

최대공산 추정법을 이용한 항공기 동안정성 비행시험

이상종*, 박정호**, 장재원***, 박일경****, 김근택*****, 성기정*****

Dynamic Stability Flight Test for Small Aircraft using Modified Maximum Likelihood Estimation

Sang-Jong Lee*, Jeong-Ho Park**, Jae-Won Chang***, Il-Kyung Park****,
Keun-Taek Kim*****, Kie-Jeong Seong*****

Abstract

This technical paper describes and summarizes the flight test results for the longitudinal and lateral-directional dynamic stability characteristics. The target aircraft is the 4-seat canard type aircraft, FireFly, which has been developed by KARI. Airborne sensors and real-time telemetry system are constructed to obtain the flight test data. The dynamic stability characteristics should be analyzed and tested by estimating the aerodynamic parameters in the dynamic equations of motion. The maximum likelihood estimation technique has been applied to the flight data from chirp, 3211, and doublet control inputs.

초 록

본 논문에서는 소형항공기의 종축 및 횡방향축 동안정성 비행시험을 수행하고 그 결과를 분석·정리하였다. 대상 항공기는 한국항공우주연구원에서 개발한 4인승 선미익형 항공기인 반디 실용화 1호기이며, 탑재 센서 및 실시간 텔레메트리시스템을 통해 비행시험 데이터를 확보하였다. 대상 항공기의 동안정성 비행시험은 대상 항공기 운동모델의 공력 미계수를 추정하여 고유주파수 및 댐핑 등의 비행성을 판별하여 동안정성을 분석할 목적으로 수행되며, 본 비행시험에서는 chirp, 3211 및 doublet 조종입력을 사용하여 비행데이터를 확보한 후 최대공산 추정기법 (MMLE)을 적용하여 공력 미계수를 추정하였다.

키워드 : 감항기준 (airworthiness standard), 비행시험 (flight test), 동안정성 (dynamic stability), 파라미터 추정 (parameter estimation), 최대공산추정법 (MMLE)

1. 서 론

항공기 시험평가는 크게 지상시험과 비행시험으로 분류할 수 있는데, 비행시험은 다시 개발 비행시험과

접수일(2010년 1월 5일), 수정일(1차 : 2010년 4월 2일, 2차 : 2010년 6월 10일, 게재 확정일 : 2010년 10월 1일)

* 비행제어팀/albert@kari.re.kr ** LIG Nex1/skyzigi@gmail.com *** 비행제어팀/zdream@kari.re.kr
****공력구조팀/mechguy77@kari.re.kr ***** 공력구조팀/ktkim@kari.re.kr ***** 비행제어팀/kjseong@kari.re.kr

인증 비행시험으로 나뉘게 된다. 민간 항공기의 운항에 따른 안전성 확보를 위해 설계·제작(생산)·운용 등의 모든 과정에서 안전성 요구사항에 대한 적합성을 입증하여야 한다. 현재 국내 항공기 기술기준은 미연방항공청의 기술기준을 바탕으로 규정하여 사용하고 있으며 [1][2], 인증획득을 위해서는 감항 기술 기준 각 항목에 대한 설계 적합성 (compliance)을 입증하여 형식증명 (type certification)을 획득하여야 하는데, 비행시험은 이러한 적합성 입증방법의 하나로 최종적인 감항당국의 안전성 판단요소로 작용한다. 결국 비행시험은 개발 항공기의 공력성능, 비행성능, 조종/안정성 특성 등에 대한 파악뿐만 아니라, 인증을 위해 필요한 구조, 엔진, 장작시스템 등에 대한 안전성 입증과 운용자료 취득 등 항공기 전 분야에 걸쳐 수행된다[3]. 본 논문에서는 이러한 비행시험 분야 들 중 동안정성 해석 비행시험을 수행하고 비행 시험 결과를 기술하였다.

2. 비행시험 시스템

2.1 대상 비행체

본 비행시험의 대상 항공기는 한국항공우주연구원에서 개발한 4인승 선미익 항공기인 반디호 (FireFly) 실용화 1호기로서, 비행시험은 한서대학교 태안 비행장에서 수행되었다. 그림 1은 반디호의 모습과 주요 제원을 나타낸다. 반디호의 경우 본 연구과제에서 준용하는 14CFR Part 23 (FAR Part 23) 인증기준인 최대 중량 12,500 lbs 이하, 승객수 10인승 이하의 항공기의 요건을 충족시키며, 320 마력의 Continental IO-550 엔진을 장착하고 있어 14CFR Part 23 기준의 비행시험을 수행할 수 있는 성능을 보유하고 있다 [4].



그림 1 반디호(Firefly) 실용화 1호기

2.2 비행시험 데이터 측정시스템

비행시험 데이터를 측정하고 저장하기 위한 탑재 및 지상 계측시스템은 실시간 텔레메트리 (telemetry) 시스템을 활용하여 운용되며, 통신 주파수는 2.2 GHz의 S-band를 사용한다. 비행시험 중 각종 비행데이터를 측정하기 위해 test-boom, IMU, 조종면 변위측정센서 및 DGPS 등이 장착되며, 비행계측 센서로부터 측정된 각종 비행데이터는 탑재된 텔레메트리 엔코더와 송신기를 통해 지상으로 전송되어 비행 중 비행상태 확인 뿐 아니라 추후 분석을 위해 저장된다. 그림 2는 전체 데이터 측정 및 처리시스템의 구성도와 탑재 및 지상 측정시스템을 나타낸다 [5][6].

