

삼각봉을 지나는 층류유동에 대한 입구유동각도 변화의 영향

박 태 선¹

EFFECTS OF INFLOW ANGLE ON LAMINAR FLOW PAST A TRIANGULAR CYLINDER

Tse Seon Park¹

Laminar Flow over an equilateral triangular cylinder is studied for several inflow angles. Under an uniform flow of $Re_d = 50, 75, 100, 125, 150$, the triangular cylinder is rotated by $\theta = 0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ, 90^\circ, 105^\circ$. The governing equations are solved by the PISO algorithm based on the finite volume method of the unstructured grid system. The effects of the inflow angle on the vortex-shedding flows are investigated. The Strouhal number shows a minimum at $\theta = 60^\circ$. It is closely related to the variation of pressure and flow structure induced by the movement of separation points.

Key Words : 삼각봉(Triangular Cylinder), 와류홀림주파수(Strouhal number), 입구유동각도(Inflow Angle)

1. 서 론

삼각봉은 원봉과 달리 유동박리점이 고정된 둔각물체(bluff body)의 한 예이다. 삼각봉주위의 유동은 원봉을 지나는 유동 특성에 의해서 설명되어질 수 있는 일반적인 특성과 사각봉과 같이 날카로운 형상조건에 의한 다양한 유동구조를 보인다. 유동이 발달함에 따라서 삼각봉의 뒤에 대칭 혹은 비대칭의 와류가 생성되고, 일정한 레이놀즈수 이상에서 Karman Vortex라는 층류와류홀림이 발생한다[1]. 이 영역에서는 주기가 일정한 유동구조를 보이지만 레이놀즈수가 더욱 증가하면 천이구간을 거쳐 난류영역으로 변해간다. 이러한 와류홀림 구조의 존재는 유동구조와 밀접한 관계를 가지는 압력섭동, 구조진동, 유동소음 등의 변화에 커다란 영향을 준다. 따라서 많은 연구자들은 와류홀림의 변화에 대해 오랫동안 관심을 가져왔다. 그렇지만 대부분의 연구는 원봉에 대한 연구이고 삼각봉에 대해서는 상대적으로 연구가 미흡한 실정이다. 그러므로 열교환기, 연소기 등 여러 응용분야를 가지고 있는 삼각봉의 후류의 비정상 박리유동에 대한 신뢰성 있는 연구는 학문적으로 커다란 의미가 있다.

삼각봉을 지나는 유동에 대한 기존의 연구들을 살펴보면,

접수일: 2011년 5월 31일, 수정일: 2011년 9월 7일,

계재확정일: 2011년 9월 8일.

1 종신회원, 경북대학교 기계공학부

E-mail: tsparkjp@knu.ac.kr

Jackson[2]은 이등변삼각형의 단면을 가지는 삼각봉에서 와류홀림이 발생하는 조건에 대한 연구를 수행하였다. 또한 Zielinska와 Wesfreid[3]는 정삼각형의 단면을 가지는 삼각봉에 대한 수치해석 연구를 수행하였다. 이들의 결과는 원봉일 때 와류홀림이 발생하는 레이놀즈수 보다 작은 Re 에서 와류홀림이 발생됨을 보여주었다. 최근에 De와 Dalal[4]은 $10 \leq Re \leq 250$ 의 범위에서 정삼각형의 단면을 가지는 삼각봉에 대해 와류홀림주파수 변화에 대한 연구를 수행하였다.

본 연구에서는 정삼각형의 단면을 가지는 삼각봉을 지나는 2차원 층류유동에 대해서 전산해석을 수행하고자 한다. 원봉과 달리 삼각봉은 형상의 특징에 의해서 박리점이 고정되어 있기 때문에 입구유동의 유입각도에 따라서 후류의 박리유동구조가 달라지게 된다. 이러한 형상조건을 쉽게 적용할 수 있는 비정렬격자계 기반의 유동해석 코드를 이용하여 양력계수, 항력계수, 와류홀림주파수 등의 변화에 대해 살펴보고자 한다. 특히, 몇몇 레이놀즈수에서 입구유동의 유입각도를 변화 시킴으로서 발생하는 비정상 층류유동의 변화를 조사하고자 한다.

2. 수치해석방법

2.1 지배방정식

비정상 비압축성 유체에 대한 연속방정식과 Navier-Stokes 방정식은 다음과 같다.

