

논문 2010-47TC-9-2

# 이중의 제한조건을 사용하는 빔형성 방법

( Interference Elimination Using Double Constraints Method on the Beamforming System )

류 길 현\*, 김 광 태\*\*

( Kil Hyen Ryu and Kwang Tae Kim )

## 요 약

선형제한 최소분산 (Linear Constraint Minimum Variance LCMV) 빔형성 (Beamforming) 방식에서 나타나는 신호삭제 (Signal Cancellation) 현상을 해결하기 위해 이중의 제한조건(Double Constraints)을 갖는 빔형성 알고리듬을 개발하고 그 성능을 분석하였다. 제시한 방법을 이용하여 신호삭제 현상을 완전히 제거할 수 있음을 보였으며, 또한 기존에 신호삭제 현상을 막기 위해서 널리 사용되던 공간평균의 방법들에 비해서도 간섭신호 제거의 효과가 더 뛰어나다는 것을 모의실험을 통하여 나타내었다.

## Abstract

In this thesis, we develop and analyze the beamforming algorithm which has two constraints to combat the signal cancellations. Through the simulation results, it is shown that the proposed scheme is more efficient compared with the spatial averaging method for preventing signal cancellation and eliminating interfering signal.

**Keywords :** Array Antenna, Beamforming, Correlation Matrix, Signal Cancellation

## I. 서 론

선형제한 최소분산 (Linear Constraint Minimum Variance; LCMV) 방식의 알고리듬<sup>[1]</sup>에서 목표신호와 제거하고자 하는 간섭신호 사이에 상관(Correlation)이 있을 경우에, 출력신호에서 목표신호가 사라지는 신호삭제 (Signal Cancellation) 현상<sup>[2~3]</sup>을 해결하기 위한 방법을 제안한다. 본 논문에서 제안하는 방법은, LCMV

빔형성 방식에서 간섭신호 방향으로 하나의 제한조건을 더 추가하는 것이다. 즉 출력신호의 전력을 최소화하면서 목표신호 방향의 이득을 최대화 하도록 유지하는 선형제한과 함께, 목표신호와 상관이 있는 간섭신호 방향의 이득을 최소화 하는 조건을 추가하는 것을

$$\begin{aligned} &\text{minimize } \mathbf{w}^H \mathbf{R} \mathbf{w} \\ &\text{subject to } \mathbf{f}_s^H \mathbf{w} = 1 \\ &\text{subject to } \mathbf{f}_c^H \mathbf{w} = 0 \end{aligned} \quad (1)$$

와 같이 표현할 수 있다. 여기서  $\mathbf{w}$ 는 빔형성을 위한 가중치 벡터,  $\mathbf{R}$ 은 상관행렬,  $\mathbf{f}_s$ 와  $\mathbf{f}_c$ 는 각각 목표신호의 도달각과 간섭신호의 도달각으로 구성되는 방향벡터이다. 지금부터 식 (1)을 만족하는 최적의 가중치 벡터를 구하는 법과, 그에 맞는 적응 알고리듬을 개발하고 그 성능에 대해서 살펴볼 것이다.

\* 정회원, 삼성전자 System LSI 사업부  
(Samsung Electronics)

\*\* 정회원-교신저자, 경북대학교 이공대학 산업전자전  
기공학부  
(College of Science and Engineering, Kyungpook  
National University))

※ 이 논문은 2010년도 경북대학교 학술연구비에 의하  
여 연구되었음.

접수일자: 2010년5월17일, 수정완료일: 2010년9월15일

## II. 적응 알고리듬의 개발

식 (1)의 해를 구하기 위해서 두 개의 라그란지 곱셈  
가  $\lambda_1$ 과  $\lambda_2$ 를 이용하여 비용함수를

$$J(\mathbf{w}) = \frac{1}{2} \mathbf{w}^H \mathbf{R} \mathbf{w} + \lambda_1 (\mathbf{f}_s^H \mathbf{w} - 1) + \lambda_2 \mathbf{f}_c^H \mathbf{w} \quad (2)$$

와 같이 정의한다. 이것을 구하고자 하는 가중치 벡터  $\mathbf{w}$ 에 대해서 미분하여 최적의 가중치 벡터를 구하면

$$\mathbf{w}_{opt} = -\mathbf{R}^{-1}(\lambda_1 \mathbf{f}_s + \lambda_2 \mathbf{f}_c) \quad (3)$$

