

# 구조 최적설계를 위한 다양한 근사 최적화기법의 적용 및 비교에 관한 연구<sup>§</sup>

송창용\* · 이종수\*\*†

\* 목포대학교 해양시스템공학과, \*\* 연세대학교 기계공학과

## Comparative Study of Approximate Optimization Techniques in CAE-Based Structural Design

Chang Yong Song\* and Jongsoo Lee\*\*†

\*Dept. of Ocean Engineering, Mokpo National Univ.,

\*\*School of Mechanical Engineering, Yonsei Univ.

(Received March 12, 2010; Revised July 19, 2010; Accepted September 1, 2010)

**Key Words:** Sequential Approximate Optimization(순차적 근사최적화), Moving Least Squares Method(이동최소자승법), Constraint Feasibility(구속조건 유용성), Process Integration and Design Optimization(프로세스 통합 설계최적화), CAE(컴퓨터응용공학해석)

**초록:** 본 논문에서는 범프 및 브레이크 하중조건 하에서 자동차 너클의 강도설계에 관한 다양한 회귀모델 기반 근사최적화 기법 및 그 성능을 비교하고자 한다. 최적설계문제는 응력, 변형 및 진동주파수의 제한조건 하에서 중량을 최소화하여 설계변수인 단면치수가 결정되도록 정식화 된다. 비교 연구를 위해 사용된 근사화 기법은 순차적 근사최적화(SAO), 순차적 이점대각이차 근사최적화(STDQAO), 그리고 개선된 이동최소 자승법(MLSM) 기반 근사최적화 기법인 CF-MLSM 와 Post-MLSM 이다. SAO 와 STDQAO 적용을 위하여 상용 프로세스통합 설계최적화(PIDO) 코드를 사용하였다. 본 연구에 적용한 MLSM 기반 근사최적화 기법들은 제한조건의 가용성을 보장할 수 있도록 새롭게 개발되었다. 다양한 근사최적화 기법에 의한 설계결과는 설계 해의 개선 및 수렴속도 등 수치적 성능을 기준으로 실제 비근사최적화 결과와 비교검토 되었다.

**Abstract:** The comparative study of regression-model-based approximate optimization techniques used in the strength design of an automotive knuckle component that will be under bump and brake loading conditions is carried out. The design problem is formulated such that the cross-sectional sizing variables are determined by minimizing the weight of the knuckle component that is subjected to stresses, deformations, and vibration frequency constraints. The techniques used in the comparative study are sequential approximate optimization (SAO), sequential two-point diagonal quadratic approximate optimization (STDQAO), and approximate optimization based on enhanced moving least squares method (MLSM), such as CF (constraint feasible)-MLSM and Post-MLSM. Commercial process integration and design optimization (PIDO) tools are utilized for the application of SAO and STDQAO. The enhanced MLSM-based approximate optimization techniques are newly developed to ensure constraint feasibility. The results of the approximate optimization techniques are compared with those of actual non-approximate optimization to evaluate their numerical performances.

### 1. 서론

최근 자동차 개발에 있어서 편의성, 주행성능 및 안전성 등을 향상시키는 한편, 연료소비율 저

감을 위한 중량감소는 설계적인 관점에서 매우 중요한 부분이다. 따라서, 가용한 설계허용 범위 내에서 최대 혹은 가용한 설계성능과 관련된 제한조건을 만족하면서 최소화된 중량을 실현시키기 위해서는 설계 최적화 방법론의 적용이 필요하게 된다. 자동차의 구조부품 중에 너클은 차체의 수직방향과 Roll 운동을 제어하고 주행 시에 탑승자의 안락성과 관련하여 중요한 역할을 하는 현가시스템의 부품이다.<sup>(1)</sup> 너클은 차량 주행 중에 발생하는

§ 이 논문은 2010 년도 대한기계학회 CAE 및 응용역학부문 춘계학술대회(2010.3.4.-5., 서울대) 발표논문임.

† Corresponding Author, jleej@yonsei.ac.kr

© 2010 The Korean Society of Mechanical Engineers

가속주행, 범프 혹은 브레이킹과 같은 현상으로 발생하게 되는 하중과 토크에 안전하도록 설계되어야 한다. 너클의 구조설계 최적화에서는 강성, 강도 및 진동성능과 같은 설계성능이 설계안전도를 만족함과 동시에 설계목표에 충족될 수 있도록 중량이 최소화되어야 한다.

자동차의 구조설계에 최적화 기법을 적용하는 것은 종종 방대한 계산비용이 필요하게 된다. 이러한 현상은 특히, 유한요소해석(finite element analysis, FEA)을 이용한 차량설계 과정에서 일반적으로 요구되는 상세 유한요소 모델링, 대형 자유도 적용, 비선형 기하 혹은 물성 거동 등이 목적함수와 제한조건에 포함될 경우에 발생한다. 설계 최적화 과정에서 계산비용을 줄일 수 있는 대안 중에 하나는 설계공간 상에서 높은 정밀도의 근사 목적함수와 근사 제한조건을 사용하는 것이다. 합리적으로 생성된 근사모델 혹은 메타모델을 사용하면, 최적 값에 근사한 해를 구할 수 있으며, 더불어 민감도와 같은 설계정보도 산출할 수 있다<sup>(2)</sup>. 그러나, 메타모델의 정확도는 다항식형태의 회귀적인 방법이나 크리깅 혹은 신경망 방법 등과 같은 보간적인 방법 등과 같이 어떤 기법을 적용하는지에 따라 편차가 발생하며, 계산량의 효율성을 고려하여 적용해야 한다. 특히, 회귀적인 방법은 상대적으로 계산량이 적고, 메타모델이 다항식의 형태로 생성되기 때문에 계수항의 크기로 민감도 정보를 파악할 수 있는 장점이 있다.

