

저상버스용 하이브리드 복합재 조인트부의 통계적 피로수명평가

정 달 우* · 최 낙 삼**†

*한양대학교 대학원 기계공학과, **한양대학교 기계정보경영공학부

Evaluation of Statistical Fatigue Life of Hybrid Composite Joints in Low-Floor Bus

Dal-Woo Jung* and Nak-Sam Choi**†

* Dept. of Mechanical Engineering, Graduate school, Hanyang Univ.,

** Dept. of Mechanical Engineering, Hanyang Univ.

(Received July 1, 2010 ; Revised August 9, 2010 ; Accepted October 5, 2010)

Key Words : Statistical Fatigue Life Evaluation(통계적 피로수명평가), Hybrid Composite Joint(하이브리드 복합재 조인트), Probabilistic-Stress-Life Curve(P-S-N 곡선), Cyclic Bending Tests(반복굽힘시험)

초록: 피로시험의 결과가 큰 편차를 보이는 하이브리드 복합재 조인트부에 대해서 통계적 피로수명 평가법을 이용하여 신뢰도 높은 피로수명을 추정하고자 한다. 저상버스 차체에 사용되는 하이브리드 복합재 조인트부를 절취하여 시험대상으로 하였으며, 이 조인트 시편으로 외팔보형 피로굽힘시험을 수행하였다. 피로시험 데이터를 정규분포, 대수정규분포, 와이블 분포를 이용하여 근접시킨 피로수명 곡선들과 각각 비교함으로써 하이브리드 복합재 조인트부의 내구수명 추정에 가장 적합한 확률분포를 선정하였다. 선정된 와이블 확률분포를 이용해 확률-응력-수명(P-S-N) 곡선을 구함으로써 하이브리드 복합재 조인트부에 대한 통계적 수명예측 평가절차와 신뢰성설계의 기초자료를 제시하였다.

Abstract: The reliable fatigue life for hybrid composite joint structures was estimated by a statistical method for evaluating fatigue life; the results of the fatigue test varied widely. Cyclic bending tests were performed on a cantilever beam with a hybrid composite joint, which was developed for the body of a low-floor bus. In order to estimate the fatigue life of the hybrid composite joint structure by comparing the data obtained during the fatigue tests, the most suitable probabilistic density function among the normal, lognormal, and Weibull distributions was selected. The probabilistic-stress-life (P-S-N) curves calculated by using the selected Weibull distribution was suggested for process of statistical fatigue life estimation and reliability design.

1. 서 론

복합재의 경우 피로시험 결과가 동일 조건 하에 서도 큰 편차를 보이기 때문에 많은 시편들을 시험해야만 정확한 피로수명을 예측할 수 있다. 하지만 시험비용이나 시간적 제한 등의 이유로 인해 한정된 시험편만을 사용할 수 밖에 없는 경우가 많다. 따라서 소량의 시험편으로 정확한 내구수명 데이터를 얻기 위해 피로시험 결과를 통계적으로 처리하여 파괴확률 또는 비파괴확률을 부품의 수명과 관련시키려는 시도가 점차 증대되고 있

다.^(1~4) 또한 신뢰성 해석에 응용하기 위해 확률분포곡선을 이용하여 복합재나 금속의 피로수명을 예측하는 연구가 많이 수행 되어 왔다.^(5~7) 피로수명을 추정하는 방법에는 정규분포, 대수정규분포, 와이블(Weibull) 분포의 통계량을 이용한 방법 등이 이용되고 있다. 예를 들어, Nishijima 등⁽¹⁾은 피로시험 데이터를 측정한 뒤에 가중치를 이용한 probit 해석을 통하여 소표본 시험편에 대한 통계적 해석을 정량적으로 수행 하여 확률-응력-수명(probability stress life, P-S-N) 관계를 구했다. Kim 등⁽³⁾은 원공을 가진 CFRP 복합재를 대상으로 Markov chain model 을 도입하여 3 개의 하중레벨(S)에서 얻은 하중-수명(S-N) 곡선과 표준화정규변수, 피로강도의 표준편차를 이용하여 P-S-N 관계를 제시하였다.

† Corresponding Author, nschoi@hanyang.ac.kr
© 2010 The Korean Society of Mechanical Engineers

하지만 상기의 연구들은 모두 금속과 일반 복합재를 대상으로 한 연구로서, 하이브리드 복합조인트 구조물에 대해서는 파괴확률 분포함수들의 적합도 평가 및 분포함수 모수의 거동을 검토하여 P-S-N 관계를 구하고 해석한 경우는 드물다. 또한 항공분야뿐만 아니라 철도, 저상버스 등에 광범위하게 사용되고 있는 하이브리드 복합재 조인트 구조물에 대한 통계적 피로파괴 및 수명예측에 대해 체계적인 연구가 수행될 필요가 있다. 본 저자들은 저상버스 차체에 사용되는 하이브리드 복합재 조인트부를 대상으로 정적/피로 파괴거동을 검토하고 취약부를 찾아 개선하는 연구를 수행한 바 있다.⁽⁸⁾

본 연구에서는 위의 피로시험 결과가 큰 편차를 보이므로 하이브리드 복합재 조인트 부재에 대해 통계적 기법을 이용하여 신뢰도 피로수명을 예측하고자 한다. 이를 위해 정규분포, 대수정규분포, 와이블 분포를 각각의 시험 결과에 적용하여 하이브리드 복합재 조인트 부의 피로파괴 확률예측에 적합한 확률분포를 선정한다. 하이브리드 복합재 조인트부의 신뢰성 설계를 위한 기초자료로써 활용이 가능하도록 최종적으로 P-S-N 곡선을 제시한다.

