

목적 공력특성 달성을 위한 플루트 노즐 전산설계

강 영 진,¹ 양 영 록,¹ 황 의 창,² 명 노 신,^{*1} 조 태 환¹

COMPUTATIONAL DESIGN OF A FLUTED NOZZLE FOR ACHIEVING TARGET AERODYNAMIC PERFORMANCE

Y.J. Kang,¹ Y.R. Yang,¹ U.C. Hwang,² R.S. Myong^{*1} and T.H. Cho¹

As a preliminary design study to achieve target aerodynamic performance, this work was conducted on an original nozzle with 9 flutes in order to design a fluted nozzle with 12 flutes. The thrust and rolling moment of the nozzle with 12 flutes were analyzed using a CFD code according to the depth and rotation angle of the flutes. Based on this, a fluted nozzle with 12 flutes was optimized to yield the same thrust as that of the original nozzle with 9 flutes. The response surface method was applied for shape optimization of the fluted nozzle and design variables were selected to determine the depth angle and rotation angle of the flutes. An optimized shape that led to a thrust as strong as that of the original nozzle was obtained.

Key Words : 로켓 노즐 설계(Rocket Nozzle Design), 플루트 노즐(Fluted Nozzle),
노즐 형상 최적화(Nozzle Shape Optimization)

1. 서 론

고체 추진기관은 구조적으로 간단하며 제작이 용이하고 짧은 시간동안 큰 추력을 발생하기 때문에 급가속에 적합하다. 또한 구동에 필요한 부품이 필요치 않아 비교적 낮은 비용이 드는 장점이 있어 일회성이 있는 무기체계에 있어서 그 활용도가 높다[1].

로켓에서 이상적인 추력 방향은 동체 축과 일치하는 것이다. 그러나 로켓의 무게중심이 로켓의 동체방향 중심축과 정확하게 일치하지 않거나 로켓 모터에 로켓 노즐을 결합할 시 축이 어긋나는 등의 문제로 인해 일반적으로 추력 방향은 동체 축과 정확하게 일치하지 않는다. 추력 방향과 동체 축과 정확하게 일치하지 않으면 추력 편향이 발생하며, 이러한 추력 편향 문제는 무기 체계에 있어 로켓의 표적에 대한 정확

도를 떨어뜨리는 원인으로 작용한다[2]. 따라서 추력 편향을 제거하여 정확도를 향상시키기 위한 연구가 진행되고 있다. 무유도 무기체계에서는 주로 Wrap Around Fin(WAF)이나 노즐 플루트(Flute)를 이용하며, 이 두 가지 방법의 공통점은 로켓 자체에 회전을 주어 추력 편향 문제를 해결하는 방법이다[3].

노즐 플루트는 노즐 출구에 경사진 홈을 가공한 것으로 발사 초기 저속에서 연소가스에 의한 로켓의 회전이 발생되게 고안된 장치이다. 추진제를 연소하면서 발생한 가스를 분출하면서 생기는 추력의 일부를 노즐 반경방향으로 편향시켜 회전을 발생시킨다. 본 논문에서 연구 대상의 로켓 노즐의 형태는 Fig. 1과 같으며 9개의 플루트가 있다[2-6].

본 연구는 목적 공력특성 달성을 위한 사전연구로서, Fig. 1과 같은 로켓 모터의 정확도 및 공간오차를 향상시키기 위해 노즐 플루트의 개수를 9개에서 12개로 증가시키는 연구를 수행하였다. 이때 동일한 사거리 및 회전 안정성을 확보하기 위하여 기존 로켓 노즐과 동일한 추력 및 일정 값 이상의 롤링 모멘트를 갖는 것이 중요하다.

로켓 모터의 공력 특성을 예측하기 위한 해석기법으로는 이전 연구[7] 경험을 바탕으로 비정렬 격자 기반의 전산유체

접수일: 2011년 3월 14일, 수정일: 2011년 7월 29일,

계재확정일: 2011년 8월 1일.