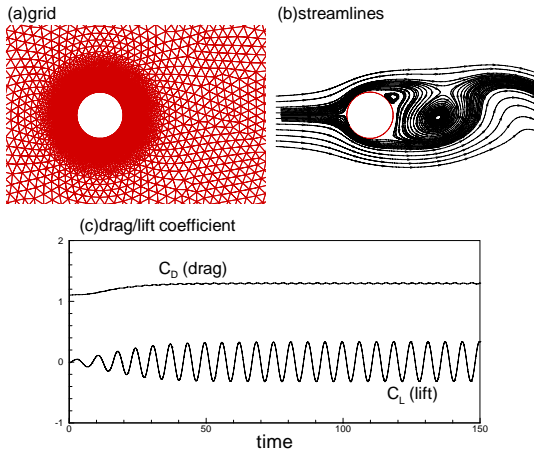


Fig. 1 Prediction of laminar flow over a circular cylinder ($Re = 100$)

$$\frac{\partial(\rho u_j)}{\partial x_j} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho u_i}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i u_j)}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right] \quad (2)$$

여기서 u_i , p , ρ , μ 은 각각 속도, 압력, 밀도, 점성계수를 나타낸다.

지배방정식의 차분화는 비정렬격자계(unstructured grid) 기반의 유한체적법(finite volume method, FVM)을 이용하였다.

$$\int_{\Omega_0} \frac{\partial}{\partial t} (\rho \phi) d\Omega + \int_{\Omega_0} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\rho u_j \phi - \mu \frac{\partial \phi}{\partial x_j} \right) d\Omega = \int_{\Omega_0} S_\phi d\Omega \quad (3)$$

위는 일반화된 운동량방정식에 대하여 주어진 격자점 P_0 의 제어체적 Ω_0 에 대해 Green-Gauss 정리를 적용한 예이다. 결과적으로 제어경계면에서 대류와 확산에 의한 플럭스들로 표현된 대수방정식을 통하여 해가 얻어진다.

삼각봉 주위의 비정상적인 와류흐림을 효율적으로 계산하기 위해 PISO[5,6] 알고리즘이 도입되었다. 대류항에 대한 차분법은 속도장에 대해 2차 중심차분법이 사용되었다. 시간에 대해 Park[6]의 연구결과를 토대로 Crank-Nicolson법이 이용되어 전체적으로 수치해석의 결과는 2차의 정확도가 유지되도록 하였다.

2.2 해석코드 검증

본 연구에서는 PISO[6] 알고리즘을 이용하여 비정렬격자계 기반의 새로운 프로그램(CAPA)을 개발하였다. CAPA 코드에 대한 효율성 및 정확성 검토는 다양한 검증문제 대해서 이루

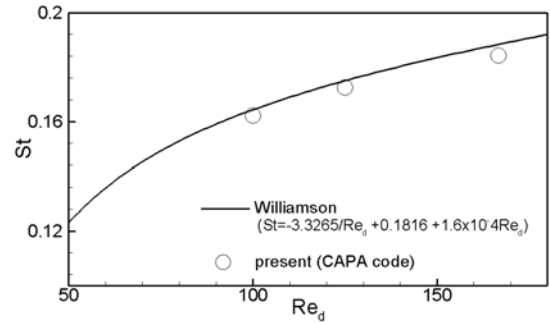


Fig. 2 The St-Re relation

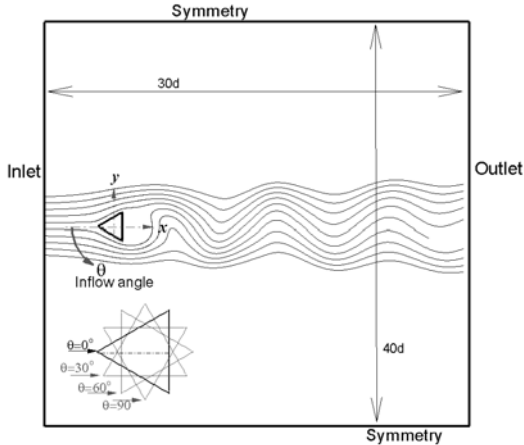
어졌고, 삼각봉에 대한 해석을 수행하기에 앞서 원봉에 대한 검증해석이 수행되었다.

