

# RLS (Recursive Least Squares)와 RTLS (Recursive Total Least Squares)의 결합을 이용한 새로운 FIR 시스템 인식 방법

## FIR System Identification Method Using Collaboration Between RLS (Recursive Least Squares) and RTLS (Recursive Total Least Squares)

임 준 석\*, 편 용 국\*\*

(Jun-Seok Lim\*, Yong-Gook Pyeon\*\*)

\*세종대학교 전자공학과, \*\*강원도립대학 정보통신과

(접수일자: 2010년 5월 13일; 수정일자: 2010년 6월 17일; 채택일자: 2010년 7월 27일)

잡음이 섞인 입출력 신호를 갖는 시스템 인식 문제는 완전 최소 자승법 (Total Least Squares (TLS))으로 알려져 있다. 완전 최소 자승법의 성능은 입력 신호 부가 잡음 파워와 출력 신호 부가 잡음간의 분산비에 매우 민감하다. 본 논문에서는 TLS의 성능 향상을 위해서 LS (Least Squares)와의 결합을 제안한다. 그 한 형태로 재차적인 TLS (Recursive TLS)와 재차적인 LS (Recursive Least Squares)간의 결합 알고리즘을 제안한다. 이 결합은 잡음간 분산비에 강인한 결과를 낳았다. 모의 실험을 통해 얻은 결과로부터 입력 신호에 신호대 잡음비가 5dB 를 유지하는 잡음을 부가할 경우 입력 잡음과 출력 잡음의 비  $\gamma$ 가 약 20 정도까지로 적용 범위가 확대되는 결과를 얻었다. 따라서 제안된 결합 방법이 기존의 TLS의 적용 범위를 넓힐 수 있음을 알 수 있다.

**핵심용어:** 잡음 변수를 갖는 FIR 시스템 인식, TLS, LMS, 컨벡스 결합

**투고분야:** 음향 통신기술 분야 (6.2)

It is known that the problem of FIR filtering with noisy input and output data can be solved by a total least squares (TLS) estimation. It is also known that the performance of the TLS estimation is very sensitive to the ratio between the variances of the input and output noises. In this paper, we propose a convex combination algorithm between the ordinary recursive LS based TLS (RTLS) and the ordinary recursive LS (RLS). This combined algorithm is robust to the noise variance ratio and has almost the same complexity as the RTLS. Simulation results show that the proposed algorithm performs near TLS in noise variance ratio  $\gamma \approx 1$  and that it outperforms TLS and LS in the range of  $2 < \gamma < 20$ . Consequently, the practical workability of the TLS method applied to noisy data has been significantly broadened.

**Keywords:** Noisy FIR System Identification, Total Least Squares, Least Squares, Convex Combination

**ASK subject classification:** Acoustic Communication (6.2)

### I. 서론

잡음 섞인 데이터를 사용하는 FIR 시스템 인식 문제는 출력에 잡음이 부가된 경우뿐 아니라, 때에 따라 입력에도 잡음이 부가되는 경우도 포함한다. 전형적인 최소 자

승 알고리즘 (Least Squares (LS))은 출력에만 잡음이 부가된 경우에 최적의 시스템 인식을 해내는 것으로 알려져 있다. 입력과 출력이 동시에 잡음에 오염된 경우에 시스템 인식은 완전 최소 자승법 (Total Least Squares (TLS))이 최소 자승법보다 좋은 결과를 낸다고 알려져 있다 [1, 2]. 최낙진 등에 의해서 RLS (recursive least squares)와 유사한 방법으로 계산하는 RTLS (recursive total least squares)를 제안하였다 [2].

책임저자: 임 준 석 (jslim@sejong.ac.kr)

142-747 서울시 광진구 군자동 98 세종대학교 전자공학과  
(전화: 02-3408-3299; 팩스: 02-3408-3329)