2. 실험방법

본 연구에서는 Instron 8516 시험기를 이용하여 피로시험을 수행하였다. 외팔보형 굽힘시험을 동하중으로 수행하기 위해 Fig. 1 과 같은 고정구를 설계 제작하였다. Instron 8516 시험기에 고정구용 가이드 레일(guide rail)을 설치하여 고정구가 상하로 움직임에 따라 비틀림이나 좌우 회전등과 같은 이상거동이 발생하는 것을 미연에 방지하였다.

시험편의 개략도를 Fig. 2 에 나타낸다. 하중은 Fig. 2 와 같이 언더프레임의 상면으로부터 330mm 떨어진 지점에서 수직방향으로 2Hz 의 속도 ($R=0.1$)로 가하였다. 하중방향은 ① 방향과 ② 방향으로 각각 시험하였다. 본 시험편의 너비와 두께는 각각 100mm, 40mm 이며, 상부측 GFEL 표피층(upper GFEL skin layer)과 하니컴코어 그리고 하부측 GFEL 표피층(lower GFEL skin layer)의 두께는 각각 3mm, 35mm, 2mm 이다. 이 시험편에 사용된 유리섬유 적층판은 (주)한국화이바의 glass fabric prepreg 를 사용하였고 언더프레임 재료는 SUS304 스테인리스 스틸(stainless steel)로 제작하였다. 또한 각 복합재 표피층과 하니컴 코어 그리고 금속판

사이에는 접착필름 (Bondex 750, (주)한국화이바)을 삽입하여 성형하였다.

S-N 선도를 구하는 방법으로 ASTM E-739 규격⁽⁹⁾에서는 6~12 개의 시험편을 요구하며, JSME S 002 규격⁽¹⁰⁾에서는 하중레벨이 4 개 이하일 때는 하중레벨마다 두 개의 시험편을 사용하고, 하중레벨이 8 개 이상일 때는 하중레벨마다 하나씩의 시험편을 사용하도록 명시하고 있다. 양 끝단의 두 개의 하중레벨은 피로사이클이 약 $10^3 \sim$ 피로한도에서 하중이 결정된다. 나머지 하중은 두 개의 하중점 사이의 중간부분에서 임의로 정하게 된다. 각 하중점에 대한 시험편의 개수는 시험결과와 분산정도와 사용 가능한 시험편 개수 그리고 시험기간들을 고려하여 결정한다. 본 연구에서는 규격에서 제시하는 시험편의 개수와 시험시간을 고려하여 총 3 개의 하중레벨과 각 응력당 5 개의 시험편을 사용하였다. 하중레벨은 피로시험 결과가 $10^3 \sim 10^6$ 사이 나타나도록 ①방향의 경우 정적 최대인장하중의 30%, 40%, 45%, ②방향의 경우 15%, 20%, 25%로 피로하중(반복 동하중시험에서 최대하중)을 정하여 시험을 수행하였다.

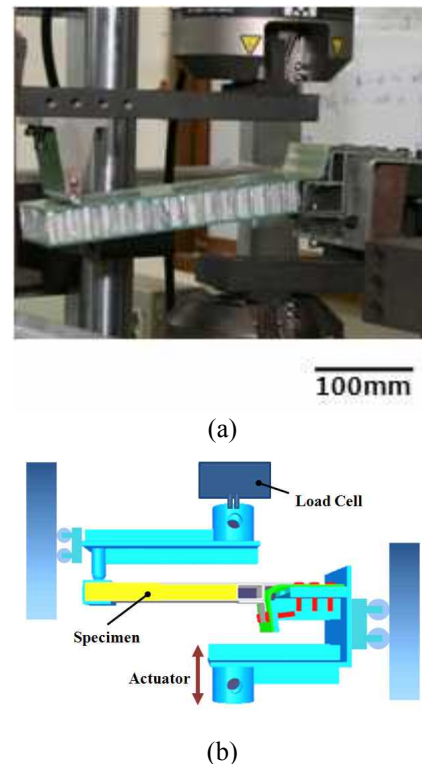


Fig. 1 (a) Photograph of the fixture used for the static and fatigue bending tests of the cantilever-type hybrid beam-joint specimen, and (b) its schematic configuration

Table 1 Fatigue test data of the cycles-to-failure for statistical life analysis of the hybrid joint part of a low floor bus in the load direction ①

Load-level (%)	x1	x2	x3	x4	x5
30	1,856,264	2,382,946	1,239,131	2,052,645	1,645,174
40	159,807	230,293	254,325	202,961	220,531
45	89,530	80,394	85,480	99,606	68,690

Table 2 Fatigue test data of the cycles-to-failure for statistical life analysis of the hybrid joint part of a low floor bus in the load direction ②

Load-level (%)	x1	x2	x3	x4	x5
15	1,735,379	2,130,813	1,714,672	1,104,420	1,592,648
20	90,543	100,691	36,057	81,943	109,374
25	20,135	18,618	14,454	22,345	26,915

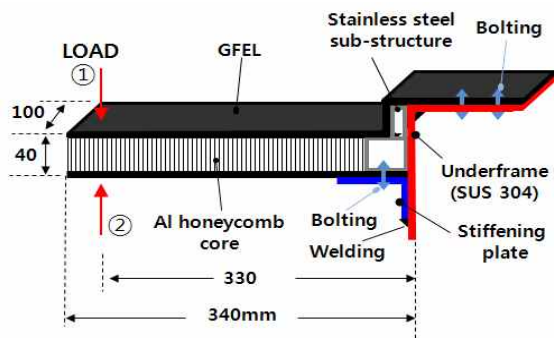


Fig. 2 Configuration of a cantilever typed hybrid joint part of a low floor bus for bending test: Load directions ① and ②

