

# 유한요소법을 통한 판에서 시간반전 램파의 공간집속성능 규명

## Investigating the Spatial Focusing Performance of Time Reversal Lamb Waves on a Plate through the Finite Element Method

최 정 희\*. 이 해 성\*\*. 박 현 우†

Jeong Hee Choi, Hae Sung Lee and Hyun Woo Park

(2011년 9월 15일 접수 ; 2011년 10월 21일 심사완료)

**Key Words :** Time Reversal Acoustics(시간반전음향학), Time Reversal Lamb Wave(시간반전 램파), Spatial Focusing Performance(공간집속성능), Active Virtual Sensor(활성가상탐지자), Finite Element Method(유한요소법), Piezoelectric Transducers(압전소자), Impact Localization(충격위치추정), Plate(판)

### ABSTRACT

Researches using time reversal acoustics(TRA) for impact localization have been paid attention to recently. Dispersion characteristics of Lamb waves, which restrict the utility of classical non-destructive evaluation based on time-of-flight information, can be compensated through the application of TRA to Lamb waves on a plate. This study investigates the spatial focusing performance of time reversal Lamb waves on a plate using finite element analysis. In particular, the virtual sensor effect caused by multiple wave reflections at the boundaries of a plate is shown to enable the spatial focusing of Lamb waves though a very small number of surface-bonded piezoelectric(PZT) sensors are available. The time window size of forward response signals, are normalized with respect to the number of virtual active sensors. Then their effects on the spatial focusing performance of Lamb waves are investigated.

### 1. 서 론

최근 판에 쉽게 부착이 가능하고 가진과 탐지를 동시에 수행할 수 있는 압전소자를 통한 램파 기반 판 구조물 건전성 감시 기법에 대한 연구가 활발히 진행되고 있다. 판형 구조물에서 발생하는 대표적 탄성 유도파(elastic guided wave)인 램파(Lamb wave)

는 균열과 같은 미세 손상에 민감하게 반응할 뿐만 아니라 비교적 먼 거리까지 전달되는 장점을 가지고 있다<sup>(1-3)</sup>. 이러한 램파의 장점에도 불구하고 램파의 고유 특성인 분산성(속도분산 및 다중 모드 분산) 때문에 파 전달은 매우 복잡한 양상을 띄게 된다<sup>(4)</sup>. 따라서 실제 손상에 의한 램파 신호의 변화인지 분산성에 의한 신호의 변화인지를 구분하기 매우 어렵다.

램파의 분산성을 보상하기 위해 현대 시간반전 음향학(time reversal acoustics)을 응용한 연구가 시도되었다<sup>(6-9)</sup>. 시간반전음향학에 의하면 가진점에서 입력된 신호가 매질에서 전파되어 다른 지점에서 응답신호가 기록되었을 때, 그 응답신호를 기록된 시간순서의 역순으로 뒤집어서 다시 가진점으로 돌려보내게 되면 원래의 입력신호를 그대로 복원할 수

† 교신저자; 정희원, 동아대학교 토목공학과  
E-mail : hwpark@dau.ac.kr  
Tel : (051)200-7630, Fax : (051)201-1419  
\* K-waters 부산권관리단  
\*\* 서울대학교 건설환경공학부

# 이 논문의 일부는 2011년 추계 소음진동 학술대회에서 발표되어 우수논문으로 추천되었음.

있다<sup>(8,10)</sup>. 이러한 현상은 선형 시스템에서 동탄성학의 선형 상반성이 성립하기 때문에 가능하다<sup>(11)</sup>. 그러나, 파의 전달 경로상에 비선형성을 가지는 손상이 존재하는 경우 선형 상반성이 더 이상 성립하지 않게 되고 그 결과 시간반전과정에서 복원된 램파는 원 입력신호와 서로 다른 형태를 가지게 된다<sup>(12)</sup>. 시간반전과정에서 원입력 신호와 복원된 신호를 비교하여 판에 발생한 손상여부를 기저데이터(baseline data)를 참조하지 않고 판단할 수 있다<sup>(12,13)</sup>.

시간반전과정을 이용한 판의 손상진단은 복원된 램파의 시간집속(temporal focusing)을 이용하여 판의 손상 여부를 판단할 수 있지만 직접 손상 위치를 추정하기 어렵다. 특히, 판에 충격 하중에 의해 손상이 발생하는 경우 손상 위치 추정 문제는 충격 하중의 위치의 추정 문제가 된다. 이 연구에서는 판에 손상을 발생시킬 수 있는 충격 하중의 위치를 추정하기 위해 시간반전과정에서 복원되는 램파의 공간집속(spatial focusing) 특성을 활용한다.

기존 시간반전 음향학의 연구에서는 램파의 공간집속을 구현하기 위해 특수 제작된 시간반전거울(time reversal mirror; TRM)<sup>(5-7)</sup>라는 고가의 장비를 사용하거나 케오틱 캐비티(chaotic cavity)라는 특수 제작 박판<sup>(14,15)</sup>을 사용하였다. 그러나 이들을 구조물 손상탐지에 활용하기에는 전자의 경우 비용문제가, 후자의 경우는 공학에서 사용하는 주요 부재의 형상과 차이가 크다.

이 연구에서는 공학 분야에서 널리 사용되는 규격 도파관(regular cavity) 형태의 직사각형 판을 대상으로 파 반사에 의해 발생하는 가상탐지자(virtual sensor) 효과에 의해 소수의 부착형 압전소자(일명 PZT)<sup>(16)</sup>만을 사용하더라도 시간반전 램파의 공간집속 구현이 가능함을 보인다. 특히, 시간반전에 사용되는 순방향 응답신호의 시간창 크기를 활성화가상탐지자의 개수로 기준화하여 가상탐지자 효과를 정량화 한다.

PZT를 이용하여 유도되는 시간반전 램파의 공간집속을 모사하기 위해 평판과 판에 부착된 PZT를 각각 3차원 동탄성학과 선형압전이론을 이용하여 모델링한다. 유한요소법을 이용한 공간 이산화 과정에서 평판은 3차원 선형 고체 유한요소로 이산화하고 PZT에 의한 가진효과는 등가절점하중으로 치환한다. 시간영역 해석을 위해 대규모 파 전달 문제에

유리한 증강차분법을 사용한다<sup>(17)</sup>.

한쪽이 고정된 평판에 대해 매개변수 연구를 수행하여 시간반전 램파의 공간집속성능 지표들을 계산한다. 시간반전 램파의 공간집속성능을 나타내는 지표로서 원 입력 가진 지점 부근에서의 공간집속 해상도(spatial resolution)과 신호대 잡음비(S/N ratio)를 사용한다<sup>(18)</sup>. 계산된 공간집속성능 지표들을 활성화가상탐지자의 개수에 대해 나타내고 상관관계를 규명한다.

## 2. 시간반전 램파의 공간집속

램파의 시간반전과정에서 시간영역에서 복원된 입력신호의 집속현상과 더불어 중요한 현상이 바로 공간영역에서 복원된 입력신호의 집속인 시간반전 램파의 공간집속이다. 기존의 시간반전 램파의 공간집속을 규명하기 위한 연구는 크게 두가지로 나눌 수 있다.