근사모델을 응용하는 최적설계 방법인 근사최적설계는 최근까지 다양한 방법론들이 개발되어 오고 있다. 순차적 근사최적화(sequential approximate optimization, SAO)는 근사 최적해의 수렴성을 순차적으로 판단하여 반복 최적계산 수행여부를 결정하는 방법이다.<sup>(3)</sup> 순차적 근사최적화 방법은 일반적으로 이동방향을 결정하고 과도한 근사화를 방지하기 위하여 이동한계전략(move limit strategy)을 사용한다.<sup>(4,5)</sup> 기존의 설계 정보들을 근사함수 생성시에 최대한 이용하고 상대적으로 넓은 설계영역에 대하여 유효한 다점 근사기법 중에 순차적 이점 대각 이차 근사최적화 기법(sequential two-point diagonal quadratic approximate optimization, STDQAO)은 근사 도함수의 특이성을 방지하기 위하여 이동수준을 갖는 매개변수를 사용하며, 실제 함수 값과 근사 함수 값의 오차를 줄이기 위한 수정계수를 이용한다.<sup>(6,7)</sup> 이동 최소 자승법(moving least squares method, MLSM)<sup>(8)</sup>을 기반으로 고안된 CF-MLSM 과 Post-MLSM 은 제한조건 가용성 테스트

(constraint feasibility test)를 도입하여 근사 최적화의 수렴단계 혹은 후처리 단계에서 제한조건 가용성을 보장함으로써 비가용적인 근사 최적해가 산출되는 것을 방지하는 방법이다.<sup>(2,9)</sup>

본 연구에서는 범프 및 브레이크 하중조건 하에서 자동차 너클의 강도설계에 관한 회귀적인 메타모델(regressive meta-model) 기반 근사최적화 기법의 비교 연구를 수행하였다. 비교 연구를 위해 고려된 근사 최적화 기법은 SAO, STDQAO, CF-MLSM, Post-MLSM 이다. SAO 와 STDQAO 적용을 위해서는 상용 프로세스 통합 설계 자동화(process integration and design optimization, PIDO) 코드인 iSIGHT<sup>(10)</sup>와 PIAAnO<sup>(11)</sup>를 각각 이용하였으며, 회귀 메타모델은 반응표면법(response surfaces method, RSM)<sup>(12)</sup>을 이용하여 생성되었다. CF-MLSM 과 Post-MLSM 에 대해서는 MLSM 회귀 메타모델을 이용하여 새롭게 개발된 코드가 사용되었다. 우선, 자동차 너클 설계문제에 대해서 다양한 근사최적화 기법을 적용하여 수치계산을 수행하기 전에 각 근사최적화 기법의 이론적 배경을 간략히 검토하였다. 설계문제는 응력, 변형 및 진동주파수의 제한조건 하에서 중량을 최소화하여 자동차 너클의 단면치수 변수가 결정되도록 정식화 된다. 응력, 변형 및 진동주파수 산출을 위해서 상용 FEA 코드인 ABAQUS<sup>(13)</sup>를 사용하였다. 각각의 근사최적화 기법의 결과는 수치적인 최적화 성능과 관련하여 일반적인 MLSM 근사최적화 및 실제 비근사최적화 결과와 비교검토 하였다.

## 2. 근사최적화 이론

### 2.1 회귀 메타모델

근사최적화에 적용되는 메타모델은 주어진 설계 영역에서 목적함수와 제한조건 함수의 반응특성을 정확하게 예측할 수 있도록 생성되며 최적화 과정에 적용되어 수치 계산속도와 수렴성을 향상시키는 역할을 한다. 메타모델은 크게 다항식형태의 회귀적인 방법이나 크리깅(Kriging) 혹은 신경망 방법(neural network method) 등과 같은 보간적인 방법(interpolative method)을 이용하여 생성된다.<sup>(14)</sup> 최근 FEA 기반의 공학적인 구조 설계에서는 실제 물리적인 현상을 정확히 구현하기 위한 방법으로 정밀한 요소분할, 상대접촉 고려, 그리고 기하학적, 재료적 비선형성 등을 고려하기 때문에 높은 수치 계산비용을 필요로 한다. 수치계산의 효율성으로 회귀적인 방법이 실제 공학적인 구조 설계문제에

많이 적용되고 있기 때문에 본 연구에서는 실용적인 측면에서 RSM 과 MLSM 을 기반으로 한 회귀 메타모델을 이용하여 근사최적화를 수행하며, 본 절에서는 2 가지 회귀 메타모델에 대해 설명한다.