1 종신회원, 경상대학교 항공우주시스템공학과 및 항공기부품기술연구소

2 (주)한화 종합연구소

* Corresponding author, E-mail: myong@gnu.ac.kr

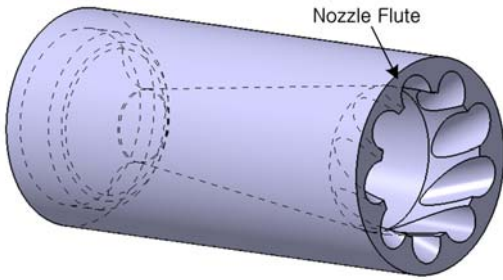


Fig. 1 Fluted nozzle

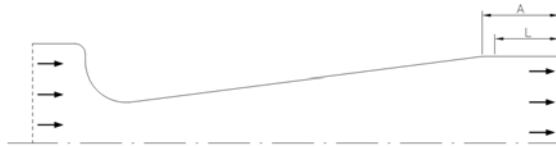


Fig. 2 Nozzle profile

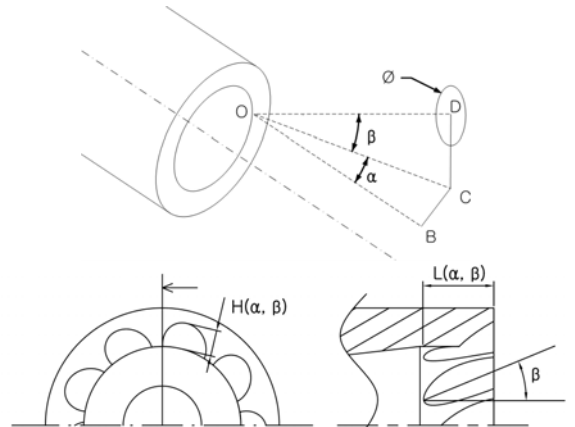


Fig. 3 Definition of α, β

역학 (CFD) 코드를 사용하였다. 또한 최적화 기법을 이용하여 12개의 플루트를 갖는 노즐의 최적형상을 도출하였다.

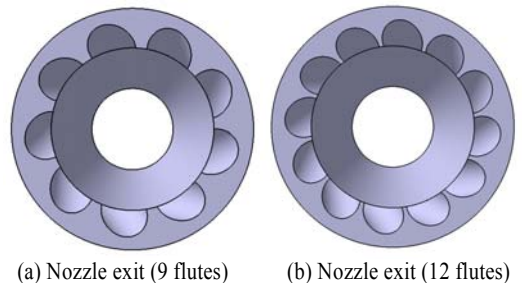
2. 노즐 형상 모델링 및 수치해석 방법

2.1 노즐 형상 모델링

본 연구에서 해석하고자하는 로켓 노즐은 Fig. 2-4와 같다. 입구(Inlet)를 통해 들어온 연소 가스는 노즐 목을 통과하면서 가속이 되고 출구(Outlet)를 통해 분출되면서 로켓이 추력을 얻는다. 본 연구에 사용된 로켓 노즐은 출구부근에 수평인 부분(A지점)이 존재하며 이 부분에 플루트가 만들어져 있으며 플루트의 길이는 L 만큼 고정되어 있다. 플루트는 Fig. 3과 같이 두 가지 각(α, β)에 의해 기울어져 설계되어 있다. 기존 노즐 플루트의 직경 ϕ 는 12.7 mm로, 직경변화 없이 노즐 플루트의 개수를 12개로 증가시키면 플루트간의 간섭이 발생하게 된다. 이러한 간섭이 일어나지 않도록 플루트 직경을 축소($\phi=11.0$ mm)하여 모델링하였다. 기존 노즐의 플루트와 변경된 노즐의 플루트의 차이는 Table 1 및 Fig. 4에 나타내었다.

Table 1 Flute types (9 and 12)

Number of flutes	α (deg)	β (deg)	ϕ (mm)	Area (mm ²)
9	12.38	27.5	12.7	2580.6
12	12.38	27.5	11.0	2703.9



(a) Nozzle exit (9 flutes) (b) Nozzle exit (12 flutes)