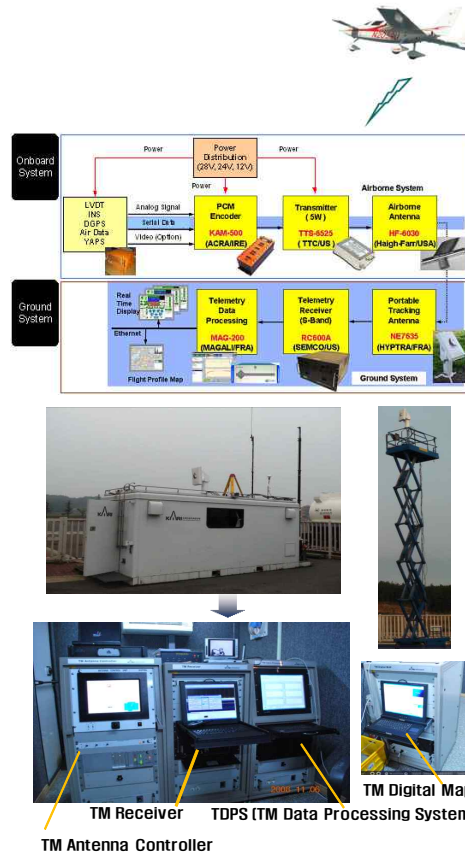


그림 3 비행시험 데이터 측정시스템

3. 비행시험 항목 및 시험조건

동안정성 (dynamic stability) 평가를 목적으로 수행되었다. 이를 위해 FAR Part 23 규정에 근거하여 비행시험계획서 (test information sheet)를 작성하였으며 이는 관련 규정, 시험방법, 시험조건, 시험절차, 시험결과 분석방법론 등의 내용을 담고 있다.

중축 동안정성시험 (longitudinal dynamic stability test)으로 단주기 모드 (short period mode)와 장주기 모드 (phugoid mode) 특성시험이 수행되었고, 횡방향축 동안정성 시험 (lateral/directional dynamic stability test)로 더치롤 모드 (dutch-roll mode) 특성시험이 수행되었다. 단주기 모드와 더치롤의 특성을 평가하는데 있어 대표적인 파라미터 추정 방법인 MMLE (Modified Maximum Likelihood Estimation) 기법을 적용하여 공력 미계수 추정을 통해 각 모드의 특성값을 계산하였다.

최종적으로 실속 및 장주기 모드에 대해 FAR 규정 만족여부를 확인하고 FAR 규정이 없는 단주기 및 더치롤 모드에 대해서는 MIL-HDBK-1797 규정에 근거하여 비행성을 평가하였다. 비행시험은 총 8소티 (sortie)가 수행이 되었으나 데이터 저장, 기상조건등의 문제가 발생한 경우를 제외한 4소티에 대해서 실제 비행 시험결과를 분석하였다. 표 1과 2는 2009년 10월 8일과 9일에 각 비행 소티마다 이루어진 비행시험 수행항목을 나타낸다.

각 항목에 대한 Test No (TN)을 부여하여 비행 시험 데이터와 비행시험 분석결과를 비교할 수 있도록 정리하였다. 비행시험을 수행한 장소는 서산 한서대학교 대안 비행장이며 비행 전·후 중앙 관제시설에서 기상상황을 확인하고 기록하였다.

또한 개별 항목에 대한 비행시험결과 분석시 비행 시험 수행 당시의 중량과 무게중심을 제시해야 하므로, 이륙 전·후의 반디호의 무게를 측정하여 추후 비행결과에 대한 표준화 결과 산출시 해당 자료로 활용하도록 하였다.

즉, 비행 중 매 이벤트마다 비행 중량을 확인할 수 없으므로 이륙 전과 이륙 후의 무게를 측정하고, 전체 비행시간 동안 연료가 일정하게 소비된다고 가정하여 이벤트 발생 시간을 통해 해당 비행

이벤트에서의 중량을 계산하고 결정하였다.

표 1. 비행시험 수행항목 및 시험번호 (2009.10.8)

Test No	수행항목	속도(kts)
TN1	Power-on stall	120
TN2	Dutch Roll - Chirp(rud)	"
TN3	Dutch Roll - Chirp(rud)	"
TN4	Dutch Roll - Doublet(rud)	"
TN5	Dutch Roll - Doublet(rud)	"
TN6	Dutch Roll - 3211(rud)	"
TN7	Dutch Roll - 3211(rud)	"
TN8	Dutch Roll - Chirp(ail)	"
TN9	Dutch Roll - Chirp(ail)	"
TN10	Dutch Roll - Chirp(ail)	"
TN11	Dutch Roll - Doublet(ail)	"
TN12	Dutch Roll - Doublet(ail)	120
TN13	Dutch Roll - 3211(ail)	"
TN14	Dutch Roll - 3211(ail)	"
TN15	Dutch Roll - Chirp(rud)	90
TN16	Dutch Roll - Chirp(rud)	"
TN17	Dutch Roll - Doublet(rud)	"
TN18	Dutch Roll - Doublet(rud)	"
TN19	Dutch Roll - 3211(rud)	"
TN20	Dutch Roll - 3211(rud)	"
TN21	Phugoid	"
TN22	Phugoid	"

