

논문 2010-47SP-5-14

고정 그리드를 사용한 디지털 방사선 영상에서 1차원 필터에 기초한 왜곡의 제거

(Artifact Reduction in Digital Radiography Images with the Stationary Grid Based on 1-Dimensional Filters)

김 동 식*

(Dong Sik Kim)

요 약

산란선을 흡수하여 보다 선명한 x선 영상을 얻기 위하여 산란방지 그리드를 사용하여 투사영상을 얻는데, 이때 그리드로 인한 왜곡이 발생한다. 본 논문에서는 회전된 그리드를 사용하여 투사영상을 얻고 단순한 1차원 저역필터를 영상의 공간영역에서 각 축으로 별도로 적용하여 그리드 왜곡을 효율적으로 제거하는 방법을 제안하고 그 성능을 고찰해 보았다. 제안한 방법은 왜곡 주파수를 별도로 예측할 필요 없이, 회전된 그리드를 사용하여 획득한 영상에 단순한 1차원 필터를 주파수영역이 아닌 공간영역에서 적용하므로 매우 단순하여 쉽게 구현이 가능하며 빠른 계산 속도를 가지는 장점을 가지고 있으면서 그 성능은 주파수영역에서 2차원 필터를 적용한 경우와 유사하다.

Abstract

In order to obtain more clear x-ray images, an antiscatter grid, which can absorb the scattered rays, is employed. In the high-resolution direct digital radiography, however, the artifacts due to the grid are visible. In this paper, the grid artifacts are reduced by applying simple 1-dimensional low-pass filters in the spatial domain based on the rotated grid. Since the proposed algorithm does not use any detection scheme for the artifact frequencies and discrete Fourier transforms for 2-dimensional filters, it can simply and fast reduce the grid artifacts. The performance using the order 1 average filter is compatible to that of using 2-dimensional filters in the frequency domain.

Keywords: digital radiography, grid pattern artifacts, rotated grid

I. 서 론

X선을 사용한 사물의 투시영상은 의료 분야뿐만 아니라 여러 분야에서 매우 중요하게 사용되고 있다. 기존의 아날로그 방식인 필름과 필름 스캐너를 사용한 디지털 영상의 획득 방법은, 디지털 컴퓨터의 발달과 함께 형광체에 기초한 영상판을 사용하여 촬영한 영상

레이저로 스캔 후 디지털 신호로 변환하여 영상을 획득하는 간접 방법인 CR(computed radiography)과 DR(digital radiography) 기술로 발달하였다^[1]. 최근에는 중간 매개체를 사용하지 않고, x선의 에너지를 이미지 디텍터에서 직접 디지털 신호로 변환하여 보다 고해상도의 영상으로 표현할 수 있는 직접 방식 DR과 같은 직접 방식에 대한 연구가 활발히 진행되고 어느 정도 실용화되고 있는 단계이다. 이러한 직접 방식의 경우는, 조사된 x선이 중간 매개체를 거치지 않고 바로 전하로 전환되어 에너지 손실이 적은 상태로 영상이 형성되므로, 간접 방식에 비하여 보다 선명한 고해상도의 영상 획득이 가능하다.

* 정회원, 한국외국어대학교 전자공학과
(Department of Electronics Engineering, Hankuk University of Foreign Studies)

※ 이 연구는 2010학년도 한국외국어대학교 교내 학술연구비의 지원에 의하여 이루어진 것임.

접수일자: 2010년3월1일, 수정완료일: 2010년5월26일

X선 발생 장치에서 발생한 x선이 환자를 투과한 후 영상을 획득하기 위한 획득 장치로 입사하게 되는데, 환자를 투과하기 전 또는 후에 발생하는 산란선(scattered x-ray)은 영상 획득 장치에 입사하여 영상의 품질을 저하시킨다. 이러한 산란선으로 인한 영상의 품질 저하를 방지하기 위하여, 매우 가는 납줄(lead strip)을 85-215lines/inch 정도의 일정 간격으로 배열한 그리드를 사용하는데, 이는 x선 발생 장치에서 방사되는 각도 이외의 다른 각을 가지는 산란선을 차단하여 산란으로 인한 화질의 흐려짐을 방지하려는 목적을 가지고 있다. 그러나 그리드로 인하여 획득한 영상에 x선의 음영지역, 즉 그리드로 인한 패턴이나 왜곡(grid pattern artifact)이 심하게 발생한다^[2]. 이러한 왜곡은 디지털 표본주파수와 그리드의 주파수 성분과의 관계에 의한 영상 표본화 과정에 의한 것으로, 표본주파수가 일반적으로 Nyquist의 최소 표본 주파수보다 낮은 경우 에일리어싱 왜곡이 발생하게 된다. 따라서 이러한 왜곡을 분석하고 획득한 영상에서 이러한 왜곡을 효율적으로 제거시킬 필요가 있다.

그리드로 인한 왜곡을 분석하기 위한 수학적 모델들이 제시되어있는데, 기존의 모델은 원영상과 그리드 영상이 더하기 형태로 되어 있으나 최근에는 투사영상의 투과(transmissivity) 모델^[3, 5]에 기초한 곱셈 형태의 영상 형성 모델이 제시되었다. 이러한 모델을 통하여 그리드 왜곡은 진폭 변조된 신호의 형태가 됨을 보였으며, 예측된 왜곡주파수를 중심으로 단순한 notch 필터^[4, 35]를 사용해서는 그리드 왜곡의 제거가 힘들다는 것을 알 수 있다. 즉 어느 정도 대역폭을 가지는 대역차단필터(band-rejection filter, BRF)를 사용해야한다^[5].