Fig. 4 Shape of the nozzle exit

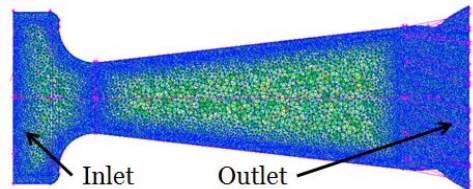


Fig. 5 Grid configuration of the nozzle section

2.2 격자 구성 및 수치해석 기법

본 연구에서의 노즐 형상은 노즐 출구에 플루트가 있어 형상이 복잡하다. 그리고 플루트 형상 변화에 따른 노즐 내부 유동을 해석하여야 함으로 격자 생성에 많은 노력 및 시간이 요구된다. 따라서 본 연구에서는 비정렬 격자를 이용하여 격자를 생성하였다. 압력 및 속도 변화가 큰 부분이라고 판단되는 벽면, 노즐 목 및 플루트 부분에 격자를 집중하였고, 노즐 벽면과 노즐 입출구 및 노즐 목에는 1mm안에 최소 5개의 격자가 들어가게 하였다. Fig. 5는 노즐 내부 유동 해석을 위한 격자 구성을 나타내며 총 격자수는 약 500만개이다.

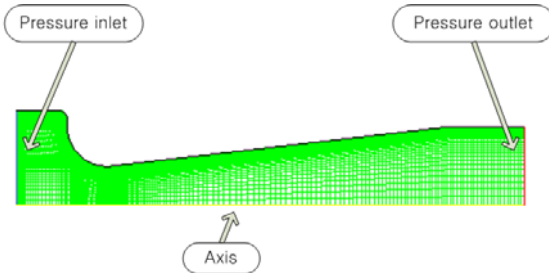


Fig. 6 Grid configuration for nozzle without plume

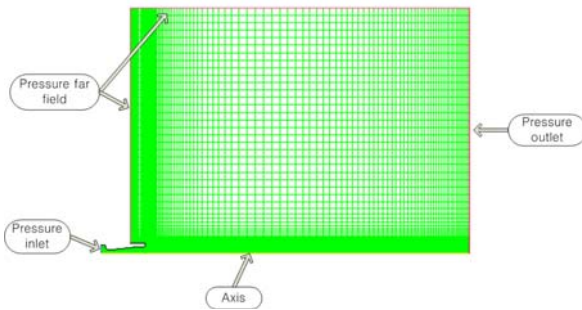


Fig. 7 Grid configuration for nozzle with plume

주요 수치기법으로 Cell 기반 유한 체적법(Cell-based finite volume method), 내재 시간 전진법(Implicit)을 사용하였다. 공간 이산화(Space discretization)로 2차 풍상 차분법(2nd order up-wind scheme)을 사용하였고, 차분법은 AUSM+을 사용하였다. 난류모델은 Spalart-Allmaras를 사용하였으며, 화학반응을 고려하지 않고 비열비가 일정한 이상기체로 가정하였다[8,9]. 노즐 입구는 압력 입구조건(Pressure inlet condition)으로 전압력 1500 psi, 전온도 2500 K로 설정하였으며, 벽면에서 단열된다고 가정하였다. 초기 노즐 출구조건은 해면고도로 설정하였으며, 계산을 진행함에 따라 외삽(Extrapolation)이 되어 최종적으로 수렴하였을 때 노즐 출구의 압력이 초기 입력을 따르지 않고 변화할 수 있도록 하였다[10].

2.3 경계 조건 및 검증

본 연구에서는 노즐 플루트의 형상만 변화하고 노즐 외부

Table 2 Analysis result

Modeling	Thrust (lbf)	Pressure at exit (Pa)	Velocity at exit (m/s)	Mass flow rate (kg/s)	Area (mm ²)
2D without plume	1500.8	3.26E+05	1774	3.58	1456.9
2D with plume	1501.6	3.21E+05	1778	3.58	1456.9