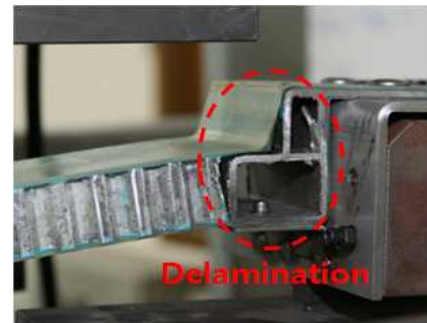


Fig. 3 Photograph of the fracture mode of hybrid joint part specimen under the cyclic bending loads ①

3. 실험결과

3 개의 하중레벨과 각 하중레벨당 5 개의 시험편을 사용하여 수행한 피로시험의 결과를 ① 하중방향과 ② 하중방향으로 나누어 Table 1 과 2 에 각각 나타낸다. 여기서 x1, x2, ..., x5 는 피로시험으로 구한 시험편의 파단시 사이클(cycle) 수를 나타낸다.

Fig. 3 과 4 는 각각 하중방향 ① 과 ② 에서의 피로파괴 모습을 나타낸 사진이다. 하중방향 ① 의 피로파괴는 Fig. 3 과 같이 시험편 기저부에 있는 상판 복합재표피층의 곡면부와 금속재 언더프레임 사이의 접착층(adhesive layer)에서 층간계면분리가 발생하여 최종파단에 이르는 형태를 보였다. 하중방향 ② 의 경우는 언더프레임과 기저 받침대를 세지점에서 점용접한 용접부위에서 파괴가 발생하였으며, 하중방향 ① 의 경우와 비교하여 파괴강도는 약 2.2 배 크게 나타났다. 이에 대한 자세한 결과는 본 저자들의 선행연구⁽⁸⁾를 통해 제시하였다.

4. 피로수명 추정을 위한 확률분포 검정

4.1 확률분포 이론식

정적극한강도와 피로수명분포는 정규분포, 대수정규분포 혹은 와이블 분포를 따르는 것으로 알려

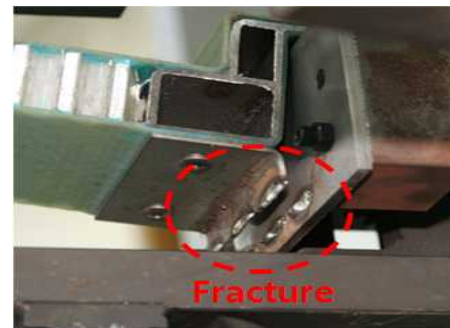


Fig. 4 Photograph of the fracture state at the welding site under the cyclic bending loads ②

져 있다. 각 분포의 누적분포함수(cumulative density function, CDF) F 관련 이론식은 아래와 같다.⁽¹¹⁾

정규분포

$$F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{-\infty}^{(x-\mu)/\sigma} \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt = \Phi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right) \quad (1)$$

여기서, μ : 평균

σ : 표준편차

대수정규분포

$$F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{\ln}^2}} \int_0^{\ln x} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_{\ln}^2} (\ln t - \overline{\ln x})^2\right) dt \quad (2)$$

여기서, $\overline{\ln x}$: 대수평균
 σ_{\ln} : 대수표준편차

2 모수 와이블분포

$$F(x) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{x}{\beta}\right)^\alpha\right] \quad (3)$$

여기서, α : 형상모수
 β : 규모모수

와이블 분포의 모수추정에는 일반적으로 최우추정법(maximum likelihood method, M.L.M), 모멘트법, 최소자승법(least square method, L.S.M) 등이 이용되고 있다. 본 연구에서는 식 (4)와 같은 최우추정법과 식 (5)와 같은 최소자승법을 이용하여 와이블 분포의 모수를 각각 계산하였고,⁽⁹⁾ 이 수명분포 곡선의 예측 결과를 각각 실험 데이터와 비교하여 모수추정 방법에 따른 수명예측값들의 차이를 알아보았다.

$$f(\hat{\alpha}) = \frac{\sum_{j=1}^n x_j^{\hat{\alpha}} \ln x_j}{\sum_{j=1}^n x_j^{\hat{\alpha}}} - \frac{\sum_{j=1}^n x_j^{\hat{\alpha}}}{n} - \frac{1}{\hat{\alpha}} = 0 \quad (4)$$

$$\hat{\beta} = \left[\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x_j^{\hat{\alpha}} \right]^{1/\hat{\alpha}}$$

$$\hat{\alpha} = \frac{\sum (w_i - \bar{w})(y_i - \bar{y})}{\sum (w_i - \bar{w})^2} \quad (5)$$

여기서 x_i : i 번째 실험데이터

$$w_i = \ln x_i$$

$$y_i = \ln \ln \left(\frac{1}{1 - \hat{F}(x_i)} \right)$$

$\hat{\alpha}$: 추정된 형상모수

$\hat{\beta}$: 추정된 규모모수

최우추정법을 이용하여 와이블 분포의 모수를 추정할 때는 반복계산이 필요하다. 이때 $f(\hat{\alpha}) = 0$ 의 해답을 얻기 위한 반복계산식으로 식 (6)과 같은 Newton-Raphson 법을 사용하였다.^(12,13)

$$\hat{\alpha}_{k+1} = \hat{\alpha}_k - f(\hat{\alpha}_k) / f'(\hat{\alpha}_k) \quad (6)$$