무게중심 이동의 경우는 중량의 변화에 따른 무게중심 (C.G)의 변화가 없다고 가정하였다. 반디호의 경우 대략 1시간의 비행 수행을 통해 약 100 lb의 연료가 감소되며, 이때 중량의 변화에 따른 C.G의 변화가 거의 없다. 실제 비행장에서 중량 및 무게중심을 측정한 결과 2,884 lb 에 대해 C.G는 129.1 in이고 2,796 lb에서 129.13 in로 88 lb의 무게 변화에 대해서 0.03 in의 무게중심의 위치 차이가 있다. 이는 장착된 연료탱크의 위치가 반디호의 무게중심근처에 위치하기 때문으로, 본 비행시험에서는 모든 비행시험의 이벤트항목에 대해 129.1 in의 무게중심값을 동일하게 적용하였다.

표 1. 비행시험 수행항목 및 시험번호 (2009.10.9)

Test No	수행항목	속도(kts)
TN23	Dutch Roll - Chirp(ail)	90
TN24	Dutch Roll - Chirp(ail)	"
TN25	Dutch Roll - Doublet(ail)	"
TN26	Dutch Roll - Doublet(ail)	"
TN27	Dutch Roll - 3211(ail)	"
TN28	Dutch Roll - 3211(ail)	"
TN29	Power-off stall	"
TN30	Power-on stall	"
TN31	Phugoid	"
TN32	Phugoid	"
TN33	Short Period - Chirp(ele)	"
TN34	Short Period - Chirp(ele)	"
TN35	Short Period - Doublet(ele)	"
TN36	Short Period - Doublet(ele)	"
TN37	Short Period - 3211(ele)	"
TN38	Short Period - 3211(ele)	"
TN39	Phugoid	120
TN40	Phugoid	"
TN41	Power-off stall	"
TN42	Power-on stall	"
TN43	Power-off stall	120
TN44	Power-on stall	"
TN45	Dutch Roll - Chirp(rud)	"
TN46	Dutch Roll - Doublet(rud)	"
TN47	Dutch Roll - 3211(rud)	"
TN48	Dutch Roll - Chirp(ail)	"
TN49	Dutch Roll - Doublet(ail)	"
TN50	Dutch Roll - 3211(ail)	"
TN51	Phugoid	"
TN52	Short Period - Chirp(ele)	"
TN53	Short Period - Chirp(ele)	"
TN54	Short Period - Doublet(ele)	"
TN55	Short Period - Doublet(ele)	"
TN56	Short Period - 3211(ele)	"
TN57	Short Period - 3211(ele)	"

4. 종축 동안정성 비행시험 결과 및 분석

종축 동안정성은 단주기 운동모드와 장주기 운동모드 두 가지로 나누어진다. 단주기 운동모드는 항공기의 운동의 민감성을 반영하게 되어 조종입력에 대해 항공기의 반응이 느리거나(slug gish) 민감함(sensitive)을 나타내는 척도가 된다. 장주기 운동특성은 항공기의 운동 에너지와 위치 에너지간의 상호작용으로 발생하는 것으로서 운동주기가 길고, 감쇠율도 작은 운동특성이다. 따라서 장주기 운동은 단주기 운동만큼 그 중요성이 크지 않지만, 착륙접근이나 편대비행과 같은 특수한 조건에서 큰 영향을 미치므로 충분한 수준의 감쇠율을 가져야 한다. 종축 동안정성과 관련된 감항기준은 FAR Part 23 §23.181(a) Dynamic Stability항이며 정량적인 기준보다는 정성적 기준이 명시되어 있다.

4.1 장주기 모드 비행시험 결과

장주기 모드는 평형 고도에서 항공기의 위치 에너지와 운동에너지가 긴 주기를 가지고 서로 교환되는 형태로 이루어진다. 이때 받음각은 일정하게 유지되며, 대부분의 경우 작은 감쇠비와 주파수를 가지기 때문에 장시간 동안 (수분정도) 낮은 주파수로 진동하며 천천히 감쇠하는 응답특성을 보인다.

본 비행시험에서는 장주기 모드 동특성 비행시험의 경우 90 kts 시험조건에서 총 3회 수행되었고, 120 kts 시험조건에서 총 3회 수행되었다. 장주기 모드 운동을 발생시키기 위해서는 해당 트림속도, 고도에서 항공기를 안정화 시킨 후 엘리베이터 입력을 천천히 가하여 속도가 트림속도의 95% 속도로 감속되었을 경우 조종간을 중립점에 재빨리 위치하여 트림속도로부터 속도가 증가, 감속되도록 하여 시험한다.

그림 4는 수행된 비행시험 데이터 중 TN-32 시험항목에 대한 데이터를 나타내고 있다.