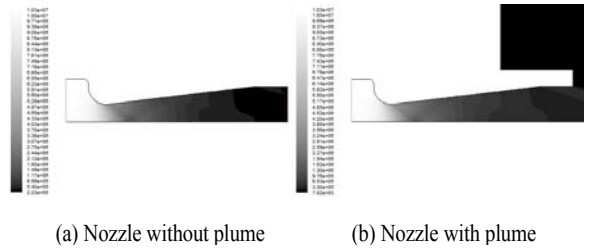


Fig. 8 Pressure contour

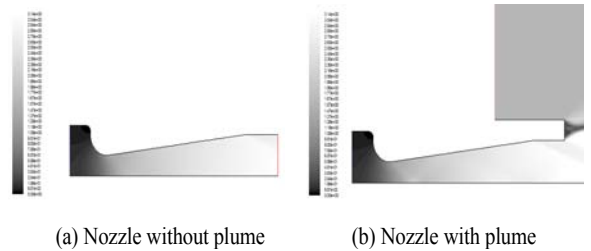


Fig. 9 Mach contour

초기 조건은 동일하기 때문에 노즐 배기 후류(Plume)는 고려하지 않았다. 이에 대해 노즐 배기 후류가 있는 경우와 없는 경우에 대해 동일한 결과가 나타남을 검증하였다. 경계 조건에 대한 검증은 기존 로켓노즐의 플루트를 제거한 단순한 2차원 축대칭 노즐 형상에 대해 해석을 수행하였다. 경계 조건에 대한 검증을 위하여 Fig. 6, 7과 같이 격자를 생성하였다. Fig. 6은 배기 후류를 고려하지 않은 경우에 대한 격자 및 경계조건을 나타내고 있으며, Fig. 7은 배기 후류를 고려한 경우에 대한 격자 및 경계조건을 나타낸다. 격자수 및 계산시간을 줄이기 위해 2차원 축대칭조건을 적용하였다.

배기 후류를 고려하지 않는 노즐과 배기 후류를 고려한 노즐 유동 해석을 수행하여 압력 분포(Pressure contour)와 마하수 분포(Mach contour)를 Fig. 8, 9에 나타내었다. 해석 결과는 Table 2와 같으며, 배기 후류를 고려하지 않고도 노즐 내부 유동을 해석할 수 있음을 확인할 수 있었다.

3. 플루트 형상에 따른 추력 및 롤링 모멘트 변화

앞서 설명한 로켓 노즐 형상 모델링 및 수치해석 기법을 이용하여 기존 형상의 노즐과 플루트 개수를 12개로 증가 시킨 형상에 대해 노즐 내부 유동해석을 수행하였다. Table 3은 기존 형상의 노즐과 플루트 수를 12개로 증가 시킨 형상에 대한 해석 결과를 나타낸 것으로 추력은 약간 감소한 반면

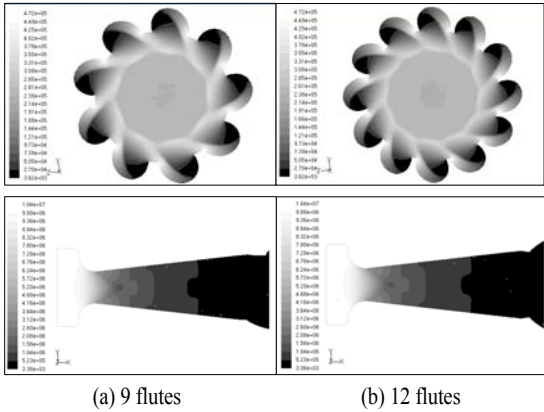


Fig. 10 Pressure contours of the nozzle section

롤링 모멘트가 증가한 것을 알 수 있다. Fig. 10은 플루트 개수가 9개인 기존 노즐(a)과 플루트가 12개인 노즐(b)의 압력 분포를 나타낸 것이다.

4. 플루트 형상 변화에 따른 추력 변화 연구

앞서 수행한 플루트 개수를 12개로 증가 시킨 형상을 기준으로 플루트 형상 변화에 따른 추력 변화 연구를 수행하였다. 추력에 주로 영향을 미치는 부분은 노즐 출구의 면적과 플루트에 의해 파여진 부분의 부피 및 방향이다. 이와 관련된 설계 변수는 플루트의 길이(L), 플루트의 직경(ϕ), 플루트의 깊이(α) 및 방향(β)이다. 이 중 플루트의 길이는 노즐 설계 상

Table 3 Results of 9 and 12 flutes

Number of flutes	Thrust (lbf)	Rolling moment (lbf-in)	Pressure at exit (Pa)	Velocity at exit (m/s)	Area (mm ²)
9	1443.8	46.4	2.01E+05	1734	2580.6
12	1436.0	62.2	1.89E+05	1728	2703.9

Table 4 Thrust and rolling moment with α

Number of flutes	α (deg)	Area (mm ²)	Thrust (lbf)	Rolling moment (lbf-in)
12	2	2174.098	1466.8	29.3
	4	2276.833	1462.3	36.5
	6	2380.574	1454.9	43.8
	8	2484.097	1449.6	50.2
	10	2586.34	1441.0	55.4

