

# 개량된 가중주효과를 이용한 다특성치 최적화

조용욱\*

\*인덕대학교 테크노경영학과

## Optimization of Multiple Characteristics using improved weighted main effects

Yong-Wook Cho\*

\*Dept. of Technology & Systems Management, Induk University

### Abstract

Taguchi's robust design methodology has focus only a single characteristic or response, but the quality of most products is seldom defined by a characteristics, and is rather the composite of a family of characteristics which are often interrelated and nearly always measured in a variety of units. The multiple characteristics problem is how to compromise the conflicts among the selected levels of the design parameters for each individual characteristic. This paper presents a Taguchi-like approach based upon improved weighted main effects. One case study is solved by the proposed method.

**Keywords :** Taguchi method, weighed main effects,  $C_p$

### 1. 서론

다구찌 품질공학은 제품의 설계단계에서부터 품질관리의 전 분야에 걸쳐서 품질을 개선하는데 있어서 큰 기여를 하였다.[1] 다구찌 방법의 핵심은 제품이나 공정의 품질특성이 잡음에 둔감하도록 설계변수의 최적 조건을 결정함으로써 성능산포를 줄이는 데 있다.[2]

다구찌는 단일 특성치에 대한 변수설계 방법에 관하여 많이 언급하고 있으나 품질특성이 다수인 다특성치 경우에 대해서는 단일 특성치와 같은 구체적인 방법의 제시가 없고 단지 단일 특성치에 적용되는 방법들을 확장시켜 적용할 수 있다고 언급하고 있다.[4,8] 다구찌가 명확하게 제시하지 못한 다특성치에 대한 문제를 다양한 방법론을 이용하여 다특성치에 관한 문제를 해결하려는 연구가 계속되고 있다.

외국연구로는 대표적으로 Derringer and Suich가 제

안한 호감도 함수를 이용한 방법이 있으며[11], Pirrung은 각 특성치의 전 변동에 대한 기여율을 기준으로 파라미터 설계를 하였으며[16], Harrington은 소비자의 선호도를 반영한 호감도 함수를 제시하였다.[12] Vininig은 쌍대반응 방법과 반응표면 분석법을 접목시켜 평균과 분산을 동시에 최적화하고자하였다.[17]

Antony는 여러 특성을 대표하는 주성분을 추출한 후 이를 성능측도로 사용할 것을 제안하였으며, Hector Allende et al은 유전자 알고리즘을 이용한 방법을 제시하였다.[10]

국내 논문으로는 서순근, 최종덕은 SN비의 호감도 함수를 이용한 방법을 제시하였다.[5] 또한 동승훈은 기대 가중손실을 최소화하는 방법을 제시하였으며,[3] 배영주는 TOPSIS개념을 확장한 EXTOPSIS 모형을 이용한 파라미터 설계방법을 제시하였다.[4]

† 본 연구는 인덕대학 연구비에 의해 수행되었음.

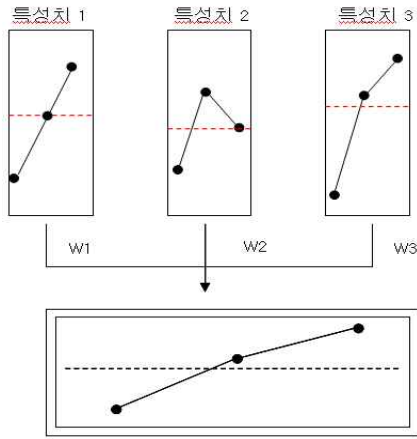
† 교신저자: 조용욱, 서울특별시 노원구 초안산길 14

Tel: 02-950-7605, E-mail: ywcho@induk.ac.kr

2011년 10월 20일 접수; 2011년 12월 6일 수정본 접수; 2011년 12월 7일 게재확정

이강인은 손실함수를 이용한 다망목특성치의 의사결정문제를 제시하였고,[7] 김옥일, 강창욱은 품질변수가 2개인 경우에 대하여 품질변수들의 특성에 따라 기대손실을 평가하는 방법을 연구하였다.[2]