누적과손확률의 경우 본 연구에서 사용한 시험편의 개수가 소 표본이므로 식 (7)과 같은 메디안 랭크(median rank)법을 이용하여 계산하였다.

$$\hat{F}(x_j) = \frac{j - 0.3}{n + 0.4} \quad (7)$$

분포함수를 이용하여 예측된 과손확률은 식 (8)과 같은 잔차제곱합(sum of squared error, SSE)을 이용하여 수명 예측치와 실험값의 차이정도를 정량적으로 비교함으로써 예측정확도를 평가하였다.

$$SSE = \sum_{j=1}^n (F_{m(j)} - F_{pr(j)})^2 \quad (8)$$

여기서, $F_{m(j)}$: median 분포함수 실험값

$F_{pr(j)}$: 상기(1), (2), (3)식으로 예측된 분포함수값

4.2 검정 결과

본 연구에서 사용한 정규분포, 대수정규분포, 2 모수 와이블분포의 적합도를 검정해보기 위해 상용프로그램 minitap⁽¹³⁾을 이용하여 피로시험 데이터와 서로 비교하였다. 그 결과, 세 분포 모두 유의수준 5% 이내에서 기각되는 것은 없었으며 정규, 대수정규, 2 모수 와이블 분포 모두 시험결과 추정에 적합한 분포로 판정되었다.

Table 3 과 4 는 각각 하중방향 ①, ② 에 따른 피로시험결과에 대한 정규분포와 대수정규분포의 통계량을 나타낸다. 정규분포의 편차(deviation)의 경우 하중방향 ①, ② 모두 제일 낮은 하중레벨에서 가장 큰 편차를 보였으며 대수정규분포의 편차의 경우에는 하중방향 ①에서는 하중레벨 30%, 하중방향 ②에서는 하중레벨 20%에서 가장 큰 편차를 보였다. 정규분포 편차의 경우 각 데이터간의 정량적인 흠어짐 정도만을 고려하기 때문에 Table 1 과 2 에서와 같이 하중레벨의 감소에 따라 피로수명의 사이클 수가 커지게 되면 편차 또한 크게 계산되는 현상이 발생한다. 따라서 본 연구에서와 같이 하중레벨에 따라 데이터의 사이클 수 단위가 달라지는 경우에는 대수정규분포와 같은 대수화된 편차로 비교하는 것이 합리적이라 할 수 있다.

Table 5 와 6 은 시험결과를 식 (4)와 (5)에 대입하여 최우추정법(M.L.M.)과 최소자승법(L.S.M.)을 통해 구한 와이블 분포의 모수값을 각각 비교하여 나타내었다. 하중방향 ①의 경우 하중레벨 30%일 때 형상모수(α)가 다른 하중레벨들의 형상모수에

비해 절반정도 작게 나타남을 보인다. 이는 하중 레벨 30%의 피로시험 결과 데이터가 다른 하중레벨의 경우보다 더 넓은 (분산도가 큰) 피로수명 분포를 가지는 것을 의미한다. 하중방향 ②의 경우에는 하중레벨 20%일 때 형상모수가 가장 작은 값을 나타내므로 파손수명의 분산 정도가 가장 큰 값을 알 수 있다. 형상모수가 작다는 것은 Table 3, 4의 대수정규분포의 편차가 커진 것과 유사한 거동을 나타낸다. 규모모수(β)의 경우 하중레벨이 증가할수록 그 값이 작아짐을 보인다. 이는 하중레벨

변화에 따른 하이브리드 복합재 조인트부의 평균 피로수명의 증감과 유사한 변화양상을 나타내는 것으로써, 규모모수의 비교를 통해 평균피로수명의 변화정도를 예측할 수 있음을 의미한다.

정규분포, 대수정규분포, 그리고 최우추정법을

Table 3 Statistics parameter data according to normal and lognormal distribution in the load direction ①

Load-level (%)	Normal distribution		Lognormal distribution	
	Average	Deviation	Average	Deviation
30	1,835,232.0	470,984.3	14.4	0.291
40	213,563.4	31,501.3	12.3	0.156
45	84,740.0	10,207.6	11.3	0.123

Table 4 Statistics parameter data according to normal and lognormal distribution in the load direction ②

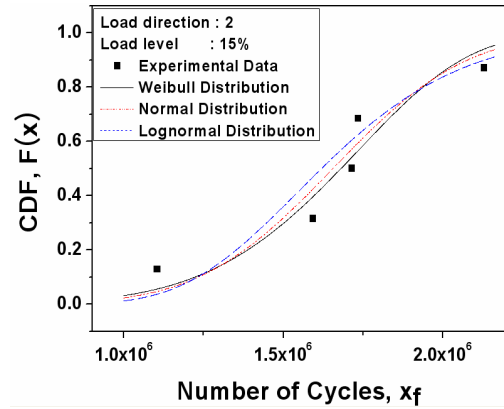
Load-level (%)	Normal distribution		Lognormal distribution	
	Average	Deviation	Average	Deviation
15	1,655,586.0	329,679.8	14.2	0.215
20	83,721.1	25,564.1	11.3	0.400
25	20,493.4	4,117.9	9.9	0.205

Table 5 Statistics parameter data of Weibull distribution calculated by the maximum likelihood method (M.L.M)