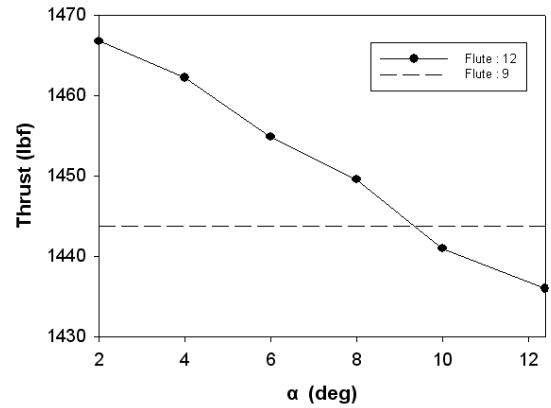


Fig. 11 Thrust vs. α ($\beta=27.5^\circ$)

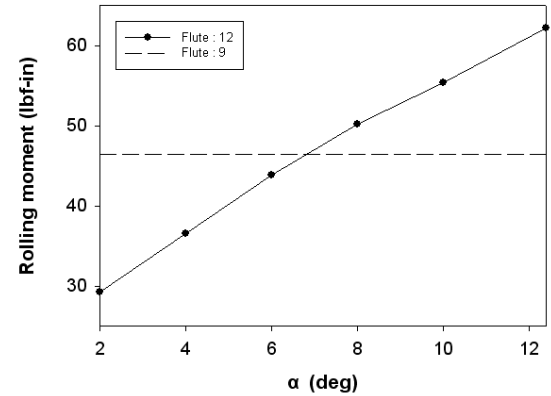


Fig. 12 Rolling moment vs. α ($\beta=27.5^\circ$)

길이 고정되어 있고 플루트의 직경은 플루트를 9개에서 12개로 변경하는 과정에서 결정하였다. 따라서 플루트의 길이와 노즐 플루트의 직경은 고정하고 플루트의 깊이 및 방향을 고려할 수 있도록 Fig. 3과 같이 플루트의 α 와 β 를 변화시켜가며 추력과 롤링 모멘트 변화를 살펴보았다.

4.1 α 에 따른 추력 및 롤링 모멘트 변화

Table 4는 플루트의 α 각을 2°에서 10°까지 2° 간격으로 해석한 결과를 나타낸다. Fig. 11, 12는 α 각에 따른 추력과 롤링 모멘트의 변화를 나타낸 것이고, 기존 노즐의 해석결과를 점선으로 표시하여 비교하였다. 플루트의 α 각이 증가함에 따라 추력은 감소하고 롤링 모멘트는 선형적으로 증가하는 경향을 보였다. 이것은 플루트의 α 각이 증가함에 따라 플루트의 깊이가 증가하여 추력이 롤링 모멘트로 전가되어 나타나는 현상으로 판단된다. 노즐 출구의 단면적과 플루트의 부피는 선형적으로 증가하는 경향을 보이며, 약 10°부근에서 기존

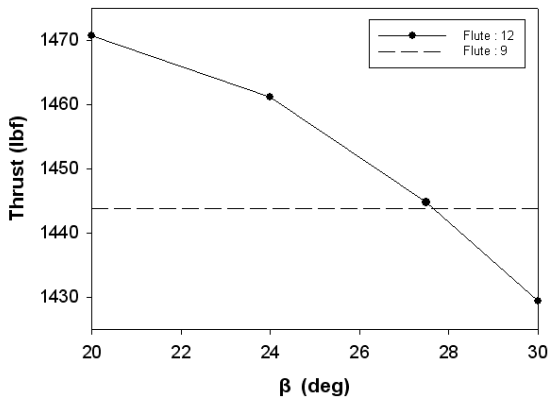


Fig. 13 Thrust vs. β ($\alpha=9.349^\circ$)

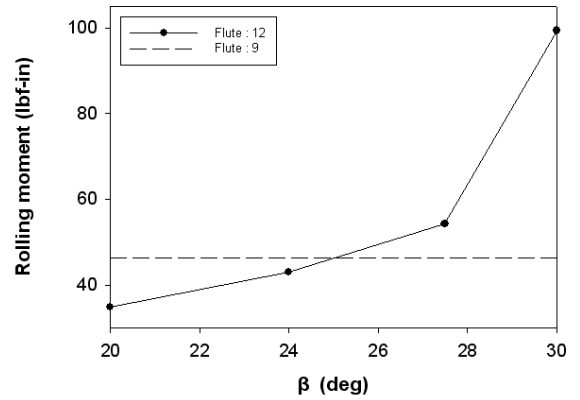


Fig. 14 Rolling moment vs. β ($\alpha=9.349^\circ$)

노즐과 비슷한 값을 갖는 것은 확인할 수 있었다.