원칙적으로 TLS는 입력과 출력에 부가된 잡음의 파워가 동일할 때 최적인 방법이다 [1]. 일반적으로 잡음이 부가된 FIR 시스템 인식은 입력과 출력에 각기 다른 양의 잡음 파워가 섞이는 경우가 많다 [1]. [1]에서는 일반화된 완전 최소 자승법이 입력과 출력에 각기 다른 양의 잡음 파워가 섞이는 경우에 쓰기 위해서 제안되었다. 그러나 이 일반화된 완전 최소 자승법은 입력과 출력에 부가된 잡음 파워비를 미리 알아야 했다. 이 같은 정보를 미리 아는 것은 실용적이지 못하다. 실용적이 되려면 이런 정보를 미리 요구하지 않아야 한다. Zheng 등은 미리 이런 정보를 요구하지 않은 알고리즘의 일종을 제안하였다 [3]. 이 방법은 미리 설정된 두 개의 서로 다른 파워비를 갖는 일반화된 완전 최소 자승법을 단순 평균하는 것이다. 그러나 이 알고리즘은 여전히 입력과 출력에 부가된 잡음의 파워비의 대강의 범위를 알고 있어야 한다. [4]에서, 저자는 입력과 출력에 부가된 잡음의 파워비에 관한 정보를 요구하지 않는 새로운 결합형 알고리즘을 제안하였다. 이 알고리즘은 LMS (Least Mean Squares)와 TLMS (Total Least Mean Squares)를 결합한 재차적인 형식의 알고리즘이었다. 이 알고리즘은 LMS처럼 샘플 평균을 사용하는 형식을 가지고 있어서 수렴 성능이 낮은 단점이 있었다.

본 논문에서는 수렴 성능이 좋으면서 입력과 출력에 부가된 잡음의 파워비에 관한 정보를 요구하지 않는 새로운 재차형 알고리즘을 제안한다. 이 알고리즘은 수렴 성능이 빠른 것으로 알려진 RLS (Recursive Least Squares)와 RTLS (Recursive Total Least Squares)를 동시에 고려하여 서로의 결과를 결합하는 알고리즘으로 잡음 파워비에 대한 사전 정보가 전혀 필요 없다 [4, 5]. RLS나 RTLS의 경우 연산량이 적은 고속 알고리즘도 있으나, 본 논문은 전형적인 RLS 및 RTLS를 대상으로 한다. 그 이유는 시계열 신호뿐 아니라 배열 신호처리에도 이용될 수 있는 알고리즘이 되려면, 지금까지 제안된 고속형 RLS류의 알고리즘보다는 전통적인 RLS방식의 알고리즘이 적합하기 때문이다. 제안된 알고리즘은 앞서의 Zheng이 제안한 알고리즘보다도 더 향상된 결과를 제공한다. 또 이 방법은 완전 최소 자승법의 사용 가능 범위를 상당히 넓히게 될 것이 예상된다.

## II. 일반화된 TLS 모델

미지의 FIR 시스템의 입력과 출력이 각각 잡음에 가우시안 분포 잡음에 오염되었다면, 그 FIR 시스템은 그림 1

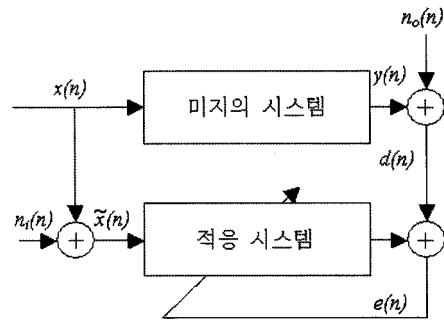


그림 1. 입출력에 잡음이 있는 시스템 모델  
Fig. 1. The model of noisy system model.

과 같은 모델로 표시할 수 있다. 미지의 시스템은 다음과 같이 표시된다.

$$\mathbf{h} = [h_0, h_1, \dots, h_{N-1}]^T \in \mathbb{C}^{N \times 1}, \quad (1)$$

여기서  $\mathbf{h}$ 는 시변일 수도 있고 시불변일 수도 있다. 미지 시스템의 오염된 출력은 다음과 같이 표기할 수 있다.

$$d(n) = \mathbf{x}^H(n)\mathbf{h} + n_o(n), \quad (2)$$

여기서 출력측 잡음  $n_o(n)$ 는  $\sigma_o^2$ 인 분산을 갖는 정규분포의 백색 잡음이고, 입력 잡음과는 서로 독립이다. 미지 시스템에 입력되는 오염되지 않은 신호 벡터는 다음과 같다.

$$\mathbf{x}(n) = [x(n), x(n-1), \dots, x(n-N+1)]^T, \quad (3)$$

위 신호가 입력 잡음에 오염된 경우는 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$\tilde{\mathbf{x}}(n) = \mathbf{x}(n) + \mathbf{n}_i(n) \in \mathbb{C}^{N \times 1}, \quad (4)$$

여기서  $\mathbf{n}_i(n) = [n_i(n), n_i(n-1), \dots, n_i(n-N+1)]^T$ 이고 또 각 잡음 성분은  $n_i(n)$ 는  $\sigma_i^2$ 인 분산을 갖는 정규분포의 백색 잡음이다.