### 2.1.1 반응 표면법(RSM)

최소 자승 방법을 이용하면 이차 다항식 형태의 회귀 모델은 다음과 같이 정의된다.<sup>(12)</sup>

$$g = A_0 + \sum_{i=1}^k A_i Z_i + \sum_{i=1}^k A_{ii} Z_i^2 + \sum_{i<j}^k \sum_{i<j} A_{ij} Z_i Z_j + e \quad (1)$$

중앙 합성 설계(central composite design, CCD)<sup>(15)</sup> 와 같은 실험계획법(design of experiment, DOE)을 이용하여 산출되는  $n$  개의 실험점으로부터 실제 반응 벡터  $g$  와  $k$  개의 기저 변수로 표현되는 행렬  $Z$  가 주어지면  $g$  와  $Z$  의 관계식은 다음과 같이 표현된다.

$$g = Z A_R + e \quad (2)$$

랜덤오차 벡터  $e$  를 최소화하여 미지의 RSM 근사계수 벡터  $A_R$  을 추정하기 위하여 최소 자승 합수가 다음과 같이 적용된다.

$$A_R = (Z^T Z)^{-1} Z^T g \quad (3)$$

식 (3)으로부터 산출된 근사계수를 적용하면 이차 회귀 근사모델은 다음과 같이 표현된다.

$$\hat{g}(x)_R = a_0^r + \sum_{i=1}^k a_i^r x_i + \sum_{i=1}^k a_{ii}^r x_i^2 + \sum_{i<j}^k \sum_{i<j} a_{ij}^r x_i x_j \quad (4)$$

본 연구에서 식 (4)의 RSM 기반의 메타모델은 SAO 와 STDQAO 에 적용된다.

### 2.1.2 이동 최소 자승법(MLS)

MLS 는 관련된 국부 설계영역에서 일련의 반응표면을 생성하여 전체 설계영역의 근사모델에 가중함수를 적용하여 추정하는 방법이다.<sup>(8)</sup> CCD 로부터 DOE 데이터  $x_i$  와 관련된 실제 반응치  $g(x_i)$  가 산출되면, 국부영역에서 MLS 기반의 근사모델은 다음과 같이 정의될 수 있다.

$$\tilde{g}_M = Z^T A_M \quad (5)$$

여기서  $A_M$  은 구하고자 하는 MLSM 근사계수 벡터이며 오차  $I(A)$ 를 최소화 하는 가중 최소 자승법을 이용하여 산출된다.

$$I(A) = \sum_{i=1}^n w_i (\|x_i - x\|) (Z^T (x_i - x) A_M - g(x_i))^2 \quad (6)$$

여기서  $w_i$  는 가중함수이다. 식 (6)은 행렬형태로 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$I(A) = (Z A_M - g)^T W (Z A_M - g) \quad (7)$$

가중함수는 국부영역에서의 회귀모델들을 전체 영역에 대한 회귀모델로 구성하기 위하여 다음과 같은 형태를 일반적으로 사용한다.<sup>(16)</sup>

$$w_i (\|x_i - x\|) = \exp \left( - \theta_i \sum_{i=1}^n (x_i - x)^2 \right) \quad (8)$$

여기서  $n$  개의 양의 가중함수 매개변수에 대해  $\theta_i$  는 MLSM 메타모델의 추정오차를 최소화하기 위하여 조절될 수 있다. 식 (7)과 (8)로부터 산출된 근사계수를 적용하면 이차 회귀 근사모델은 다음과 같이 표현된다.

$$\hat{g}(x)_M = a_0^m + \sum_{i=1}^k a_i^m x_i + \sum_{i=1}^k a_{ii}^m x_i^2 + \sum_{i<j}^k \sum_{i<j} a_{ij}^m x_i x_j \quad (9)$$

본 연구에서 식 (9)의 MLSM 기반의 메타모델은 CF-MLS 와 Post-MLS 에 적용된다.

## 2.2 순차적 근사 최적화(SAO)

SAO 정식화는 다음과 같이 정의된다.<sup>(3,17)</sup>

$$\begin{aligned} & \text{minimize } \tilde{f}(\delta_k)_R & (10) \\ & \text{subject to } \tilde{g}_j(\delta_k)_R \leq 0, j=1, \dots, n_c \\ & \delta_k^L \leq \delta_k \leq \delta_k^U, i=1, \dots, n_{dv} \end{aligned}$$

여기서  $\tilde{f}_R$  과  $\tilde{g}_R$  는 각각 RSM 을 이용하여 산출된 근사 목적함수와 근사 제한조건함수 이고, 첨자  $k$  는 SAO 에서의 반복 계산 단계를 의미하며,  $\delta_k = \tilde{x}_k^* - x_k$  이고  $\tilde{x}_k^*$  는  $k$  번째 반복 계산단계에서의 근사 최적해를 의미한다. 식 (10)으로부터 근사 최적해가 구해지면, 이동 한계 전략 등을 이용하

여 설계영역을 적절히 조절하고 이후 반복 계산 단계에서 순차적으로 수정된 영역에 대한 근사최적화 계산을 미리 설정된 수렴조건을 만족할 때까지 수행한다.

### 2.3 순차적 이점 대각이차 근사최적화(STDQAO)

STDQAO 는 근사화를 위해 이동수준 개념을 도입하여 다음과 같은 형태의 지수형 매개변수를 사용한다.<sup>(6,7)</sup>

$$y_i = (x_i + c_i)^{p_i}, \quad i=1, \dots, n \quad (11)$$

여기서  $c_i$  는 설계변수  $x_i$  에 대한 이동수준이며,  $p_i$  는 이전 설계점  $x_1$  에서의 도함수를 일치시킴으로써 구해지고 다음의 식으로 표현된다.

$$p_i = 1 + \left\{ \ln \left[ \frac{\partial g(x_1)}{\partial x_i} / \frac{\partial g(x_2)}{\partial x_i} \right] / \ln \left[ \frac{(x_{i,1} + c_i)}{(x_{i,2} + c_i)} \right] \right\} \quad (12)$$