조용욱은 다특성치의 설계 방법에 대해 다구찌의 기본개념을 적용하여 상충현상이 발생하면 이것을 절충할 수 있는 방법론[8]과 기대손실함수를 이용한 방법론을 제시하였으며[9]. 권용만, 박병전은 Derringer and Suich(1980)가 제시한 기대함수를 이용하여 통합배열에 의한 실험배치에서 로버스트 설계를 위한 다특성 동시 최적화 방안을 제안하였다. 김성준 과 최덕기는 사전에 주어진 가중치를 이용하여 보정된 주효과를 특성 마다로 합산하여 최적수준을 선택하는 방안을 제시하고 있다.[2] 김성준 과 최덕기가 제안한 방법은 다구찌방법에서 제안한 절차를 그대로 따르면서도 다특성치에서 개별특성치의 최적인자의 수준이 서로 상이한 상충현상이 발생했을때, 각 인자의 주효과와 가중치를 곱하여 합산하는 방법으로 최적수준을 선정하는 것이다. 이를 개념적으로 나타내면 다음 [그림 1]에서 보는 바와 같다.[2]



[그림 1] 가중치에 의한 주효과 합산

그러나 이 방법은 각 특성치의 값에 따라 다양하게 변하는 SN비 값을 정규화를 하지 않고 단지 특성별로 주어진 가중치를 각각 곱하여 더해 줌으로써 서로 다른 특성치로부터 발생하는 변동을 고려하지 못하고 있다. 그러므로 최적 설계인자의 수준을 선택하지 못하는 결과를 초래할 수 있다. 이에 본 논문에서는 김성준 과 최덕기 제시한 가중 주효과에 근거한 절차를 기본으로 하여 더 발전된 방법론을 제시하고자 하며, 또한 본인이 개발한 각 특성치에 가중치를 부여하는 방법을 추가한 개량된 가중주효과를 이용한 다특성치 최적화방법을 제시하고자 한다.

## 2. 개량된 주효과를 이용한 다특성치 최적화 방법

### 단계 1. 특성치 별 다구찌 분석

다구찌방법에 의한 각 분석 대상별로 SN비 분산분석을 행하여 유의한 인자를 찾아서 SN비가 최대가 되는 설계인자의 최적수준을 결정한다.

### 단계 2. 상충인자 찾기

각 인자의 최적수준이 다른 상충인자를 찾는다.

### 단계 3. 상충인자 SN비의 정규화(Normalization)

m개의 상충인자의 수준과 이와 관련된 l개의 특성치에서 상충인자의 수준조합 실험영역에서 SN비 행렬 V를 다음과 같이 정의한다.[8]

이때  $i = 1, \dots, m, j = 1, \dots, l$ 이다.

$$V = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1l} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2l} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{m1} & x_{m2} & \dots & x_{ml} \end{bmatrix}$$

각 특성치별 상충인자의 수준에서 SN비값을 정규화하는 과정으로, 선형변환 방법을 이용하여 각 특성치에서의 결과치를 해당열에서의 최대치로 나누면 된다.

SN비의 값이 클수록 높은 선호도를 갖는 열에서 해당열의 최대치를  $x_j^* = \text{Max}_i (x_{ij})$ 라 할 때 변환된 SN비 행렬 R의 원소  $r_{ij}$ 는 식(2.1)에 의해 얻어지며 행렬 R은 다음과 같다.

$$r_{ij} = \frac{x_{ij}}{x_j^*} \tag{2.1}$$

만일 특성치의 SN비의 값이 음수인 경우에는 식(2.2)와 같다.

$$r_{ij} = \frac{x_j^*}{x_{ij}} \tag{2.2}$$

여기서  $0 \leq r_{ij} \leq 1$ 이다.

$$R = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & \dots & r_{1l} \\ r_{21} & r_{22} & \dots & r_{2l} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{m1} & r_{m2} & \dots & r_{ml} \end{bmatrix}$$