와 같다. 식 (1)과 식 (3)을 이용하여  $\lambda_1$ 과  $\lambda_2$ 를 구하면

$$\lambda_1 = \frac{\mathbf{f}_c^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{f}_c}{\mathbf{f}_c^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{f}_c \mathbf{f}_s^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{f}_s - \mathbf{f}_c^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{f}_s \mathbf{f}_s^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{f}_c} \quad (4)$$

$$\lambda_2 = \frac{\mathbf{f}_c^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{f}_s}{\mathbf{f}_c^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{f}_c \mathbf{f}_s^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{f}_s - \mathbf{f}_c^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{f}_s \mathbf{f}_s^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{f}_c} \quad (5)$$

와 같다. 위 식 (4)와 (5)를 식 (3)에 대입하여 구하고자 하는 최적의 가중치 벡터를 정리하면

$$\mathbf{w}_{opt} = \eta \mathbf{R}^{-1} (\zeta_{cc} \mathbf{f}_s - \zeta_{cs} \mathbf{f}_c) \quad (6)$$

와 같다. 여기서

$$\zeta_{cc} = \mathbf{f}_c^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{f}_c, \quad \zeta_{cs} = \mathbf{f}_c^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{f}_s$$

$$\zeta_{sc} = \mathbf{f}_s^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{f}_c, \quad \zeta_{ss} = \mathbf{f}_s^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{f}_s$$

$$\eta = \frac{1}{\zeta_{cc} \zeta_{ss} - \zeta_{cs} \zeta_{sc}} \quad (7)$$

와 같다. 식 (6)을 실제 시스템에 적용하기는 매우 힘든데, 역행렬을 실시간으로 구하기가 힘들고, 상관행렬의 완전한 추정치도 구하기가 힘들기 때문이다. 따라서 식 (1)로 표현되는 LCMV 알고리듬을 만족하는 적응 알고리듬(Adaptation Algorithm)을 구한다. 적응 알고리듬을 위한 가중치 벡터의 갱신법칙(Weight Vector Update Rule)을

$$\mathbf{w}(k+1) = \mathbf{w}(k) - \nabla_{\mathbf{w}} J(k) \quad (8)$$

와 같이 둔다. 비용함수의  $k$ 번째 샘플링 시간에서의 미분값을 표현하면

$$\mathbf{w}(k+1) = \mathbf{w}(k) - \mu [\mathbf{R}\mathbf{w}(k) + \lambda_1 \mathbf{f}_s + \lambda_2 \mathbf{f}_c] \quad (9)$$

와 같다. 식 (1)에서  $fsw(k+1)=1$ 임을 알 수 있고 여기에 식 (9)를 대입하면

$$\mathbf{f}_s^H [\mathbf{w}(k) - \mu \{\mathbf{R}\mathbf{w}(k) + \lambda_1 \mathbf{f}_s + \lambda_2 \mathbf{f}_c\}] = 1 \quad (10)$$

와 같다. 마찬가지로  $\mathbf{f}_c^H \mathbf{w}(k+1)=0$ 의 관계를 이용하면

$$\mathbf{f}_c^H [\mathbf{w}(k) - \mu \{\mathbf{R}\mathbf{w}(k) + \lambda_1 \mathbf{f}_s + \lambda_2 \mathbf{f}_c\}] = 0 \quad (11)$$

와 같다. 식 (10)과 식 (11)을 풀어서 (9)에 대입하여 최종적인 가중치 벡터의 갱신법칙을 구한다. 식 (11)에서

$$\lambda_2 = \frac{\mathbf{f}_c^H}{\mu \mathbf{f}_c^H \mathbf{f}_c} [\mathbf{w}(k) - \mu \mathbf{R}\mathbf{w}(k) - \mu \lambda_1 \mathbf{f}_s] \quad (12)$$