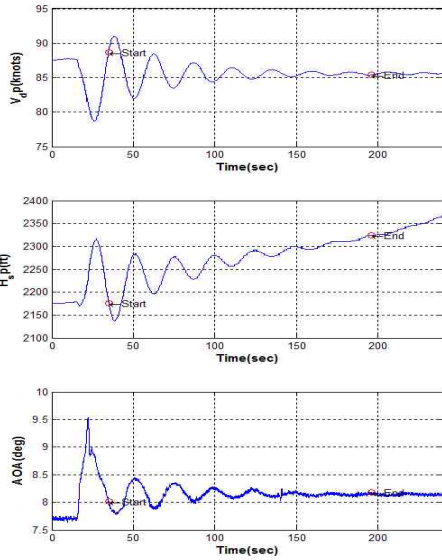


그림 4. 장주기모드 비행시험 데이터 (TN-32,90kts)

4.2 장주기 모드 비행시험 결과 분석

전체 장주기 모드의 비행데이터에서 알 수 있듯이 시간이 지남에 따라 진폭이 발산하지는 않기 때문에 FAR Part 23에서의 규정은 만족한다고 판단할 수 있다. 정량적인 분석을 위해 획득된 비행시험 데이터는 분석 프로그램인 K-FDAP (KARI - Flight Data Analysis Program)을 활용하여 식 (1)과 같이 정의된 2차계로 장주기 모드를 근사추정하여 고유주파수와 댐핑계수를 구하며, 장주기 시험 분석결과는 표 2에 정리하였다.

$$y(t) = Ae^{-\sigma t} \sin(\omega_d t + \phi) + B + Ct \quad (1)$$

$$(\omega_d = \omega_{ph} \sqrt{1 - \zeta^2}, \sigma = \zeta_{ph} \omega_{ph} \zeta)$$

표 3. 장주기 모드 분석 결과

Test No	A	B	C	ϕ	ζ_{ph}	ω_{ph}	
90 kts	TN21	5.9	4.00	0.0070	1.20	0.07	0.25
	TN31	5.5	4.95	0.0030	1.25	0.09	0.27
	TN32	6.0	5.30	-0.0020	-0.83	0.08	0.26
120 kts	TN39	2.0	2.50	-0.0015	1.30	0.12	0.19
	TN40	8.5	-0.30	0.0270	0.90	0.16	0.19
	TN51	3.9	2.60	-0.0015	1.50	0.11	0.20

90, 120 knots 시험 속도에서의 각 3회씩 이루어진 시험에서의 댐핑과 진동수의 평균값은 표 4와 같으며, 비행속도가 증가함에 따라 감쇠비는 62.5% 증가하고 진동수는 46%정도 감소한다. 일반적인 항공기 속도 증가에 따른 감쇠비가 증가 및 진동수 감소 경향과 일치함을 알 수 있다.

표 4. 장주기 모드 특성치 평균값 결과

	90 kts		120 kts	
	ζ	ω_n	ζ	ω_n
평균값	0.08	0.26	0.13	0.19

4.3 파라미터 추정 비행시험 결과

단주기 모드는 고유진동수가 높아서 운동의 주기가 짧은 모드를 의미한다. 본 시험에서는 종축의 단주기 모드 특성을 분석하기 위해 파라미터 추정 기법을 사용하여 유차원 안정/조종 미계수를 추정하고, 이를 통해 특성값을 추정한다. 사용된 추정기법은 NASA에서 개발된 최대공산추정기법으로 MATLAB의 MMLE3 Toolbox를 사용하였다. 최대공산추정기법은 시험을 통해 측정된 출력값이 임의의 변수 θ 에 관련된 함수라고 가정하며, 본 비행시험에서는 추정하고자 하는 공력 미계수 (안정 및 조종 미계수)가 임의의 변수 θ 로 정의된다. 이때 측정값이 나타날 수 있는 확률을 가장 크게 할 수 있는 (즉, 미지수에 대한 출력의 조건확률밀도함수값을 가장 크게 하는) 미지수 θ 를 결정하는 것이다. 실제 항공기는 비선형시스템이나 추정을 위해 선형시스템으로 가정하고 공정잡음 (process noise)와 측정잡음 (measurement noise)를 포함한 수학적 모델을 다음과 같이 구성하여 추정한다 [7][8].

일반적으로 종축 항공기 선형시스템은 다음과 같은 형태의 상태방정식과 출력방정식으로 표현한다.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx + Du \end{aligned} \quad (2)$$

여기서 $\mathbf{x} \in R^n$, $\mathbf{u} \in R^m$ 는 각각 상태변수와 입력 변수를 의미하며, 상태변수, 출력변수 및 입력변수는 다음과 같다.

$$\mathbf{x} = [u \quad \alpha \quad q \quad \theta]^T, \quad \mathbf{u} = [\delta_e] \quad (3)$$

항공기의 운동을 표현하는 6자유도 비선형 운동방정식에서 미소교란 (small disturbance) 이론을 적용하여 중운동 상태방정식을 아래와 같이 유도할 수 있다. ($Z_q, Z_{\dot{\alpha}} \approx 0$ 가정)

$$\begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{\alpha} \\ \dot{q} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_u & X_w & 0 & -g \\ Z_u/U_0 & Z_w/U_0 & 1 & 0 \\ M_u + \frac{M_{\dot{\alpha}}Z_u}{U_0} & M_\alpha + \frac{M_{\dot{\alpha}}Z_\alpha}{U_0} & M_q + M_{\dot{\alpha}} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ \alpha \\ q \\ \theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_{\delta_e} \\ Z_{\delta_e}/U_0 \\ M_{\delta_e} + \frac{M_{\dot{\alpha}}Z_{\delta_e}}{U_0} \\ 0 \end{bmatrix} [\delta_e] \quad (4)$$

그림 5와 6은 단주기 모드 비행시험 항목 중 chirp 입력에 대해 획득된 비행시험 데이터와 파라미터 추정 결과를 나타내며, doublet 조종입력에 대한 비행시험 데이터와 파라미터 추정결과는 각각 그림 7과 8에 나타내었다.