현 설계점  $x_2$  에서의 STDQAO 의 근사모델은 다음의 식으로 정의된다.

$$\begin{aligned} \tilde{g}(x) = & g(x_2) + \sum_{i=1}^n \frac{\partial g(x_2)}{\partial y_i} (y_i - y_{i,2}) \\ & + \eta \sum_{i=1}^n G_i (y_i - y_{i,2})^2 \end{aligned} \quad (13)$$

여기서 헤시안(Hessian) 행렬의 대각요소  $G_i$  와 수정계수  $\eta$  는 다음과 같다.

$$G_i = \frac{1}{2(y_{i,1} - y_{i,2})} \left( \frac{\partial g(y_1)}{\partial y_i} - \frac{\partial g(y_2)}{\partial y_i} \right) \quad (14)$$

$$\eta = \frac{g(x_1) - g(x_2) - \sum_{i=1}^n \frac{\partial g(x_2)}{\partial y_i} (y_{i,1} - y_{i,2})}{\sum_{i=1}^n G_i (y_{i,1} - y_{i,2})^2} \quad (15)$$

$G_i$  와  $\eta$  는 각각 이전 설계점에서의 근사 도함수 오차를 수정하고 근사함수와 실제함수의 오차를 최소화 하기 위해 사용된 계수이다.

### 2.4 CF-MLSM 과 Post-MLSM

CF-MLSM 는 근사최적화 계산과정 중에 비등가 제한조건의 가용성을 보장하기 위하여 고안되었으며, 다음과 같이 정식화된다.<sup>(2,9)</sup>

$$\text{minimize } \frac{1}{2} A_C^T (Z^T Z) A_C - A_C^T (Z^T \tilde{g}_M) \quad (16)$$

$$\text{subject to } Z_U^V A_C - \Gamma_U^V \leq 0 \quad (\text{for upper limit})$$

$$\Gamma_L^V - Z_L^V A_C \leq 0 \quad (\text{for lower limit})$$

여기서  $A_C$  는 구하고자 하는 제한조건 가용성을 보장하는 근사계수이고,  $\tilde{g}_M$  은 MLSM 을 이용하여 산출된 메타모델이다.  $Z_U^V$  와  $Z_L^V$  는 각각 상한과 하한 비등가 제한조건 상에서 가용성이 위배된 데이터에 대한 기저행렬이고,  $\Gamma_U^V$  와  $\Gamma_L^V$  는 실제 제한조건 함수에 대해서 위배된 데이터 집합이다.  $\Gamma_U^V$  와  $\Gamma_L^V$  는 OLHS(optimal Latin hypercube sampling)<sup>(18)</sup>을 이용하여 랜덤 하게 생성된 샘플링 영역에서 검출된다. 식 (16)의 제한조건 최적화 문제를 풀어서 산출된  $A_C$  를 적용한 CF-MLSM 의 이차 근사모델은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\tilde{g}(x)_C = a_0^c + \sum_{i=1}^k a_i^c x_i + \sum_{i=1}^k a_{ii}^c x_i^2 + \sum_{i < j}^k a_{ij}^c x_i x_j \quad (17)$$

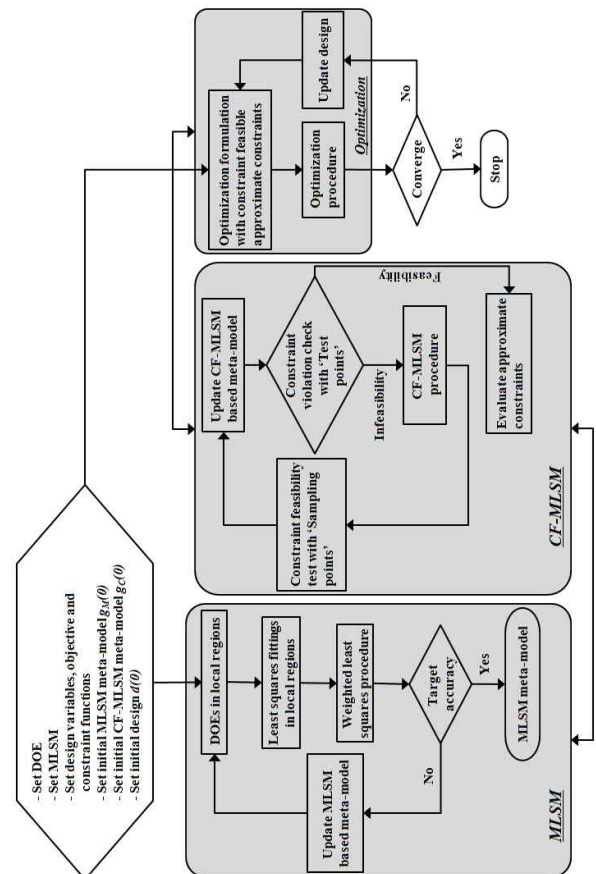


Fig. 1 Procedure of CF-MLSM based approximate optimization

식 (17)의 CF-MLSM 메타모델은 OLHS 을 이용하여 랜덤 하게 생성된 테스트 영역에서 구속조건 가용성이 전 설계영역에서 만족할 때까지 반복적으로 평가되어 업데이트 된다. CF-MLSM 기반의 근사최적화 과정은 Fig. 1 에 상세하게 기술되었다. Post-MLSM 은 식 (16)의 가용성 정식화를 일반적인 MLSM 근사최적화가 완료된 후에 적용되며, 위배 데이터 집합에는 최종 비가용 최적해만 고려된다.

