 음해법을 사용하여 구하였다. 압력-수정 단계인 'n+1' 단계에서 최종의 divergence-free 조건을 만족하는 속도를 구한다. 온도장에 대한 해는 속도장과 유사한 방법을 사

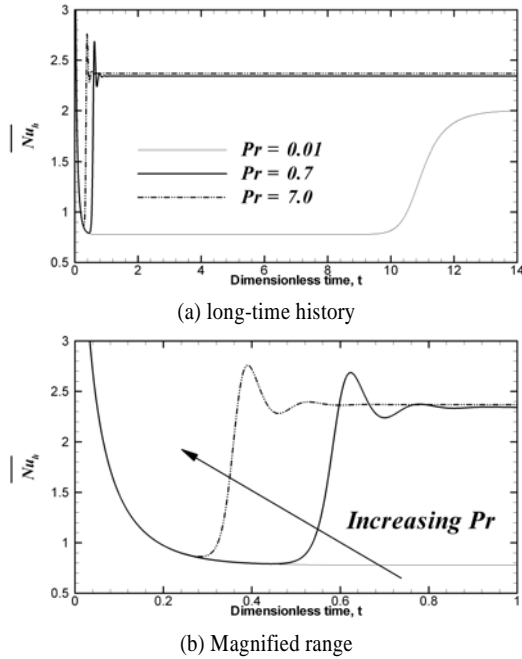


Fig. 2 Surface-averaged Nusselt number at bottom hot wall at Ra=10<sup>4</sup>

용하여 구한다. [16]

벽면에서의 국소 Nusselt 수, 공간 평균 Nusselt 수 그리고 시간 및 공간 평균 Nusselt 수는 아래 식 (6)과 같이 정의한다.

$$Nu = \frac{\partial \theta}{\partial n}, \overline{Nu} = \frac{1}{L} \int_0^L NudS, \langle \overline{Nu} \rangle = \frac{1}{t_p} \int_0^{t_p} \overline{Nu} dt \quad (6)$$

여기서 L 및 t<sub>p</sub>는 각각 고온벽면 길이 및 시간 적분 구간을 나타낸다.

본 연구에서 적용한 다영역 스펙트럴 수치기법을 이용한 연구는 수직 밀폐계 내부에 전도체가 존재 및 존재하지 않는 경우에 대한 계산 수행하여 검증하였다. [17~19] 이를 통해 해석 알고리즘의 정확성 및 응용영역에 대한 확장성을 키울 수 있었다.

### 3. 결과 및 해석

#### 3.1 Ra=10<sup>4</sup>

Fig. 2는 Ra=10<sup>4</sup>일 때 고온벽면에서의 평균 Nu 수를 나타낸 것이다. 유동은 Pr 수에 상관없이 정상상태로 도달한다.

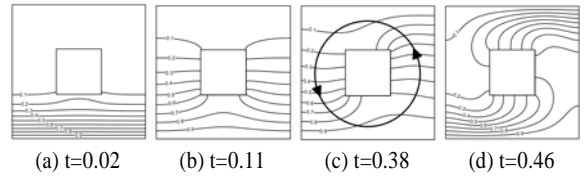


Fig. 3 Snapshots of the isotherms for Pr=0.7 at Ra=10<sup>4</sup>

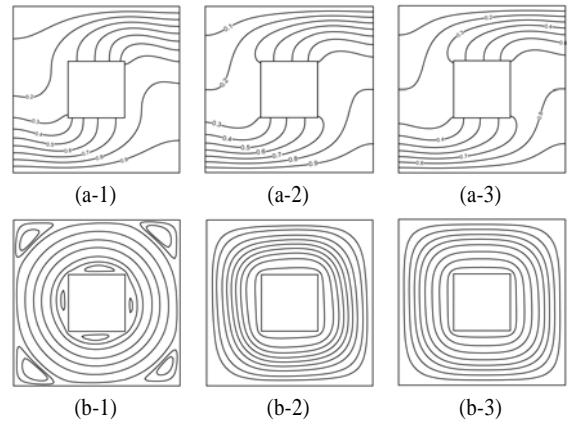


Fig. 4 Distribution of isotherms and streamlines at Ra=10<sup>4</sup>: (a-1) isotherms for Pr=0.01; (a-2) isotherms for Pr=0.7; (a-3) isotherms for Pr=7; (b-1) streamlines for Pr=0.01; (b-2) streamlines for Pr=0.7; (b-3) streamlines for Pr=7