첫째, 판형 구조물에 시간반전과정을 위해 특수하게 제작된 TRM을 이용한 연구이다. 여기서 TRM은 Fig. 1과 같이 수백개의 압전소자를 원형 또는 웨지에 일렬로 집적시켜 특수 제작된 탐측기(probe)이다.

통상적으로 신호분석을 복잡하게 하는 램파의 분산성이 시간반전과정에서 오히려 TRM의 유효 면적을 증가시킴으로써 분산이 없는 체적파(대표적으로 음파)보다 훨씬 강화된 공간집속을 유도할 수 있음을 규명하였다<sup>(5-7)</sup>. 그러나 TRM을 이용한 시간반전과정은 고주파 대역에서 많은 수의 센서를 통해 동시에 탐지와 가진을 수행해야 하므로 고가의 데이터수집장치를 필요로 한다.

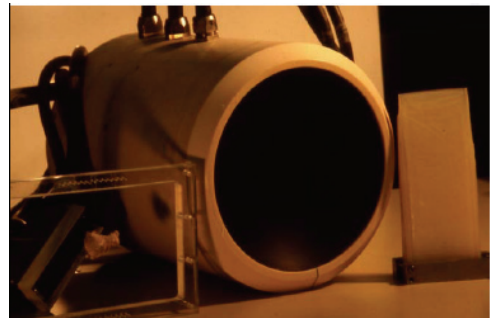
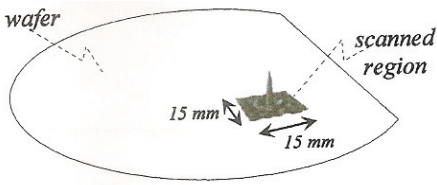
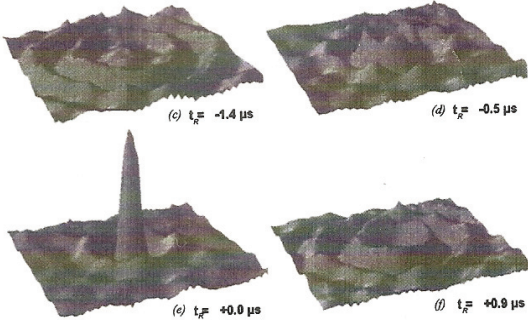


Fig. 1 Time reversal mirror(TRM)<sup>(10)</sup>



(a) Chaotic cavity made of silicon wafer(thickness : 525 mm)



(b) Spatial focusing of time reversal Lamb waves measured by the interferometer(bottom left)

**Fig. 2** Spatial focusing of time reversal Lamb waves on a chaotic cavity: reprinted from<sup>(15)</sup>, copyright 1999, with permission from JASA

두 번째 연구는 적은 개수의 센서를 이용하여 시간반전 램파의 공간집속을 유도하기 위해 Fig. 2(a)와 같이 케오틱 캐비티의 형태로 특수 제작된 도파관(waveguide)을 사용하였다<sup>(15)</sup>. 케오틱 캐비티는 판의 임의의 지점에서 파가 입사되더라도 시간이 지남에 따라 파 반사가 계속 되면 입사파가 판의 모든 지점을 반드시 한번은 지나갈 수 있는 성질을 가지고 있다<sup>(14)</sup>.

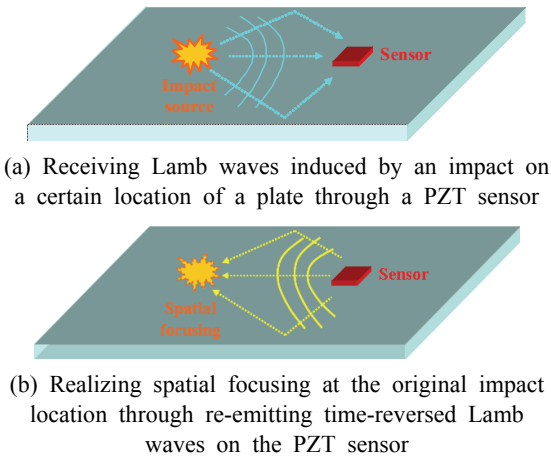
Draeger 등(1999)<sup>(15)</sup>은 케오틱 캐비티에서 한 개의 센서만을 이용하여 입력파가 입사된 지점에서 시간반전 램파의 공간집속을 Fig. 2(b)와 같이 재구성할 수 있었다. 이 현상은 케오틱 캐비티에서 파 반사가 가상의 수신자를 추가하는 것과 같은 효과를 유발함으로써 일종의 TRM이 구성되기 때문에 가능하다<sup>(14)</sup>. 실제로 이러한 케오틱 캐비티의 성질을 이용하여 케오틱 고체 캐비티(chaotic solid cavity)를 단일 채널 센서와 접합시켜 단일 채널 TRM을 구성한 연구사례도 보고된 바 있다<sup>(19)</sup>.

이 연구에서는 케오틱 캐비티를 이용한 시간반전 램파의 공간집속 현상에 착안하여 공학 분야에서

널리 사용되는 규격 도파관 형태의 일정한 두께를 갖는 직사각형 판에서도 램파 공간집속의 구현이 가능한지에 초점을 맞춘다. 특히, 판형 구조물의 건전성 감시에서 수요가 증가하고 있는 구조물 부착형 압전센서로 램파 공간집속현상을 재현할 수 있다면 적은 개수의 센서로 높은 신호대 잡음비와 공간적 해상도를 가진 충격하중 위치 추정 가능성이 가능해진다.

Fig. 3은 판 구조물에서 시간반전 램파를 이용한 충격하중 위치 추정을 개념적으로 나타냈다. 먼저 Fig. 3(a)에서 판의 임의의 위치에서 특정 순간에 손상을 유발할 수 있는 충격하중이 가해졌을 때 충격하중에 의한 램파가 판 전체를 통해 전달되게 된다. 이와 동시에 판의 다른 지점에 부착된 압전센서가 충격하중에 의해 발생한 램파 신호를 탐지하게 한다. 이때 탐지된 램파 신호는 충격하중의 위치에서 직접 전달된 파뿐만 아니라 파 반사 때문에 여러 다른 경로를 통해 전달될 파들도 포함된다. Fig. 3(b)의 과정에서는 Fig. 3(a)의 센서에서 탐지된 램파 신호를 시간영역에서 반전시킨 후 다시 같은 센서에 재입사 시켜서 램파가 전달되어 온 경로를 되짚어 거꾸로 돌려보내는 역방향 전달과정을 수행한다. 앞서 기술한 케오틱 캐비티의 경우와 유사하게 Fig. 3과 같은 사각형 판에서도 파 반사에 의한 가상 센서 효과가 충분히 발현되어 원래의 충격 하중의 위치에서 시간반전 램파의 공간집속이 재현된다고 가정해보자. 이 경우 운행중인 비행기 날개에 가해진 국부적 충격에 의해 발생할 수 있는 박리와 같은 손상 위치를 시간반전 램파의 공간집속을 이용해서 추정할 수 있다.