**단계 4. 정규화된 SN비값에 가중치(Weight) 부여**

각 특성치에 가중치를 부여하는 것은 매우 어렵고도 신중한 일이라 할수 있다. 가중치를 다르게 부여함에 따라 최종 선택 결정이 달라질 수 있기 때문에 가중치를 부여시 매우 신중한 결정이 요구된다. 본 연구에서는 전문가들의 의견을 이용하여 가중치를 부여하기로 하고 가중치를 부여하는 방법은 공정능력지수를 이용하고자 한다. 공정능력(Process Capability)이란 제조공정이 제품의 설계과정에서 설정한대로 얼마나 균일한 제품을 생산할 수 있는지를 반영하는 공정의 고유능력 즉, 균일성을 의미한다. 이처럼 고유능력을 평가하기 위하여 다양한 통계적 기법들이 제안되어 왔으며, 이를 공정의 변동과 제품의 규격한계 등으로 공정능력을 평가하는 것을 공정능력분석(process capability analysis)이라 하고, 이를 정량적으로 표현한 것이 공정능력지수(Process Capability Index)이다.  $C_p$ 는 산업계에서 가장 먼저 사용된 것으로 전통적인  $6\sigma$ 개념을 기초로 개발된 공정능력지수이다.

$$C_p = \frac{USL - LSL}{6\sigma} = \frac{T}{6\sigma} \quad (2.3)$$

한쪽 규격만 있는 경우에는 다음과 같이 정의 하여 사용한다.

$$\text{규격상한만 있는 경우 : } C_p = \frac{USL - \mu}{3\sigma} \quad (2.4)$$

$$\text{규격하한만 있는 경우 : } C_p = \frac{\mu - LSL}{3\sigma} \quad (2.5)$$

본 연구에서는 규격하한만 있는 경우의 공정능력지수를 이용하고자 한다. 각 특성치에 대한 가중치를 여러 전문가가 각 특성치에 부여된 값을 각 특성치에 대한 전문가들의 평가치는 1부터 9까지의 구간 척을 이용하여 전문가들에 의해 부여하도록 하고, 이때 전문가들이 부여한 값들의 평균을  $\mu$ 로 계산하며 규격하한치는 전문가들이 부여하는 최소값인 1로 나타내며 각 전문가들이 부여한 값의 표준편차는  $\sigma$ 로 계산한다.  $\sigma$ 의 공식은 다음과 같다.[14, 15]

$$\hat{\sigma} = s = \sqrt{\frac{\sum (b_{jp} - \bar{b})^2}{n - 1}} \quad (p = 1, \dots, n) \quad (2.6)$$

이때  $b_{jp}$ 는 각 특성치  $j$ 에 대한  $p$ 명의 전문가들이 부여한 값을 의미한다.

그러므로 본 논문에서는 각 특성치에 전문가들이 부여한 값들의 평균이 크고 그 값들이 차이가 적은 대안에 우선순위를 두도록 하였다.

임의의 특성치에 전문가들의 부여한 값들을 식(2.6)에 의해 계산한다. 또한 식(2.5)를 이용하여  $C_p$ 를 계산하고 그 값들을 정규화한다. 정규화된  $C_p$ 인  $NC_p$  (Nomalized Capability Index)는 다음과 같다.

$$NC_{P_j} = C_{P_j} / (C_{P_1} + C_{P_2} + \dots + C_{P_l}) \quad (2.7)$$

각 특성치에 전문가들이 부여한 값을 정규화한  $NC_{P_j}$ 를 각 특성치에 대한 가중치라 하고 기호를  $w$ 로 바꿔 쓰기로 한다. 이때  $w$ 는 아래와 같은 조건을 갖는다.

$$w = (w_1, \dots, w_l) \quad \sum_{j=1}^l w_j = 1 \quad (2.8)$$

$$\text{이때 } w_j = C_{P_j} / \sum_{j=1}^l C_{P_j}$$

**단계 5 최적수준 선정**

$$WE_i = \sum_{j=1}^l r_{ij} \times w_j \quad (2.9)$$

$WE_i$ 는 임의의 인자의 수준  $i$ 의 얻어진 가중 주효과 값으로써 각 특성별로 계산된 가중치  $w$ 와 각인자의 정규화된 SN 값을 곱해서 더해준 값이다.  $WE_i$  값이 가장 큰 것이 최적수준으로 선정한다.