### 3. 자동차 너클의 최적설계

#### 3.1 최적설계 정식화

근사 최적화 기법의 비교연구를 위해 고려된 실제 설계문제는 전륜 독립현가 장치에 적용되는 위시본 형태의 너클 부품이다. 너클의 구조성능으로 고려된 항목은 응력, 변형 및 진동주파수이며, FEA 를 통해서 산출된다. FEA 의 정확성을 높이기 위하여 실제 너클 성능 시험조건과 유사하게 해석 모델을 Fig. 2 와 같이 구성하였다.

Fig. 2 의 FEA 모델에는 너클과 관련된 부품이 모두 포함되어 있으며, 97,975 개의 유한요소로 구성되어 있다. FEA 기반의 비선형 수치 시뮬레이션은 상용 코드인 ABAQUS 를 사용하였으며, 차량의 범프와 브레이크 현상 시에 너클에 작용하는 하중조건을 고려하여 응력 및 변형과 같은 구조성

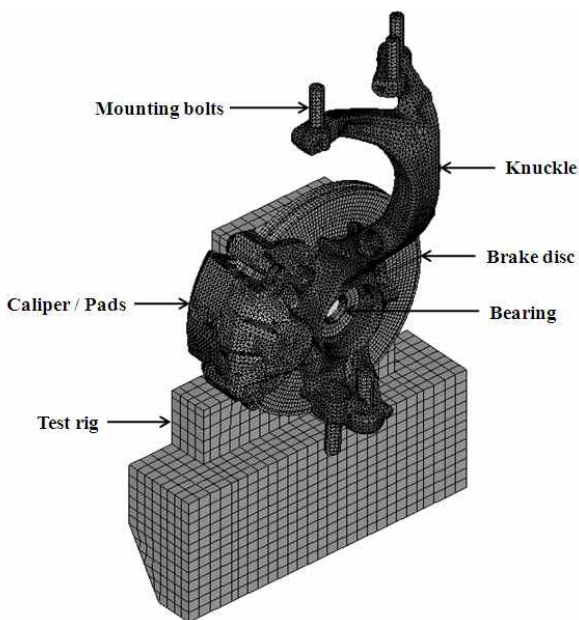


Fig. 2 FEA model for knuckle and related components

능을 검토하였고, 고유모드해석을 통해서 너클 단품의 진동주파수 성능을 고려하였다. 너클의 구조 성능 특성을 실제 현상과 유사하게 모사하기 위하여 모델 상에 접촉면 등이 고려되었으며, 범프와

Table 1 Mechanical material properties of knuckle and related components

Component	Young's modulus (N/m <sup>2</sup> )	Poisson's ratio	Density (kg/m <sup>3</sup> )
Knuckle	$1.687 \times 10^{11}$	0.30	$7.20 \times 10^3$
Brake disc	$1.128 \times 10^{11}$	0.26	$7.05 \times 10^3$
Caliper	$1.667 \times 10^{11}$	0.30	$3.89 \times 10^3$
Pad	$7.257 \times 10^{10}$	0.33	$2.70 \times 10^3$
Bearing	$2.059 \times 10^{11}$	0.29	$7.85 \times 10^3$
Mounting bolt	$2.059 \times 10^{11}$	0.29	$7.85 \times 10^3$
Upper test rig	$2.099 \times 10^{11}$	0.29	$7.80 \times 10^3$
Lower test rig	$6.865 \times 10^{10}$	0.33	$2.70 \times 10^3$

Table 2 Summary of FEA results for initial design

Specification	Value	Remark
Weight (g)	6787	
Frequency (Hz)	158.59	
Deformation (mm)	0.179	bump condition
von Mises stress (N/m <sup>2</sup> )	$1.184 \times 10^8$	bump condition
Deformation (mm)	0.118	brake condition
von Mises stress (N/m <sup>2</sup> )	$1.251 \times 10^8$	brake condition
Initial design (mm)	$(t_1, t_2, t_3, t_4) = (4.5, 4.0, 5.0, 6.0)$	

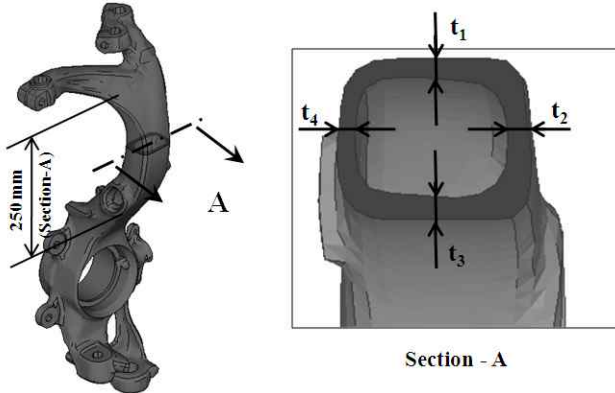


Fig. 3 Design variables ( $t_1 \sim t_4$ ) of knuckle component

브레이크 하중조건은 차량운행 조건을 가상으로 구현하는 3 축 하중인가 장치로부터 측정된 값을 사용하였고, 너클과 차체와의 연결부는 구속경계 조건으로 고려되었다. FEA 에 사용된 모든 부품의 기계적인 재료 물성정보는 Table 1 에 정리되어 있다. 초기 설계치수를 기반으로 FEA 로부터 계산된 응력, 변형 및 진동주파수의 결과는 Table 2 에 정리되어 있으며, 설계변수로 고려된 너클의 단면치수인  $t_1, t_2, t_3$  및  $t_4$ 는 Fig. 3 에 나타나 있다.