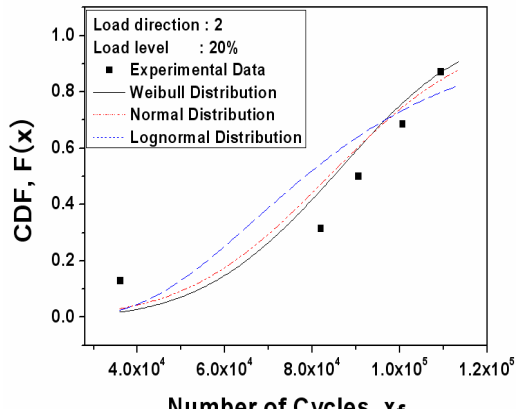
M.L.M. Load-level (%)	Load direction ①		M.L.M. Load-level (%)	Load direction ②	
	α	β		α	β
30	4.652	1,964,974	15	5.918	1,788,248
40	8.435	226,732.3	20	4.222	92,462.4
45	9.538	89,238.16	25	5.522	22,190.6

Table 6 Statistics parameter data of Weibull distribution calculated by the least square method (L.S.M)

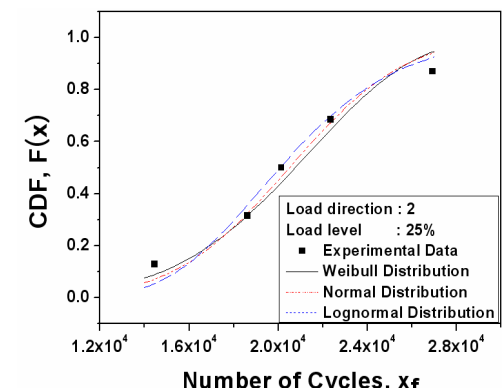
L.S.M. Load-level (%)	Load direction ①		L.S.M. Load-level (%)	Load direction ②	
	α	β		α	β
30	4.186	2,015,616	15	4.162	1,822,652
40	5.842	229,571.4	20	2.138	98,528.5
45	7.489	89,807.8	25	4.480	22,397.2



(a)



(b)



(c)

Fig. 5 Test results and predictions of the cumulative density distributions for the fatigue life of the hybrid composite joint part of a low floor bus in case of the load direction ②. (a) load level 15%, (b) 20%, (c) 25%.

이용한 2 모수 와이블 분포의 누적확률분포를 나타낸 Fig. 5 의 결과와 같이, 수명 데이터의 분산이 비교적 큰 하이브리드 복합재 조인트 부재의 하중방향 ②의 경우, 2 모수 와이블 분포가 피로수명 시험결과와 가장 근사한 예측결과를 보였으며 대수정규분포는 나머지 두 분포에 비해 수명 예측 정확도가 다소 뒤떨어지는 결과를 보였다. 이들 분포들의 피로수명예측 정확도는 식 (4)의 잔차제곱합(SSE)을 이용하여 Table 7 에 수치적으로 계산하여 비교하였다. 잔차제곱합의 경우 계산결과가 작을수록 실험데이터와 잘 일치한다는 것을 의미하는데, 와이블 분포의 잔차제곱합 계산결과가 대체적으로 가장 작게 나타났으며 대수정규분포의 경우가 가장 큰 결과값을 보였다. 최우추정법과 최소자승법에 의한 와이블 분포의 수명예측 정확도는 소수점 둘째 또는 셋째 자리에서 근소한 차이를 보이고 있기 때문에 이 결과만으로는 두 모수 추정 방법에 따른 수명예측 정확도의 우열을 가리기 어렵다. 하지만 확률분포상에서 파손 발생빈도가 높은 중간부분 3 개의 시험편을 이용하여 잔차제곱합을 다시 계산해 보면 Table 8 과 같이 최우추정법에 의해 모수를 추정한 2 모수 와이블 분포가 가장 작은 잔차제곱합의 결과를 나타내었다.

하중방향 ②에 대한 와이블 분포의 모수추정법에 따른 수명예측 결과의 차이를 Fig. 6 에 나타낸다. 최소자승법(LSM)의 경우 수명확률의 초반과 끝 부분이 예측결과와 잘 일치함을 보였으며,

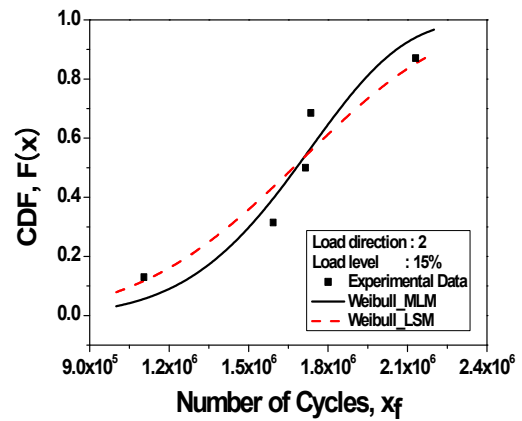
최우추정법(MLM)의 경우 수명확률 중간부분의 수명을 잘 예측함을 보였다. 또한 두 추정법 모두 저하중레벨에서 고하중레벨로 갈수록 형상모수가

Table 7 Sum of squared error(SSE) of cumulative density functions(CDF) based on the total specimens for the fatigue life estimation in the load direction ②

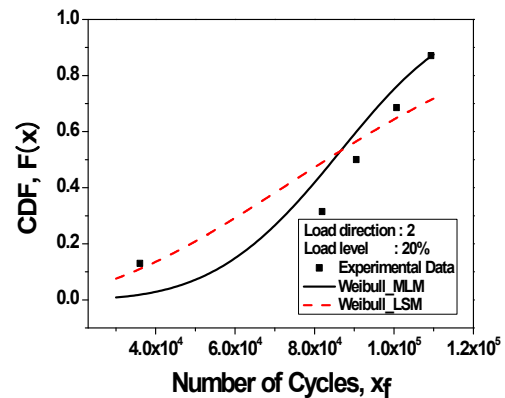
Load-level (%)	Normal distribution	Lognormal distribution	Weibull (M.L.M)	Weibull (L.S.M)
15	0.0349	0.0475	0.0325	0.0327
20	0.0501	0.0915	0.0467	0.0615
25	0.0098	0.0104	0.0120	0.0069