잡음의 출처는 측정 오류뿐 아니라, 간섭 신호, 양자화 오차 등에서 나올 수 있다. 그래서 LS (Least Squares) 방법보다는 더욱 일반화된 신호 모델을 적용한다. 이를 위해서 다음과 같은 확장된 데이터 벡터를 정의한다.

$$\tilde{\mathbf{x}}(n) = [\tilde{\mathbf{x}}^T(n), d(n)]^T \in \mathbb{C}^{(N+1) \times 1}, \quad (5)$$

위의 확장 데이터 벡터를 사용한 상관 행렬은 다음과 같은 구조를 갖는다.

$$\bar{\mathbf{R}} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{R}} & \mathbf{p} \\ \mathbf{p}^H & c \end{bmatrix}, \quad (6)$$

여기서  $\mathbf{p} = E\{\tilde{\mathbf{x}}(n)d^*(n)\}$ 이고,  $c = E\{d(n)d^*(n)\}$ 이고,  $\tilde{\mathbf{R}} = E\{\tilde{\mathbf{x}}(n)\tilde{\mathbf{x}}^H(n)\} = \mathbf{R} + \sigma_v^2 \mathbf{I}$ 이고,  $\mathbf{R} = E\{\mathbf{x}(n)\mathbf{x}^H(n)\}$ 이다.

[1]에서 일반화된 TLS를 위한 목적함수를 다음과 같이 설정하였다.

$$J(\mathbf{w}) = \frac{[\mathbf{w}^T, -1]\bar{\mathbf{R}}[\mathbf{w}^T, -1]^H}{[\mathbf{w}^T, -1]\bar{\mathbf{D}}[\mathbf{w}^T, -1]^H}, \quad (7)$$

여기서  $\bar{\mathbf{D}} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \gamma \end{bmatrix}$  이고  $\gamma = \frac{\sigma_v^2}{\sigma_s^2}$  이다.  $\mathbf{w}$ 는  $\mathbf{h}$ 의 추정 벡터이다.  $\gamma = \frac{\sigma_v^2}{\sigma_s^2}$ 는 입력 잡음의 분산값과 출력잡음의 분산값의 비이다 [1]. 위의 목적함수를 사용하여 일반화된 TLS의 해는 다음으로부터 얻을 수 있다 [1].

$$\min_{\mathbf{w}} J(\mathbf{w}), \quad (8)$$

위 일반화된 TLS의 목적함수를 보면 전형적인 TLS는 일반화된 TLS 모델에서  $\gamma=1$ 인 특별한 경우로 볼 수 있고, LS는  $\gamma=\infty$ 인 특별한 경우로 볼 수 있다.

### III. TLS와 LS의 결합

#### 3.1. RLS (Recursive Least Squares)와 RTLS (Recursive Total Least Squares)

FIR 형식을 갖는 미지의 시스템이 주어지고, 출력에만 잡음이 부가된 경우를 가정할 때, 식 (9)와 같이 모델링할 수 있다.

$$d(n) = \mathbf{x}^H(n)\mathbf{h} + n_e(n), \quad (9)$$

여기서  $\mathbf{h} = [h_0, h_1, \dots, h_{N-1}]^H \in C^{N \times 1}$  이고,  $n_e(n)$ 는 출력 잡음이고  $\sigma_v^2$ 의 분산을 갖는 정규분포를 따른다. 잡음이 없는 입력신호 벡터는 다음과 같다.

$$\mathbf{x}(n) = [x(n), x(n-1), \dots, x(n-N+1)]^T, \quad (10)$$

그리고  $k$ 번째 표본에 대한 추정 오차는 다음과 같다.

$$e_{LS}(n) = d(n) - \mathbf{w}_{LS}^T(n)\mathbf{x}(n) = d(n) - y_{LS}(n), \quad (11)$$

앞에서와 같은 환경에서 LS방법을 사용하여 시스템 파라미터를 인식하기 위해서 다음과 같은 최적화용 비용함수를 사용한다.

$$\min E\{e_{LS}^2(n)\}, \quad (12)$$

RLS 알고리즘은 LS 풀이를 위한 재차형식 알고리즘이다 [6]. 이 알고리즘의 매 단계 과정은 다음과 같다.