Fig. 1에 검증해석에 사용된 격자계(원봉으로부터 출구까지의 크기는 원봉직경의 20배, 총 노드수 21144, 면의 수 38729), 유선 그리고 항력 및 양력계수에 대한 결과를 나타내었다. 그림은 천이구간을 줄이기 위해 초기값을 적절히 가정한 상태에서 얻어진 결과이다. 그림에서 보는 바와 같이 CAPA 코드는 원봉주위의 유동에 대해 전형적인 유동구조를 예측하고 있다. 와류흐림주파수에 대한 비교를 위해 실험으로 얻어진 Williamson[1]의 상관식과 계산된 결과를 Fig. 2에 비교하였다. 계산된 결과는 와류흐림주파수를 관계식보다 작게 예측하고 있지만 Re_d 의 변화에 따른 $St (= fd/U_o)$ 변화의 경향성을 잘 보여주고 있다. 따라서 코드의 타당성은 충분히 확보된 것으로 생각된다. 이러한 결과로부터 CAPA 프로그램을 통한 삼각봉 주위의 비정상 유동에 대한 해석은 적절한 정확성을 가질 것으로 생각된다.

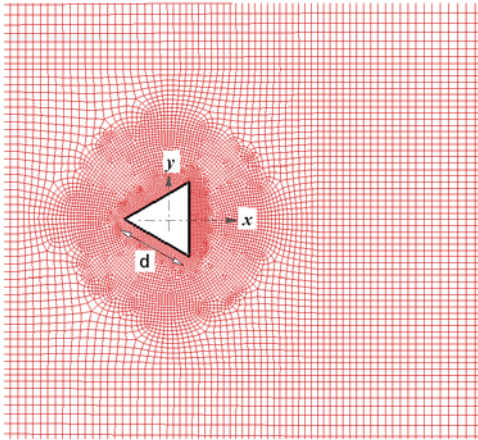
2.3 해석조건

계산영역과 계산에 사용된 격자계는 Fig. 3과 같다. 계산영역은 와류흐림주파수에 큰 영향이 없도록 예비해석 결과를 토대로 결정하였다. 정삼각 단면을 가지는 삼각봉의 변의 길이(d)가 1일 때 상하면의 크기는 40, 입구와 출구까지 거리를 30이 되도록 하였다. 경계조건은 일정한 속도의 입구조건과 대류경계(convective boundary)의 출구조건이 이용되었다. 입구 유동의 유입각도 변화에 대한 경계조건은 입구속도를 고정하고 삼각봉을 일정각도 회전시키는 방법을 선택하였다.

삼각봉은 고정된 박리점이 되는 3개의 꼭지점을 가지고 있는 둔각물체이다. 본 연구에서는 이러한 박리점의 위치가 변할 경우 후류에서 발생하는 비정상 유동의 변화를 조사하는데 주 목적이 있다. 이러한 목적을 위해 삼각봉을 5가지의 레이놀즈수 ($Re_d = 50, 75, 100, 125, 150$)의 조건에서 $\theta = 0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ, 90^\circ, 105^\circ$ 로 8개의 유입각도를 선택하였



(a)computational domain



(b)grid

Fig. 3 Computational domain, boundary conditions, and grid system

다. 정삼각형의 형상은 일정한 유입각도를 가지는 한 개의 조건에서 120°의 주기성을 가지는 특징이 있다. 따라서 이 주기각도를 15°로 나눈 경우를 선택한 것이다.

일정한 정확성을 유지할 수 있는 격자밀도를 구하기 위하여 $Re_d = 100$ 의 양력계수 $C_L (= F_y / 0.5\rho U_o^2)$ 를 격자수변화에 따라 Fig. 4에 나타내었다. 약 20000노드 이상에서 격자밀도가 충분함을 알 수 있다. 또한 레이놀즈수에 따른 St 의 변화를 $\theta = 0^\circ$ 인 조건에서 다른 형상에서 얻어진 결과와 Fig. 4에 비교하였다. 삼각봉일 경우 가장 큰 St 를 보여주고 있는데 이것은 형상조건에 기인한 박리유동구조의 변화와 밀접한 관계가 있을 것으로 예상된다.

선택된 격자밀도에 대해 벽면으로부터의 최소거리는 0.01이 선택되었다. 레이놀즈수에 따라서 CFL수가 1보다 작은

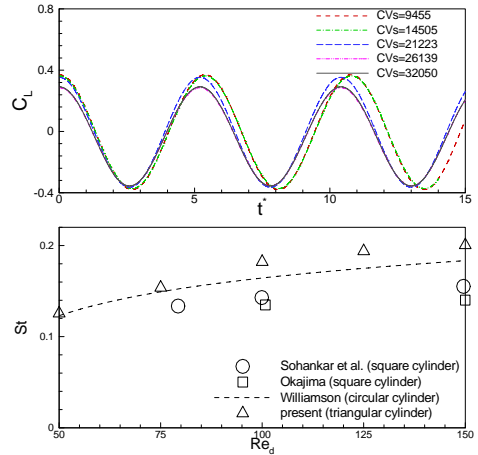


Fig. 4 Comparison of C_L time histories for different grid resolutions and Strouhal numbers

$dt^+ = dt U_o / d = 0.005 \sim 0.01$ 에서 일정한 시간간격을 이용하였다. 계산된 결과의 시간평균은 천이과정이 지난 $t^+ \sim 100$ 이후 20주기 동안 평균을 취하여 얻었다.