시간반전 램파의 공간집속을 이용한 충격 위치 추정은 기존의 비행시간(time-of-flight) 정보를 사용한 위치 추정 기법보다 다음과 같은 장점을 갖는다. 기존의 방법의 유효성을 크게 제약할 수 있기 때문에 최대한 배제시켜야 하는 램파의 분산성과 파 반사가 오히려 시간반전과정에서는 시간반전 램파의 공간집속을 강화시키는 역할을 한다<sup>(5-7)</sup>. 따라서 시간반전 램파의 공간집속을 이용하면 기존의 방법에서 램파의 분산효과를 보상하기 위해 사용해 온 복잡한 신호처리 기법이나 파 반사효과를 배제하기 위한 시간창(time windowing)을 쓰지 않고도 충격 위치 추정시 높은 공간해상도와 신호대 잡음비를 획득할 수 있다.



**Fig. 3** A schematic of impact localization using the spatial focusing of time reversal Lamb waves on a plate

### 3. 시간반전 램파 문제의 동탄성학적 정의

Fig. 4(a)는 표면 부착형 PZT에 의해 가진되는 판에 대한 실제 모델을 나타냈다. 제시된 실제 모델은 PZT에 대한 전기역학적 문제와 판에 대한 동탄성학적 문제가 서로 커플링되어 있다. PZT에 외부에서 전압소스에 의해 입력전압이 가해지면 PZT에 전류가 흐르게 되고 PZT의 압전특성에 의해 PZT가 변형을 일으키게 된다. 이때 부착된 PZT는 판에 의해 구속되어 있기 때문에 PZT에 발생하는 변형은 판의 표면에 힘을 전달하게 되고 이를 통해 판에 동적 응답이 발생한다.

Fig. 4(a) 실제 모델에 대응하는 문제는 다음의 가정들을 통해 Fig. 4(b)의 이상화된 동탄성 모델로 정의할 수 있다.

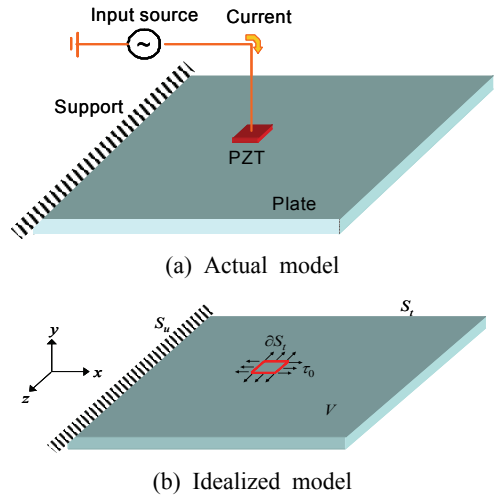
(가) 판의 크기에 비해 PZT의 크기가 상대적으로 매우 작고 판의 두께에 비해 PZT의 두께가 매우 작다. 즉, PZT의 질량관성과 강성효과가 판의 그것들에 비해 무시할 만큼 작다.

(나) PZT는 판에 완전 강부착(perfect bonding)되어 있다.

(다) PZT는  $d_{31}$  타입으로 선형압전성을 따른다<sup>(20)</sup>.

(라) 판의 체적력과 재료감쇠특성은 무시한다.

Fig. 4(b)의 이상화된 동탄성 모델에서는 표면 부



**Fig. 4** Actual and idealized dynamic models for a plate excited by surface mounted PZT

착형 PZT의 전기역학적 거동을 PZT의 둘레( $\partial S_t$ )를 따라서 둘레에 직각방향으로 전단 트렉션  $\tau_0$ 를 가하는 형태로 나타난다. 여기서  $\tau_0$ 는 PZT의 물성치에 의해 결정되는 선형압전성에 따라 전압소스에서 가해지는 전압신호와 전기역학적 상수에 의해 간단하게 계산할 수 있다<sup>(21)</sup>.

Fig. 4(b)의 이상화된 동탄성 모델에 대한 지배방정식은 다음과 같은 나비에(Navier) 식으로 표현할 수 있다.

$$(\lambda + \mu)\nabla\nabla \cdot \mathbf{u} + \mu\nabla^2\mathbf{u} = \rho\ddot{\mathbf{u}} \quad \text{on } V \quad (1)$$

여기서  $\lambda$ ,  $\mu$ ,  $\mathbf{u}$ ,  $\rho$ ,  $t$ , 그리고  $V$ 는 각각 판의 Lamé 상수, 변위벡터, 밀도, 시간 그리고 영역(domain)을 나타내고  $\nabla$ ,  $\nabla \cdot$ ,  $\nabla^2$  그리고  $\cdot$ 는 각각 그래디언트, 다이버전스, 라플라시안 그리고 시간에 대한 이계도 미분 연산자를 나타낸다.

변위 및 트렉션 경계조건은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \sigma_y(\mathbf{x}, t) &= 0 \\ \tau_{yx}(\mathbf{x}, t) &= \tau_0(t) \cdot n_x(\mathbf{x}) \quad \text{on } \partial S_t \\ \tau_{yz}(\mathbf{x}, t) &= \tau_0(t) \cdot n_z(\mathbf{x}) \end{aligned} \quad (2a)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{u}(\mathbf{x}, t) &= \bar{\mathbf{u}}(\mathbf{x}) \quad \text{on } S_u \\ \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x}, t) &= 0 \quad \text{on } S_f - \partial S_t \end{aligned} \quad (2b)$$

여기서  $\bar{\mathbf{u}}$ ,  $\boldsymbol{\sigma}$ ,  $n_x$ ,  $n_z$ 는 각각 주어진 변위경계 조건,

응력텐서, PZT 둘레의  $x$ 와  $z$ 방향 성분에 대해 수직인 법선벡터를 나타낸다. 또한  $S_u$ 와  $S_r$ 는 판의 변위 경계와 트랙션 경계를 나타낸다.

마지막으로 초기 조건은 다음과 같다.

$$\mathbf{u}(\mathbf{x},0) = \dot{\mathbf{u}}(\mathbf{x},0) = 0 \quad \text{on } V \quad (3)$$

여기서  $\dot{\phantom{x}}$ 는 시간에 대한 일계도 미분 연산자를 나타낸다.

Fig. 4에 기반을 두고 시간반전과정에서 순방향 전달과정과 역방향 전달과정에 대한 실제 모델과 이상화된 동탄성학적 모델은 Fig. 5와 같이 나타낼 수 있다. 설명의 편의상 순방향 전달과정에서 판에 입력되는 하중은 Fig. 5(a)와 같이 PZT를 이용하는 것으로 가정한다.

Fig. 5(a)는 시간반전과정에서 순방향 전달과정에 대한 실제 모델을 나타냈다. 입력 하중은 Fig. 5(a)와 같이 PZT A에서 전압소스  $V_A(t)$ 를 이용하여 가한다. PZT A에 의해 유도된 램파는 판을 따라 전달되고 PZT B를 지나면서 전기역학적 상호작용을 거쳐서 응답 전압신호  $V_B(t)$ 로 수신된다.

Fig. 5(c)는 Fig. 5(a)의 순방향 전달과정을 이상화된 동탄성 모델로 나타냈다. 가진 PZT A의 둘레( $\partial S_A$ )에서 가해지는 등가 트랙션은 다음 식과 같이 나타낼 수 있다.

$$\tau_0(t) = \alpha_A V_A(t) \quad t > 0 \quad (4)$$

여기서  $\alpha_A$ 는 PZT A의 기하형상과 물성치에 의해 결정되는 전기역학적 상수이다<sup>(20,21)</sup>.