$$y_{RLS}(n) = \mathbf{w}_{RLS}^T(n-1)\mathbf{x}(n), \quad (13.a)$$

$$\mathbf{k}(n) = \frac{\lambda^{-1}\mathbf{P}(n-1)\mathbf{x}(n)}{1 + \lambda^{-1}\mathbf{x}^H(n)\mathbf{P}(n-1)\mathbf{x}(n)}, \quad (13.b)$$

$$\mathbf{P}(n) = \lambda^{-1}\mathbf{P}(n-1) - \lambda^{-1}\mathbf{k}(n)\mathbf{x}^T(n)\mathbf{P}(n-1), \quad (13.c)$$

$$\mathbf{w}_{RLS}(n) = \mathbf{w}_{RLS}(n-1) + \mathbf{k}(n)(d(n) - y_{RLS}(n))\mathbf{x}(n) \quad (13.d)$$

식 (2)와 같이 출력과 함께 다음과 같이 입력에도  $\sigma_v^2$ 의 분산을 갖는 백색 정규 분포를 따르는 잡음이 낀 경우

$$\tilde{\mathbf{x}}(n) = \mathbf{x}(n) + \mathbf{n}_v(n) \in C^{N \times 1}, \quad (14)$$

TLS가 최적의 해를 제공한다 [1]. TLS의 해는 여러 방법으로 풀 수 있으나, 그 중에는 [2]에서 TLS를 RLS와 같은 재차형으로 만든 RTLS (recursive total least squares) 알고리즘도 있다. RTLS알고리즘은 다음과 같은 비용함수의 최소화로부터 유도할 수 있다.

$$\min \frac{\tilde{\mathbf{w}}^H \bar{\mathbf{R}} \tilde{\mathbf{w}}}{\tilde{\mathbf{w}}^H \tilde{\mathbf{w}}} \text{ and } \mathbf{w}_{RTLS} = \tilde{\mathbf{w}}(1:N)/(-\tilde{\mathbf{w}}(N+1)), \quad (15)$$

여기서  $\tilde{\mathbf{x}}(n) = [\tilde{\mathbf{x}}^T(n), d(n)]^T \in C^{N+1 \times 1}$  이고  $\bar{\mathbf{R}} = E\{\tilde{\mathbf{x}}(n)\tilde{\mathbf{x}}^H(n)\}$ . 이 알고리즘은 형식이 위의 식 (13.a)~(13.d)과 유사한 재차 형식이고 다음과 같다.

$$\mathbf{k}(n) = \frac{\lambda^{-1}\mathbf{P}(n-1)\tilde{\mathbf{x}}(n)}{1 + \lambda^{-1}\tilde{\mathbf{x}}^H(n)\mathbf{P}(n-1)\tilde{\mathbf{x}}(n)}, \quad (16.a)$$

$$\mathbf{P}(n) = \lambda^{-1}\mathbf{P}(n-1) - \lambda^{-1}\mathbf{k}(n)\tilde{\mathbf{x}}^T(n)\mathbf{P}(n-1), \quad (16.b)$$

$$\tilde{\mathbf{w}}(n) = \mathbf{P}(n)\tilde{\mathbf{w}}(n-1), \quad (16.c)$$

$$\mathbf{w}_{RTLS}(n) = \tilde{\mathbf{w}}_{(1:N)}(n)/(-\tilde{\mathbf{w}}_{(N+1)}(n)), \quad (16.d)$$

비록 TLS가 입력과 출력에 모두 잡음이 낀 경우에 최적 해를 제공하지만, 식 (15)과 식 (7)을 비교하여 말하면, 다음과 같이 입력과 출력에 낀 잡음 분산비가  $\gamma = \frac{\sigma_v^2}{\sigma_w^2} = 1$ 인 경우에 최적해이다. 그러나 그 외의 경우는 결과가 열화된다 [1].

### 3.2. RTLS 와 RLS의 적용 결합

앞서의 RTLS 등 TLS형 알고리즘을 실제 사용할 때 입력과 출력의 잡음비  $\gamma = \frac{\sigma_v^2}{\sigma_w^2}$ 에 대한 불확정성이 존재한다. Zheng은 이 같은 불확정성을 서로 다른 미리 아는 잡음 비를 갖는 두 개의 TLS형 알고리즘의 결과를 산술 평균하는 방법을 제안하였다 [3]. 그러나 Zheng의 방법은 어느 정도의 잡음비의 범위를 사전에 요구한다. 본 논문은 RTLS와 RLS를 서로 적응적으로 결합하는 방법을 제안한다. 이런 결합 방법은 Garcia 등에 의해서 복수개의 서로 다른 스텝 사이즈를 갖는 LMS 알고리즘을 결합하는데 사용된 바 있다 [5]. 본 논문은 RTLS와 RLS를 서로 결합함으로써 임의의 잡음 환경에서 시스템 추정 성능을 향상을 기대할 수 있다. 앞서서도 언급한 것처럼 TLS는  $\gamma = \frac{\sigma_v^2}{\sigma_w^2} = 1$  경우에 최적이고, LS는  $\gamma = \frac{\sigma_v^2}{\sigma_w^2} \rightarrow \infty$ 인 경우에 최적이다. 그래서 위 두 경우를 서로 결합함으로써 잡음비의 경계를 넓힐 수 있기를 기대한다. 이런 결합은 잡음비에 대한 어떤 사전 정보도 요구하지 않는다.