Wang과 Huang^[2]은 X선 그리드 필름을 스캔하는 과정에서 그리드로 인한 왜곡을 줄이기 위한 시도를 하였으며, CR이나 DR에서도 여러 시도가 있었다^[6-9]. Barski와 Wang^[6]은 주파수영역에서 왜곡주파수를 예측하고 공간영역에서의 블러링(blurring) 커널을 사용하여 왜곡을 완화시켰다. Belykh와 Cornelius^[7]는 notch 필터를 사용하여 그리드 왜곡을 완화하였으며, Sasada 등^[8]은 wavelet 영역에서 왜곡의 완화를 시도하였다. 또한 Lin 등^[9]은 Gaussian 형태의 BRF를 사용하여 그리드 왜곡을 제거하였다. 이렇게 기존에 제안된 알고리즘들은 먼저 왜곡의 중심이 되는 왜곡주파수를 예측하고 그 주파수를 중심으로 적절한 필터를 적용하여 그리드 왜곡을 제거하고 있다. 그런데 그리드를 적절한 각도로 회전시킨 상태에서 x선 투사영상을 얻을 때 왜곡주파수

를 어느 정도 원하는 위치로 보낼 수 있다. 즉 원 신호에 영향을 덜 주는 위치로 이동시켜서 제거를 쉽게 만들 수가 있다^[10]. 본 논문에서는 회전된 그리드를 사용하여 투사영상을 얻고 단순한 1차원 저역필터(low-pass filter, LPF)를 2차원 영상의 공간영역에서 각 축에서 별도로 적용하여 그리드 왜곡을 효율적으로 제거하는 방법을 제안하고 그 성능을 고찰해 보았다. 제안한 방법은 왜곡 주파수를 별도로 예측할 필요 없이, 회전된 그리드를 사용하여 획득한 영상에 단순한 1차원 필터를 주파수영역이 아닌 공간영역에서 사용하므로 매우 단순하여 쉽게 구현이 가능하며 빠른 계산 속도를 가지는 장점을 가지고 있다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 제 II장에서는 산란방지 그리드와 직접 방식의 DR에서 획득한 고해상도의 x선 투사영상에서 그리드로 인한 왜곡의 형성 모델을 진폭 변조라는 관점에서 고찰하였다. 제 III장에서는 회전된 그리드로 획득한 투사영상의 특성을 소개하였고 1차원 LPF를 공간영역에서 각 축에 분리하여 적용하는 알고리즘을 제시하였다. 제 IV장에서는 실제 x선 투사영상을 사용하여 제안한 알고리즘의 성능을 비교 고찰해 보았으며, 단순한 계산만으로 효율적으로 그리드 왜곡을 제거할 수 있음을 보였고, 마지막 장에 결론을 내렸다.

II. 고해상도 X선 고정 그리드 영상

본 장에서는 산란선을 흡수하는 산란방지 그리드와 변조영상형성모델에 대하여 소개한다.

1. 산란방지 그리드

X선 영상 획득 시에 산란을 방지하기 위하여 사용하는 그리드는, 산란선을 흡수하는 얇은 납줄을 일정한 간격으로 배열하고 그 중간에는 x선이 투과하는 알루미늄이나 탄소로 채워진 구조를 가지고 있다. 그리드의 종류에는 배열에 따라서 선형과 교차형 그리드가 있는데, 선형 그리드는 납줄들이 일렬로 평행하게 배열되어 있는 것으로 일반적으로 사용된다. 반면에 교차형 그리드는 납줄이 상하좌우로 격자를 만들며 배열되어 있는 것을 의미한다. 또한 각 납줄의 기울기에 따라 평행과 초점 그리드로 나뉘는데, 평행 그리드는, 평행하게 배열되어 있는 납줄들의 기울기가 모두 배열과 직각으로 되어 있는 것이다. 반면에 방사되는 x선의 각도에 맞추어서 일정한 각도로 기울이며 납줄을 배열한 것이 초점 그리드인데, 설

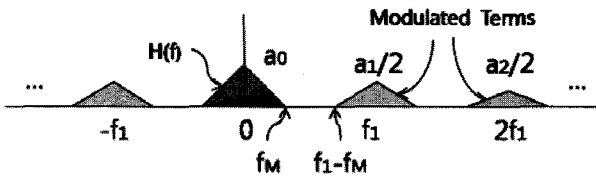


그림 1. 고정 형태의 초점 선형 그리드에 대한 변조영상형성모델
 Fig. 1. Modulated image formation model for a stationary focused linear grid.

계된 각도에 따라 그리드의 FD(focal distance)가 달라진다. 여기서 FD는 기울어진 납줄에 의해 만들어지는 초점으로 부터 그리드까지의 거리를 의미하며, 이 위치에 x선 발생장치를 놓는다. 또한 그리드는 움직임에 따라서, 고정, 이동, 회전 그리드가 있다. 이동 그리드는 그리드에 따른 음영지역을 제거하기 위하여 사용하는데, 그리드를 움직이기 위한 장치로 인하여 사용의 제한이 따른다. 본 논문에서 x선 영상을 얻기 위하여 사용하는 그리드는 고정 형태의 초점 선형 그리드이다. 마지막으로 그리드의 밀도가 있는데, 이는 주어진 거리에 몇 개의 납줄이 배열되어 있는 가를 의미하고 있으며 그리드를 사용하여 획득하는 영상에 발생하는 그리드 왜곡의 특성에 직접적인 영향을 미친다.

2. 변조영상형성모델

본 장에서는 고정 그리드를 사용하는 x선 그리드 영상의 왜곡을 분석하기 위하여 x선 그리드 영상 형성의 수학적 모델을 소개한다. 먼저 x선 그리드 영상 형성과정을 정리하면 다음과 같다. 초점 그리드의 초점에 위치한 x선 발생 장치에서 방사되는 x선은 투사를 위한 물체를 거쳐서 그리드에 도착한다. 여기서 산란선은 흡수되고 기본선만 통과하여 영상디텍터로 투사된다.