너클의 최적설계 정식화는 변형, 응력 및 진동관련 설계성능 제한조건 하에서 중량이 최소화되도록 다음과 같이 정의된다.

$$\text{minimize } W = W(t_1, t_2, t_3, t_4) \quad (18)$$

subject to

$$g_1 = \text{1st normal mode frequency} \geq 134\text{Hz} \quad (19)$$

$$g_2 = \text{bump deformation} \leq 0.3\text{mm} \quad (20)$$

$$g_3 = \text{bump stress} \leq 1.373 \times 10^8 \text{N/m}^2 \quad (21)$$

$$g_4 = \text{brake deformation} \leq 0.3\text{mm} \quad (22)$$

$$g_5 = \text{brake stress} \leq 1.373 \times 10^8 \text{N/m}^2 \quad (23)$$

$$3.0 \leq t_1 \leq 6.0 \text{ (mm)}$$

$$2.5 \leq t_2 \leq 5.0 \text{ (mm)}$$

$$3.5 \leq t_3 \leq 6.5 \text{ (mm)}$$

$$4.5 \leq t_4 \leq 7.5 \text{ (mm)}$$

식 (19)에서 (23)의 비등가 제한조건에 적용된 하한 혹은 상한 값은 실제 차량의 설계성능 목표치를 고려하였다. Table 2 에 나타난 바와 같이, 설계변수의 초기 값을 기반으로 산출된 범프와 브레이크의 응력은 설계성능 상한 값에 근접되어 있으며, 변형 값은 상대적으로 상한 값보다 작게 나타나 있다. 따라서, 본 너클의 설계 문제에서는 응력 제한조건을 만족하면서 중량을 최소화하는 것이 중요하다고 할 수 있다.

### 3.2 근사최적화 과정

너클 설계문제에 대한 근사 최적화 기법의 비교연구를 위하여 다음과 같은 과정을 통하여 근사 최적화를 수행하였다.

- 1) DOE 와 관련하여 CCD 와 OLHS 를 사용하여 ABAQUS 를 이용한 FEA 데이터를 생성
- 2) 1) 항의 FEA 실험데이터를 이용하여 식 (18)에서 (23)의 목적함수와 제한조건 함수에 대한 RSM 및 MLSM 메타모델과 CF-MLSM 및 Post-MLSM 을 위한 샘플링과 테스트 데이터 생성
- 3) 2) 항의 메타모델을 이용하여 SAO 와 STDQAO, 그리고 MLSM, CF-MLSM 및 Post-MLSM 근사최적화 기법을 적용하여 최적해 산출
- 4) 각 근사최적해의 가용성 검증을 위한 전체 최적 수렴해에 대한 FEA 수행

### 4. 근사최적화 기법의 비교 결과

너클의 근사 최적화 정식화 과정에서 정의된 설계영역에서 SAO 와 STDQAO, 그리고 MLSM 근사최적화, CF-MLSM 및 Post-MLSM 기법을 적용하여 근사최적해 결과를 산출하였고, 실제 최적화 결과의 비교를 위하여 FEA 기반의 비근사최적화를 수행하여 최적해를 도출하였다. FEA 기반의 비근사최적화는 ABAQUS 해석을 위한 입력파일, 출력파일 및 실행배치파일을 본 연구에서 사용한 PIDO 프로그램 중에 하나인 iSIGHT 에 연동시켜 모든 최적화 수렴과정에서 FEA 에 의한 결과를 적용하였다. 또한, FEA 기반의 비근사최적화에서 최적해를 구하기 위한 최적화 알고리즘은 순차적 이차 프로그래밍 (sequential quadratic programming, SQP) 기법을 적용하였다. 근사최적화의 모든 수렴결과는 실제 값과의 검증을 위하여 FEA 를 이용하여 재산출되었다. 최적화 결과는 Table 3 과 4 에 중량감소, 제한조건 가용성 만족 여부, 함수평가(function evaluation) 횟수, 계산소요 시간과 관련하여 정리하였다. Table 3 과 4 에 나타난 것처럼, 일반적인 MLSM 근사최적화 결과는 가장 좋은 중량감소 결과를 나타냈지만, 실제 브레이크 응력의 제한조건 평가에서는 가용성을 만족하지 못하는 것으로 나타났다. 이러한 현상은 회귀 메타모델을 바로 일반 근사최적화에 사용할 경우