Fig. 5(c)에서 PZT B에서 수신되는 응답 전압신호  $V_B(t)$ 는 다음과 같이 PZT B의 둘레( $\partial S_B$ )에서 변위의 선적분 형태로 계산할 수 있다<sup>(21)</sup>.

$$V_B(t) = \beta_B \int_{\partial S_B} \mathbf{u} \cdot \mathbf{n} ds \quad t > 0 \quad (5)$$

여기서  $\beta_B$ 와  $\mathbf{n}$ 은 각각 PZT B의 기하형상과 물성치에 의해 결정되는 전기역학적 상수와  $\partial S_B$ 에 수직인 법선벡터이다.

Fig. 5(b)는 시간반전과정에서 역방향 전달과정에 대한 실제 모델이다. Fig. 5(a)의 순방향 전달과정에서 PZT B에서 수집된 응답 전압신호  $V_B(t)$ 를 시간 영역에서 시간반전 시킨 후 PZT B에 다시 입사시

킨다. 이렇게 하면 원래 입력 가진점인 PZT A에서 시간반전 램파의 공간집속이 발생하게 된다.

Fig. 5(d)는 Fig. 5(b)의 역방향 전달과정을 이상화시킨 동탄성 모델이다. 응답 전압신호  $V_B(t)$ 를 시간반전 시킨 후 PZT B에 재입사 하는 과정을 PZT B의 둘레에 다음의 등가 트랙션을 가하는 것으로 나타낼 수 있다.

$$\tau_0(t) = \alpha_B V_B(T-t) \quad t > 0 \quad (6)$$

여기서  $\alpha_B$  그리고  $T$ 는 각각 PZT B의 전기역학적 상수와 응답 시간차 크기이다. 참고로  $\alpha_B$ 는 식 (5)의  $\beta_B$ 와 주파수 영역에서 켈레복소수 관계가 있다.

식 (6)의 응답 전압신호의 재입사 과정을 거쳐 최종적으로 시간반전 램파의 공간집속 성능을 규명하기 위해 판의 상면에서 판의 면외방향인  $y$ 방향 변위에 대한 스펙트럼을 계산한다.

$$\delta(\mathbf{x}) = \text{Max}_{t>0} |u_y(\mathbf{x},t)| \quad \mathbf{x} \in S_r \quad (7)$$

여기서  $\delta$ 는 변위에 대한 스펙트럼으로서 시간반전 램파의 공간집속을 나타내는 지향성패턴(directivity pattern)라고 부른다<sup>(22)</sup>.

시간반전 램파의 공간집속 성능은 식 (7)에서 계산한 지향성패턴으로부터 구할 수 있는데 이를 구하는 과정은 다음과 같다.

[단계 1] Fig. 5(c)의 순방향 파전달 문제에서 식 (4)를 식 (2a)에 대입하여 식 (2)의 경계조건과 식 (3)의 초기조건을 만족시키는 동시에 지배방정식 식 (1)을 만족시키는 변위장  $\mathbf{u}$ 를 구한다.

[단계 2] [단계 1]에서 구한 변위장을 식 (5)에 대입하여 응답 전압신호  $V_B(t)$ 를 계산한다.

[단계 3] Fig. 5(d)의 역방향 파전달 문제에서 [단계 2]에서 계산된  $V_B(t)$ 를 식 (6)에 대입하고 이를 다시 식 (2a)에 대입한다. 최종적으로 식 (2)와 식 (3)을 만족시키는 동시에 지배방정식 식 (1)을 만족시키는 변위장  $\mathbf{u}$ 를 구한다.

[단계 4] (단계 3)에서 구한 변위장을 식 (7)에 대입하여 지향성패턴  $\delta(\mathbf{x})$ 를 계산한다.

[단계 1]과 [단계 3]에서의 변위장에 대한 일반해를 해석적으로 구하는 것은 대단히 어렵다. 따라서



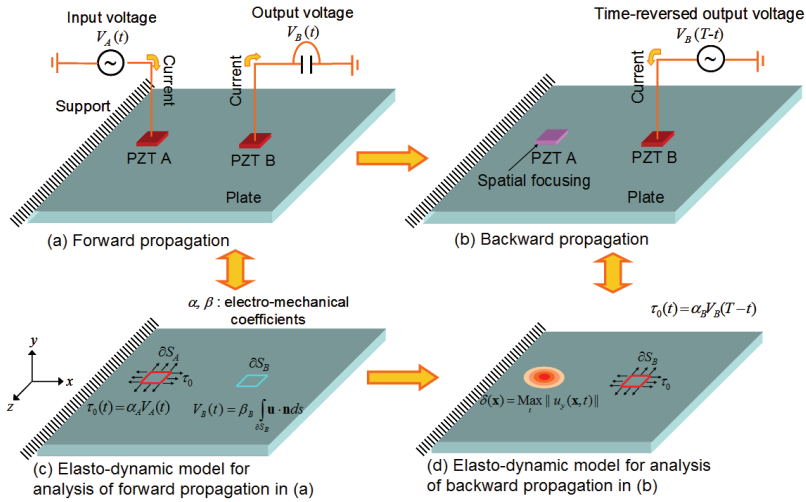


Fig. 5 Actual models and idealized elasto-dynamic models for the time reversal process on a plate using surface-mounted PZT

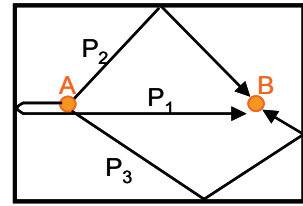
이 연구에서는 유한요소법과 양해법을 이용하여 [단계 1]과 [단계 3]에서의 변위장을 근사적으로 계산하고자 한다.

#### 4. 파반사에 의한 가상탐지자 효과

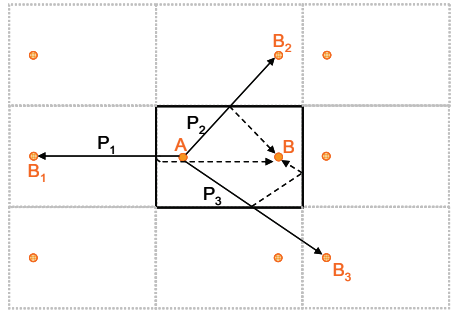
시간반전과정에서 파반사는 파의 탐지범위를 확장시켜 실제 사용된 센서의 개수보다 많은 수의 센서를 사용한 것과 같은 가상 수신자 효과를 유발한다. 2장에서 언급된 기존 현대음향학의 케오틱 캐비티를 이용한 기존연구 사례처럼 가상 수신자 효과를 이용한다면 소수의 가진/탐지자를 통해 탐지범위를 판 내부 전체로 확장할 수 있기 때문에 비용 측면에서 매우 유리할 수 있다.

Fig. 6은 박현우(2010)<sup>(23)</sup>에 의한 기존 램파의 시간집속에 관한 연구에서 제안된 가상탐지자의 개념을 보여주고 있는데, 판의 경계면에서 파 반사를 고려하면 PZT A로부터 생성된 램파가 PZT B로 전달되는 경로는 무한히 많이 존재한다. 설명의 편의상 파 반사 전달 경로들 중 간단한 경우 세 가지를 P<sub>1</sub>, P<sub>2</sub> 그리고 P<sub>3</sub>로 도시하였다. 판 경계에서 파 반사가 발생할 때 램파의 모드변환(mode conversion)이 발생하지 않고 입사파의 에너지가 모두 반사되는 전반사가 발생한다고 가정한다.