상수 ϕ 가 그리드의 줄이 y축의 방향과 이루는 각도를 의미한다고 할 때, $\phi=0$ 인 고정 그리드로 만들어지는 그리드 영상 신호를 $g(x,y)$ 라 하고 $0 \leq g(x,y) \leq 1$ 을 만족한다고 하자. 여기서 (x,y) 는 영상 신호의 위치로 2차원 평면 R^2 의 어떠한 부분 집합 A 의 원소라고 하고 그리드의 밀도가 f_1 (lines/mm)이라고 하면 그리드 영상 신호 g 는 f_1 을 기본 주파수로 하는 주기 신호로 nf_1 , $n=2,3,\dots$, 인 고조파 성분을 가지게 된다. 즉 영상 g 는 주기신호이므로 다음과 같은 Fourier 급수 형태로 나타낼 수 있다^[2,9].

$$g(x,y) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(2\pi n f_1 x + \theta_n) \quad (1)$$

식 (1)에서 $a_n \in R$ 이다. 물체를 투사한 원영상을 $h(x,y)$ ($(x,y) \in A$)라 하고 그리드를 거친 투사영상 (projection image)을 $h_1(x,y)$ 라고 하자. 그러면 영상 형성에서 투과 모델^[3, p51]에 기초하여 투사영상을 다음과 같은 곱셈 형태로 나타낼 수 있다.

$$h_1(x,y) = h(x,y)g(x,y) \quad (2)$$

즉 식 (1)로부터 투사영상 h_1 은 다음과 같이 진폭 변조 모델로 쓸 수 있다.

$$h_1(x,y) = h(x,y)a_0 + h(x,y) \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(2\pi n f_1 x + \theta_n) \quad (3)$$

식 (3)의 예를 그림 1에 도시하였는데, 투사영상 h_1 은 원영상 h 에 이득항인 a_0 을 곱한 것에 $n f_1$ 의 주파수를 가지는 반송파로 진폭 변조된 항들의 합으로 되어있다. 만일 원영상 h 의 최대 주파수가 f_M 이라고 하면 투사영상 h_1 에 h 성분의 겹침이 발생하지 않기 위해서는 그리드의 밀도 f_1 은 다음의 관계식을 만족해야 한다.

$$f_1 > 2f_M \quad (4)$$

참고문헌 [2]와 [9]의 기존 연구에서는 투사영상의 모델을 원영상과 그리드 영상의 합 형태로 생각하였으며, 따라서 그리드 영상을 원영상과는 별도로 생각하여 그리드 영상만 표본주파수와 관계를 통하여 분석하고 이를 BRF나 notch 필터를 사용하여 제거하려고 했다. 또한 겹침 없이 원영상을 복원하기 위한 조건이 변조영상형성모델의 식 (4)의 경우와는 다르게 $f_1 > f_M$ 이 되는데, 이러한 더하기 형태의 영상형성모델은 잘못된 것임을 실험을 통하여 확인할 수 있다^[5]. 식 (3)과 같이 진폭 변조된 항

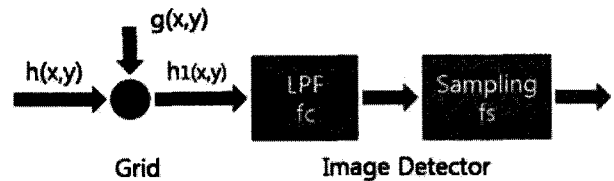


그림 2. 고정 형태의 초점 선형 그리드를 사용한 직접 방식의 디지털 영상디텍터
 Fig. 2. Direct digital image detector with a stationary focused linear grid.

으로 인하여 식 (4)와 같은 관계식도 고해상도 영상의 취득을 위하여 필요한 조건임을 알 수 있으며, 단순히 낮은 필터를 사용하여 그리드의 주파수 성분만을 제거한다고 해서 원영상이 충실히 복원되지 않음을 알 수 있다^[5].

3. 영상디텍터와 샘플러

영상디텍터에서 디지털 신호로 변환하는 과정(그림 2)은, 투사영상 h_1 에 LPF를 적용하고 어떠한 표본 주파수 f_s (lines/mm)로 표본화하고 양자화함으로 이루어진다. 이때 영상디텍터 LPF의 차단주파수를 f_c 라고 하자. 이 차단주파수와 표본주파수에 따라서 영상디텍터의 해상도가 결정되는데, 고해상도의 경우는 차단주파수와 표본주파수가 상대적으로 높다. 만일 영상디텍터의 LPF가 이상적인 LPF라 하고 차단주파수가 다음 관계식을 만족한다고 하자.

$$f_M < f_c \leq f_1 - f_M \quad (5)$$

그러면 이 LPF를 사용하여 식 (4)를 만족하는 식 (3)의 투사영상 h_1 에서 ha_0 성분만을 뽑아낼 수 있으며, Nyquist 주파수인 $2f_M$ 보다 높은 표본주파수, 즉 관계식 $f_s > 2f_M$ 을 만족하는 표본주파수 f_s 로 표본화하면 투사영상 h_1 로부터 원영상 h 를 복원할 수 있다. 즉 여기서 영상디텍터 LPF는 에일리어싱 방지 필터의 역할을 한다. 따라서 그리드의 밀도가 표본주파수보다 크다고 하면, 즉 $f_1 \geq f_s$ 이면, 획득한 영상의 최대주파수 f_M 이 최대 $f_s/2$ 일 때까지 에일리어싱이 발생하지 않고 고해상도의 원영상을 복원할 수 있다.

III. 회전된 그리드와 1차원 저역필터링

산란선의 차단을 위하여 그리드를 사용할 때, 영상디텍터의 차단주파수보다 훨씬 높은 밀도를 가지는 그리드를 사용하면 그리드로 인한 왜곡이 적은, 고해상도의 x선 영상 획득이 가능하다. 그러나 기술적인 문제와 방사선 피폭량이 증가하는 문제로 그리드의 밀도를 원하는 수준으로 올리는 것은 쉽지 않으며, 따라서 그리드로 인하여 특별히 고해상도 표본영상에 왜곡이 발생하는 현상을 피할 수 없다. 본 장에서는 그리드로 인하여 영상디텍터에서 얻은 표본영상에 왜곡이 발생하는 경우에 대하여 분석해 보았다.