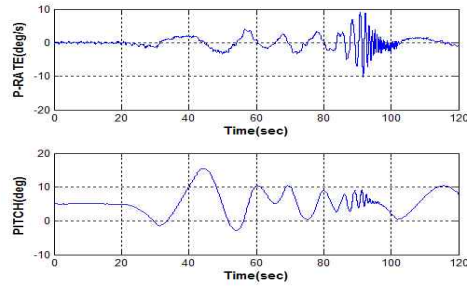
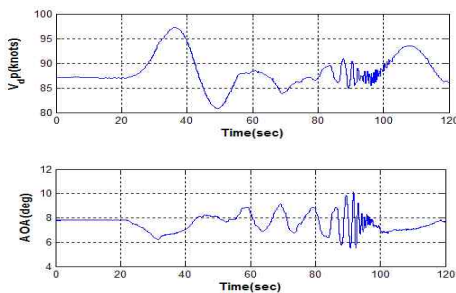


그림 6. 파라미터 추정 비행시험 데이터 (TN-33,90kts)

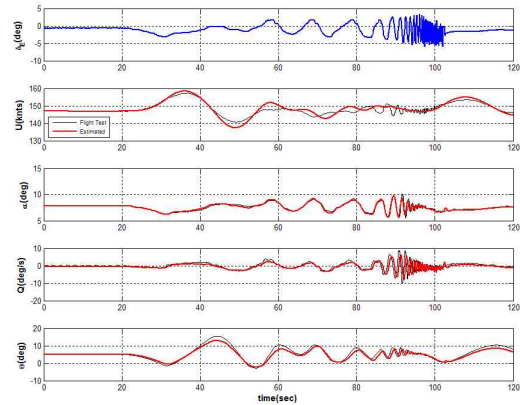


그림 7. 파라미터 추정 결과 비교(TN-33,90kts)

4.4 파라미터 추정 비행시험 결과 분석

표 5와 6은 90 kts와 120 kts 조건에서 추정된 단주기, 장주기의 특성값을 정리한 것으로, chirp doublet, 3211 입력 각각에 대해 추정된 공력미계수로부터 특성값을 구할 수 있다. 결과를 분석해 보면 속도가 커짐에 따라 단주기 모드의 댐핑과 진동수가 조금 증가함을 알 수 있고, 장주기의 경우 댐핑은 약간 증가하지만 진동수는 감소하는 경향을 알 수 있다. 최종적으로 추정된 유차원 공력 미계수로부터 무차원 공력미계수는 표 7에 정리하였다.

표 5. 종축 파라미터 추정 분석 결과 (90kts)

Test No		ζ_{sp}	ω_{sp}	ζ_{ph}	ω_{ph}
chirp	TN33	0.5067	3.3012	0.0764	0.2566
	TN34	0.4775	3.4177	0.0864	0.2489
doublet	TN35	0.5857	3.2263	0.0336	0.2440
	TN36	0.6964	3.1742	0.0682	0.2543
3211	TN37	0.5498	3.2113	0.0348	0.2514
	TN38	0.5624	3.2521	0.0398	0.2417
평균값		0.5631	3.2638	0.0565	0.2495

표 6. 종축 파라미터 추정 분석 결과 (120kts)

Test No		ζ_{sp}	ω_{sp}	ζ_{ph}	ω_{ph}
chirp	TN52	0.6109	3.1878	0.0548	0.2123
	TN53	0.6522	3.3169	0.0768	0.1989
doublet	TN54	0.6362	3.5650	0.0504	0.2075
	TN55	0.6300	3.5749	0.0632	0.1940
3211	TN56	0.7318	3.2746	0.0563	0.1898
	TN57	0.6463	3.4160	0.0474	0.2036
평균값		0.6512	3.3892	0.0582	0.2010

표 7. 종축 무차원 공력 미계수 추정결과

	90 kts				120 kts			
	chirp	doublet	3211	평균	chirp	doublet	3211	평균
C_{D_0}	0.1220	0.1017	0.0743	0.0993	0.0612	0.0542	0.0522	0.0559
C_{L_0}	0.0693	0.6862	0.6235	0.6687	0.4604	0.5124	0.4882	0.4870
C_{D_α}	0.7023	0.6922	0.6293	0.6746	0.4635	0.5157	0.4915	0.4902
C_{L_α}	5.9267	5.7266	5.1290	5.5741	5.5982	5.4575	5.7142	5.5900
$C_{M_{\dot{\alpha}}}$	-2.9660	-2.8833	-3.1961	-3.0151	-3.1716	-2.7338	-2.7346	-2.8800
C_{M_α}	-0.1088	-0.0982	-0.1045	-0.1038	-0.0732	-0.0774	-0.0687	-0.0731
C_{M_q}	-4.3327	-7.6241	-5.6803	-5.8790	-3.1523	-5.1033	-5.1083	-4.4546
$C_{D_{\delta E}}$	0.2352	0.2496	0.2564	0.2471	0.1404	0.1451	0.1476	0.1444
$C_{L_{\delta E}}$	-0.7287	-0.7990	-0.8302	-0.7860	-0.5672	-0.6125	-0.6007	-0.5935
$C_{M_{\delta E}}$	0.0727	0.0760	0.0838	0.0775	0.0886	0.0860	0.1008	0.0918
ζ_{sp}	0.4921	0.6410	0.5561	0.5631	0.6315	0.6331	0.6890	0.6512
ω_{sp}	3.3595	3.2002	3.2317	3.2638	3.2523	3.5699	3.3453	3.3892
ζ_{ph}	0.0814	0.0509	0.0373	0.0565	0.0658	0.0588	0.0519	0.0582
ω_{ph}	0.2528	0.2491	0.2466	0.2495	0.2056	0.2007	0.1967	0.2010