RTLS와 RLS의 결합 형식은 다음 식과 같다.

$$\mathbf{w}_{comb}(n) = v(n)\mathbf{w}_{RTLS}(n) + (1 - v(n))\mathbf{w}_{RLS}(n), \quad (17)$$

여기서  $v(n)$ 는  $v(n) = 1/(1 + e^{-\alpha(n)})$ 로 정의되고 0과 1사이의 값을 갖는다. 이런 결합을 쓸 때 추정 오차는 다음과 같다.

$$e_{comb}(n) = v(n)e_{RTLS}(n) + (1 - v(n))e_{RLS}(n), \quad (18)$$

여기서  $e_{RTLS}(n) = d(n) - \mathbf{w}_{RTLS}^T(n-1)\mathbf{x}(n) = d(n) - y_{RTLS}(n)$ ,  $e_{RLS}(n) = d(n) - \mathbf{w}_{RLS}^T(n-1)\mathbf{x}(n) = d(n) - y_{RLS}(n)$ .  $d(n)$ 는 바라 는 출력 값이다. 결합 계수  $v(n)$ 는  $v(n) = 1/(1 + e^{-\alpha(n)})$ 에서  $\alpha(n)$ 에 의해서 달라진다. 이 계수는 다음과 같이 LMS와 같은 적응 방법을 사용하여 결합 에러를 최소화하는 방향으로 갱신할 수 있다.

$$\begin{aligned} \alpha(n) &= \alpha(n-1) - \frac{\mu_a}{2} \frac{\partial e_{comb}^2(n)}{\partial \alpha(n)} = \alpha(n-1) - \mu_a e_{comb}(n) (e_{RTLS}(n) - \\ & e_{RLS}(n))v(n)(1-v(n)) \\ &= \alpha(n-1) + \mu_a e_{comb}(n) (v_{RTLS}(n) - v_{RLS}(n))v(n)(1-v(n)). \end{aligned} \quad (19)$$

여기서

$$\begin{aligned} \frac{\partial e_{comb}^2(n)}{\partial \alpha(n)} &= 2e_{comb}(n) \frac{\partial e_{comb}(n)}{\partial \alpha(n)} = 2e_{comb}(n) \left( \frac{\partial v}{\partial \alpha} e_{RTLS}(n) - \frac{\partial v}{\partial \alpha} e_{RLS}(n) \right) - \\ &= 2e_{comb}(n) \frac{\partial v(n)}{\partial \alpha(n)} (e_{RTLS}(n) - e_{RLS}(n)) \circledast \text{고} \\ e_{RTLS}(n) - e_{RLS}(n) &= y_{RLS}(n) - y_{RTLS}(n). \end{aligned}$$

RTLS와 RLS를 결합할 때, 계산 복잡도 증가가 부담이 될 것처럼 보인다. 그러나 다음과 같은 행렬식을 이용하면 계산량의 증가를 최소화할 수 있다. 즉,

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{x}} &= [\mathbf{x}^T; d]^T \circledast \text{고}, \quad \bar{\mathbf{xx}}^n = \begin{bmatrix} \mathbf{xx}^n & \mathbf{x}d^T \\ \mathbf{x}^n d & \|d\|^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{xx}^n & \mathbf{a}^T \\ \mathbf{a}^n & \alpha \end{bmatrix} \text{이면,} \\ (\bar{\mathbf{xx}}^n)^{-1} &= \begin{bmatrix} (\mathbf{xx}^n)^{-1} + \beta(\mathbf{xx}^n)^{-1} \mathbf{a} \mathbf{a}^n (\mathbf{xx}^n)^{-1} & -\beta(\mathbf{xx}^n)^{-1} \mathbf{a} \\ -\beta \mathbf{a}^n (\mathbf{xx}^n)^{-1} & \beta \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (20)$$