Fig 2(b)에서 알 수 있는 바와 같이, Pr 수는 대류 모드가 나타나는 시점에 영향을 미친다. 즉, Pr 수가 증가할수록, 대류 모드가 일찍 나타난다. 왜냐하면, Pr 수가 증가할수록, 운동량 확산이 에너지 확산에 비해서 지배적이기 때문에 대류가 촉진되기 때문이다. 반면, 저 Pr (=0.01)수의 경우, 운동량 확산의 비율이 작기 때문에 대류가 즉시 나타나지 않는다. 즉, 준정상상태 (quasi-steady) [20] 가 일정 기간 동안 지속된다. Pr 수가 0.7 또는 그 이상일 때, 평균 Nu 수는 정상상태에 도달하기 전 진동하는 패턴이 나타난다. 이는 정상상태로 수렴하기 위한 안정화 과정이다.

유동이 발생하여 정상상태로 도달하는 동안의 상세한 현상을 Fig. 3에 나타내었다. 대류 모드가 발생하는 시점의 차이가 있을 뿐, 나타나는 현상 자체는 Pr 수에 상관없이 비슷하기 때문에, Fig. 3에서는 Pr=0.7 일 때의 온도장을 나타내었다. 초기에, 하부의 고온벽면으로부터 발생한 열기둥(plume)이 밀폐계 하부영역에서 발달하며, (Fig. 3(a), (b)) 이 때, 유동패턴은 y-축 방향 대칭성, (7)을 보인다. 이 후, 대칭성을 보이는 온도장이 붕괴되고 (Fig. 3(c)) 내부 장애물 주위를 회전하는 유동장을 형성한다. (Fig. 3(d)) 정상상태에 도달한 열유동장은 대각 대칭성, (8)을 만족한다.

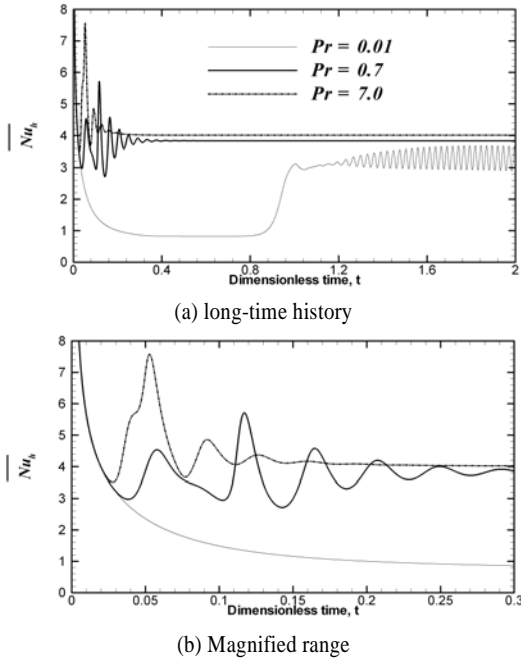


Fig. 5 Surface-averaged Nusselt number at bottom hot wall at  $Ra=10^5$

y-axis symmetry:

$$[u', v', \theta', x', y'] \leftarrow [-u, v, \theta, -x, y] \quad (7)$$

diagonal symmetry:

$$[u', v', \theta', x', y'] \leftarrow [-u, -v, (1-\theta), L-x, -y] \quad (8)$$

Fig. 3(c)~(d)는 정상상태에 도달하기 직전 평균 Nu 수가 급격히 증가하는 구간에 해당한다. 고온벽면으로부터 발생한 플룸이 장애물 주위를 회전하는 셀(cell)형태의 유동장으로 되는 순간, 상하부 벽면의 열전달율을 급격히 증가한다. 내부 사각물체 주위를 회전하는 유동의 방향은 분리기론(bifurcation theory) [21] 에 의해 어느 방향으로든 나타날 수 있으며, 본 연구에서는 반시계 방향으로 회전한다.