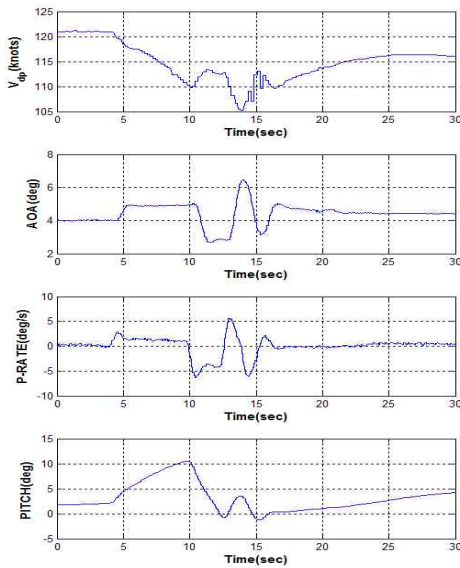


그림 8. 파라미터 추정 비행시험 데이터 (TN-56, 120kts)

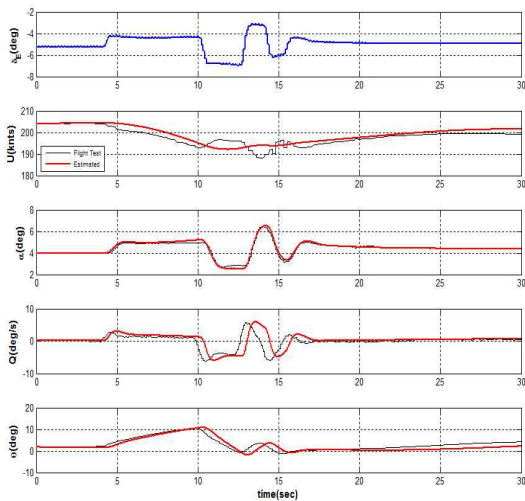


그림 9. 파라미터 추정 결과 비교 (TN-56, 120kts)

5. 횡방향축 동안정성 비행시험 결과 및 분석

일반적으로 항공기의 횡방향운동 (lateral/ directional dynamics)에는 더치롤 모드 (dutch-roll mode)와 나

선형 모드 (spiral mode) 및 롤 모드 (roll mode)가 존재한다. FAR Part 23 규정에서는 더치롤 모드에 대한 정량적인 기준은 명시하고 있지 않으며, 이러한 특성모드들이 적절히 감쇠되어야 한다고 제시되어 있다. 나선형 및 롤 모드는 진동하지 않고 발산 또는 수렴하는 특성의 모드로 본 동안 정성 시험에서는 다루지 않고, 더치롤 모드만을 추정하고 분석하였다. 중축과 마찬가지로 조종입력은 chirp (frequency sweep), 3211, doublet 조종입력을 사용하였으며, 파라미터 추정 방법인 MMLE 기법을 적용하여 공력 미계수들을 추정하고 고유값 (eigenvalue)을 구해 고유주파수 및 댐핑을 통해 특성값을 분석하였다.

5.1 더치롤 모드 비행시험 결과

파라미터 추정을 위해 적용된 횡방향축 항공기 선형시스템은 식 (2)와 동일한 형태로, 식 (5)의 횡방향축 상태변수 및 입력변수로 대체되고, 식 (6)과 같은 상태방정식으로 유도된다.

$$\mathbf{x} = [\beta \quad p \quad r \quad \phi]^T, \quad \mathbf{u} = [\delta_a \quad \delta_r]^T \quad (5)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\beta} \\ \dot{p} \\ \dot{r} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{y\beta} \frac{\bar{q}S}{m} & C_{y_p} \frac{\bar{q}Sb}{2mU_0} & C_{y_r} \frac{\bar{q}Sb}{2mU_0} - 1 & g \cos \theta_0 \\ U_0 & U_0 & U_0 & U_0 \\ C_{l\beta} \bar{q}Sb & C_{l_p} \bar{q}Sb^2 & C_{l_r} \bar{q}Sb^2 & 0 \\ I_{xx} & 2I_{xx}U_0 & 2I_{xx}U_0 & 0 \\ C_{n\beta} \bar{q}Sb & C_{n_p} \bar{q}Sb^2 & C_{n_r} \bar{q}Sb^2 & 0 \\ I_{zz} & 2I_{zz}U_0 & 2I_{zz}U_0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta \\ p \\ r \\ \phi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & C_{y\delta_a} \bar{q}Sb \\ C_{l\delta_a} \bar{q}Sb & C_{l\delta_r} \bar{q}Sb \\ I_{xx} & I_{xx} \\ C_{n\delta_a} \bar{q}Sb & C_{n\delta_r} \bar{q}Sb \\ I_{zz} & I_{zz} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_a \\ \delta_r \end{bmatrix} \quad (6)$$

그림 9는 비행시험 항목 중 3211 입력에 대해 획득된 비행시험 데이터를 나타내며, 그림 10은 추정된 파라미터를 통해 시뮬레이션 한 결과와 비행시험 데이터와의 비교결과를 나타낸다.