**Table 3** Comparative results of optimization - I

Method	Optimum	Objective	Actual constraints
FEA (non-approximate)	$t_1=4.8$ mm $t_2=2.5$ mm $t_3=3.5$ mm $t_4=4.5$ mm	6490 g	$g_1=134.74$ Hz $g_2=0.205$ mm $g_3=1.255 \times 10^8$ N/m <sup>2</sup> $g_4=0.144$ mm $g_5=1.334 \times 10^8$ N/m <sup>2</sup>
MLSM	$t_1=4.5$ mm $t_2=2.5$ mm $t_3=3.6$ mm $t_4=4.5$ mm	6464 g	$g_1=134.32$ Hz $g_2=0.206$ mm $g_3=1.334 \times 10^8$ N/m <sup>2</sup> $g_4=0.145$ mm $g_5=1.412 \times 10^8$ N/m <sup>2</sup>
CF-MLSM	$t_1=5.2$ mm $t_2=2.5$ mm $t_3=3.5$ mm $t_4=4.5$ mm	6522 g	$g_1=135.69$ Hz $g_2=0.201$ mm $g_3=1.187 \times 10^8$ N/m <sup>2</sup> $g_4=0.141$ mm $g_5=1.255 \times 10^8$ N/m <sup>2</sup>
Post-MLSM	$t_1=4.7$ mm $t_2=2.5$ mm $t_3=3.5$ mm $t_4=4.5$ mm	6478 g	$g_1=134.35$ Hz $g_2=0.205$ mm $g_3=1.295 \times 10^8$ N/m <sup>2</sup> $g_4=0.144$ mm $g_5=1.363 \times 10^8$ N/m <sup>2</sup>
SAO <sup>i)</sup>	$t_1=4.48$ mm $t_2=2.95$ mm $t_3=3.69$ mm $t_4=4.50$ mm	6503 g	$g_1=138.03$ Hz $g_2=0.202$ mm $g_3=1.309 \times 10^8$ N/m <sup>2</sup> $g_4=0.141$ mm $g_5=1.379 \times 10^8$ N/m <sup>2</sup>
STDQAO <sup>ii)</sup>	$t_1=4.56$ mm $t_2=3.08$ mm $t_3=3.5$ mm $t_4=4.5$ mm	6507 g	$g_1=136.43$ Hz $g_2=0.202$ mm $g_3=1.304 \times 10^8$ N/m <sup>2</sup> $g_4=0.141$ mm $g_5=1.373 \times 10^8$ N/m <sup>2</sup>

i): implemented by iSIGHT

ii): implemented by PIAAnO

**Table 4** Comparative results of optimization - II

Method	# of function evaluation	Computational cost	Feasibility
FEA (non-approximate)	300	102,696 s	Feasible
MLSM	160	68,464 s	Infeasible
CF-MLSM	185	102,701 s	Feasible
Post-MLSM	170	70,176 s	Feasible
SAO	2,540	65,662 s	Active
STDQAO	135	57,089 s	Active

제한조건함수의 비선형 특성으로 인하여 근사 최적해가 가용성 영역 밖에 존재할 수 있음을

의미한다.<sup>(2,9)</sup> 따라서, 이러한 근사 최적설계 결과는 설계성능 제한조건을 만족할 수 없기 때문에 실제 설계에 적용할 수 없는 문제점을 가지고 있다.

Table 3 과 4 에 나타난 것처럼, SAO 와 STDQAO 를 이용한 근사최적설계 결과는 제한조건 설계 성능치에 거의 근접한 것으로 나타난 반면, CF-MLSM 과 Post-MLSM 를 적용한 경우의 최적 설계해는 상대적으로 보수적인 결과를 나타내었다. 특히, CF-MLSM 을 적용한 경우에는 전체 최적화 반복 계산 과정에서 제한조건 가용성을 모두 보장하도록 고안되었기 때문에 가장 보수적인 설계결과를 나타내었다. 모든 최적화 결과에 대해서 Intel Pentium 4 CPU 3.8GHz 와 2.0GB RAM 사양의 컴퓨터를 사용하여 계산비용을 비교하였다. 근사최적화 기법 중에 CF-MLSM 이 가장 높은 계산비용이 소요되었고, STDQAO 가 가장 낮은 비용이 소요되었다. 개선된 MLSM 기반 근사최적화 기법인 CF-MLSM 과 Post-MLSM 이 높은 계산비용이 소요되는 것은 메타모델 생성 과정에서 많은 DOE 계산이 필요하기 때문이며, 특히 CF-MLSM 은 모든 최적화 계산과정 중에 가용성 검증과정을 거치기 때문에 가장 높은 계산비용이 필요하였다. Table 4 에서의 함수평가와 관련하여, 근사최적화 기법들의 함수평가 횟수는 최적화 수렴과정에서 소요된 함수평가 횟수를 나타내었으며, 메타모델을 생성하기 위해 소요된 DOE 실험횟수는 포함하지 않았다. SAO 기법은 계산비용에 비해서 상대적으로 많은 함수평가 횟수가 필요하였는데, 이는 정밀한 이동한계전략을 적용하면서 나타난 현상이다. Table 4 에서의 근사 최적화 기법들에서 사용된 DOE 실험수는 MLSM 은 200 회, CF-MLSM 은 300 회, Post-MLSM 은 205 회, 그리고 SAO 와 STDQAO 는 모두 105 회가 소요되었다. 함수평가와 실제 계산비용과의 상관관계 측면에서 FEA 기반의 비근사최적화는 별도의 근사모델 생성과정이 없기 때문에 비례적인 관계에 있다고 할 수 있다. 그러나, 근사최적화 기법에서는 적용된 근사모델을 생성하기 위하여 소요된 DOE 계산비용과 최적화 전략방법이 다르기 때문에 함수평가와 실제 계산비용간의 관계가 비례적이라고 할 수 없으며, 근사최적화 기법 별로 다른 관계특성을 나타내고 있다. 근사최적화 기법에 따른 최적화 수렴 특성을 검토하기 위하여 본 넉클 설계문제에서 가장 중요한 것으로 나타난 브레이크 응력에 대한 제한조건 함수,  $g_5$  의 결과를 Figs. 4-6 에 나타내었다.