3. 결과 및 토론

삼각봉 주위의 유동은 원봉과 달리 고정된 박리점을 가지는 기하학적 특징을 가지고 있다. 이러한 특징에 의해서 입구 유동의 방향과 꼭지점의 위치에 따라 후류의 유동은 변하게 된다. Igarashi[7]는 유동가시화법으로 사각봉주위의 유동구조를 유동의 입사각에 따라 몇 개의 영역으로 분류하였다. 이러한 분류와 유사하게 삼각봉주위의 유동구조도 분류할 수 있다.

Fig. 5는 $Re_d = 50$ 에서 유입각도(θ) 변화에 따른 유선의 분포를 보여주고 있다. 형상조건에 따라서 0° 과 60° 일 때 유선의 형태는 대칭적으로 나타나지만 60° 일 때 유동이 삼각봉 벽면에 수직으로 충돌하면서 재순환영역이 상하로 확대되고 주유동방향으로 크기가 감소하는 특징을 보여주고 있다. $15^\circ, 30^\circ, 45^\circ$ 의 경우는 위쪽의 재순환영역이 크고 아래쪽이 작게 나타나고 있고, $75^\circ, 90^\circ, 105^\circ$ 에서는 반대로 아래쪽의 재순환영역이 크고 위쪽은 작게 나타나는 형태를 보여주고 있다. Igarashi[7]의 분류법을 이용하면 0° 는 췌기형, 60° 는 대칭구조의 완전박리형, $15^\circ, 30^\circ, 90^\circ, 105^\circ$ 는 비대칭구조의 완전박리형, $45^\circ, 75^\circ$ 는 재부착유동형으로 생각할 수 있고, 이런 유동특성에 의해 와류회전주파수와 후류의 비정상유동이 설명되어 질수 있을 것으로 예측된다.

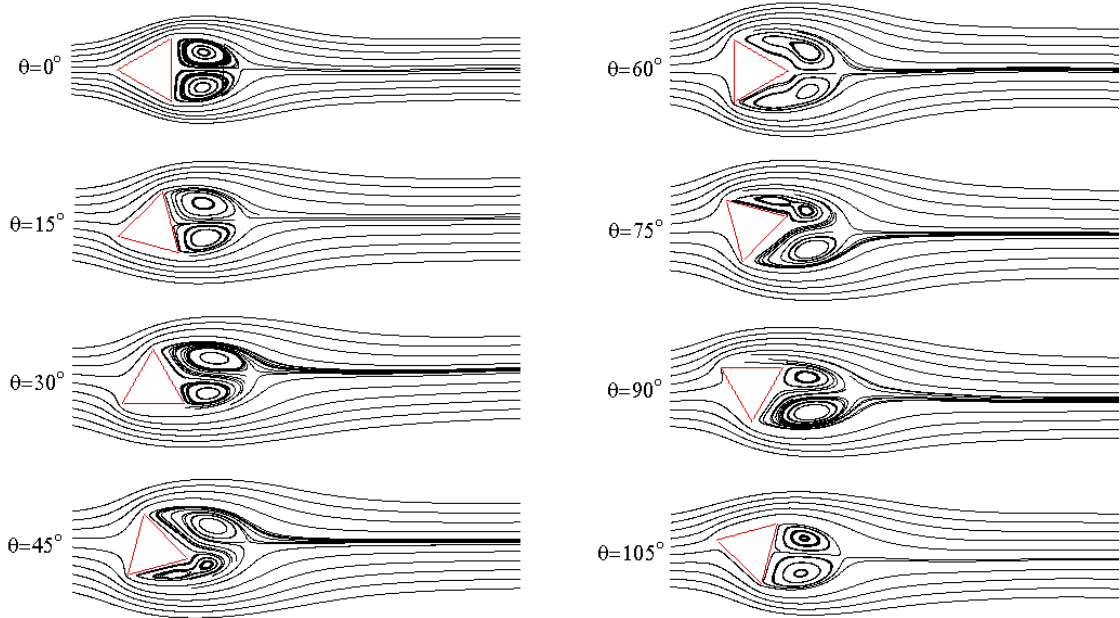


Fig. 5 Time-averaged streamlines for different rotation angles ($Re_d = 50$)