표 10. 횡방향축 무차원 공력 미계수 추정결과

	90 kts				120 kts			
	chirp	doublet	3211	평균	chirp	doublet	3211	평균
$C_{Y\beta}$	-0.6597	-0.6892	-0.6982	-0.6824	-0.4525	-0.5117	-0.5284	-0.5102
$C_{l\beta}$	-0.1296	-0.1398	-0.1423	-0.1372	-0.0624	-0.0663	-0.0708	-0.0679
$C_{N\beta}$	0.0555	0.0538	0.0636	0.0577	0.0359	0.0347	0.0391	0.0371
C_{Y_p}	-0.0021	-0.0021	-0.0021	-0.0021	-0.0021	-0.0021	-0.0021	-0.0021
C_{l_p}	-0.6366	-0.7132	-0.6798	-0.6665	-0.4706	-0.5176	-0.5798	-0.5409
C_{N_p}	-0.0629	-0.0679	-0.0671	-0.0660	-0.0460	-0.0494	-0.0526	-0.0505
C_{Y_r}	8.0126	9.9325	8.5233	8.8228	6.1787	3.4434	3.6109	3.9803
C_{l_r}	0.1413	0.1149	0.1327	0.1296	0.1128	0.0917	0.0931	0.0959
C_{N_r}	-0.0886	-0.1090	-0.0970	-0.0982	-0.0386	-0.0674	-0.0694	-0.0636
$C_{Y_{\delta a}}$	0	0	0	0	0	0	0	0
$C_{l_{\delta a}}$	0.1285	0.2402	0.2529	0.2072	-0.0175	0.1132	0.1185	0.0940
$C_{N_{\delta a}}$	-0.0035	-0.0040	-0.0039	-0.0038	-0.0016	-0.0020	-0.0022	-0.0020
$C_{Y_{\delta r}}$	0.2238	0.2232	0.2192	0.2221	0.0136	0.1582	0.1677	0.1639
$C_{l_{\delta r}}$	0.0174	0.0212	0.0192	0.0193	0.0090	0.0109	0.0123	0.0113
$C_{N_{\delta r}}$	-0.0464	-0.0668	-0.0490	-0.0467	-0.0283	-0.0343	-0.0332	-0.0327
ζ_{DR}	0.183	0.2289	0.1923	0.2035	0.1244	0.1802	0.1765	0.1690
ω_{DR}	1.9694	1.8767	2.0804	1.9755	2.1395	2.2151	2.2105	2.2002

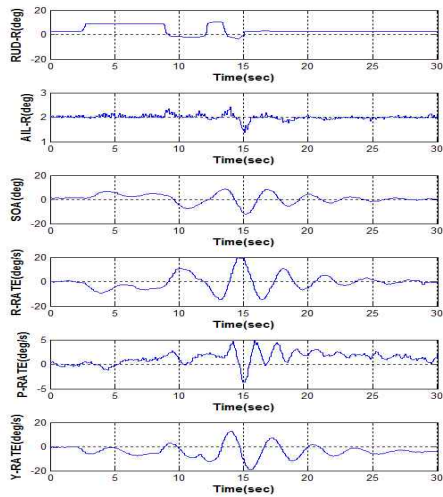


그림 11. 파라미터 추정 비행시험 데이터 (TN-19,90kts)

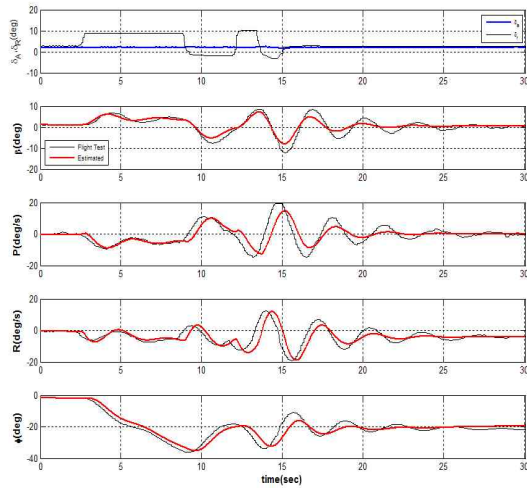


그림 12. 파라미터 추정 결과 비교(TN-19,90kts)

5.2 파라미터 추정 비행시험 결과 분석

표 8과 9는 90 kts와 120 kts 조건에서 추정된 더치롤 모드의 특성값을 정리한 것으로, chirp, doublet, 3211 입력 각각에 대해 추정된 공력미계수로부터 특성값을 구할 수 있다. 결과를 분석해 보면 속도가 커짐에 따라 더치롤 모드의 댐핑 감소하고 진동수는 증가하는 경향을 나타내었다. 최종적으로 추정된 유차원 공력 미계수로부터 무차원 공력미계수는 표 10에 정리하였다.