이 무수한 반사 경로들 중 A에서 B로 경계면에서 한번 반사후 도착하는 경로 P<sub>2</sub>를 Fig. 6(b)와 같이



(a) Examples of wave paths due to reflections



(b) Virtual sensor array model

Fig. 6 Schematic of a virtual sensor array model considering wave reflections in a rectangular plate<sup>(23)</sup>

평면상에 직선으로 펼쳐게 되면 A에서 B와 기하학적 대칭지점인 B<sub>2</sub>지점까지 직접 전달되는 경로와 같게 된다고, 즉, Fig. 6(b)에서 P<sub>2</sub>를 따라서 PZT A에서 PZT B로 전달되는 램파는 PZT A에서 가상 탐지자 PZT B<sub>2</sub>로 직접 전달되는 램파 신호와 등가

관계에 있다. Fig. 6(a)의 PZT B에 파 반사로 인해 전달되는 램파는 Fig. 6(b)에 존재하는 다수의 가상 탐지자에 직접 전달되는 램파를 모두 중첩시켜서 나타낼 수 있다.

파 반사 경로의 수가 증가함에 따라 Fig. 7과 같이 각 파 반사 경로에 대응되는 가상탐지자 개수도 증가하게 된다. 따라서, 가상탐지자는 원래의 사각형 판을 중심으로 좌,우,상,하 방향으로 거울상(mirror image)형태로 무한히 반복된다<sup>(23)</sup>. 이러한 규칙성을 이용하면 사각형 판의 크기와 PZT A와 PZT B의 위치가 주어졌을 때 PZT A와 반사파 경로에 대응하는 모든 가상 탐지자까지의 거리를 계산할 수 있다.

이와 같이 파 반사에 의한 가상탐지자 효과로 인해 한쌍의 PZT 소자만을 이용하는 경우에도 무수히 많은 탐지자들을 설치한 것과 같은 효과를 얻을 수 있다. 이 효과를 적절히 활용하면 적은 개수의 탐지자를 이용하여 판의 전체영역을 모두 조사 대상영역에 편입시킬 수 있다.

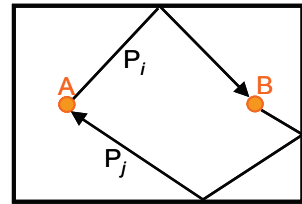
Fig. 8은 시간반전과정에서 순방향 전달과 역방향 전달 과정에서 파 반사 효과를 Fig. 6의 가상탐지자 모델을 통해 도식적으로 나타냈다. Fig. 6과 마찬가지로 파 반사가 존재하는 경우 순방향과 역방향 전달 과정에서 무수히 많은 파 전달 경로의 조합이 존재한다. Fig. 8(a)는 여러 전달 경로 조합들 중 간단한 경우를 예로 나타냈다. 여기서 순방향 전달 경로는  $P_i$ 로 역방향 전달은  $P_j$ 로 표시하였다.

Fig. 8(b)에서는 가상 탐지자 배열을 이용하여 Fig. 8(a)와 등가관계를 이루도록 시간반전과정을 모사

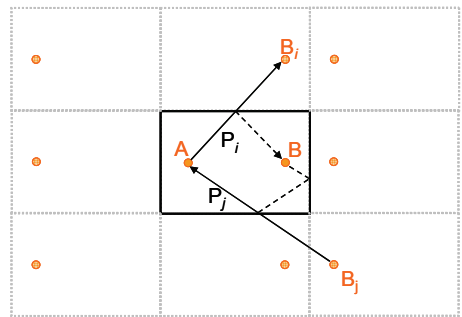
하였다. 전방향 전달은 PZT A에서 순방향 전달에 대응하는 가상탐지자 PZT B<sub>i</sub>로 직접전달 되는 경로로 표시할 수 있다. 역방향 전달은 PZT B<sub>i</sub>에서 수신된 램파 신호를 시간반전시킨 후 역방향 전달에 대응하는 가상탐지자 PZT B<sub>j</sub>에 재입사 시킨 후 PZT A로 직접 돌려보내는 경로로 표시할 수 있다.

시간반전과정에서 모든 파 반사 경로를 고려할 때 PZT A에 복원되는 입력신호는 PZT A와 가상 탐지자 배열간의 시간반전과정에서 복원된 입력신호들의 중첩이 된다.

순방향 전달 응답의 측정 시간이 길어질수록 시간반전 램파의 공간집속 성능이 향상되는 것은 기존의 케오틱 캐비티 연구에서 밝혀진 바 있다<sup>(14)</sup>. 이것은 Fig. 8의 파 반사에 의해 시간반전과정에 참여하는 가상탐지자 개수가 순방향 전달 응답의 측정 시간이 길어질수록 증가하기 때문이다. 설명의 편의상 순방향 전달 응답의 측정 시간을 ‘응답 시간창 크기’(the time window size of response)로 명명한다.



(a) Typical time reversal process considering wave reflections in a rectangular plate



(b) An equivalent time reversal process using the virtual sensor array model

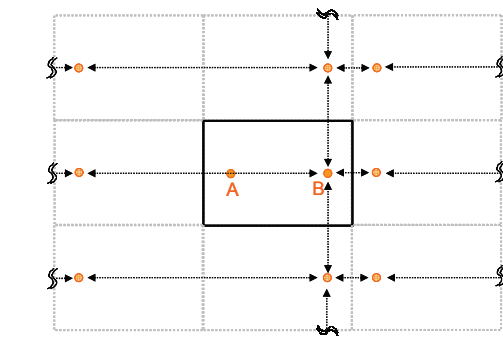


Fig. 7 Replication of the original sensors and the rectangular plate in the virtual sensor array model

Fig. 8 Schematic of time reversal process of reflected waves using the virtual sensor array model<sup>(23)</sup>

시간반전과정에 참여하는 가상탐지자의 개수는 응답의 시간창 크기뿐만 아니라 가진되는 주파수 대역에서 램파의 군속도와도 밀접한 관련이 있다. 이 연구에서는 시간반전과정에 참여하는 가상탐지자와 응답 시간창 크기 및 램파의 군속도의 관계에 대해 기술한다.

시간반전과정에서 협대역의 입력 가진신호에 의해  $v_g$ 의 군속도를 가지는 단일 램파 모드가 발생했다고 가정해보자. 만약 시간반전을 위한 응답 시간창 크기를  $T$ 라고 했을 때 순방향 전달과정에서 가진점을 중심으로 최대  $v_g T$ 만큼 진행하게 된다. 그러나 실제로 판의 크기가 상대적으로 작은 경우 가진점에서 전달된 램파 모드는 Fig. 8(a)와 도시된 것과 같이 다양한 파 반사 경로를 거쳐서 탐지점에 전달될 것이다.

Fig. 8(b)에서 제시된 시간반전에 대한 가상탐지자 모델을 이용하게 되면 Fig. 9와 같이 순방향 과정에서 가진점을 중심으로 램파 모드의 전달 반경을  $R = v_g T$ 로 나타낼 수 있다. 여기서  $R$ 은 무수히 많은 가상탐지자들 중에서 시간반전과정에 참여하는 가상탐지자와 그렇지 않은 가상탐지자로 구분하는 경계선이 된다. 여기서  $R$ 을 시간반전과정에서의 ‘유효반경’으로 정의한다.