를 구할 수 있다. 식 (12)에서 표현의 단순화를 위해

$$\mathbf{b}_c = \frac{\mathbf{f}_c}{\mathbf{f}_c^H \mathbf{f}_c} \quad (13)$$

를 정의한다. 식 (12)를 식 (10)에 대입해서

$$\lambda_1 = \frac{1}{\mu} \frac{1 + (\mathbf{b}_c^H \mathbf{f}_s^H \mathbf{f}_c - \mathbf{f}_s^H \mathbf{f}_c)}{\mathbf{b}_c^H \mathbf{f}_s^H \mathbf{f}_c - \mathbf{f}_s^H \mathbf{f}_s} [\mathbf{w}(k) - \mu \mathbf{R}\mathbf{w}(k)] \quad (14)$$

을 구한다. 식 (14)를 식 (12)에 대입해서

$$\lambda_2 = \frac{1}{\mu} \mathbf{b}_c^H [\mathbf{w}(k) - \mu \mathbf{R}\mathbf{w}(k)] \left( 1 - \frac{1 + \mathbf{b}_c^H \mathbf{f}_s^H \mathbf{f}_c - \mathbf{f}_s^H \mathbf{f}_c}{\mathbf{b}_c^H \mathbf{f}_s^H \mathbf{f}_c - \mathbf{f}_s^H \mathbf{f}_s} \mathbf{f}_s \right) \quad (15)$$

를 구한다. 식 (14)와 식 (15)를 식 (9)에 대입하여

$$\mathbf{w}(k+1) = \mathbf{G}[\mathbf{w}(k) - \mu \mathbf{R}\mathbf{w}(k)] + \mathbf{a} \quad (16)$$

와 같은 적응 알고리듬을 구할 수 있다. 상관행렬  $\mathbf{R}$ 의 간단한 추정치  $\mathbf{x}(k)\mathbf{x}^H(k)$ 를 사용하면 식 (16)은

$$\mathbf{w}(k+1) = \mathbf{G}[\mathbf{w}(k) - \mu y(k)\mathbf{x}(k)] + \mathbf{a} \quad (17)$$

와 같이 표현된다. 식 (17)이 우리가 구하고자 하는 최종적인 적응 알고리듬을 나타낸다. 식 (17)에서

$$\mathbf{G} = \mathbf{Q}\mathbf{P}_c \quad (18)$$

$$\mathbf{P}_c = \mathbf{I} - \frac{\mathbf{f}_c \mathbf{f}_c^H}{\mathbf{f}_c^H \mathbf{f}_c} \quad (19)$$

$$\mathbf{Q} = \mathbf{I} - \frac{\mathbf{P}_c \mathbf{f}_s \mathbf{f}_s^H}{\mathbf{f}_s^H \mathbf{P}_c \mathbf{f}_s} \quad (20)$$

$$\mathbf{a} = \frac{\mathbf{P}_c \mathbf{f}_s}{\mathbf{f}_s^H \mathbf{P}_c \mathbf{f}_s} \quad (21)$$

와 같이 변수들을 정의한다. 가중치 벡터의 초기값은

$$\mathbf{w}(0) = \mathbf{a} \quad (22)$$

와 같이 둔다.

### III. 모의실험

제안하는 범형성 알고리듬의 성능을 나타내기 위해 모의실험을 수행하였다. 8개의 안테나를 갖는 범형성 시스템에서 목표신호는 도달각 0도로 입사되고, 목표신호와 상관이 없는 간섭신호 1은 60도의 도달각으로 입사되며, 목표신호와 상관이 큰 간섭신호 2는 60도의 도달각으로 입사된다고 가정한다. 그리고 입력신호의 형태는 광대역 신호이며, 그 특성은 표 1에 나타내었다. 목표 및 간섭신호들의 광대역 입력신호는 평균이 0이고 분산이 1인 랜덤신호를 발생시킨 후, 선형위상 특성을 갖는 FIR (Finite Impulse Response) 필터를 통과시켜 얻는다. 모든 신호들의 전력은 동일하며, 신호의 최대

표 1. 모의실험을 위한 광대역 입력신호들의 형태.

Table 1. Wideband input signal for simulation.