Table 8 Sum of squared error(SSE) of cumulative density functions(CDF) based on the three specimens with intermediate life values for the fatigue life estimation in the load direction ②

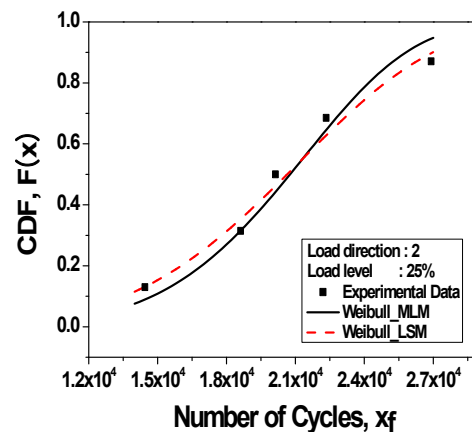
Load-level (%)	Normal distribution	Lognormal distribution	Weibull (M.L.M)	Weibull (L.S.M)
15	0.0251	0.0381	0.0222	0.0322
20	0.0396	0.0756	0.0344	0.0365
25	0.0014	0.0020	0.0048	0.0062



(a)



(b)



(c)

Fig. 6 Weibull distribution comparisons calculated by the maximum likelihood method (M.L.M) and the least square method (L.S.M) method in case of the load direction ②. (a) load level 15%, (b) 20%, (c) 25%

증가함을 나타내었다. 이는 고하중레벨보다 저하중레벨에서 피로시험결과로서 수명 데이터들이 보다 넓게 분포되어 있음을 의미한다.

하중방향 ① 에 대한 확률분포의 내구수명 추정 결과의 경우도 앞서 기술한 ② 번 하중방향의 결과와 유사한 거동을 보였다. 따라서 본 연구에서는 파괴 발생빈도가 높은 영역을 잘 예측한다는 측면에서 최우추정법을 이용한 2 모수 와이블 분포를 하이브리드 복합재 조인트 부재의 피로수명 예측에 가장 적합한 분포로 선정하였다.

5. P-S-N 곡선 추정

하이브리드 복합재 조인트부 시험편의 수명예측에 가장 높은 정확도를 보였던 최우추정법을 이용한 2 모수 와이블 분포를 통해 확률적 응력-수명 (P-S-N, Probability-Stress-Life) 선도를 추정하였다. 와이블 분포를 이용해 P-S-N 선도를 구하기 위해서는 하중레벨의 수(m)와 각 하중레벨당 시험편 개수(n)에 따른 와이블 분포의 확률 계수가 필요하다. Thoman 등⁽¹⁴⁾은 하중레벨과 시험편의 개수가 정해졌을 때 원하는 신뢰구간에서의 확률계수 값을 계산하여 정리해 놓았다. 이를 인용하여 시험편의 생존확률(P_r)이 0.95 일 경우 95%의 신뢰수준 (confidence level) $I^*_{0.95}$ 을 전제로 하여 식 (9)와 같이 나타낼 수 있다.

$$P_r \{ \hat{\alpha} \ln(\hat{\beta}_j / \beta_j) \leq I^*_{0.95} \} = 0.95 \quad (9)$$

여기서 $\hat{\alpha}$ 는 피로시험결과로부터 추정된 와이블분포의 형상모수이고, $\hat{\beta}$ 는 추정 규모모수이다.

식 (9)에서 확률론적 파손확률 $P=1\%$ 의 경우, 시험편 전체 개수 중에서 적어도 99% (B_{10} 인 경우 90%)가 생존해 있다는 것을 95%의 신뢰수준 (confidence level)으로 믿을 수 있음을 의미한다.

95% 신뢰도를 가진 β_j 의 최소한계(confidence lower limit) β_{j-} 는 2 개의 모수를 함께 고려하여 다음식으로 표현된다.

$$\beta_{j-} = \hat{\beta}_j \exp[-(I^*_{0.95} / \hat{\alpha})]^{1/\hat{\alpha}} \quad (10)$$

이 경우, 하중레벨 ($i = 1, 2, \dots, m$)에 따라 각 파손확률(예, $P=1\%$)에서의 피로수명 값을 허용수명 (allowable life) x_{Ai} 으로 간주하면 식 (11)과 같이

신뢰도(R) 함수로써 표현할 수 있다.

$$R(x_{Ai}) = \exp\left[-\left(\frac{x_{Ai}}{\hat{\beta}_j}\right)^{\hat{\alpha}}\right] = 0.99 \quad (11)$$

식 (11)을 x_{Ai} 로 재정리하면 식 (12)와 같다.

$$x_{Ai} = \hat{\beta}_j [-\ln(0.99)]^{1/\hat{\alpha}} \quad (12)$$

m 개의 하중레벨에서, 각각 n 개의 시험편이 시험되었을 경우, 합동형상모수(pooled shape parameter) $\hat{\alpha}$ 와 합동규모모수(pooled scale parameter) $\hat{\beta}$ 는 각각의 하중레벨 하에서의 pooled 피로수명 시험치 $x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in}$ 으로부터 얻을 수 있다. 형상함수가 $n \times m$ 개의 전체시험 개수에 대해 동일하다고 가정하면, $\hat{\alpha}$ 의 합동추정(pooled estimation)은 각 하중레벨(S_i)의 피로수명 시험데이터를 $y_{ij} = x_{ij} / \beta_i$ 와 같이 정규화(normalizing) 함으로써 구할 수 있다. 최우추정법을 이용한 정규화된 수명데이터 값들의 최대근사 방정식은 식 (13)과 같다.

$$\frac{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n y_{ij}^{\hat{\alpha}} \ln y_{ij}}{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n y_{ij}^{\hat{\alpha}}} - \frac{1}{\hat{\alpha}} - \frac{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \ln y_{ij}}{n \cdot m} = 0 \quad (13)$$

$$\hat{\beta}_i = \left[\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n y_{ij}^{\hat{\alpha}} \right]^{1/\hat{\alpha}}$$

여기서 $i = 1, 2, \dots, m$
 $j = 1, 2, \dots, n$

식 (13)에서 $\hat{\alpha}$ 는 Newton- Raphson 법을 이용하여 반복계산을 통해 구할 수 있다.