표 8. 횡방향축 파라미터 추정 분석 결과 (90kts)

Test No		ζ_{DR}	ω_{DR}
chirp	TN15	0.1753	1.9854
	TN16	0.2033	1.9533
doublet	TN17	0.2220	1.9059
	TN18	0.2358	1.8478
3211	TN19	0.1953	2.1117
	TN20	0.1892	2.0490
평균값		0.2035	1.9755

표 9. 횡방향축 파라미터 추정 분석 결과 (120kts)

Test No		ζ_{DR}	ω_{DR}
chirp	TN45	0.1244	2.1395
doublet	TN5	0.1938	2.1991
	TN46	0.1666	2.2311
	TN6	0.1682	2.1695
3211	TN7	0.1772	2.2382
	TN47	0.1841	2.2240
평균값		0.1690	2.2002

6. 결 론

본 논문에서는 소형항공기의 종축 및 횡방향축 동안정성 비행시험을 수행하고 그 결과를 정리·분석하였다. 대상 항공기의 동안정성 해석을 위해 수행한 비행시험은 chirp, 3211 및 doublet 등 다양한 조종입력에 대한 비행데이터를 확보하여

대상 항공기의 수학적운동모델의 공력 미계수를 추정하였으며, 최대공산추정기법 (MMLE)을 적용하여 추정한 조종 및 안정 공력 미계수를 바탕으로 각 특성모드들의 고유주파수 및 댐핑 등의 비행성을 판별하였다.

후 기

시험조종을 맡아주신 한서대학교 박수복 교수님과 비행시험에 아끼없는 지원을 해주신 홍교영 교수님께 감사드립니다.

참 고 문 헌

1. FAR Part 23, "Airworthiness Standards: Normal, Utility, Acrobatic, and Commuter Category Airplanes", FAA
2. "감항 분류가 보통(N), 실용(U), 곡기(A), 컴퓨터(C)류인 비행기에 대한 기술기준", KAS Part 23, 건설교통부 항공안전본부
3. FAA AC 23-8B, "Flight Test Guide for Certification of Part 23 Airplanes", FAA
4. "4인승 선미익형 경항공기 수출모델 개발에 관한 연구", 한국항공우주연구원, 2007
5. 이상중, 장재원, 전병호, 성기정, 염찬홍, "지상 관측법 및 DGPS 기법을 활용한 이/착륙 성능 비행시험 비교", 한국항공우주학회지, 제37권, 제 9호, 2009, pp.931-938
6. 장재원, 이상중, 김현경, 전병호, 문상만, 성기정, "소형 항공기용 비행시험 장치 개발", 항공우주학회 춘계학술발표회, 2009, pp. 1017-1020
7. Athanasios Papoulis, S. Unnikrishna Pillai, Probability, "Random Variables and Stochastic Processes", International Edition
8. Vladislav Klein, Eugene A. Morelli, "Aircraft System Identification Theory and Practice", AIAA

Appendix. Maximum Likelihood Estimation

최대공산법은 실험에서의 측정치 Z 는 미지의 변수 θ 에 관련된 것으로 가정하고 이 미지의 변수 값을 측정치 Z 가 나타날 수 있는 확률을 가장 크게 할 수 있는 값으로 결정하는 것이다.

$$\hat{\theta}_{MAP} = \arg(\hat{\theta}) \max_{\theta} P(\hat{\theta} | z)$$

$$P(\hat{\theta} | z) = \frac{P(z | \hat{\theta}) \times P(\hat{\theta})}{P(z)}$$

즉, 가정된 θ 에 대한 측정치 Z 의 조건확률밀도 함수(conditional probability density function)를 최대로 하는 θ 가 최대공산의 개념에서 최적치로 판단한다.

$$\hat{\theta}_{MAP} = \arg(\hat{\theta}) \min_{\theta} [-\log P(\hat{\theta} | z)]$$

최대공산법을 적용하기 위해서는 공산함수(likelihood function)가 정의되어야 한다. 일반적으로 공산함수는 측정치들의 정규분포를 가정한 조건확률밀도함수로 정의된다. 정의된 공산함수는 다시 로그함수의 단조성을 이용하고 최대화 문제를 최소화 문제로 변경하기 위하여 음의 로그함수를 취하여 가격함수로 정의하여 사용한다.

$$\log P(\hat{\theta} | z) = \log P(z | \hat{\theta}) + \log P(\hat{\theta}) + \log P(z)$$

$$\hat{\theta}_{ML} = \arg(\hat{\theta}) \min_{\theta} \text{LLF}(\hat{\theta})$$

$$P(z | \hat{\theta}) = \prod_{i=1}^N \frac{1}{[(2\pi)^m \det(RR^T)]^{1/2}} \exp\left\{-\frac{1}{2} \mathcal{Z}_i^T (RR^T)^{-1} \mathcal{Z}_i\right\}$$

$$\text{LLF}(\hat{\theta}) = \sum_{i=1}^N \mathcal{Z}_i^T (RR^T)^{-1} \mathcal{Z}_i + \frac{N}{2} \log \det RR^T + \frac{Nm}{2} \log 2\pi$$

여기서, \mathcal{Z}_i 는 필터에 대한 이노베이션(innovation)

의 공분산으로, 위 식의 계산은 상태변수를 필요로 하므로 잡음을 포함하는 측정치로부터 상태변수(state variable)가 추정되어야 한다.

$$\hat{z}_i = \hat{C}\hat{x}_i + \hat{D}u_i$$

$$\mathcal{Z}_i = z_i - \hat{z}_i$$

$$RR^T = E[\mathcal{Z}_i \mathcal{Z}_i^T]$$