Fig. 11의 결과와 다항식 회귀법[11]을 사용하여 플루트 개수를 12개로 증가시킨 형상과 기존 로켓 모터의 노즐과 동일한 추력 성능을 갖는 플루트의 α 각을 도출하였다. 다항식 회귀를 통해 도출된 α 각은 9.349° 이며 이를 적용하여 노즐을 해석한 결과를 Table 5에 나타내었다. 플루트를 12개로 증가하여 모델링한 노즐의 추력은 1444.8 lbf, 롤링 모멘트는 54.2 lbf-in로 나타났다. 정량적인 결과는 기존 로켓 모터의 노즐과 추력 차이가 1 lbf로 거의 유사한 성능을 나타내었으며, 롤링 모멘트는 약 8 lbf-in의 차이를 나타내었다.

4.2 β 에 따른 추력 및 롤링 모멘트 변화

Table 6은 플루트 12개인 노즐에 대하여 α 를 고정($\alpha=9.349^\circ$)하고 플루트의 β 를 조절하여 노즐 성능에 미치는 영

향을 살펴보았다. β 에 따른 추력 및 롤링 모멘트 변화를 Fig. 13과 14에 각각 나타내었다. β 각이 증가함에 따라 추력은 감소하고 롤링 모멘트는 증가하는 경향을 보였다. 이와 같이 β 각이 증가함에 따라 추력은 감소하고 롤링 모멘트가 증가하는 이유는 β 각에 의해 노즐 내부 유동의 힘이 회전방향으로 전가되기 때문이다.

4.3 결과분석

Table 7은 기존 로켓 모터의 노즐과 플루트 12개로 변경한 노즐의 내부 유동 해석결과를 정리한 것이다. 기존 로켓 모터의 노즐과 비교하였을 때, 추력은 α 가 9.349° 일 때 비슷한 결과를 보였지만 롤링 모멘트는 기존 로켓 모터의 노즐보다 큰 값을 갖는 것을 알 수 있었다.

플루트의 기울임 각에 따른 추력 및 롤링 모멘트 변화에서 알 수 있듯이 α , β 가 증가하면 추력이 롤링 모멘트로 전환

Table 5 Results of 9 and 12 flutes type

Number of flutes	α (deg)	Thrust (lbf)	Rolling moment (lbf-in)	Pressure at exit (Pa)	Velocity at exit (m/s)	Area (mm ²)
9	12.38	1443.8	46.4	2.01E+05	1734	2580.6
12	9.349	1444.8	54.2	2.04E+05	1732	2552.3

Table 6 Result of thrust and rolling moment with β

Number of flutes	β (deg)	Thrust (lbf)	Rolling moment (lbf-in)	Pressure at exit (Pa)	Velocity at exit (m/s)	Area (mm ²)
12	20.0	1470.8	34.9	2.27E+05	1757	2282.5
	24.0	1461.2	43.1	2.18E+05	1748	2390.3
	27.5	1444.8	54.2	2.04E+05	1732	2552.3
	30.0	1429.5	99.4	1.96E+05	1716	2656.1

Table 7 Thrust and rolling moment with α and β

Number of flutes	α (deg)	β (deg)	Thrust (lbf)	Roll (lbf-in)	Thrust (%)	Roll (%)
9	12.38	27.5	1443.8	46.4	-	-
12 (α)	9.349	2	1466.8	29.3	1.6	-36.9
		4	1462.3	36.5	1.3	-21.3
		6	1454.9	43.8	0.8	-5.6
		8	1449.6	50.2	0.4	8.2
		9.349	1444.8	54.2	0.1	16.8
		10	1441.0	55.4	-0.2	19.4
		12.38	1436.0	62.2	-0.5	34.1
12 (β)	9.349	20.0	1470.8	34.9	1.9	-24.8
		24.0	1461.2	43.1	1.2	-7.1
		27.5	1444.8	54.2	0.1	16.8
		30.0	1429.5	99.4	-0.9	114.1