**3. 기존 사례에의 적용**

기존의 사례를 선정하여 본 논문에서 제시한 개량된 가중주효과를 이용한 다특성치 최적화방법을 제시하고자 한다.

**3.1 자동차 액정계기판의 직접소자 성능개선 사례[4,5,8,16]**

이 사례는 Pirrung(1986)의 직접소자의 성능개선 사례로서 액정계기판의 특성치를 다음과 같이 두 개로 선택할 수 있다. 고려되는 설계인자와 수준을 [표 1]에 나타내었다.

- ① 결합부위의 전기적 저항(망소 특성치)

허용규격치는 3000(ohms)

② 직접소자의 결합력(방대 특성치)

허용규격치는 300(pounds)

[표 1] 설계인자와 수준

인 자	수 준
A	4 수준(D1, H-20-E, 88-1, H-20E-175)
B	2 수준(90min @ 90°C, 60min @ 120°C)
C	2 수준 (Cu, Hi)
D	2 수준(Yes, No)
E	2 수준(Tin, Silver)

직교배열  $L_8(2^7)$ 에 할당하여 실험한 결과는 [표 2]와 같다.

[표 2] 실험의 결과

실험 번호	A 1	B 2	C 3	D 4	E 5	SN비(1)	SN비(2)
1	1	1	1	1	1	-23.42	56.35
2	1	2	2	2	2	-53.44	54.67
3	2	1	1	2	2	-15.02	55.40
4	2	2	2	1	1	-56.34	59.09
5	3	1	2	1	2	-73.51	58.98
6	3	2	1	2	1	-20.00	57.99
7	4	1	2	2	1	-58.99	54.67
8	4	2	1	1	2	-15.76	59.30

**단계 1. 특성치 별 다구찌 분석**

각 특성별로 SN비 분산분석을 행하여 유의수준 5%에서 유의한 인자를 찾아서 SN비가 최대가 되는 설계 인자의 최적수준을 결정한 결과가 [표 3]과 같다.

[표 3] 특성치별 최적수준

인자	특성치(1)		특성치(2)	
	SN비	최적수준	SN비	최적수준
A1	-38.43		55.51	
A2	-35.68	○	57.25	
A3	-46.76		58.49	○
A4	-37.38		56.99	
B1	-42.74		56.35	
B2	-36.39	○	57.76	○
C1	-18.55	○		
C2	-60.57		-	-
D1	-42.26		58.43	○
D2	-36.86	○	55.68	
E	-	-	-	-

**단계 2. 상충인자 찾기**

각 인자의 최적수준이 다른 상충인자를 찾는 단계로서, A인자와 D인자가 상충인자이다.

B인자의 최적수준은 2수준이고, C인자의 최적수준은 1수준이다.

**단계 3. 상충인자 SN비의 정규화(Normalization)**

우선 상충인자 A에 대한 SN비 행렬 V는 다음과 같다.

$$V = \begin{bmatrix} -38.43 & 55.51 \\ -35.68 & 57.25 \\ -46.76 & 58.49 \\ -37.38 & 56.99 \end{bmatrix}$$

각 특성치별 상충인자의 수준에서 SN비값을 정규화하는 과정으로, 선형변환 방법을 이용하여 각 특성치에서의 결과치를 해당열에서의 최대치로 나누면 된다. 상충인자 A의 SN비 행렬의 정규화를 통해 행렬 R를 얻는 결과는 아래와 같다.

$$R = \begin{bmatrix} 0.928 & 0.949 \\ 1 & 0.979 \\ 0.763 & 1 \\ 0.955 & 0.974 \end{bmatrix}$$

다음으로 상충인자 D에 대한 행렬 R은 다음과 같다.

$$R = \begin{bmatrix} 0.872 & 1 \\ 1 & 0.953 \end{bmatrix}$$

**단계 4. 정규화된 SN비값에 가중치(Weight) 부여**

각 특성치에 대한 가중치를 여러 전문가가 각 특성치에 부여된 값을 각 특성치에 대한 전문가들의 평가치는 1부터 9까지의 구간 척을 이용하여 전문가들에 의해 부여하도록 한다. 본 사례에서는 전문가 5명이 각 특성치에 부여한 가중치가 [표 4]와 같다고 하자.