1. 회전된 그리드와 투사영상

만일 영상디텍터 LPF의 차단주파수 f_c 가 $f_c \geq f_1 - f_M$ 의 관계식을 만족하면 변조된 항들도 역시 표본화가 되면서 왜곡이 발생하게 된다. 여기에는 그리드 패턴 왜곡과 에일리어싱 왜곡의 두 가지 형태의 왜곡이 있다. 만일 LPF를 통과한 신호에 원 신호와 변조된 항 $h(x,y)\cos(2\pi n f_1 x + \theta_n)$ 만이 존재한다고 하자. 그러면 이러한 신호의 최대 주파수는 $n f_1 + f_M$ 이 되므로 표본주파수가 $f_s > 2(n f_1 + f_M)$ 을 만족하면 주파수 $n f_1$ 을 가지는 그리드를 그대로 관찰할 수 있다. 이러한 왜곡을 그리드 패턴 왜곡이라고 한다^[5]. 반면에 $f_s \leq 2(n f_1 + f_M)$ 인 경우에는 변조항 $h(x,y)\cos(2\pi n f_1 x + \theta_n)$ 의 일부 에일리어싱을 관찰하게 된다. 이러한 왜곡을 에일리어싱 왜곡이라고 한다^[5].

만일 그리드의 밀도 f_1 이 $f_s/2 < f_1$ 이면서, 어떠한 그리드 각도 ϕ 에 대하여 $f_s/2 \leq f_1 \cos \phi < f_s$ 와 $|2f_1 \sin \phi| \leq f_s/2$ 를 만족한다고 하면, f_1 성분에 대한 그리드 왜곡의 중심주파수, 즉 왜곡주파수는 기본 주파수 f_1 에 대하여 다음과 같다^[10].

$$(f_1 \cos \phi - f_s, f_1 \sin \phi) \quad (6)$$

만일 추가로 $2f_1 \cos \phi < 3f_s/2$ 도 만족한다고 하면, 2차 고조파 $2f_1$ 에 대한 왜곡주파수는 다음과 같다.

$$(2f_1 \cos \phi - f_s, 2f_1 \sin \phi) \quad (7)$$

또한, 추가로 $3f_1 \cos \phi < 2f_s$ 와 $-f_s < 3f_1 \sin \phi \leq -f_s/2$ 를 만족한다고 하면, 3차 고조파 $3f_1$ 에 대한 왜곡주파수는 다음과 같다.

$$(3f_1 \cos \phi - 2f_s, 3f_1 \sin \phi + f_s) \quad (8)$$

$3f_1$ 의 경우는 $(3f_1 \cos \phi - f_s, 3f_1 \sin \phi + f_s)$ 이 될 수도 있다. 이러한 왜곡주파수를 주파수영역의 외곽으로 보내려면, 3개의 각 왜곡주파수에서 최소한 하나의 성분이 $f_s/2$ 나 $-f_s/2$ 가 되어야 한다. 이렇게 되기 위한 그리드 각도 ϕ^o 와 주어진 표본주파수 f_s 에 대한 그리드의 밀도 f_1^o 는 다음과 같이 주어진다^[10].

$$\phi^o := \pm \arctan \frac{1}{2}, f_1^o := \frac{f_s}{2 \cos \phi^o} \quad (9)$$

따라서 식 (9)로부터, 그리드 각도는 $\phi^o \approx \pm 26.6^\circ$ 이 되

며, 만일 영상디텍터의 화소간격이 $139\mu\text{m}$ 인 경우는 (FDXD1417, DRTECH Co.), 표본 주파수는 $f_s = 7.194$ 가 되어 그리드의 밀도는 $f_1^o \approx 4.022$, 즉 102lines/inch 가 된다. 102lines/inch의 그리드 밀도를 가지는 그리드를 26.6° 또는 -26.6° 로 회전한 상태에서 x선 투사영상을 얻게 되면, 그러한 영상에서의 f_1 과 그의 고조파 $2f_1$ 과 $3f_1$ 로부터 만들어지는 변조항들의 중심주파수, 즉 왜곡주파수는 모두 가장자리로 가게 되며, 이러한 성분들은 간단한 LPF만을 사용해서 제거가 가능하다. 참고문헌 [10]에서는 주파수영역에서 2차원 Butterworth 필터를 사용하여 제거를 하였는데, 이때 필터의 설계를 위하여 변조항의 중심주파수를 별도로 추정할 필요가 없으므로 비교적 간단히 그리드 왜곡의 제거가 가능하다.

2. 1차원 저역필터링 및 왜곡 제거

그런데 변조항들이 모두 가장자리로 몰려있는 경우에는 주파수영역에서 2차원 필터를 적용하지 않고 단순한 1차원 필터를 공간영역에서 사용하여 보다 빠르고 간단하게 그리드 왜곡의 제거를 위한 필터링이 가능하다. 즉 1차원 LPF를 영상의 공간영역에서, 그림 3에서 보는 바와 같이, 각 축에서 별도로 적용하는 방법으로 그리드 왜곡인 변조항들을 제거할 수가 있다. 본 논문에서는 이렇게 회전된 그리드를 사용하여 얻은 x선 투사영상에 단순한 1차원 LPF를 공간영역에서 적용하여 그리드 왜곡을 제거하는 방법을 제안한다. 제안한 알고리즘을 정리하면 다음과 같다.

회전된 그리드와 1차원 LPF에 기초한 그리드 왜곡 제거 알고리즘

- 0) 표본주파수 $f_s = 7.194$ 를 가지는 영상디텍터와 그리드 밀도 $f_1 \approx 4.055$ (103lines/inch)를 가지는 산란방지 그리드 사용.
- 1) $\phi^o \approx 26.6^\circ$ 또는 -26.6° 로 회전시킨 그리드를 사용하여 x선 투사영상 h_1 획득.
- 2) 영상의 공간 영역에서 1차원 LPF를 사용하여 먼저 x 축 방향으로 h_1 을 필터링한 후 y축 방향으로도 필터링을 수행함.