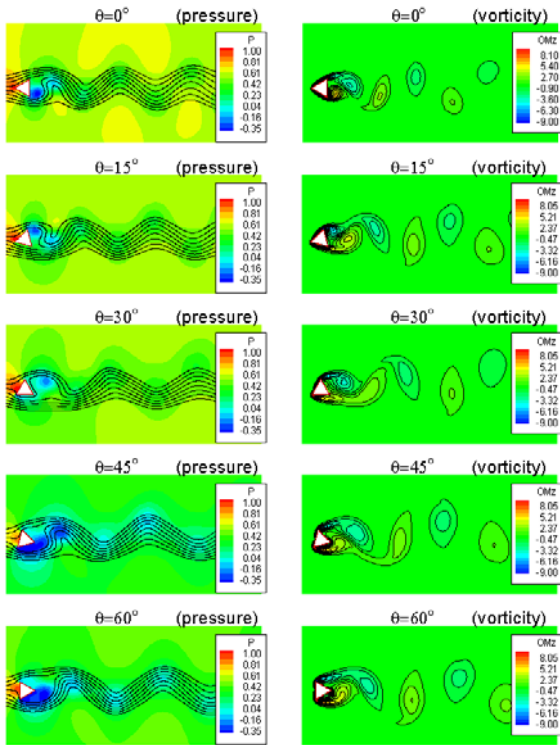


Fig. 6 Instantaneous streamlines, pressure and vorticity contours ($Re_d = 100$)

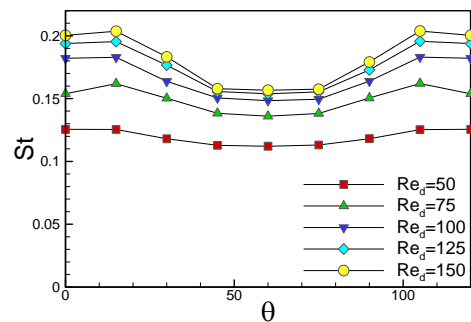
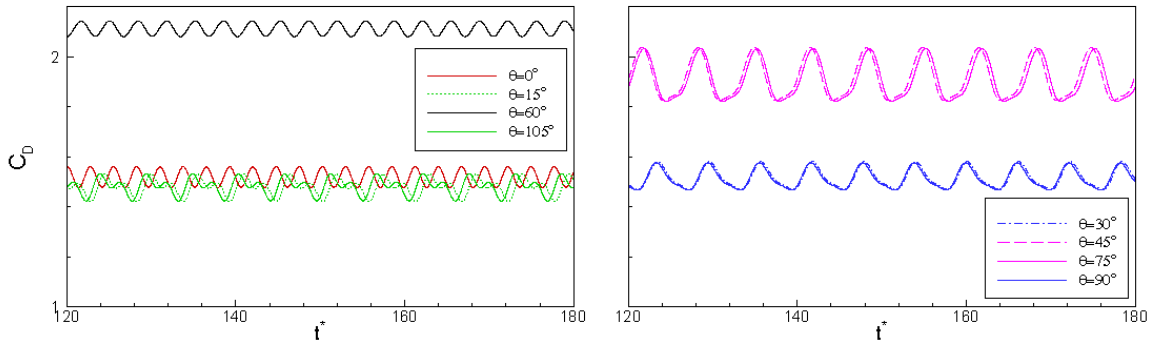


Fig. 7 Comparison of strouhal numbers

비정상거동을 살펴보기 위하여 $Re_d = 100$ 일 때 Fig. 6에 유선, 압력, 와도에 대한 순차적인 분포를 $\theta = 0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ 에 대하여 살펴보았다. 저압부분의 변화가 재순환유동 구조와 밀접한 관련이 있음을 알 수 있고, $\theta = 60^\circ$ 의 경우 삼각봉 후면에서 압력의 감소가 상대적으로 크게 나타나고 있다. 와도의 공간적인 변화는 유입각도에 따라 매우 다르게 나타남을 볼 수 있다. 즉 0° 일 때는 원봉주위의 와류회림현상과 유사하지만 유입각도의 증가에 따라 삼각봉 앞부분에서 압력의 증가와 유동박리점의 변화로 와류회림이 변하고 있다. 이러한 비정상유동구조의 변화는 Fig. 7에 나타낸 각각의 유입각도에 대한 $St(=fd/U_o)$ 의 변화를 보면 알 수 있