[표 4] 각 특성치에 전문가가 부여한 가중치

	특성치 1	특성치 2
전문가 1	2	9
전문가 2	9	8
전문가 3	8	6
전문가 4	7	4
전문가 5	3	9

우선, [표 4]의 특성치 1에 대한 전문가 5명이 부여한 값들의  $\sigma$ 을 식(2.6)을 이용하여 계산하면 다음과 같다.

$$\hat{\sigma} = s = \sqrt{\frac{\sum(2-5.8)^2 + (9-5.8)^2 + (8-5.8)^2 + (7-5.8)^2 + (3-5.8)^2}{4}} = 3.11$$

본 연구에서는 규격하한만 있는 경우의 공정능력지수 즉  $C_p = \frac{\mu - LSL}{3\sigma}$ 를 이용하므로 특성치 1에 대한 공정능력지수 즉,  $C_{p1}$ 을 계산하면

$$C_{p1} = \frac{5.8 - 1}{3 \times 3.11} = 0.51 \text{이다. 모든 특성치에 대해 전문가들이 부여한 값을 } C_p \text{로 계산하면 [표 5]와 같다.}$$

[표 5] 각 특성치의  $C_p$  값

	특성치 1	특성치 2
$C_p$ 값	0.51	0.95

식(2.7)을 이용하여  $C_p$ 을 정규화시키면 [표 6]과 같다.

[표 6] 각 특성치의 정규화된 가중치

	특성치 1	특성치 2
$NC_p$ 값	0.35	0.65

$NC_p$ 를 각 특성치에 대한 가중치라 하고 기호를  $w$ 로 바꿔쓰기로 한다

**단계 5 최적수준 선정**

식(2.9)를 이용하여 상충인자 A에서의 가중주효과 값을 구해보기로 한다.

우선  $A_1$ 에서의 가중주효과 값  $WE_1$ 를 구해보면 다음과 같다.

$$WE_1 = 0.928 \times 0.35 + 0.949 \times 0.65 = 0.942$$

나머지 A인자 수준에서 가중주효과 값을 구하면 다음과 같다.

$$WE_2 = 0.986, WE_3 = 0.917, WE_4 = 0.967$$

$WE_i$  값이 가장 큰  $A_2$ 를 최적수준으로 선정한다.

다음으로 상충인자 D에서의 가중주효과 값을 구해보기로 한다.

$D_1$ 에서의 가중주효과 값은 다음과 같다.

$$WE_1 = 0.872 \times 0.35 + 1 \times 0.65 = 0.955$$

$D_2$ 의  $WE_2$ 는 0.969이다. D인자의 최적수준은  $WE_i$  값이 큰  $D_2$ 이다. 그러므로 본 사례에서의 최적 수준조합은  $A_2B_2C_1D_2$ 이다.

**4. 결론**

본 연구에서는 다특성 강건설계의 최적화 방법의 활용에 대해 다루었다. 다구찌의 강건 설계에 대한 기본 개념을 기초로 하여 각 특성치별 SN비를 추정하였고 분산분석을 통한 각 특성치별 설계인자의 최적수준 결정, 상충인자 찾기, 상충인자 SN비 정규화,  $C_p$ 를 이용한 특성치의 가중치 부여, 최적수준 선정을 거쳐 각 특성치의 SN비의 유의한 인자중 상충현상이 발생시 절충하기위한 방법론을 제안하였다. 본 논문에서 제시된 사례외에 다수의 실제사례에 적용하여 계속적인 연구가 요구되며, 본 연구에서는 제시하지 못한 다특성치 문제에서 상충인자의 교호작용이 유의할 경우에 적용할 수 있는 방법론의 개발이 필요하다고 생각된다.