Fig. 9와 같이 실제 탐지자에서 응답 시간창 크기를 증가시키면 유효반경  $R$ 이 커지게 되고 유효반경 내에 들어오는 가상의 평판 개수와 가상탐지자 개수가 늘게 된다. 이때, 유효반경 안쪽에 들어오는 가상탐지자를 ‘활성 가상탐지자’로 유효반경 바깥쪽에 있는 가상탐지자를 ‘비활성 가상탐지자’로 정의한다.

Fig. 9에서 유효반경  $R$ 크기는 응답 시간창 크기

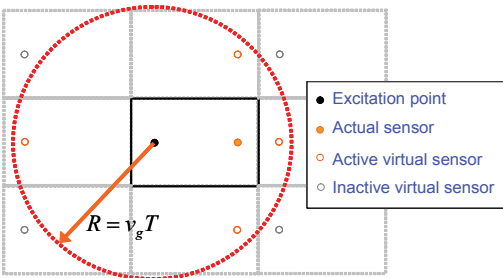


Fig. 9 Effective radius  $R$  and active virtual sensors during the time reversal process

뿐만 아니라 군속도에도 각각 비례한다. 따라서 가진 주파수를 조정하여 대응하는 램파 모드의 군속도를 증가시키면 유효반경을 증가시킴으로써 활성 가상탐지자의 개수를 증가시킬 수 있다.

5장에서는 수치예제에서는 응답 시간창 크기가 시간반전 램파의 공간집속 성능에 미치는 영향을 활성가상탐지자의 개수로 기준화하여 규명한다.

### 5. 수치예제

4장에 기술한 파 반사에 의한 가상탐지자 효과에 의한 시간반전램파의 공간성능 규명을 위해 Fig. 10과 같이 PZT가 부착된 직사각형 알루미늄 판(가로: 90 mm, 세로 60 mm, 두께 4 mm)에서 시간반전과정을 유한요소해석을 통해 모사하였다. 설명의 편의를 위해 시간반전과정에 참여하는 램파모드가  $A_0$  단일모드가 되도록 PZT A와 B의 위치에 분극의 방향이 반대가 되도록 병치형 압전소자를 부착한 것으로 가정하였다<sup>(23)</sup>. 각 PZT들의 크기는 가로와 세로가 2 mm이고 두께는 매우 얇다고 설정하여 유한요소해석에서는 Fig. 5와 같이 PZT의 둘레를 따라 트랙션 경계조건으로 모델링하였다.

PZT A에 가해지는 원 입력소스 신호는 중심주파수 300 kHz의 톤버스트로 설정하였다. 알루미늄 판 모델의 유한요소 이산화 과정에서는 8절점 선형 입방 고체요소( $1 \times 1 \times 1$  mm)를 21,600개를 사용하여 해의 정확도를 높였다. KISTI supercomputing center<sup>(24)</sup>의 ABAQUS 6.7-4/explicit<sup>(25)</sup>을 사용하여 유한요소해석을 수행하였고 시간이력 해석을 위한 시간증분의 크기는 수치해의 안정성과 정확성을 고려

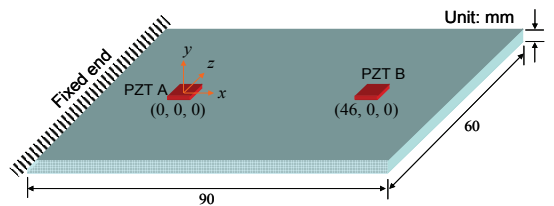


Fig. 10 A three dimensional aluminum plate model with collocated PZTs for simulating the spatial focusing of time reversal Lamb waves ( $E = 70$  GPa,  $\nu = 0.33$ ,  $\rho = 2700$  kg/m<sup>3</sup>). Note that the origin of the coordinate is located at the center of original input source(PZT A)



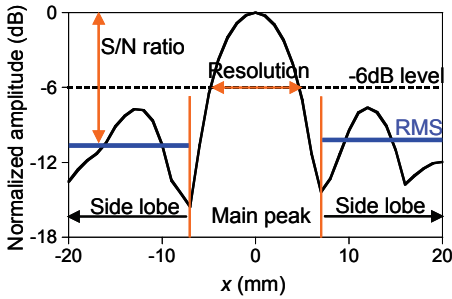


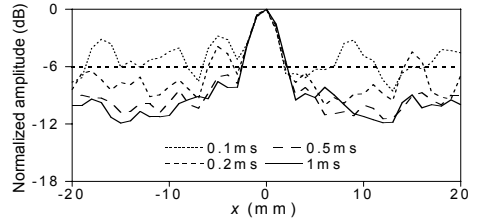
Fig. 11 A schematic of spatial resolution and signal to noise ratio(S/N ratio) derived from the directivity pattern of time reversal Lamb waves

하여 0.025  $\mu$ s으로 설정하였다.

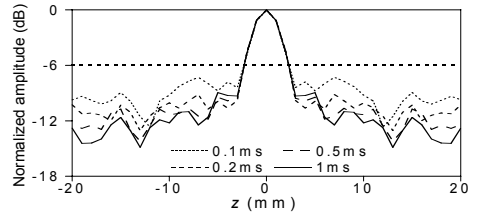
수치해석 결과의 정량적 분석을 위해 공간집속 성능을 확인할 수 있는 지표로서 Fig. 5(d)의 지향성패턴  $\delta$ 에 의한 공간해상도와 신호대 잡음비를 사용한다. 원 입력 소스를 중심으로 x방향에 대해 지향성패턴이 Fig. 11과 같다고 한다면 공간해상도는 중앙부 피크 값을 기준으로 -6 dB에 대응되는 폭을 나타낸다. 신호대 잡음비는 Fig. 11과 같이 중앙 피크부(main peak)를 제외한 양쪽의 측대역(side lobe)의 지향성패턴에 대한 root mean square (RMS)로 정의된다. 공간집속의 성능이 우수할수록 공간해상도가 해당 입력 주파수 대역의 램파 파장 길이의 1/2로 수렴하고 신호대 잡음비를 나타내는 RMS는 증가한다.

응답 시간창에 따른 공간집속 성능을 알아보기 위해 응답 시간창 크기가 각각 0.1, 0.15, 0.2, 0.35, 0.5, 0.75, 1 ms로 총 일곱 가지 경우에 대해 해석을 수행하였다. 4장에서 기술한 파 반사에 의한 가상탐지자 효과에 의해 응답 시간창의 크기가 증가함에 따라 파 반사 경로 회수가 증가하여 활성 가상탐지자의 개수가 증가하게 된다.

Fig. 12는 Fig. 10와 같이 PZT A의 중심을 원점으로 했을 때 각각 x와 z방향 경로에 대한 지향성패턴을 dB스케일로 나타냈다. 결과 분석의 편의를 위해 일곱가지 시간창 크기 중 0.1, 0.2, 0.5, 1 ms의 결과만을 도시하였다. 응답 시간창이 증가함에 따라 가상탐지자 효과에 의해 시간반전 램파의 공간집속이 원래 입력 소스인 Fig. 10의 PZT A를 중심으로 x와 z방향 모두 나타나는 것을 잘 관찰할 수 있다.