여기서  $\beta = (\alpha - \mathbf{a}^n (\mathbf{xx}^n)^{-1} \mathbf{a})^{-1}$ 이다. 위 식 (20)의 행렬 내에 포함된 역행렬,  $(\mathbf{xx}^n)^{-1}$ 은 역행렬 정리에 의해서 계산되는 RLS의 식 (13.c)와 똑같은 것이다 [6]. 즉, 식 (20)의  $(\bar{\mathbf{xx}}^n)^{-1}$ 는  $(\mathbf{xx}^n)^{-1}$ 를 포함하고 있어서 RTLS를 계산함과 동시에 RLS에서 쓸 역행렬도 얻을 수 있음을 알 수 있다. 이런 포함 관계를 이용하면 RTLS와 RLS의 결합 계산에 필요한 전체 계산 복잡도는 RTLS 하나만 계산 했을 때보다 크게 증가하지 않음을 알 수 있다.

## IV. 모의실험 및 결과

제안한 알고리즘을 평가하기 위해서 두 가지 서로 다른 길이의 임펄스 응답을 갖는 시스템을 사용한 모의실험을 통해 그 결과를 보인다.

### 4.1. 모의실험 1

본 모의실험을 위해서 다음 식과 같은 파라미터를 갖는 FIR 시스템을 미지의 시스템으로 삼아서 이를 인식하는 실험을 한다.

$$\mathbf{h} = [-0.3, -0.9, 0.8, -0.7, 0.6]^T, \quad (21)$$

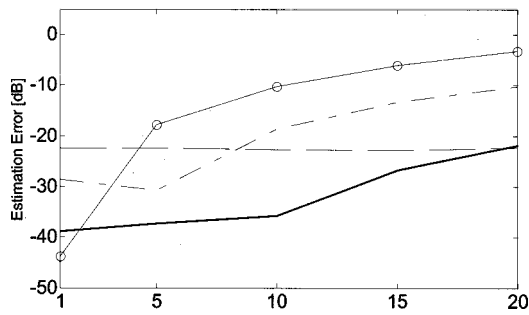


그림 2. 식(21)과 같은 시스템에서 입력 잡음비에 대한 시스템 추정 오차 비교 (실선: 제안된 알고리즘, 파선: RLS, 일점 쇄선: Zheng의 알고리즘 [3], 원과 실선: RTLS [2])  
 Fig. 2. The estimation error in (21) against the ratio between input and output noise variances. (solid line: the proposed method, dashed line: RLS, dash and dotted line: Zheng's method [3], solid line with circles: RTLS [2]).

전체 추정 성능은 다음과 같은 추정 시스템 오차로 평가한다.

$$\rho = 10 \log_{10} \frac{|h_{true} - h_{estim}|^2}{|h_{true}|^2} \quad (22)$$

모의실험은 처음엔 입력 잡음 분산값이  $\sigma_w^2 = 0.1$  이고 출력 신호 잡음의 분산값이  $\sigma_{ow}^2 = 0.1$  로 고정하고 시작했다. 이 같은 잡음 분산 값들은 TLS에 맞는 전형적인 값의 배치이다. 여기에 입력 신호를 신호대 잡음비가 5dB가 되도록 만들어 더했다. 그림 2는 제안된 알고리즘과 순수 RTLS [2] 와 Zheng의 평균법을 사용한 알고리즘 [3] 및 순수 RLS를 사용한 추정 시스템 오차를 비교하여 표시하고 있다. 곡선들은 보면 5개의 서로 다른 입력대 출력 잡음비로부터 나온 결과들이다. 잡음비는  $\gamma = [1, 2, \dots, 20]$ ,  $\gamma = \frac{\sigma_{ow}^2}{\sigma_w^2}$  이다. 이 때 입력 잡음의 분산은 고정하고 출력 잡음의 분산만을 조절하여 잡음비를 조절하였다.

전형적인 TLS 경우인,  $\gamma = 1$ , 인 경우는 식 (7)에서 언급한 것과 같이 RTLS가 제일 좋은 결과를 내었다. 그리고 출력 잡음의 수준을 더욱 크게 하면서 제안한 방법이 다른 방법들에 비해서 우수한 결과를 나타내었다. 결과적으로 잡음비가  $\gamma > 2$ 에서  $\gamma = 20$ 까지는 제안된 방법이 제일 우수한 결과를 나타냄을 보였다.