**5. 참고 문헌**

- [1] 권용만, 박병진, “로버스트 설계에서 기대함수를 이용한 다특성 동시 최적화 방안”, 품질경영학회지, Vol.27, No.22, PP126~142, 1999.
- [2] 김성준, 최덕기, “다구찌방법을 이용한 다특성 페이스밀링 작업의 최적화”, 대한산업공학회 추계학술대회, 2004.
- [2] 김육일, 강창욱, “다 특성 파라미터 설계의 평가척도에 관한 연구”, 품질경영학회지, 제22권 제1호 pp. 122-132, 1994.
- [3] 동승훈, “성능 특성이 다수인 경우의 파라미터설계에 관한 연구”, 한국과학기술원, 석사학위 논문, 1990.
- [4] 배영주, 김광수, 이진규, “EXTOPSIS 모형을 이용한 다중특성치의 파라미터 설계”, 품질경영학회지 제24권 제3호, pp. 111-132, 1996.
- [5] 서순근, 최종덕, “다성능특성치에 관한 안정성설계”, 품질경영학회지, 제 22권 제3호, pp. 34-53, 1994.
- [6] 소유진, 염봉진, “다특성치 파라미터 설계방법의 비교에 관한 연구” 한국경영과학회/대한산업공학회 춘계공동 학술대회, 2011.

- [7] 이강인 “다구찌의 손실함수를 이용한 다방목 특성을 가지는 의사결정문제의 선호대안결정” 대한산업공학회지 제24권 제4호, pp.493-502, 1998.
- [8] 조용욱, 박명규, “다특성치 파라미터 설계에 관한 방법론 연구”, 공업경영학회지, Vol.22 ,No.50 , ,PP 105~113, 1999.
- [9] 조용욱, 박명규, “다요소를 고려한 다특성치 파라미터 설계방법”, 산업경영시스템학회지, Vol. 23 ,No55, pp 1~11,2000.
- [10] Antony, J. “Multy-response optimization in industrial experiments using Taguchi’s quality loss function and principal component analysis,” Quality and Reliability Engineering International, Vol. 16, No.1, pp. 3-8, 2000.
- [11] Derringer, G. and Suich, R, “Simultaneous optimization of several response variables,” Journal of Quality Technology, Vol. 12, No.3, pp. 214-219, 1980.
- [12] Harrington, E. C. Jr., “The Desirability Fuction,” Industrial Quality Control Vol. 21, No.10, pp.494-498, 1955.
- [13] Hector Allende, Daniela Bravo and Enrique Canessa “ Robust design in multivariate systems using genetic algorithms,” Quality &Quantity, Vol 44, No 2, pp315-332, 2010
- [14] K.-M. Yang, Y.-W. Wook, and J.-H. Park, “A study on evaluation method for process safety using multiple attribute decision making,” 38th International Conference on CIE, Beijing, China, pp. 2274 - 2278, 10 2008.
- [15] Kwang Mo Yang, Young Wook Cho, Seung Hee Choi, Jae Hyun Park, Kyoung SikKang, “A Study on Development of Balanced Scorecard for Management Evaluation Using Multiple Attribu Decision Making,” Journal of Software Engineering and Applications, Vol. 3, No.3, pp.268-272, 2010..
- [16] Pirung, “ Optimization of Bond Strength and Contact.” ITT SWF(West Germany), Fourth Symposium on Taguchi Method, American Supplier Institute, 1986.
- [17] Vining, G.G. and Myers, R.H., “Combining Taguchi and Response Surface Philosophies: A Dual Response Approach,” Journal of Quality Technology, Vol. 22, No.1, pp. 38-45,1990.

## 저 자 소 개

### 조 용 욱



명지대학교 학사, 석사, 박사를 졸업하였으며, 2010년 7월부터 2011년 7월까지 뉴저지 주립 대학 방문교수를 역임하였고, 현재 인덕대학 테크노경영학과에 부교수로 재직중이다. 관심분야로는 품질공학, 식스시그마, 린식스시그마이다.

주소: 서울특별시 노원구 초안산길 14 인덕대학 테크노경영학과