(a) drag coefficient



(b) lift coefficient

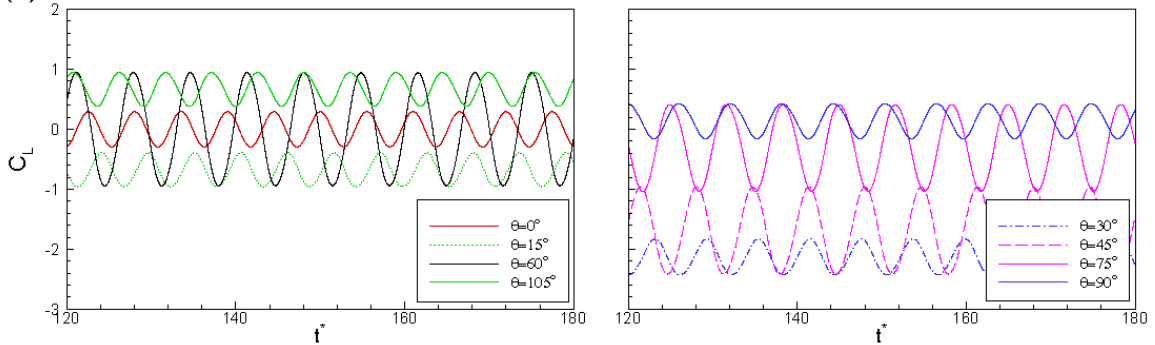


Fig. 8 Comparison of the predicted drag and lift coefficients ($Re_d = 100$)

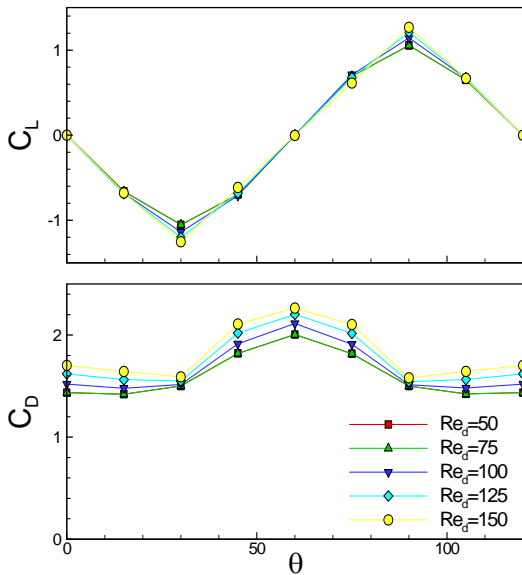


Fig. 9 Time-averaged lift and drag coefficients

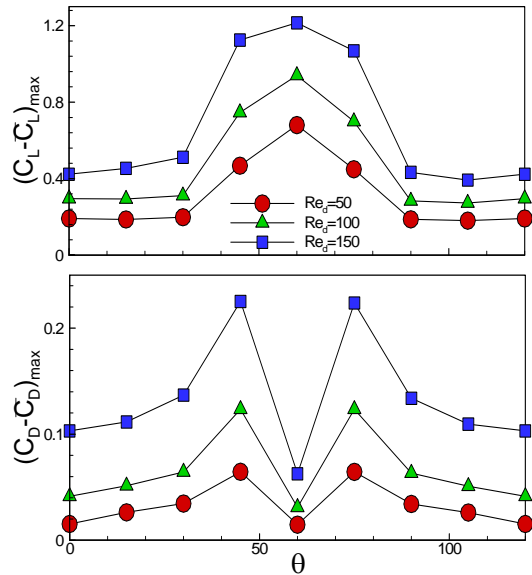


Fig. 10 Comparison of the predicted $(C_L - \overline{C_L})_{\max}$ and $(C_D - \overline{C_D})_{\max}$