Fig. 4는 Pr 수에 따른 정상상태에서의 유동패턴을 나타낸 것이다. Fig. 2를 통해서 알 수 있는 바와 같이,  $Pr=0.7$ 과 7일 때의 유동패턴은 매우 유사하다. 저 Pr 수의 유체는 주어진 Ra 수에 대해서 상대적으로 큰 Grashof 수를 가지기 때문에 큰 온도 구배를 나타낸다. [22] 그렇기 때문에, Fig. 4(b-1)와 같이, 밀폐계 내부에서의 유동이 보다 활발하고, 그로 인해 밀폐계 가장자리에서의 이차와류 (secondary vortices)도 나타나는 경향을 보인다. 반면, 고 Pr 수를 가지는 유체의 유동인 경우, 사각 물체 주위를 회전하는 유동은 상대적으로 성층화 되고, 밀폐계 가장자리에서의 이차와류도 매우 작게 나타나거

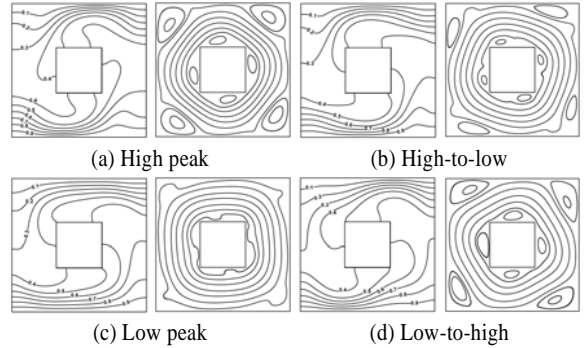


Fig. 6 Snapshots of isotherms for  $Pr=0.01$  at  $Ra=10^5$

나 혹은 소멸된다. (Fig. 4(a-3), (b-3))

### 3.2 $Ra=10^5$

Fig. 5는  $Ra=10^5$ 일 때의 평균 Nu 수를 나타낸 것이다. Pr수가 0.7 혹은 그 이상일 때, 평균 Nu 수는 초기에 진동하는 패턴을 보인 후 정상상태에 도달한다. 이는  $Ra=10^4$ 일 때와 유사하다. 다만, 초기의 진동구간에 차이가 있다. 즉, 부력이 증가함에 따라서, 회전하기 시작한 유동의 관성에 의해서 유동이 진동하면서 정상상태로 진행된다. Fig. 5(b)의 확대된 그림을 통해서 알 수 있는 바와 같이, Pr 수가 증가함에 따라서, 유동장도 정상상태에 빨리 도달한다. Fig. 3에 나타난 그림과는 달리,  $Ra=10^5$ 일 때에는 초기의 플룸이 y-축 대칭을 유지하지 않고 곧바로 오른쪽 단열 벽면과 장애물 사이 영역에서 성장하기 시작한다. 이후, 장애물 주위를 회전하는 유동패턴을 형성한 후 진동구간을 지나서 정상상태에 도달한다. 보다 상세한 거동에 대한 설명은 Lee et. al. [23]에 나타나 있다.

반면,  $Pr=0.01$ 일 때의 유동패턴은  $Pr=0.7$  혹은 7일 때의 결과와 전혀 다르다.  $Pr=0.01$ 일 때의 유동은 정상상태로 수렴하지 않고, 특정 주파수를 가진 채 진동하는 패턴을 나타낸다. 이전 연구자들의 결과에 따르면, 저 Pr 수의 유체인 경우, 비록 Ra 수가 임계값을 약간 초과했음에도 불구하고 유동이 진동패턴을 보일 수도 있음을 보고하였다. [2, 24] Fig. 5에 나타난 바와 같이  $t=0.8$  구간까지는 준 정상상태(quasi-steady)의 전도모드를 나타내지만, 이후 대류모드가 나타나면서 내부 장애물 주위로 회전하는 유동장이 나타나고, 이 회전 유동장은 정상상태로 수렴하지 않고 반복적으로 진동하는 패턴을 나타낸다. Fig. 5에 나타난 진동패턴은 Arcidiacono 등 [25]의 결과와 매우 유사한 패턴을 나타냄을 알 수 있다.