신호원	주파수대역 ( $f_m = 1$ )	FIR filter 구현방식	전력	도달각
목표신호	0.4~0.6	Hamming window	1	0도
간섭신호1	0.1~0.2	Hamming window	1	-60도
간섭신호2	0.48~0.52	Hamming window	1	60도

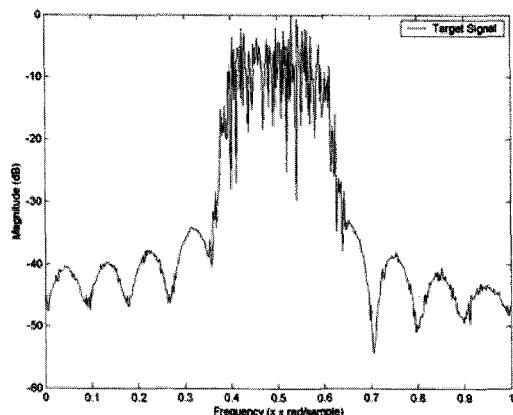


그림 1. 배열 안테나에 입사되는 목표신호의 스펙트럼.

Fig. 1. The spectrum of the target signal.

주파수  $f_m$  은 1로 정규화 하였다. 여기서 목표신호와 상관관계가 없는 간섭신호 1은 목표신호와 스펙트럼이 겹치지 않고, 목표신호와 상관이 있는 간섭신호 2는 목표신호와 스펙트럼이 겹치게 된다.

그림 1에 범형성기에 입력되는 목표신호의 스펙트럼, 그림 2는 간섭신호 1의 스펙트럼, 그림 3은 간섭신호 2의 스펙트럼이다. 그림 4는 기존의 Frost<sup>[1]</sup> 방식의 범형성기에서 출력되는 신호의 주파수 응답을 나타낸 것인데, 그림을 보면 알 수 있듯이 목표신호와 상관이 있는 간섭신호 2와 스펙트럼이 겹치는 부분에서 통과대역 (Pass Band) 이득이 약 10dB 이상 감쇄됨을 알 수 있다. 이것은 이제까지 설명한 바와 같이 한 개의 제한조건만을 갖는 LCMV 범형성기에서 나타나는 신호삭제 현상의 결과이다. 반면 그림 5에 보인 바와 같

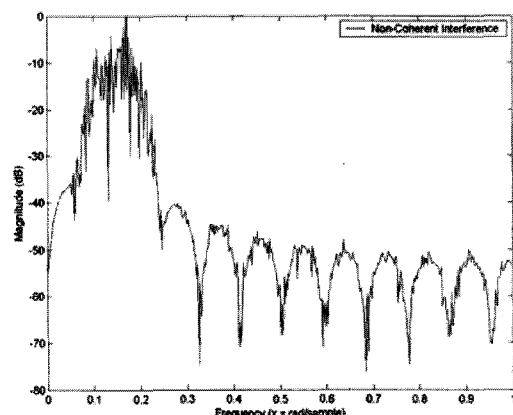


그림 2. 배열 안테나에 입사되는 간섭신호1의 스펙트럼  
Fig. 2. The spectrum of the interference 1.

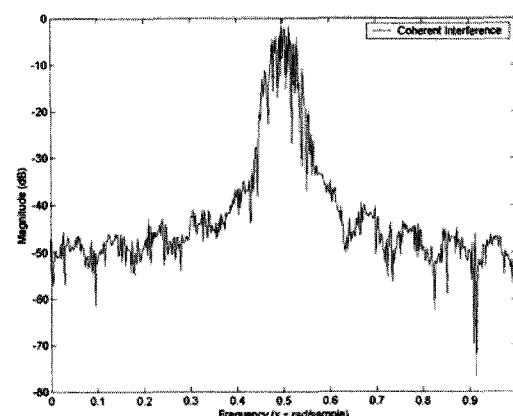


그림 3. 배열 안테나에 입사되는 간섭신호 2의 스펙트럼.

Fig. 3. The spectrum of the interference 2.

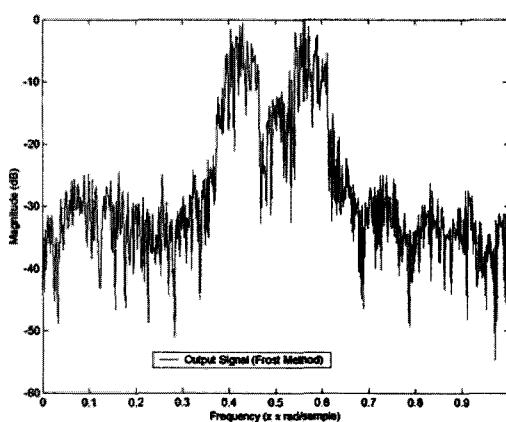


그림 4. Frost 방식에 의한 출력신호의 스펙트럼  
Fig. 4. The spectrum of the output signal for the Frost method.