(a) x-direction(-20 ≤ x ≤ 20)



(b) z-direction(-20 ≤ z ≤ 20)

Fig. 12 Directivity patterns in x-and z-direction

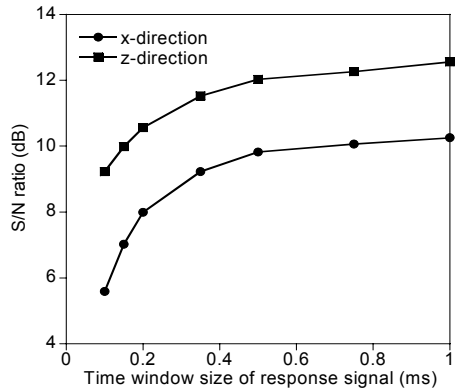


Fig. 13 RMS values of the side lobes of directivity patterns in x-and z-direction in Fig. 12 with respect to time window size of response

Fig. 13에서는 각 응답 시간창 크기에 대한 Fig. 12의 지향성패턴의 신호대 잡음비를 도시하였다. 초기에는 시간창 크기에 따라 급격히 신호대 잡음비가 증가하다가 일정 시간 창 크기 이후에는 증가세가 둔화됨을 알 수 있다. 특히, 동일한 시간창 크기에 대해 z방향의 x방향에 비해 신호대 잡음비 관점에서 공간집속 성능이 우수하다. 판의 기하적인 형상 특성(x방향 대 z방향 비가 3:2)으로 인해 가상탐지자 배열 간격이 x방향보다 z방향으로 좀 더 촘촘하게 형성된다. 따라서 x방향에 비해 z방향으로 공간집속 성능이 우수한 것으로 판단된다.

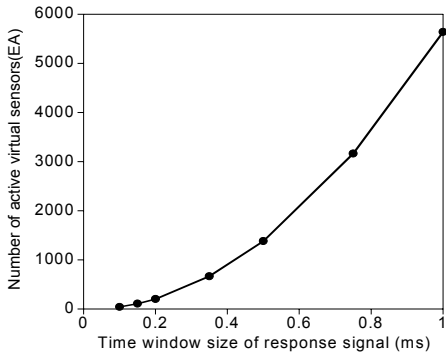


Fig. 14 Number of active virtual sensors with respect to the time window size of response

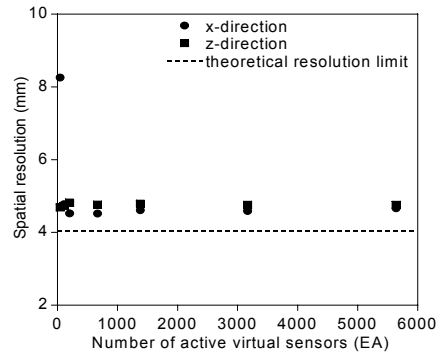


Fig. 16 Spatial resolution of directivity pattern in Fig 12 with respect to the number of active virtual sensors

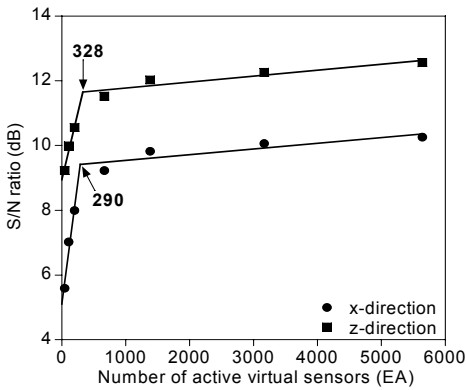


Fig. 15 Bilinear fitting of the RMS curves in Fig. 13 with respect to the number of active virtual sensors. Note that the numbers of active virtual sensors corresponding to the edges of the bilinear fitting are 290 and 328 in  $x$ - and  $z$ -direction, respectively

Fig. 9에서 제시된 활성 가상탐지자 개념을 적용하여 응답 시간창 크기에 대응하는 활성 가상탐지자의 개수를 계산한 결과는 Fig. 14와 같다. 응답 시간창의 크기가 증가함에 따라 활성 가상탐지자의 수가 급격히 증가함을 알 수 있다. 예를 들어 시간창의 크기가 0.1 ms에서 1 ms로 10배 증가할 때 활성 가상탐지자의 수는 44개에서 5642개로 무려 128.2배가 증가한다.

Fig. 14의 활성 가상탐지자의 수와 Fig. 13의 신호대 잡음비와 대응시키면 Fig. 15와 같다. Fig. 13과 비교했을 때 활성 가상 탐지자의 수에 따라 신호대 잡음비의 경향이 쌍일차 피팅(bilinear)의 형태를 띠는 것을 확인할 수 있다. 쌍일차 피팅(bilinear fitting)<sup>(26)</sup>을

이용하여 신호대 잡음비의 추이를 회귀분석하면 Fig. 15의 실선과 같이 나타나고 꺾이는 점에 대응하는 활성 가상탐지자의 수는  $x$ 와  $z$ 방향에 대해 각각 290과 328개이다. 활성 가상탐지자의 수를 대략 300여개 정도 포함 시킬 수 있는 응답 시간창 이상의 크기에서는 공간집속의 신호대 잡음비의 개선 정도가 크게 둔화됨을 알 수 있다. 이는 파 반사가 지속될 수록 파 전달거리가 증가함에 따른 공간감쇠(spatial attenuation)에 의해 수신되는 신호크기가 작아짐으로써 후반부 신호가 공간집속에 기여하는 정도가 급격히 감소하기 때문이다.

Fig. 16은 Fig. 12의 응답 시간창 크기에 따른 지향성패턴에서  $x$ 와  $z$ 방향의 공간해상도를 유효 가상탐지자의 개수에 대해 환산해서 나타냈다. 해당 대역에서 이론적으로 가능한 공간집속의 해상도와 비교했을 때 가상탐지자 개수가 약 100개 이상이 되면 이론적 공간해상도에 수렴해 가는 것을 확인할 수 있다.

Fig. 15와 16의 결과를 종합하여 볼 때 파 반사를 고려한 시간반전 램파의 공간집속 성능은 공간해상도보다 공간집속의 신호대 잡음비가 지배적임을 확인할 수 있다. 바꿔 말하면 공간집속의 신호대 잡음비가 충분히 확보될 수 있도록 응답 시간창의 크기를 설정하면 공간해상도는 자동적으로 만족되는 것을 확인할 수 있다.

이러한 맥락에서 이 연구에서는 Fig. 14의 쌍일차 피팅 모서리에 대응되는 가상탐지자의 개수를 ‘활성 가상탐지자의 유효 한계’로 제시한다. 활성 가상 탐지자의 유효 한계를 고려하여 응답 시간창의 크기

를 설정하면 Fig. 10과 같이 매우 적은 수의 PZT를 사용하더라도 충분한 공간집속 성능을 확보할 수 있을 것으로 판단된다.