복합재료의 피로수명 시험결과가 거듭제곱법칙(power-law)을 만족하면 S-N 선도는 아래의 식의 형태로 나타낼 수 있다.

$$KS^b N = 1 \quad (14)$$

여기서, 식 (14)의 양변에 log 을 취하면 logS 와 logN 에 대한 선형방정식이 되므로 K 와 b 는 최소자승법을 이용하여 계산할 수 있다. 이를 P-S-N

Table 9 Pooled estimated parameters calculated by Eqn. 12 for the hybrid joint part of a low floor bus in case of the load direction ①

Load-level (%), S_i (load direction ①)	Pooled estimated shape-parameter	Pooled estimated scale-parameter
30	$\hat{\alpha} = 4.51$	$\hat{\beta}_1 = 232,058$
40		$\hat{\beta}_2 = 11,312$
45		$\hat{\beta}_3 = 7,093$

Table 10 Pooled estimated parameters calculated by Eqn. 12 for the hybrid joint part of a low floor bus in case of the load direction ②

Load-level (%), S_i (load direction ②)	Pooled estimated shape-parameter	Pooled estimated scale-parameter
15	$\hat{\alpha} = 5.03$	$\hat{\beta}_1 = 1,192,905$
20		$\hat{\beta}_2 = 130,188$
25		$\hat{\beta}_3 = 89,897$

Table 11 Coefficients b and K of Eqn. 13 calculated to obtain P-S-N curve in case of the load direction ①

Probability of failure (load direction ①)	b	Log(K)
P = 50%	7.987	-18.055
P = 10%		-17.055
P = 1%		-17.786

Table 12 Coefficients b and K of Eqn. 13 calculated to obtain P-S-N curve in case of the load direction ②

Probability of failure (load direction ②)	b	Log(K)
P = 50%	8.68	-16.401
P = 10%		-16.032
P = 1%		-16.190

곡선으로 추정하기 위해서는 각 하중점 S_j 에 대한 피로수명 N_j 를 와이블 피로수명특성값 x_{Ai} 으 로 대체하면 식 (15)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\log x_{Ai} = -b \log S_j - \log K \tag{15}$$

식 (13)을 이용하여 구한 pooled estimated 와이블

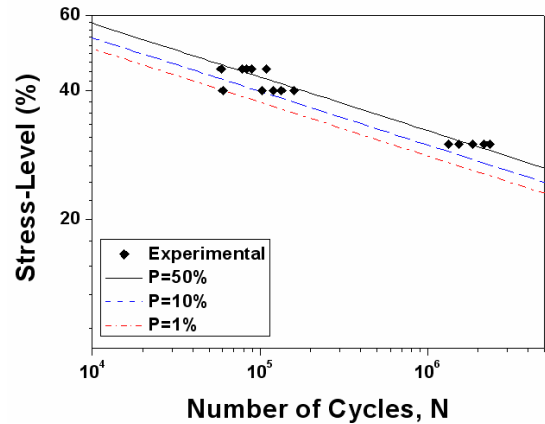


Fig. 7 Probability-stress-life (P-S-N) curve obtained in case of the load direction ①

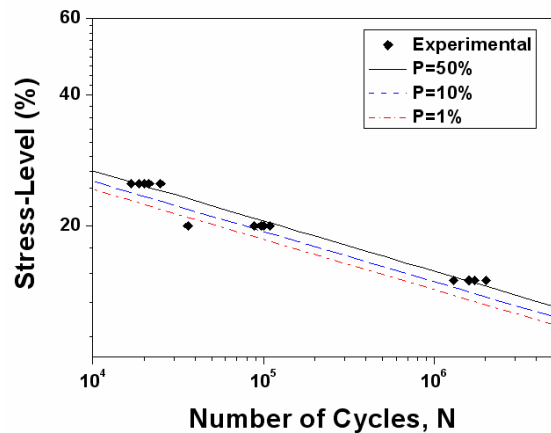


Fig. 8 Probability-stress-life (P-S-N) curve obtained in case of the load direction ②

모수($\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}_j$)를 하중방향 ①과 ②에 대하여 Table 9 와 10 에 각각 나타낸다. 하중방향 ①의 pooled shape parameter($\hat{\alpha}$) 값은 하중방향 ②의 경우보다 더 작았다. 이는 하중방향 ①의 피로시험 데이터가 하중방향 ②의 데이터보다 파손수명 분포가 더 크게 분산되었음을 의미한다. 이 S_i , $\hat{\beta}_j$ 들을 이용함으로써 식 (15)에 대입하면 P-S-N 곡선을 구하기 위한 K 와 b 를 최소자승법으로 구할 수 있다. 하중방향 ①의 P-S-N 곡선을 나타낸 Fig. 7 에서 파손확률 1%, 10%, 50%에 따른 곡선간의 간격은 하중방향 ②의 Fig. 8 의 경우보다 더 넓게 분포하였다.