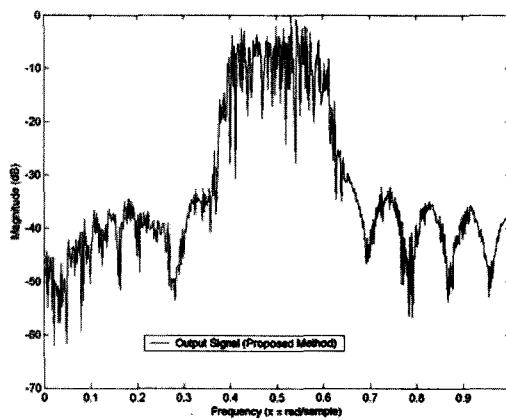


그림 5. 이중의 제한조건을 갖는 LCMV 알고리듬을 사용했을 경우의 출력신호의 스펙트럼.  
Fig. 5. The spectrum of the output signal waveform for the double constraints LCMV algorithm.

이 제안한 방식에서처럼 두 개의 제한조건을 갖는 LCMV 빔형성기의 출력에서는 그림 4에서 나타난 것과 같은 통과대역에서의 신호감쇄 현상이 나타나지 않는다. 즉 제안한 방식을 이용하면 협대역 신호뿐만 아니라 광대역 신호에 대해서도 우수한 성능을 갖는다는 것을 알 수 있다

#### IV. 결 론

LCMV 최적 빔형성 방식에서 나타나는 신호 삭제 현상을 해결하기 위해, 목표신호뿐만 아니라 신호삭제 현상을 일으키는 간섭신호에 대해서도 제한(Constraint)을 두는 방식, 즉 두 개의 제한조건을 갖는

LCMV 최적 빔형성 알고리듬을 개발하고 그 성능을 분석하였다. LCMV 최적 빔형성을 위한 원칙인 출력신호의 전력을 최소화하면서 목표신호 방향의 이득을 최대화 하도록 유지하는 선형제약에 덧붙여서, 간섭신호 방향의 이득을 최소화 하는 방향의 선형제한을 추가하여 가중치 벡터의 최적식을 유도 하였다. 또한 본 논문에서 유도한 두 개의 제한조건을 갖는 LCMV 최적 빔형성 알고리듬을 만족하는 적응 알고리듬을 개발하였으며, 광대역 특성을 갖는 신호들에 대한 모의실험을 통하여 목표신호 방향의 제한조건만을 갖는 LCMV 빔형성 방법에서 나타나던 신호삭제 현상을 완전히 제거할 수 있음을 보였다.

#### 참 고 문 헌

- [1] O. L. Frost III, "An algorithm for linearly constrained adaptive array processing," Proc. IEEE, vol. 60, pp. 926-935, 1972.
- [2] B. Widrow et al., "Signal cancellation phenomena in adaptive antennas: Causes and cures," IEEE Trans. Antennas Propagat., vol. AP-30, pp. 469-478, May 1982.
- [3] T. J. Shan and T. Kailath, "Adaptive beamforming for coherent signals and interference," IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, vol. ASSP-33, pp. 527-536, 1985.

---

저 자 소 개

---

**류 길 현(정회원)**

1991년 경북대학교 전기공학과  
학사  
1995년 경북대학교 전자공학과  
석사  
2009년 경북대학교 전자공학과  
박사

2003년 ~ 현재 삼성전자 System LSI 사업부  
수석연구원

<주관심분야 : 통신시스템, 스마트 안테나>

**김 광 태(정회원)-교신저자**

1985년 경북대학교 전자공학과  
학사  
1987년 경북대학교 전자공학과  
석사  
1989년 경북대학교 전자공학과  
박사

2008년 ~ 현재 경북대학교 이공대학 산업전자전기  
공학부 정교수

<주관심분야 : 회로설계, 신호처리, 스마트 그리드>