## 6. 결 론

이 연구에서는 단일 또는 소수의 센서를 이용해 공학에서 주로 이용하는 규격 도파관에 대해 시간 반전 램파의 공간집속 현상을 수치모사를 통해 확인하였다. 직사각형 판에서의 파반사에 따른 거울상 배열효과를 통해 응답시간차 크기에 따른 활성 가상탐지자를 제시하고 이와 공간집속 성능과의 관계를 규명하였다.

공간집속 성능 지표인 신호대 잡음비를 높이려면 가상탐지자 개수, 즉 응답시간차 크기를 일정수준까지 확보해야 하며, 가상탐지자 개수를 무한정 늘리더라도 성능 향상에는 큰 차이가 없는 활성 가상탐지자의 유효한 개수를 정량화 하여 제시하였다.

이 연구의 성과는 요즘 활발하게 진행되고 있는 구조물 건진성 감시 분야의 무기저 손상탐지에 활용될 수 있으며, 구조물의 균열 발생순간 충격파를 탐지하여 위치를 추정한다거나 비행중 항공기 날개와 같은 평형 구조물에 충격하중이나 박리의 위치 추정에도 활용될 수 있으리라 기대된다.

향후 실제 충격하중에 가까운 가진 입력신호를 사용하여 공간집속을 규명하고, 평판의 물리적 특성에 따른 가장 효율적인 탐지센서 배치문제에 대한 추가 연구가 필요하다.

## 후 기

이 논문은 동아대학교 건설기술연구소 학술연구비에 의해 연구되었음. 주요내용은 제 1저자의 연구<sup>(27)</sup>를 기초로 작성되었음. 제 1저자는 이 연구를 원활히 진행할 수 있도록 배려해준 한국수자원공사 경남1지구건설단 관계자 여러분께 감사드립니다.

## 참 고 문 헌

(1) Lim, K. L., Kim, E. J., Kang, J. S. and Park, H. W., 2008, Spectral Element Formulation for Analysis of Lamb Wave Propagation on a Plate

Induced by Surface Bonded PZT Transducers, Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 18, No. 11, pp. 1157~1169.

(2) Su, Z. Q., Ye, L. and Lu, Y., 2006, Guided Lamb Waves for Identification of Damage in Composite Structures: A Review, Journal of Sound and Vibration, Vol. 295, No. 3-5, pp. 753~780.

(3) Raghavan, A., Cesnik, C. E. S., 2007, Review of Guided-wave Structural Health Monitoring, The Shock and Vibration Digest, Vol. 39, No. 91, pp. 91~114.

(4) Rose, J. L., 1999, Ultrasonic Waves in Solid Media, Cambridge University Press.

(5) Ing, R. K. and Fink, M., 1996, Time Recompression of Dispersive Lamb Waves Using a Time Reversal Mirror Application to Flaw Detection in Thin Plates, IEEE Ultrasonics Symposium, Vol. 1, pp. 659~663.

(6) Ing, R. K. and Fink, M., 1998, Self-focusing and Time Recompression of Lamb Waves Using a Time Reversal Mirror, Journal of the Acoustical Society of America, Vol. 104, No. 2, pp. 801~807.

(7) Ing, R. K. and Fink, M., 1998, Time-reversed Lamb Waves, IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control, Vol. 45, No. 4, pp. 1032~1043.

(8) Park, H. W., Sohn, H., Law, K. H. and Farrar, C. R., 2007, Time Reversal Active Sensing for Health Monitoring of a Composite Plate, Journal of Sound and Vibration, Vol. 302, No. 1-2, pp. 50~66.

(9) Gangadharan, R., Murthy, C. R. L., Gopalakrishnan, S. and Bhat, M. R., 2009, Time Reversal Technique for Health Monitoring of Metallic Structure Using Lamb Waves, Ultrasonics, Vol. 49, No. 8, pp. 696~705.

(10) Fink, M., 1999, Time-reversed Acoustics. Scientific American, Vol. 281, No. 5, pp. 91~97.

(11) Park, H. W., Kim, S. B. and Sohn, H., 2009, Understanding the Time Reversal Process of Lamb Wave Propagations, Wave Motion, Vol. 46, No. 7, pp. 451~467.

- (12) Sohn, H., Park, H. W., Law, K. H. and Farrar, C. R., 2007, Damage Detection in Composite Plates by Using an Enhanced Time Reversal Method, *Journal of Aerospace Engineering*, ASCE, Vol. 20, No. 7, pp. 141~151.
- (13) Sohn, H., Park, H. W., Law, K. H. and Farrar, C. R., 2007, Combination of a Time Reversal Process and a Consecutive Outlier Analysis for Baseline-free Damage Diagnosis, *Journal of Intelligent Materials and Smart Structures*, Vol. 18, No. 4, pp. 335~346.
- (14) Draeger, C. and Fink, M., 1999, One-channel Time Reversal of Elastic Waves in a Chaotic 2D-silicon Cavity, *Physical Review Letters*, Vol. 79, No. 3, pp. 407~410.
- (15) Draeger, C., Aime, J. C. and Fink, M., 1999, One-channel Time Reversal in Chaotic Cavities: Experimental Results, *Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 105, No. 2, pp. 618~625.
- (16) Piezo Systems, Inc.(<http://www.piezo.com/>)
- (17) Hughes, T. J. R., 2000, *The Finite Element Method-linear Static and Dynamic Finite Element Analysis*, Mineola, NewYork : Dover Publications Inc.
- (18) Ing, R. K., Quieffin, N., Catheline, S. and Fink, M., 2005, In Solid Localization of Finger Impacts Using Acoustic Time-reversal Process, *Applied Physics Letters*, Vol. 87, pp. 204104-1~204104-3.
- (19) Quieffin, N., Catheline, R. K. and Fink, M., 2005, Real-time Focusing Using an Ultrasonic One Channel Time-reversal Mirror Coupled to a Solid Cavity, *Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 115, No. 5, pp. 1955~1960.
- (20) Ikeda, T., 1990, *Fundamentals of Piezoelectricity*, NewYork : Oxford University Press.
- (21) Raghavan, A. and Cesnik, C. E. S., 2005, Finite-dimensional Piezoelectric Transducer Modeling for Guided Wave Based Structural Health Monitoring, *Smart Materials Structures*, Vol. 14, No. 6, pp. 1448~1461.
- (22) Derode, A., Tourin, A. and Fink, M., 2002, Time Reversal Versus Phase Conjugation in a Multiple Scattering Environment, *Ultrasonics*, Vol. 40, pp. 275~280.
- (23) Park, H. W., 2010, Simulating a Time Reversal Process for  $A_0$  Lamb Wave Mode on a Rectangular Plate Using a Virtual Sensor Array Mode, *Proceedings of the KSNVE Annual Spring Conference*, pp. 496~494.
- (24) KISTI Supercomputer Center(<http://www.ksc.re.kr/eng/resources/resources1.htm>)
- (25) Abaqus, 2007, *User's Manual, Version 6.7*, HKS Inc., Providence, Rhode Island.
- (26) Park, H. W., Park, M. W., Ahn, B. K. and Lee, H. S., 2007, 1-norm Based Regularization Scheme for System Identification of Structures with Discontinuous System Parameters, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 69, No. 3, pp. 504~523.
- (27) Choi, J. H., 2011, Investigating the Spatial Focusing Performance of Time Reversal Lamb Waves on a Rectangular Plate, M.S. Thesis, Seoul National University.