이렇게 제안한 알고리즘의 특징을 정리하면, 1. 그리드 왜곡의 중심주파수를 찾기 위한 특별한 주파수 추정 알고리즘이 불필요하며, 2. 계산 량이 많이 필요한 2차

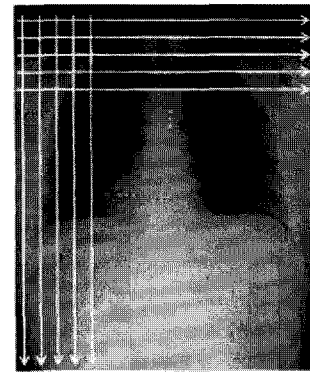


그림 3. 1차원 필터를 2차원 영상의 공간영역에서 각 축에 별도로 적용
Fig. 3. Separable application of 1-D filters in the image spatial domain.

원 필터링을 위한 Fourier 변환 및 역변환이 불필요하다. 즉 제안한 알고리즘은 매우 단순하여 빠른 시간 내에 그리드 왜곡 제거를 효율적으로 수행할 수 있다.

제안한 알고리즘에서 영상의 공간영역에서 사용할 수 있는 1차원 LPF로는 Butterworth 필터와 평균필터를 생각할 수 있다. 예를 들어 1차원 2차 Butterworth LPF의 경우는 다음과 같은 IIR 필터 형태로 주어진다.

$$y[n] = 0.5698x[n] + 1.1397x[n-1] + 0.5698x[n-2] - 0.9452y[n-1] - 0.3342y[n-2] \quad (10)$$

또한 1차원 평균필터를 LPF로 사용할 수 있는데, 평균 필터의 차수를 M 이라고 할 때, $M=1$ 인 경우의 1차원 평균필터는 다음과 같다.

$$y[n] = 0.5x[n] + 0.5x[n-1] \quad (11)$$

정규화된 주파수 $\hat{f} := f/f_s$ 에 대하여, 식 (11)의 평균필터의 주파수 응답은 $G_1(\hat{f}) = e^{-j\pi\hat{f}} \cos(\pi\hat{f})$ 이다. 그림 4에서 필터의 주파수 크기응답 $|G_1|$ 을 보면, 필터의 통과 특성이 0이 되는 주파수는 $\hat{f}=0.5$ 일 때, 즉 $f = f_s/2 \approx 3.597$ 가 된다. 따라서 주파수 영역의 가장 자리에 있는 왜곡주파수를 식 (11)의 FIR 필터를 사용하여 notch 필터의 형태로 제거할 수 있다. 일반적인 경우, 평균필터의 주파수 응답은 다음과 같다.

$$G_M(\hat{f}) = \frac{\sin(\pi\hat{f}(M+1))}{(M+1)\sin(\pi\hat{f})} e^{-j\pi\hat{f}M} \quad (12)$$

따라서 주파수 크기응답에서 0이 되는 주파수는 $nf_s/(M+1)$ ($n=1,2,\dots$) 이 된다. 만일 $M>1$ 의 차

수를 가지는 평균필터를 제안한 알고리즘에 사용하려면 주파수 영역의 가장자리 즉 $\pm f_s/2$ 또는 그림 4에서 $\hat{f}=0.5$ 부근의 주파수 크기응답이 0이 되어야 하므로, 필터의 차수 M 은 홀수가 되어야 한다. 그림 4를 보면 $M=2$ 인 경우, 즉 차수가 짝수인 경우는 $\hat{f}=0.5$ 에서 크기응답이 0이 아니므로 이 부근에 존재하는 그리드 왜곡의 진폭변조항을 제거할 수 없다.

식 (11)의 1차 평균필터의 경우는 필터계수가 0.5로 디지털 로직에서 간단히 시프트 연산으로 매우 빠른 수행이 가능하다. 또한 이러한 필터를 여러 번 반복해서 적용할 수 있다. 1차 평균필터를 두 번 적용하는 경우 필터

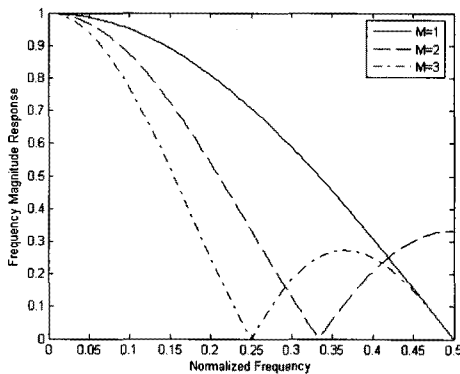


그림 4. 정규화된 주파수 \hat{f} 에 대한 1차원 평균필터의 주파수 크기응답 $|G_M(\hat{f})|$

Fig. 4. Frequency magnitude response of the 1-D average filter $|G_M(\hat{f})|$ with respect to the normalized frequency \hat{f} .

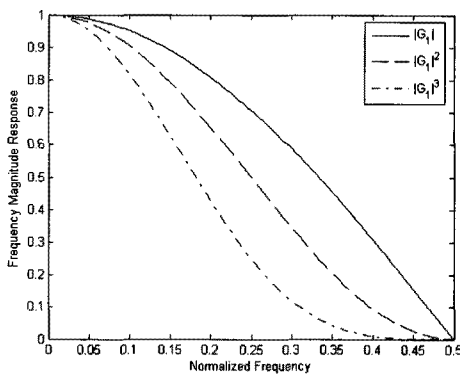


그림 5. 정규화된 주파수 \hat{f} 에 대한 1차원 평균필터의 반복 적용에 따른 주파수 크기응답 ($|G_1(\hat{f})| = \cos(\pi\hat{f})$)

Fig. 5. Frequency magnitude response of the repeated applied 1-D average filter with respect to the normalized frequency \hat{f} ($|G_1(\hat{f})| = \cos(\pi\hat{f})$).