$Pr=0.01$ 일 때의 시간에 따른 회전유동의 패턴을 Fig. 6에 나타내었다. 시간에 따른 평균 Nu 수는 사인파형의 진동을 나타내기 때문에, Fig. 6(a)~(d)는 각각 Nu 수가 최대/최소

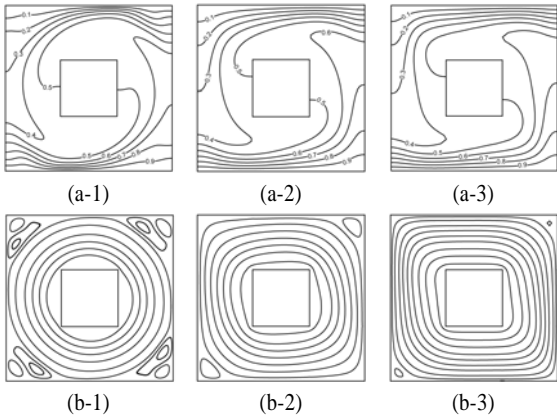


Fig. 7 Distribution of isotherms and streamlines at  $Ra=10^5$ :  
 (a-1) isotherms for  $Pr=0.01$ ; (a-2) isotherms for  $Pr=0.7$ ;  
 (a-3) isotherms for  $Pr=7$ ; (b-1) streamlines for  $Pr=0.01$ ;  
 (b-2) streamlines for  $Pr=0.7$ ; (b-3) streamlines for  $Pr=7$

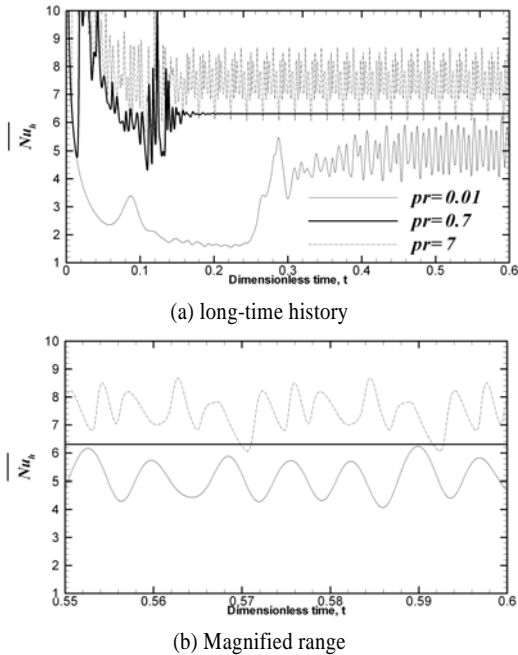


Fig. 8 Surface-averaged Nusselt number at bottom hot wall at  $Ra=10^6$

때와 그 사이의 변곡점에서의 유동패턴이다. 각 상태에서 유동패턴은 모두 대각 대칭을 만족한다. 평균 Nu 수가 국소적으로 최대값을 나타낼 때 (Fig. 6(a)), 회전 유동장은 가속되고, 상하부 벽면으로 향하는 플룸이 활성화되어, 벽면에서의 온도 구배가 상대적으로 크다. 반면, Fig. 6(c)는 Nu 수가 최소값을 나타낼 때의 유동패턴이다. 이 때, 회전 유동장은 밀폐계 내

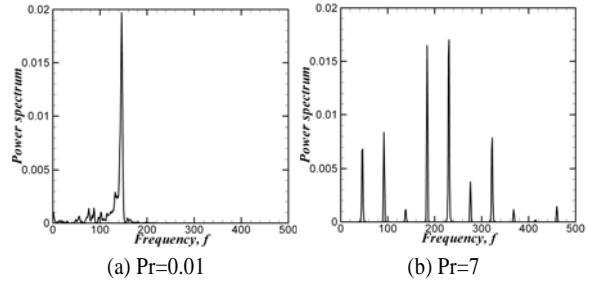


Fig. 9 Power spectrum of the Surface-averaged Nusselt number at bottom hot wall at  $Ra=10^6$

부영역에서 성층화되고, 가장자리에서의 이차와류의 크기가 최소화된다. 한편, 회전유동장이 진동함에 따라, 밀폐계의 가장자리에 존재하는 이차와류의 형상도 주기적으로 변한다. 즉, 횡축과 종축의 길이가 주기적으로 변하는 타원형의 모양을 지속적으로 반복한다. (Fig. 6(b), (d))