추정 결과를 구체적으로 알아보기 위해서 잡음비가 1인 경우와 잡음비가 10인 경우에 대해서 추정된 계수값을 비교하여 표 1에 정리하였다. 이 표에서도  $\gamma = 1$ 인 경우에선 RTLS 다음으로 우수하지만  $\gamma = 10$ 에서는 제안된 방법이 제일 우수함을 알 수 있다. 또 표 1과 같은 잡음비에서 각 추정 방법의 시간에 따른 추정 오류의 천이 구간 내의 변화를 그림 3에 비교하여 실었다. 그림 3의 (a)는  $\gamma = 1$ 일 때에 추정 오류의 천이 구간에서의 변화를 나타내고, 그림 3의 (b)는  $\gamma = 10$ 일 때에 추정 오류의 천이 구간에서의 변화를 나타내었다.

## 4.2. 모의실험 2

두번째 모의실험에서는 모의실험1에서 사용한 4가지 방법에 대해서 다음과 같은 차수가 큰 시스템에 대해서 인식하는 실험을 한다.

$$h = [-0.3, -0.9, 0.8, -0.7, 0.6, 0.2, -0.5, 1.0, -0.7, 0.9, -0.4]^T \quad (23)$$

본 모의 실험도 모의 실험1과 같이 입력 잡음 분산값이  $\sigma_w^2 = 0.1$  이고 출력 신호 잡음의 분산값이  $\sigma_{ow}^2 = 0.1$  로 고정하고 시작했다. 여기에 실험1과 같이 입력 신호를 신호대 잡음비가 5dB가 되도록 만들어 더했다. 그림 4는 제안

표 1. 여러 방법 별 추정치 비교

Table 1. Mean impulse response estimates of different methods.

Filter Coefficient		$w_1$	$w_2$	$w_3$	$w_4$	$w_5$
True Value		-0.3	-0.9	0.8	-0.7	0.6
$\gamma = 1$	Proposed algorithm	-0.294	-0.873	0.773	-0.683	0.581
	RLS	-0.231	-0.675	0.602	-0.531	0.450
	RTLS [2]	-0.304	-0.904	0.798	-0.705	0.601
	Zheng's [3]	-0.267	-0.789	0.699	-0.618	0.526
$\gamma = 10$	Proposed algorithm	-0.339	-1.031	0.814	-0.825	0.613
	RLS	-0.214	-0.688	0.617	-0.541	0.467
	RTLS [2]	-0.8074	-2.097	1.216	-1.715	0.897
	Zheng's [3]	-0.510	-1.392	0.916	-1.128	0.682

1)  $\gamma$  means the ratio between output noise variance and input noise variance.

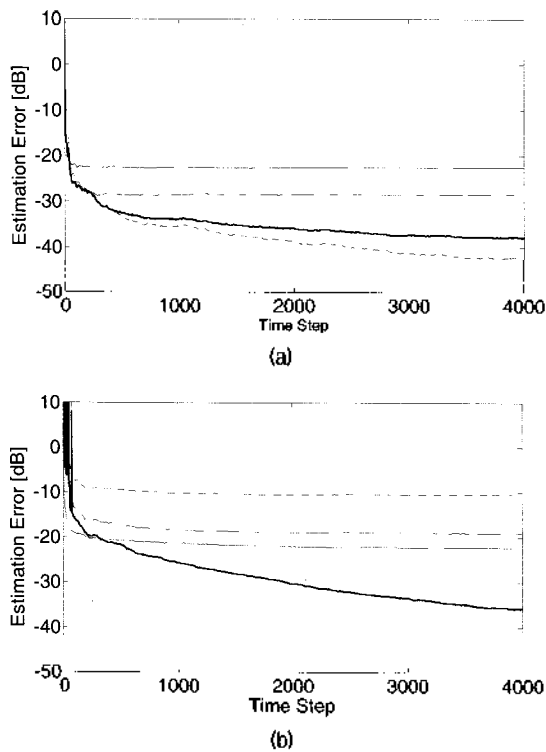


그림 3. 추정 방식의 천이 구간 내 추정 오차 변화 비교: (a)  $\gamma = 1$  인 경우의 시간대 추정 오차 변화 (b)  $\gamma = 10$ 인 경우의 시간대 추정 오차 변화 (실선: 제안된 알고리즘, 파선:RLS, 일점쇄선: Zheng의 알고리즘 [3], 점선: RTLS [2])  
 Fig. 3. The estimation error in (21) against the ratio between input and output noise variances. (solid line: the proposed method, dashed line: RLS, dash and dotted line: Zheng's method [3], solid line with circles: RTLS [2]).