는 다음과 같다.

$$y[n] = 0.25x[n] + 0.5x[n-1] + 0.25x[n-2] \quad (13)$$

또한 주파수 응답은 $G_1^2(\hat{f}) = 0.5e^{-j2\pi\hat{f}}(1 + \cos 2\pi\hat{f})$ 이 되는데, 역시 $\hat{f}=0.5$ 일 때 크기응답이 0이 되어 가장 자리의 왜곡주파수를 제거할 수 있다. 아울러 왜곡주파수 부근에서의 주파수 크기응답 특성이 식 (11)의 평균필터보다 더 낮으므로, 그림 1에서와 같이 변조영상형성모델에 기초한 x선 투사영상의 경우 그리드 왜곡은 변조항 형태가 되므로 $\hat{f}=0.5$ 에서만 0인 1차 평균필터(그림 5의 $|G_1|$)보다는 이를 두 번 적용한 필터(그림 5의 $|G_1|^2$)가 변조된 신호까지 충실히 제거할 수 있다. 같은 방법으로 1차 평균필터를 여러 번 적용할 수 있다. 그림 5를 보면, 반복할수록 고역 성분이 더 제거됨을 알 수 있다. 따라서 그리드 왜곡이 심한 경우는 식 (11)의 1차 평균필터를 여러 번 반복하여 심한 그리드 왜곡을 제거할 수 있다.

IV. 실험 결과

본 장에서는 참고문헌 [10]에서 제안된 주파수영역에서 2차원 LPF를 사용하여 그리드 왜곡을 제거한 경우와 본 논문에서 제안한 영상 공간영역에서 1차원 LPF를 사용하는 경우에 대한 그리드 왜곡의 제거 성능을 비교하여 제안한 알고리즘의 성능을 알아보았다. 우선 본 실험에서 사용한 영상디텍터는 DRTECH 사의 FDXD1417로서 화소의 간격이 $139\mu\text{m}$ 가 되므로 표본주파수는 $f_s = 7.194$ 가 되며, 그리드는 JPI 사 제품으로 밀도는 $f_1 \approx 4.055$ (103lines/inch)인데 식 (4)로부터 이론적으로 계산한 $f_1 \approx 4.022$ 와 약간의 오차가 있다. 그림 6에는 그리드 각도가 각각 $\phi = 0^\circ$ 와 -25° 일 때 획득한 x선 투사영상을 DFT 영역에서 관찰해본 것이다. 그리드의 주파수 f_1 과 그의 고조파 $2f_1$ 과 $3f_1$ 로부터 만들어지는 변조항의 중심주파수들이 그리드의 각도 ϕ 에 따라서 어떻게 변하는지를 보여주고 있는데, $\phi = -25^\circ$ 의 경우(그림 6(b))에 세 개의 중심주파수가 Fourier 영역의 가장 자리로 이동하였음을 알 수 있다. 이론적으로 계산한 세 개의 주파수는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} f_1 &: (-3.5191, -1.7138) \\ 2f_1 &: (0.1561, -3.4275) \\ 3f_1 &: (-3.3629, 2.0529) \end{aligned} \quad (12)$$

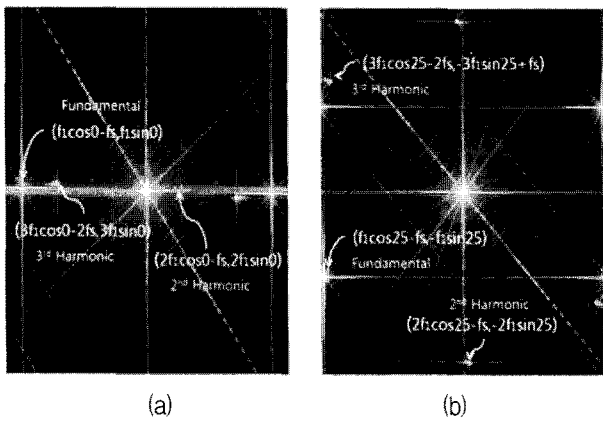


그림 6. 회전된 그리드를 사용하여 획득한 x선 투사영상의 Fourier 변환^[9]
 (a) $\phi = 0^\circ$ (b) $\phi = -25^\circ$
 Fig. 6. Fourier transforms of x-ray projected images by using the rotated grid^[9].
 (a) $\phi = 0^\circ$ (b) $\phi = -25^\circ$



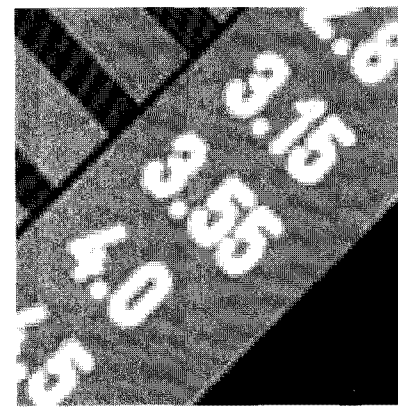
그림 7. -25° 로 회전된 그리드를 사용한 x선 투사영상의 일부(투사영상 크기: 2560×3072 , 14b/pixel, image detector: DRTECH FDXD1417, grid: JPI 103lines/inch)
 Fig. 7. Part of the x-ray projected image obtained by using -25° -degree rotated grid (image size: 2560×3072 , 14b/pixel, image detector: DRTECH FDXD1417, grid: JPI 103lines/inch).

그림 6(b)의 실험을 통해서 검출한 주파수는 이러한 이론적으로 계산한 것과 어느 정도 오차가 있지만 Fourier 변환을 사용한 주파수 영역에서 2차원 LPF를 적용하면 그리드 왜곡을 효율적으로 제거할 수 있다. 기존의 그리드 각도가 $\phi = 0^\circ$ 일 때 획득한 x선 영상에 대하여 왜곡 주파수를 추정하여 여러 개의 Gaussian BRP를 사용한 경우와 비교해 보면 낮은 주파수의 오염으로 인한 얼룩 등이 개선되는 장점을 가지고 있음을 알 수 있다^[10].