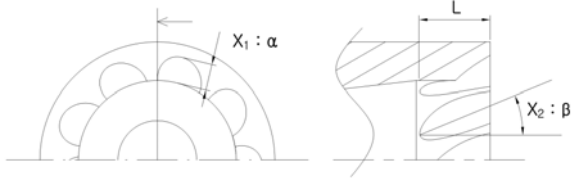


Fig. 15 Variables of the nozzle flute

되어 롤링 모멘트가 커지고 α , β 가 감소하면 롤링 모멘트가 감소되는 것을 확인할 수 있었다. 추력은 기울임 각 β 보다 α 의 변화에 민감하였고 롤링 모멘트는 α 보다 β 의 변화에 민감한 것으로 나타났다.

5. 노즐 형상 최적화

노즐 형상 최적화에서는 기존 로켓 모터의 노즐과 동일한 추력 성능을 갖는 플루트 12개 노즐을 설계하는 것이 목적이다. 이를 위해 반응면기법(RSM: Response Surface Method)을 이용하여 노즐 형상 최적화를 수행하였다. 근사 기법인 RSM을 선택하여 최적화를 수행한 이유는 앞서 수행한 노즐 형상 변화에 따른 추력 변화 결과와 같이 플루트의 기울임 각 α , β 에 따른 추력 변화가 일정하여 실제모델을 RSM을 통해 근사화하여도 실제 모델과 유사한 형태의 메타모델 생성이 가능했기 때문이다.

5.1 문제의 정식화

기존 노즐의 추력과 플루트 12개로 설계된 노즐 추력의 차가 최소화하는 것을 목적함수로 설정하였다. 이를 수식으로 표현하면 식 (1)과 같으며, 식에서 T_1 은 기존 노즐의 추력, T_2 는 플루트 12개로 설계된 노즐의 추력을 나타낸다.

Table 8 Experimental points

Coded value		Real value		Thrust(lbf)	Rolling moment (lbf-in)
α	β	α (deg)	β (deg)		
-1	1	9	28	1446.1	51.2
1	0	11	26	1449.4	51.9
-1	0	9	26	1456.1	46.7
0	0	10	26	1452.3	49.3
-1	-1	9	24	1462.8	42.2
1	-1	11	24	1458.5	47.4
1	1	11	28	1439.7	56.8
0	-1	10	24	1460.0	44.8
0	1	10	28	1441.6	53.8

$$\text{목적함수 : Minimize } \Delta T(T_1 - T_2(X_1, X_2)) \quad (1)$$

$$\text{설계변수 : } X_1 : \alpha(9^\circ \leq \alpha \leq 12^\circ)$$

$$X_2 : \beta(24^\circ \leq \beta \leq 28^\circ)$$

설계변수는 Fig. 15와 같이 플루트의 기울임 각 α , β 이고 설계 범위는 플루트 형상변화에 따른 추력 변화 연구의 결과(Table 7)를 통해 α , β 의 적절한 범위를 선정하였다.

5.2 반응면 생성 및 최적화 결과

설계변수 2개에 대하여 Full factorial experimental design 방법을 이용하여 9개의 실험점을 Table 8과 같이 생성하여 노즐 내부 유동해석을 수행하였다. 해석결과는 Table 8과 같고 이를 이용하여 반응면을 생성하였다. 이때 반응면은 2차 다항(Quadratic)식의 형태를 적용하였다. 반응면의 적합도(R_{adj}^2)는 0.99로 나타났다. 생성된 반응면의 함수에서 수정유용방향법(MMFD: Modified Method of Feasible Directions)을 이용하여 최적점을 도출하였다. 최적화 수행 결과, 최적점은 $\alpha=9.55^\circ$, $\beta=27.89^\circ$ 로 나타났으며 추력은 1443.8 lbf로 나타났다.