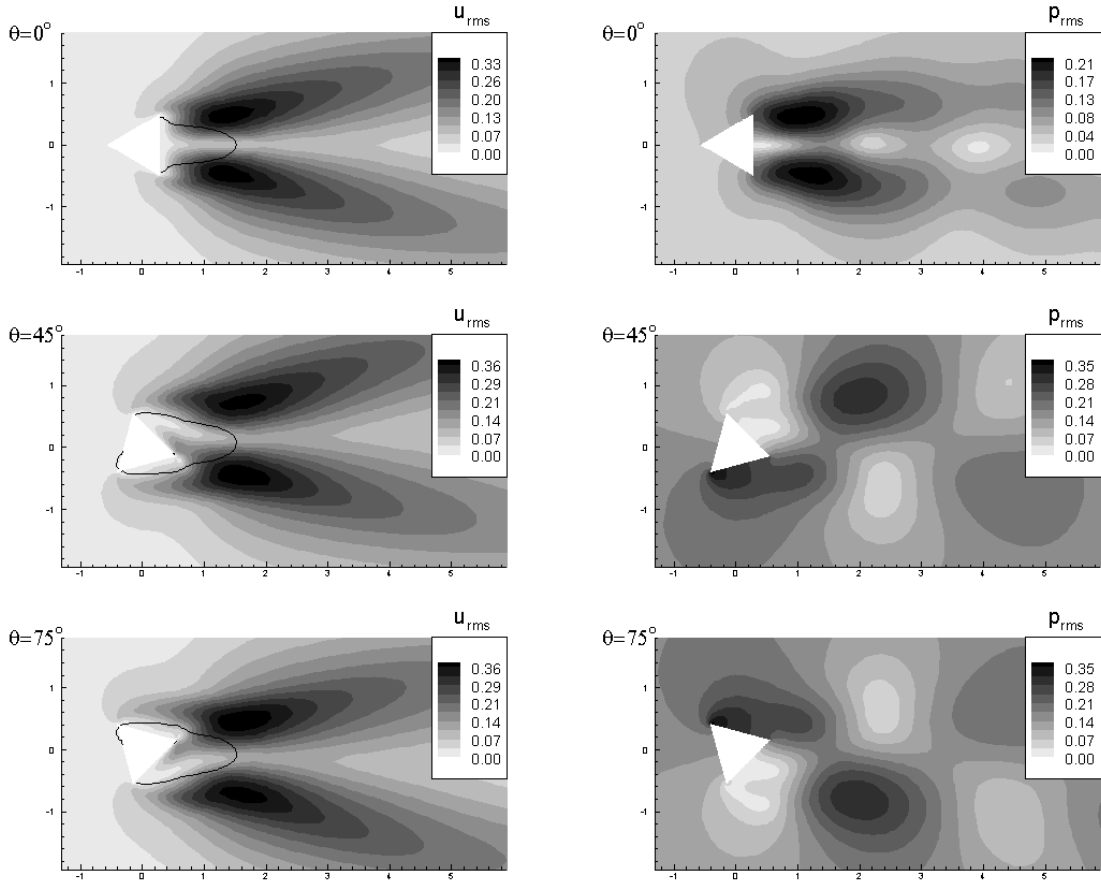


Fig. 11 Comparison of the predicted u_{rms} and p_{rms} ($Re_d = 100$)

다. 와류홀림주파수는 유입각도가 증가할수록 삼각형 형상에서 사각형 형상의 앞면처럼 유동의 방해가 발생하여 위/아래로 유동의 분기가 촉진되는 현상이 발생되고 이로 인해 와류홀림주파수가 감소하고 있다. 즉 위/아래로 밀려난 유동이 삼각봉 후면의 중심으로 빠르게 유입되어 와류홀림주파수의 주기가 감소하는 현상이 발생된 것으로 생각되고, $\theta = 60^\circ$ 근처에서 St 가 작아지는 것을 보여주고 있다.

Fig. 8은 레이놀즈수가 100일 때 항력계수($C_D = F_x / 0.5\rho U_0^2$)와 양력계수의 시간변화를 보여주고 있다. 항력계수는 유동조건이 변화가 가장 심한 0° 와 60° 에서 큰 차이를 보여주고 있고 유입각이 상호 대칭성을 가지는 $15^\circ - 105^\circ$, $30^\circ - 90^\circ$, $45^\circ - 75^\circ$ 등의 조건에서 거의 비슷한 변화를 보여주고 있다. 양력계수 또한 Fig. 5에 나타난 유동구조의 특징에 의해서 $15^\circ, 30^\circ, 45^\circ$ 는 0보다 작은 평균양력계수를 보이고, $75^\circ, 90^\circ, 105^\circ$ 는 0보다 큰 평균양력계수를 보이고 있다.

Fig. 9는 시간평균된 양력계수와 항력계수를 보여주고 있

다. 레이놀즈수보다 유입각도의 영향이 크게 보여지고 있고 유입각도의 주기성이 잘 나타나 있다. 유입각도가 $\theta = 0^\circ, 60^\circ$ 일 때 양력계수는 0이고 항력계수는 $\theta = 60^\circ$ 에 최대가 되고 있다. 또한 $\theta = 30^\circ, 90^\circ$ 에서는 항력계수가 최소로 되고 양력계수가 최대로 나타나고 있다. Fig. 10은 이러한 계수들의 시간평균값에 대한 최대변화폭을 보여주고 있다. 유입각도 60° 근처에서 항력계수와 양력계수 모두 변화폭이 크게 나타나고 있지만, $\theta = 60^\circ$ 에서 항력계수의 변화는 상대적으로 작게 나타나고 있다. 이것은 Igarashi[7]의 분류법에 의한 대칭구조의 완전박리형 유동특징에 의해서 주유동방향 힘의 변화가 작게 나타난 것으로 생각된다.