이제 제안하는 방법을 주파수영역에서 2차원 LPF를 사용한 경우와 그 성능을 비교해 보자. 그림 7은 그리드



(a)



(b)

그림 8. 2차원 Butterworth LPF를 주파수영역에서 수행한 결과($f_c = 2.7$) (a) 3차 Butterworth 필터
 (b) 4차 Butterworth 필터
 Fig. 8. 2-D Butterworth LPF in the frequency domain ($f_c = 2.7$) (a) 3rd-order Butterworth filter
 (b) 4th-order Butterworth filter.

회전 각도를 -25° 로 하여 획득한 x선 투사영상의 일부(100×100)으로, 그리드가 회전된 형태의 그리드 왜곡을 관찰할 수 있다. 그림 7의 Fourier 변환된 신호는 그림 6(b)와 같으며, 그리드 왜곡에 대한 중심 주파수들이 주파수 영역에서 외곽으로 몰려있음을 알 수 있다. 이러한 주파수들을 제거하기 위하여 DFT를 사용한 주파수영역에서 2차원 Butterworth 필터를 각 차수에 따라 적용한 결과를 그림 8에 정리하였다. 필터의 차수를 올림에 따라 가장자리에 있던 왜곡주파수 성분이 제거되면서 그리드 왜곡이 없어지는 것을 관찰할 수 있다. 그러나 차수가 올라감에 따라 강한 에지 성분 근처에서 울림(ringing) 왜곡이 발생하기 시작하는 것을 관찰할 수 있다(그림 8(b) 참조).

그림 9에는 제안한 방법으로, 1차원 Butterworth LPF를 공간영역에 적용한 경우이다. 그림 8의 경우와 마찬가지로



(a)



(b)

그림 9. 1차원 Butterworth LPF를 사용한 제안한 알고리즘($f_c = 2.7$) (a) 1차 Butterworth 필터 (b) 2차 Butterworth 필터

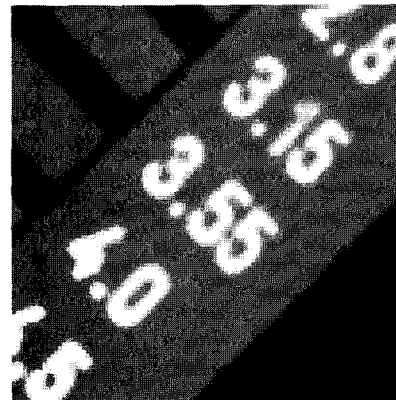
Fig. 9. Proposed algorithm, which uses the 1-D Butterworth LPF ($f_c = 2.7$) (a) 1st-order Butterworth filter (b) 2nd-order Butterworth filter.

지로 필터의 차수가 올라가면서 그리드 왜곡을 더 감소시키는데, 아울러 울림 왜곡도 발생하는 것을 알 수 있다. 2차 Butterworth LPF의 경우(그림 9(b)), 만족할 만한 결과를 얻을 수 있다.

그림 10에는 제안한 알고리즘의 1차원 LPF로 평균필터를 사용한 경우의 실험 결과를 제시하였다. 1차 평균필터의 경우(그림 10(a))는, 성공적으로 그리드 왜곡을 제거하고 있음을 알 수 있는데, 그림 8의 2차원 필터 경우에서 4차 Butterworth 필터를 사용한 경우와 비슷한 왜곡 제거 성능을 보이고 있음을 알 수 있다. 1차 평균필터는 식 (11)에서와 같이 필터의 구조가 두 개의 화소 값을 더해서 평균을 내는 매우 단순한 형태이지만, 회전된 그리드를 사용한 x선 투사영상에서 그리드 왜곡을 제거하기에 적합함을 알 수 있다. 반면에 그림 10(b)는 2차 평균



(a)



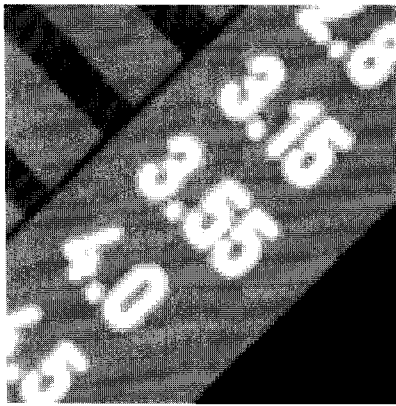
(b)

그림 10. 1차원 평균필터를 LPF로 사용한 제안한 알고리즘 (a) 1차 평균필터 G_1 (최초 0 지점: $f_s/2 = 3.597$) (b) 2차 평균필터 G_2 (최초 0 지점: $f_s/3 = 2.398$)

Fig. 10. Proposed algorithm, which uses the 1-D average filters as LPF (a) 1st-order average filter G_1 (first zero point: $f_s/2 = 3.597$) (b) 2nd-order average filter G_2 (first zero point: $f_s/3 = 2.398$).

필터($M=2$)로 통과 특성이 첫 번째로 0이 되는 주파수는, 그림 4에서 보는바와 같이, $\hat{f} \approx 3.333(f_s/3 \approx 2.398)$ 이 되어 비록 차수가 그림 10(a) 경우보다 증가하였지만 가장자리의 왜곡주파수를 제거시키지 못하며 따라서 그리드 왜곡이 필터링 결과에도 여전히 남아 있음을 관찰할 수 있다. 3차 필터의 경우(그림 4 참조)에는 두 번째로 0이 되는 주파수가 $2 \cdot f_s/4 \approx 3.597$ 가 되어 왜곡주파수를 제거할 수 있지만 차수가 올라감에 따라 고역의 성분들도 함께 제거되므로 필터링된 영상이 점점 더 흐려지게 된다.