최적화를 통해 나타난 최적점에 대해 CFD를 이용하여 노즐 해석을 수행한 결과 추력은 1443.7 lbf, 롤링 모멘트는 52.5 lbf로 계산되었다. Table 9에는 최적점에 대한 CFD 해석결과와 기존 로켓 모터 노즐의 추력 및 롤링 모멘트 차이를 나타내었다. 기존 로켓 모터의 노즐 추력 성능인 1443.8 lbf와 비교하였을 때 추력성능은 거의 차이가 없는 것으로 나타났으며, 롤링 모멘트의 경우 기존 로켓 모터의 노즐은 46.4 lbf로 약 13%의 차이를 보였다.

6. 결론

본 연구에서는 목적 공력특성 달성을 위한 사전연구로서, 기존에 사용되었던 노즐 플루트가 9개인 로켓 노즐에 대해 노즐 플루트를 12개로 변경하여 기존 로켓 모터의 노즐과 성능을 비교하였다. 최적화 기법을 적용하여 기존 로켓 모터의 노즐과 동일한 추력을 갖는 형상을 설계하였다. 이를 위해 CFD 코드를 적용하여 기존의 플루트가 9개인 로켓 노즐과 플루트를 12개로 증가시킨 노즐에 대해 기울임 각 α , β 를

Table 9 Optimization result

Number of flutes	α (deg)	β (deg)	Thrust (lbf)	Rolling moment (lbf-in)	Thrust (%)	Rolling moment (%)
9	12.38	27.5	1443.8	46.4	-	-
12	9.55	27.89	1443.7	52.5	-0.01	13.16

변화시키며 추력 및 롤링 모멘트 변화를 연구하였다. 플루트의 기울임 각에 따른 추력 및 롤링 모멘트 변화는 α , β 가 증가하면 추력이 롤링 모멘트로 전환되어 롤링 모멘트가 커지고, β 가 감소하면 롤링 모멘트가 감소되는 것을 확인할 수 있었다. 추력은 기울임 각 β 보다 α 의 변화에 민감하였고 롤링 모멘트는 α 보다 β 의 변화에 민감한 것을 알 수 있었다. 또한 최적화 기법을 적용한 결과 기존 노즐과 유사한 추력 성능을 나타내는 노즐을 설계할 수 있었다. 향후에는 추력 뿐만 아니라 롤링 모멘트 또한 기존 형상과 동일한 성능을 갖는 노즐 형상 설계에 대해 연구할 예정이다.

후 기

본 연구는 (주)한화와 2010년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 대학중점연구소 지원사업(2010-0029689)으로 수행되었으며, 이에 깊이 감사드립니다.

참고문헌

[1] 2004, Akira, K. and Shinichiro, M., "Solid propellant microthruster using Laser-Assisted combustion," *AIAA 2004-3797*.

[2] 1990, Dahlke, C.W. and Baituk, G., "Hydra 70 MK66 aerodynamics and roll analysis," *AD-A226 182*, US Army Missile Command Redstone Arsenal AI Systems Simulation and Development Directorate.

[3] 2001, Bentley, R. and Stapf, S., "Next generation 2.75-inch rocket propulsion," *Second Annual Missiles and Rockets Symposium and Exhibition*.

[4] 2003, Hawley, E., "Advanced propulsion concepts for the hydra-70 rocket system," *Naval Surface Warfare Center*.

[5] 2003, Hawley, E., "MK 66 rocket motor/helicopter compatibility program," *Naval Surface Warfare Center*.

[6] 1981, Mermagen, W.H. and Oskay, V., "Yawsonde tests of 2.75-inch MK66 mod 1 rocket," *Memorandum Report ARBRL-MR-03127*.

[7] 2007, 서지환, 조현구, 이동호, 정성철, 명노신, 허환일, "초소형 노즐 유동장에 관한 수치적 연구," *한국전산유체공학회지*, 12권 4호, pp.38-43.

[8] 1999, 김영목, "로켓 배기플룸에 관한 3차원 수치해석," 1999년도 한국전산유체공학회 추계 학술대회논문집, pp.71-76.

[9] 2001, 최정열, "로켓 노즐 유동의 열/화학적 특징 및 해석 기법," 2001년도 한국전산유체공학회 춘계 학술대회논문집, pp.144-148.

[10] 2006, *FLUENT 6.3 User's Guide*.

[11] 1999, Steven, C.C. and Raymond, P.C., *Numerical Methods for Engineers*, McGraw-Hill.