Fig. 7은 모든 Pr 수에 대해서 온도장과 유선을 나타낸 것이다. Fig. 5에서 설명한 바와 같이,  $Pr=0.01$  일 때는 주기적인 진동패턴을 나타내기 때문에, 진동구간에 대해서만 시간평균한 유동장이며, 나머지 두 케이스는 정상상태의 결과를 나타낸 것이다.  $Pr=0.01$ 일 때는 진동구간을 시간평균하였기 때문에, 원형의 회전유동장과 가장자리에서의 한 쌍의 이차와류가 나타난다. 다른 두 케이스의 경우 ( $Pr=0.7, 7$ ), 유동은 보다 성층화되고, Pr수가 클수록 가장자리에서의 이차와류는 그 크기가 감소한다.

### 3.3 $Ra=10^6$

Fig. 8은  $Ra=10^6$ 일 때의 평균 Nu수를 나타낸 것이다. 또한, 그에 따른 파워 스펙트럼 (Power spectrum)을 Fig. 9에 나타내었다.  $Pr=0.7$ 인 경우, 유동은 여전히 정상상태로 도달함을 알 수 있다. 반면,  $Pr=0.01$ 과 7인 경우에는 정상상태로 도달하지 못하고, 주기적으로 반복하는 패턴을 나타낸다.

$Pr=0.01$ 일 때의 유동패턴은 Fig.9(a)에 나타난 바와 같이, 하나의 지배적인 특정 주파수를 갖는다. 이러한 저 Pr 수의 유동특징은 이전 연구자들의 결과와 유사한 패턴 [25]을 잘 나타내며, 앞 절( $Ra=105$ )에서 상세히 설명하였다. 그러나  $Pr=7$ 인 경우,  $Ra=105$ 일 때 정상상태인 유동장이 Ra 수가 증가함으로 인해서 주기적으로 진동하는 유동패턴으로 바뀌었다. 또한, 회전 유동장을 특징짓는 주파수도 여러 영역에서 나타남을 Fig. 9(b)를 통해서 알 수 있다. 저 Pr수인 경우에 나타났던 진동패턴이 고 Pr 수에서도 나타나는 것은 실험적으로나 수치해석적으로 잘 알려져 있음을 앞서 설명하였다. [1,2,22,24,25] 또한, Pr 수가 상대적으로 작을 때에는, 진동 패

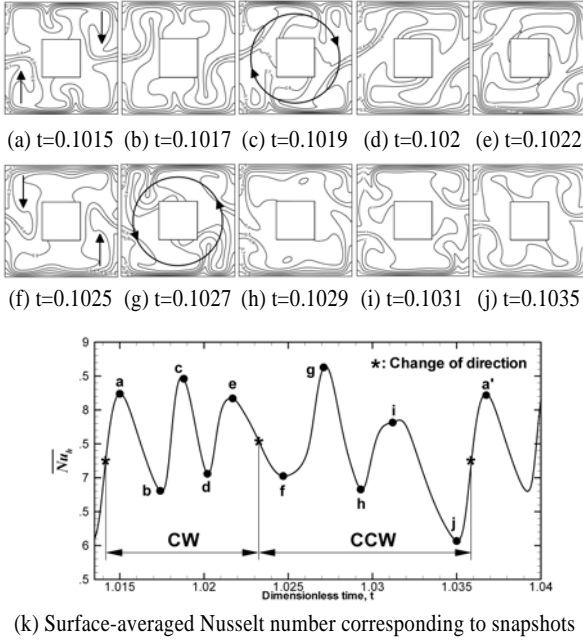


Fig. 10 Snapshots of isotherms for  $Pr=7$  at  $Ra=10^6$

턴이 약하지만 대류모드가 먼저 나타나고,  $Pr$  수가 커지면 진동패턴은 보다 복잡해지고, 여러개의 주파수를 가지는 유동장으로 천이된다. 한편,  $Ra=10^6$ 인 영역은 유동이 매우 가속되는 영역이기 때문에, 격자의존성을 재확인 할 필요가 있다. 그렇기 때문에, 각  $Pr$  수에 대해서 부영역에 대해서 보다 조밀한  $123 \times 123$  (전체 121,032)의 격자 시스템에 대해서 결과들을 재확인하였으며, 동일한 결과를 나타내었다. Fig. 10은  $Pr=7$ 인 경우에 대한 순간 온도장을 시간의 흐름에 따라 나타낸 것이다. Fig. 10(a)~(j)는 Fig. 10(k)의 a~j 지점에서의 순간온도장이다.  $Pr=0.01$ 의 유동장과의 차이점은 시간이 흐름에 따라 장애물 주위를 회전하는 유동장의 회전방향이 주기적으로 바뀐다는 것이다. Fig. 10(k)에 시간의 흐름에 따른 회전방향을 표시하였다. 그러나 회전방향은 분기이론에 따라 그 순서가 바뀔 수 있다.