Fig. 11은 $Re_d = 100$ 일 때 주유동방향의 속도와 압력에 대한 rms값을 보여주고 있다. 즉 삼각봉으로 야기된 유동의 비정상적인 구조가 평균유동에 대하여 어떤 변화를 보여주는가를 나타내는 것이다. 비교를 위하여 재순환 영역의 크기를 나타내는 $u=0$ 영역을 선으로 표시하였다.

재순환영역의 크기는 유입각도가 커질수록 심각한 변화를 보이지는 않고 있고 유입각도에 따라서 비대칭적인 변화를 보여주고 있다. 섭동성분은 재순환유동의 형태에 따라서 최대값의 위치가 다르게 나타나고 있고, 유입각도가 커지면 rms값도 증가하고 있다. 이러한 rms값의 증가는 St 가 작아지는 $\theta = 60^\circ$ 에서 크게 나타나고 있다. 그렇지만 난류와 같은 섭동성분의 증가와는 다른 형태로 생각되고 레이놀즈수가 증가하여 3차원적인 구조를 보여줄 경우 rms값의 증가는 다르게 나타날 것으로 생각된다.

4. 결 론

본 연구에서는 날카로운 모서리를 가진 삼각봉에 대한 유입유동의 각도가 변할 때 후류유동의 변화를 살펴보았다. 유입각도의 영향을 살펴보기 위하여 일정한 입구속도조건에서 유입각도로 삼각봉을 회전시킨 조건에서 수치해석이 수행되었다.

유입각도의 변화에 따라 0° 는 썩기형 유동, 60° 는 후류에 완전대칭의 박리유동, $15^\circ, 30^\circ, 90^\circ, 105^\circ$ 는 비대칭의 재순환 유동, $45^\circ, 75^\circ$ 는 삼각봉의 벽면에 발생된 박리유동 및 봉의 후류의 재순환유동 등의 특징을 보여주었다. 유입각도가 클수록 와류홀림주파수는 감소하여 유입각도가 60° 일 때 최소로 되었고, 유동의 비대칭성이 유입각도의 증가에 따라서 크게 야기되었다. 또한 항력계수는 60° 에서 가장 크게 나타났고, 30° 와 90° 에서 감소하는 특징이 나타났다. 양력계수와 항력계수의 변화를 고려할 때 유입각도 $45^\circ \leq \theta \leq 75^\circ$ 의 범위에서 삼각봉 후류에 비정상성이 크게 유도되는 것을 보여주었다.

위의 결과는 유동과 형상조건의 상관관계에 의해서 야기된

것으로 삼각봉을 이용한 유동교란의 연구에 활용될 예정이고, 또한 3차원적인 연구가 추후 진행될 예정이다.

참고문헌

- [1] 1996, Williamson, C. H. K., "Vortex dynamics in the cylinder wake," *Ann. Rev. Fluid Mech.*, Vol.28, pp.477-539.
- [2] 1987, Jackson, C. P., "A finite-element study of the onset of vortex shedding in flow past variously shaped bodies," *J. Fluid Mech.*, Vol.182, pp.23-45.
- [3] 1995, Zielinska, B.J.A. and Wesfreid, J. E., "On the spatial structure of global modes in wake flow," *Phys. Fluids*, Vol.7(6), pp.1418-1424.
- [4] 2006, De, A. K. and Dalal, A., "Numerical simulation of unconfined flow past a triangular cylinder," *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, Vol.52, pp.801-821.
- [5] 1986, Issa, R. I., "Solution of the implicitly discretised fluid flow equations by operator-splitting," *J. Computational Physics*, Vol.62, pp.40-65.
- [6] 2006, T. S. Park., "Effects of time-integration method in a large eddy simulation using PISO algorithm: Part I - flow field," *Numerical Heat Transfer A*, Vol.50, pp.229-245.
- [7] 1984, Igarashi, T., "Characteristics of the flow around a square prism," *Bulletin of JSME*, Vol.27, pp.1858 - 1865.
- [8] 1997, Sohankar, A., Norberg, C. and Davidson, L., "Numerical simulation of unsteady low-Reynolds number ow around rectangular cylinders at incidence," *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, Vol.69, pp.189-201.