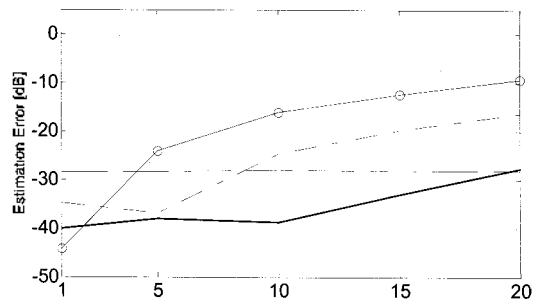


그림 4. 식 (23)과 같은 시스템에서 입출력 잡음비에 대한 시스템 추정 오차 비교 (실선: 제안된 알고리즘, 파선:RLS, 일점쇄선: Zheng의 알고리즘 [3], 원과 실선: RTLS [2])  
 Fig. 4. The estimation error in (23) against the ratio between input and output noise variances. (solid line: the proposed method, dashed line: RLS, dash and dotted line: Zheng's method [3], solid line with circles: RTLS [2]).

된 알고리즘과 순수 RLS [2] 와 Zheng의 평균법을 사용한 알고리즘 [3] 및 순수 RLS를 사용한 추정 시스템 오차를 비교하여 표시하고 있다. 곡선들은 입력과 출력의 잡음비,  $\gamma$ 를 1에서 20까지 변화시키면서 얻은 것들이다. 본 결과에서는 모의 실험1에서와 같이 전형적인 TLS 경우인,  $\gamma = 1$ 인 경우는 실험1과 같이 RTLS가 제일 좋은 결과를 내었다. 그리고  $\gamma$  값을 증가 하면서 실험1에서와 같이 제안한 방법이 다른 방법들에 비해서 우수한 결과를 나타내었다.

## V. 결론

본 논문에서 TLS와 LS의 결합을 통한 성능이 향상된 FIR 시스템 인식법을 제안하였다. 본 논문에서 전형적인 TLS방법이 입력과 출력의 잡음비에 민감함에 주목하였고, 제안한 방법이 이런 단점을 극복하고 TLS의 적용 가능한 잡음비의 범위를 늘릴 수 있음을 보였다.

## 감사의 글

본 연구는 방위사업청과 국방과학연구소의 지원으로 수행되었습니다 (계약번호 UD100002KD).

## 참고 문헌

1. C. E. Davila, "An efficient recursive total least squares algorithm for FIR adaptive filtering", *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 42, no. 2, pp. 268-280, 1994.
2. N. Choi, J. Lim and K. Sung, "An efficient recursive total least squares algorithm for training multilayer feed forward neural networks", *LNCS*, vol. 3496, no. 1, pp. 558-565, 2005.
3. W. X. Zheng, "On noisy FIR filtering via total least squares estimation," *Proc. ISCAS '04*, pp. III23~III26, May, 2004.
4. 임준석, "입출력 변수에 부가 잡음이 있는 FIR형 시스템 인식을 위한 견실한 추정법에 관한 연구," *한국음향학회지*, 29권, 2호, 97-101쪽, 2010.
5. J. A. Garcia, V. G. Verdejo and A. R. Vidal, "New algorithms for improved adaptive convex combination of LMS transversal filters," *IEEE Trans. Instrumentation and Measurement*, vol. 54, no. 6, pp. 2239-2249, 2005.
6. S. Haykin, *Adaptive Filter Theory, 4th ed.*, Englewood Cliffs, NJ, Prentice Hall, 1996.

---

## 저자 약력

---

● 임 준 석 (Jun-Seok Lim)

1982년 3월 ~ 1986년 2월 서울대학교 전자공학과 (학사)  
1986년 3월 ~ 1988년 2월 서울대학교 전자공학과 (석사)  
1993년 3월 ~ 1996년 8월 서울대학교 전자공학과 (박사)  
1988년 2월 ~ 1993년 4월 국방과학연구소 연구원  
1996년 7월 ~ 1997년 12월 LG종합기술원 선임연구원  
1998년 3월 ~ 현재 세종대학교 전자정보대학 전자공학과 교수

● 편 용 국 (Yong-Gook Pyeon)

1993년 2월 삼척대 전자공학과 학사  
1996년 2월 관동대 전자공학과 석사  
2004년 2월 세종대 전자공학과 박사  
2004년 9월 ~ 현재 강원도립대학 정보통신과 교수