Fig. 11은 시간 평균한 유동장을 나타낸 것이다. 여기서,  $Pr=0.7$ 인 경우는 정상상태에 도달하므로, 수렴된 값이다.  $Pr=0.01$ 인 경우 근본적으로 부력의 증가로 인한 회전유동이 가속되었지만, 유동패턴이 급격히 변하지 않았기 때문에, 그 결과가  $Ra=10^5$ 일 때와 거의 유사하다. 반면,  $Pr=7$ 인 경우는 반복적인 진동구간만을 시간평균 하였음에도 불구하고, 축대칭을 나타내지 않는다. 그 이유는 Fig. 10(k)에 나타난 바와 같이, 회전유동장의 회전구간이 정확히 같지 않고, 반시계방향 회전이 더 길기 때문이다.

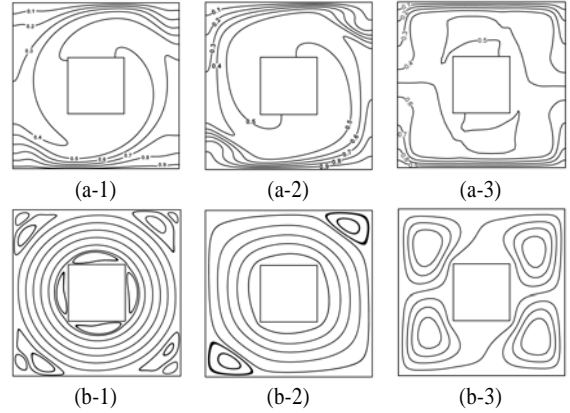


Fig. 11 Distribution of isotherms and streamlines at  $Ra=10^6$ : (a-1) isotherms for  $Pr=0.01$ ; (a-2) isotherms for  $Pr=0.7$ ; (a-3) isotherms for  $Pr=7$ ; (b-1) streamlines for  $Pr=0.01$ ; (b-2) streamlines for  $Pr=0.7$ ; (b-3) streamlines for  $Pr=7$

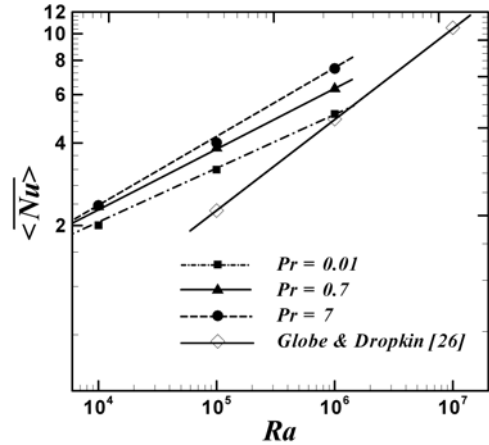


Fig. 12 Time- and surface-averaged Nusselt number at the hot walls as a function of Rayleigh number for different Prandtl numbers

### 3.4 시간 및 공간 평균 Nu 수

Fig. 12은 고온 벽면에서의 시간 및 공간 평균한  $Nu$  수를  $Ra$  수의 함수로 나타낸 것이다.  $Ra$  수가 증가함에 따라, 부력이 커지기 때문에, 벽면에서의 열전달 효율도 대수적으로 (logarithmically) 증가한다. 또한, 본 연구에서 다룬 영역의 대류모드에서는,  $Pr$  수가 증가함에 따라, 평균  $Nu$  수도 증가함을 알 수 있다. Fig.12에 비교를 위하여 Globe & Dropkin [26]의 결과를 함께 나타내었다. 이 실험은 수평 밀폐계 내부에서  $Pr=0.025$ 의 수온을 이용한 결과이며,  $1.5 \times 10^5 < Ra < 4 \times 10^7$ 의 영역에 해당한다. 저  $Ra$ 수에서는 내부 단열 물체가 유동의 불안정성으로 인해 대류모드를 촉진시키게 되고, 그에 따라 평