최소자승법(LSM)을 이용하여 구한 식 (15)의 계수들(K, b)을 하중방향 ①과 ②에 대하여 Table 11

과 12에 각각 나타낸다. 계수 b 는 P-S-N 곡선의 기울기를 나타내는데 하중방향 ①에서의 b 값이 하중방향 ②의 경우보다 더 작은 값을 가지기 때문에 하중방향 ①의 경우(Fig. 7)가 하중방향 ②의 경우(Fig. 8)보다 피로하중변동에 따른 수명사이클수의 변화가 더 급격하게 나타남을 보인다.

Figs. 7과 8에 나타난 P-S-N 선도는 임의의 하중에서도 피로수명을 정량적으로 예측할 수 있기 때문에 하이브리드 복합재 조인트부에 대한 신뢰성 설계 데이터로서 유용하게 사용할 수 있을 것으로 사료된다.

6. 결론

하이브리드 복합재 조인트부의 피로수명을 통계적으로 해석하기 위하여 정규분포, 대수정규분포, 와이블 분포를 이용하여 각각의 분포함수들의 피로수명 예측 정확도를 비교분석 하였다. 연구 결과는 다음과 같다.

(1) 정규분포, 대수정규분포, 2모수 와이블 분포 함수 모두 실험결과와 유의수준 5% 이내에서 잘 일치함을 보였고, 이 중에서 2모수 와이블 분포가 다른 두 분포함수들에 비해 실험결과와 더 좋은 일치를 보였다.

(2) 2모수 와이블 분포의 모수를 최우추정법과 최소자승법을 통해 각각 구하여 비교해본 결과 최우추정법이 최소자승법에 비해 형상모수를 비교적 크게 예측하는 경향을 보였다. 모수 추정법에 따른 예측정확도를 잔차제곱합(SSE)을 이용하여 비교해본 결과 소수점 셋째자리에서 아주 근소한 차이만을 보였다. 하지만 확률분포상에서 발생빈도가 가장 높은 중간부분의 확률을 잘 예측한다는 점에서 최우추정법을 이용하여 모수를 추정한 2모수 와이블 분포를 하이브리드 복합재 조인트 부재의 피로수명예측에 가장 적합한 분포로 선정하였다.

(3) 최우추정법으로 계산된 2모수 와이블 분포를 이용하여 하이브리드 복합재 조인트 부재에 대한 P-S-N 곡선을 제시하였다. 파괴확률 1%, 10%, 50%에 대한 피로수명특성을 정량적으로 나타냄으로써 신뢰성을 바탕으로 한 최적설계 데이터로 유용하게 이용될 수 있을 것으로 사료된다.

후 기

이 논문은 2010년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 기초

연구사업임(2010-0016942)

참고문헌

- (1) Nishijima, S., 1981, "Statistical Analysis to Fatigue Test Data," *JSME S 002*, pp. 132~137.
- (2) Jang, S. S. and Kim, S. T., 2000, "A Statistical Analysis on Fatigue Life Distribution in Spheroidal Graphite Cast Iron," *Trans. of the KSME(A)*, Vol. 24, No. 9, pp. 2353~2360..
- (3) Kim, J. K and Kim, D. S., 1995, "A Probabilistic Analysis for Fatigue Cumulative Damage and Fatigue Life in CFRP Composites Containing a Circular Hole," *Trans. of the KSME(A)*, Vol. 19, No. 8, pp. 1915~1926.
- (4) Jo, Y. J and Park, Y. C., 2009, "Comparison of Fatigue Strength Criteria for TINI/AL6061-T6 and TINI/AL2024-T4 Shape Memory Alloy Composite," *Trans. of the KSME(A)*, Vol. 33, No. 2, pp. 99~107.
- (5) Radhakrishnan, K., 1984, "Fatigue and Reliability Evaluation of Unnotched Carbon Epoxy Laminates," *J. of Composite Materials*, Vol. 18, pp. 21~31.
- (6) Halpin, J. P., Jerina, L. L. and Johnson, T. A., 1973, "Characterization of Composites for the Purpose of Reliability Evaluation," *ASTM STP 521*, pp. 5~64
- (7) Shimokawa, T. and Hamaguchi, Y., 1983, "Distribution of Fatigue Life and Fatigue Strength in Notched Specimens of a Carbon Eight-Harness-Satin Laminate," *J. of Composite Materials*, Vol. 17, pp. 64~67
- (8) Jung, D. W., kim, D. H., Choi, N.S., 2009, "Static and Fatigue Fracture Assessment of Hybrid Composite Joint Part for the Low Floor Bus Body," *Conference on KSME (2009, 11)*, pp. 97 ~ 102.
- (9) ASTM E-739, 1991, "Standard Practice for Statistical Analysis of Linear or Linearized Stress-Life (S-N) and Strain-Life (E-N) Fatigue Data".
- (10) JSME S 002, 1981, "Statistical S-N Testing Method with 14 Specimens".
- (11) 박대철, 2001, "공학도를 위한 확률통계," 인터비전
- (12) 김진경, 박진호, 박헌진, 이재준, 전홍석, 2009, "공학도를 위한 통계학: MATLAB 을 이용한 분석," 자유아카데미, pp. 321-322.
- (13) 이승훈, 2006, "Minitap 을 이용한 공학통계 자료분석," (주)이레테크, pp. 134-146.
- (14) Thoman, D. R., Lee, J. B. and Antle, C. E., 1969, "Inferences on the Parameters of the Weibull Distribution," *Technometrics*, Vol. 11, No. 3, pp. 445~460.