그림 11에는 식 (11)의 1차 평균 필터를 반복해서 적용



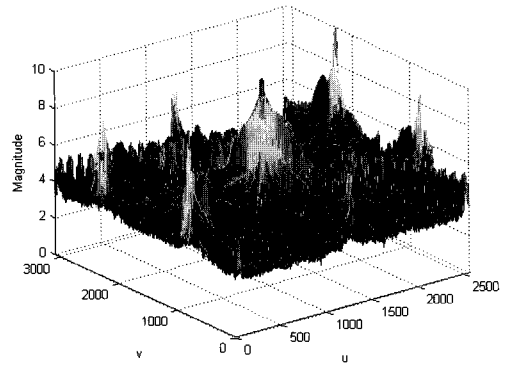
(a)



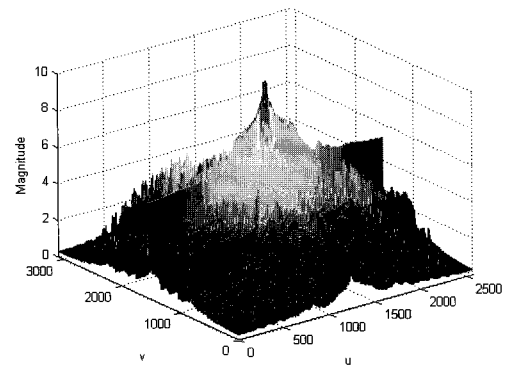
(b)

그림 11. 제안한 알고리즘에서 1차원 1차 평균필터의 중복 적용 (a) 2번 적용 $|G_1|^2$ (b) 3번 적용 $|G_1|^3$
 Fig. 11. Proposed algorithm that repeatedly uses 1-D order 1 average filters (a) Double application $|G_1|^2$ (b) Triple application $|G_1|^3$.

한 결과를 나타내고 있다. 그림 11(a)는 두 번 적용한 것으로 식 (13)과 같은 FIR 필터 형태를 가지고 있으며 주파수 크기 응답 $|G_1|^2$ 은 그림 5에 있다. 식 (11)의 필터보다 왜곡주파수 근처의 변조항을 보다 줄여주고 있지만 동시에 원신호의 Fourier 변환 성분도 줄여주므로 그림 11(b)에서 보는 바와 같이 반복하는 횟수를 늘리게 되면 원영상의 고역 성분이 더 줄어들어 점차 흐려지는 단점을 관찰할 수 있다. 그림 12(a)에는 회전된 투사영상(그림 7)의 Fourier 변환의 크기를 3차원으로 도시한 것으로, 중앙에 원 신호의 Fourier 변환 신호가 보이며, 외곽에서 솟아있는 6개 성분들이 $f_1, 2f_1, 3f_1$ 에 의해서 만들어지는 그리드 왜곡을 나타내는 변조항들이다. 이 영상을 식 (13)의 필터를 사용하여 필터링한 결과가 그림 12(b)인데, 외곽에 있던 변조항들이 제거되었음을 알 수 있다.



(a)



(b)

그림 12. Fourier 변환 후 신호의 크기를 3차원으로 도시 (a) 그림 7의 투사영상 (b) 1차 평균필터를 두 번 적용한 결과 $|G_1|^2$
 Fig. 12. 3-D plots of the Fourier transformed signals (a) Projected image of Fig. 7 (b) Double application of the 1st-order average filter.

V. 결 론

본 논문에서는 회전된 그리드를 사용하여 x선 투사영상을 얻고 단순한 1차원의 Butterworth나 평균필터를 영상의 공간영역에서 각 축에서 별도로 적용하여 그리드 왜곡을 효율적으로 제거하는 방법을 제안하고 그 성능을 고찰해 보았다. 제안한 방법은 왜곡주파수를 별도로 예측할 필요 없이, 회전된 그리드를 사용하여 획득한 영상에 단순한 1차원 필터를 주파수영역이 아닌 공간영역에서 적용하므로 매우 단순하여 쉽게 구현이 가능하며 빠른 계산 속도를 가지는 장점을 가지고 있다. 특별히 1차의 평균 필터를 1회 또는 그리드 왜곡의 세기에 따라 반복 적용하는 경우는 주파수 영역에서 2차원 필터를 사용한 것과 비슷한 그리드 왜곡 제거 효과가 있음을 확인할 수 있었다.

참고 문헌

- [1] M. A. Thomas, A. H. Rowberg, S. G. Langer, Y. Kim, "Iterative image enhancement of CR and DR images," *Jour. Digital Imaging*, vol. 17, no. 3, pp. 189-195, Sep. 2004.
- [2] J. Wang and H. K. Huang, "Film digitization aliasing artifacts caused by grid line patterns," *IEEE Trans. Medical Imaging*, vol. 13, no. 2, June 1994.
- [3] R. C. Gonzalez and R. E. Woods, *Digital Image Processing*. 2nd. ed. NY: Prentice Hall, 2002.
- [4] J.G. Proakis and D.G. Manolakis, *Digital Signal Processing*, 4th ed., NJ: Prentice Hall, 1007.
- [5] D. S. Kim, "Modulation model for the analysis of the stationary grid artifacts in digital radiography imaging," in *Proc. IEEE Int. Symposium, Biomedical Imaging, Rotterdam, Netherlands*, April 2010, pp. 768-771.
- [6] L. L. Barski and X. Wang, "Characterization, detection and suppression of stationary grids in digital projection radiography imagery," in *Proc. SPIE Medical Imaging*, pp.502-519, 1999.
- [7] I. N. Belykh and C. W. Cornelius, "Antiscatter stationary grid artifacts automated detection and removal in projection radiography images," in *Proc. SPIE Medical Imaging*, pp.1162-1166, 2001.
- [8] R. Sasada, M. Yamada, S. Hara, and H. Takeo, "Stationary grid pattern removal using 2-dimensional technique for Moire-free radiographic image display," in *Proc. SPIE Medical Imaging*, 2003.
- [9] C. -Y. Lin, W. -J. Lee, S. -J. Chen, C. -H. Tsai, J. -H. Lee, C. -H. Chang, and Y. -T. Ching, "A study of grid artifacts formation and elimination in computed radiographic images," *Jour. Digital Imaging*, vol. 19, no. 4, pp. 351-361, Dec. 2006.
- [10] D. S. Kim and S. Lee, "Grid artifact reduction in radiography with arctan(1/2)-degree rotated grid," *IEEE Int. Conf. Image Processing*, Sep. 2010.

저자 소개

김 동 식(정회원)
대한전자공학회 논문지
제 42권 SP편 제 6호 참조