균 Nu수가 이전 문헌[26]에 비해 상대적으로 크게 나타나게 된다. 위의 계산을 통한 고온 벽면에서의 평균 Nu수는 다음과 같은 관계식으로 나타낼 수 있다.

$$\langle \bar{N} \rangle = 0.295 Ra^{0.224} Pr^{0.052} \quad (9)$$

#### 4. 결 론

본 연구에서는 내부에 사각 물체가 존재하는 밀폐계 내부에서 Pr 수의 변화에 따른 자연대류 현상에 대해서 수치해석을 수행하였다. 난류영역으로 천이되기 전인, 비교적 저 Ra수 ( $\sim 10^6$ )에서는 유동이 주기적 진동패턴을 나타낸다는 것이 일반적으로 알려져 있으며, 다양한 Pr수에 대해서 그 진동특성을 파악해 보고자 하였다. 밀폐계 내부에 존재하는 사각 실린더를 고려하기 위하여 다영역 기법을 사용하였으며, 보다 정확한 수치 계산 결과를 얻기 위하여 스펙트럴 기법을 적용하였다.

Ra 수가 작을 때 ( $Ra=10^4$ ), 유동은 Pr 수와 상관없이 정상상태로 수렴한다. 그러나, 축대칭이 붕괴되는 시점은 Pr 수에 영향을 받는다. 즉, Pr 수가 커짐에 따라, 축대칭이 일찍 붕괴된다. Ra 수가 증가함에 따라, 대류 안정성은 Pr에 영향을 받는다.  $Pr=0.01$ 인 경우 회전유동장은 주기적으로 반복하는 패턴을 보인다. 그러나, 보다 큰 Pr 수의 경우 ( $Pr=0.7, 7$ ), 유동은 진동하지 않고, 여전히 정상상태를 유지한다.  $Ra=10^6$ 이 되면, 고 Pr 수( $=7$ )인 경우에는 유동이 진동패턴을 나타내며, 회전방향이 주기적으로 변한다. 하지만,  $Pr=0.7$ 인 경우는 모든 Ra 영역에 대하여, 정상상태를 유지한다.

고온 벽면에서의 시간 및 공간 평균한 Nu 수는 Ra 수가 증가함에 따라 대수적으로 증가한다.

#### 후 기

본 연구는 교육과학기술부가 지원하는 원자력연구개발사업의 일환으로 진행되었습니다. (Grant code: M20702040002 - 08M0204 - 00210)

#### 참고문헌

[1] 1989, Kek, V., "Benard-Konvektion in flussigen Natrium-schichten", Ph.D. Dissertation, Universitat Karlsruhe.  
 [2] 1990, Clever, R.M. and Busse, F.H., "Convection at very low Prandtl number", *Physics of fluids*, Vol.2, p.334-339.  
 [3] 1974, McKenzie, D.P., Roberts, J.M. and Weiss, N.O.,

"Convection in the earth's mantle: towards a numerical simulation," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol.62, p.465-538.  
 [4] 1998, Nakano, A., Ozoe, H. and Churchill, S.W., "Numerical computation of natural convection for a low-Prandtl-number fluid in a shallow rectangular region heated from below", *Chemical Engineering Journal*, Vol.71, pp.175-182.  
 [5] 2009, Pessa, T. and Piva, S., "Laminar natural convection in a square cavity: Low Prandtl numbers and large density differences," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol.52, pp.1036-104.  
 [6] 1999, Verzicco, R. and Camussi, R., "Prandtl number effects in convective turbulence," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol.383, pp.55-73.  
 [7] 2005 Simitev, R. and Busse, F.H., "Prandtl-number dependence of convection-driven dynamos in rotating spherical fluid shells," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol.532, pp.365-388.  
 [8] 1983, Vahl Davis, G., "Natural Convection of Air in a Square Cavity: A Bench Mark Numerical Solution," *International Journal of Numerical Methods in Fluids*, Vol.3, pp.249-264.  
 [9] 1990, House, J.M., Beckermann, C. and Smith, T.F., "Effect of a centered conducting body on natural convection heat transfer in an enclosure," *Numerical Heat Transfer, Part A*, Vol.18, pp.213-225.  
 [10] 2006, Mezrhab, A., Bouali, H., Amaoui, H. and Bouzidi, M., "Computation of combined natural-convection and radiation heat-transfer in a cavity having a square body at its center," *Applied Energy*, Vol.83, pp.1004-1023.  
 [11] 2009, Yoon, H.S., Ha, M.Y., Kim, B.S. and Yu, D.H., "Effect of the position of a circular cylinder in a square enclosure on natural convection at Rayleigh number of 107," *Physics of Fluids*, Vol. 21, 047101-1 - 047101-11.  
 [12] 2010, Jeong, H.K., Yoon, H.S., Ha, M.Y. and Tsutahara, M., "An immersed boundary-thermal lattice Boltzmann method using an equilibrium internal energy density approach for the simulation of flows with heat transfer," *Journal of Computational Physics*, Vol.229, pp.2526-2543.  
 [13] 1989, Streett C.L. and Macaraeg, M.G., "Spectral Multi-Domain for Large-Scale Fluid Dynamic Simulations," *Applied Numerical Mathematics*, Vol.6, pp.123-139.  
 [14] 2004, Lee, D.H., Ha, M.Y., Balachandar, S. and Lee, S.S., "Numerical Simulations of Flow and heat transfer Past a

- Circular Cylinder with a periodic array of Fins, *Physics of Fluids*, Vol.16, pp.1273-1286.
- [15] 2001, Yoon, H.S., Sharp, K.V., Hill, D.F., Adrain, R.J., Balachandar, S., Ha, M.Y. and Kar, K., "Integrated Experimental and Computational Approach of Flow in a Stirred Tank," *Chemical Engineering Science*, Vol.56, pp.3714-3728.
- [16] 2002, Parker, S.J. "Stability and vortex shedding of bluff body arrays," PhD Thesis, University of Illinois, Urbana, IL.
- [17] 2005, Lee, J.R. and Ha, M.Y., "A numerical study of natural convection in a horizontal enclosure with a conducting body," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol.48, pp.3308-3318.
- [18] 2006, Lee, J.R. and Ha, M.Y., "Numerical simulation of natural convection in a horizontal enclosure with a heat-generating conducting body," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol.49, pp.2684-2702.
- [19] 2007, Lee, J.R., Ha, M.Y. and Balachandar, S., "Natural convection in a horizontal fluid layer with a periodic array of internal square cylinders - Need for very large aspect ratio 2D domains," *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol.28, pp.978-987.
- [20] 1978, Kelly, R.E. and Pal, D., "Thermal convection with spatially periodic boundary conditions: resonant wavelength excitation," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol.86, pp.433-456.
- [21] 2008, Puigjaner, D., Herrero, J., Simó, C. and Giralt, F., "Bifurcation analysis of steady Rayleigh - Bénard convection in a cubical cavity with conducting sidewalls," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol.598, pp.393-427.
- [22] 1986, Bertin, H. and Ozoe, H., "Numerical study of two-dimensional natural convection in a horizontal fluid layer heated from below, by finite-element method: influence of Prandtl number," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol.29, pp.439-449.
- [23] 2004, Lee, J.R, Ha, M.Y., Balachandar, S., Yoon, H.S. and Lee, S.S., "Natural convection in a horizontal layer of fluid with a periodic array of square cylinders in the interior," *Physics of Fluids*, Vol.16, pp.1097-1117.
- [24] 1995, Ozoe, H. and Hara, T., "Numerical analysis for oscillatory natural convection of low Prandtl number fluid heated from below," *Numerical Heat Transfer Part A*, Vol.27, pp.307-317.
- [25] 2001, Arcidiacono, S., Di Piazza, I., Ciofalo, M., "Low-Prandtl number natural convection in volumetrically heated rectangular enclosures, II. Square cavity, AR=1," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol.44, pp.537-550.
- [26] 1959, Globe, S. and Dropkin, D., "Natural convection heat transfer in liquids confined by two horizontal plates and heated from below," *Transaction of ASME, Journal of heat transfer*, pp.24-28.