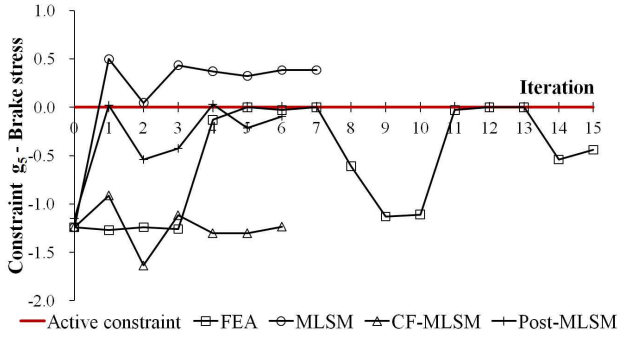


Fig. 4 Optimization history of MLSM based approximate methods ( $g_5$ )

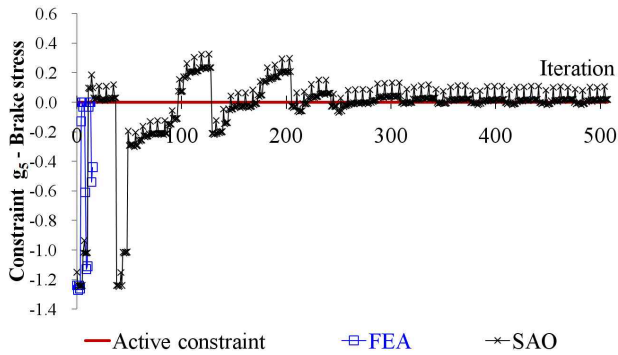


Fig. 5 Optimization history of SAO method ( $g_5$ )

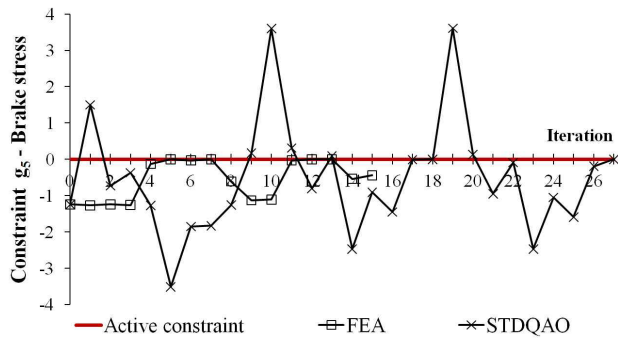


Fig. 6 Optimization history of STDQAO method ( $g_5$ )

Figs. 4~6 의 결과는 제한조건 가용성 만족여부를 정확히 분석하기 위하여 최적화 수렴과정 중에 모든 근사최적화 결과를 실제 FEA 를 이용하여 재평가한 결과를 나타낸 것이며, FEA 를 이용한 비근사최적화 결과와 같이 비교하였다. Figs. 4~6 의 Y 축 결과의 수치는 브레이크 응력 설계 제한 조건치를 기준으로 가용성과 비가용성을 판별하기 위하여 차분 정규화한 값을 의미하며, 음의 값은 가용성 결과, 영의 값은 활성화 결과, 양의 값은 비가용성 결과를 각각 나타낸다. Fig. 4 의 근사최적화 기법들의 결과에서는 일반적인 MLSM 근사최적화를 적용한 경우 제한조건 가용성이

위배되는 것을 도식적으로 확인할 수 있다. 반면, CF-MLSM 은 전 최적화 수렴과정에서 가용성을 보장하고 있는 것을 확인할 수 있으며, Post-MLSM 의 전체적인 최적화 수렴과정은 일반적인 MLSM 근사최적화 특성과 유사하나 최종 최적화 결과는 가용성이 만족되는 것을 확인할 수 있다. Fig. 5 의 SAO 결과에서는 최적화 수렴과정 동안 제한조건 상한치를 기준으로 작은 범위에서 가용성과 비가용성 영역을 이동하나 최종 최적해의 가용성이 활성화되어 만족하는 것으로 나타났다. Fig. 6 의 STDQAO 결과에서는 최적화 수렴과정 동안 제한조건 상한치를 기준으로 상대적으로 큰 범위에서 가용성과 비가용성 영역을 이동하나 최종 최적해의 가용성이 역시 활성화되어 만족하는 것으로 나타났다.

### 5. 결론

본 논문에서는 범프 및 브레이크 하중조건 하에서 자동차 너클의 강도설계에 관한 다양한 회귀모델 기반 근사최적화 기법의 비교 연구를 수행하였다. 비교 연구를 위해 사용된 기법은 SAO, STDQAO, 일반적인 MLSM 근사최적화, 그리고 개선된 MLSM 기반 근사최적화 기법인 CF-MLSM 및 Post-MLSM 이며, 모든 근사최적화 기법의 결과는 FEA 기반의 비근사최적화 결과와 비교하였다. 자동차 너클 설계에서 응력과 같은 비선형적인 물리적 특성이 제한조건의 성능함수로 고려되는 경우에는 일반적인 메타모델을 바로 최적화 계산에 적용하면 비가용적인 결과가 도출되어 실제 설계에 적용할 수 없음을 일반적인 MLSM 근사최적화 결과로부터 확인할 수 있다. 반면, SAO, STDQAO, Post-MLSM 과 같이 개선된 회귀모델 기반 근사기법을 적용한 경우에는 최적화 성능, 계산비용 이나 수렴특성 등에 다소의 차이가 있으나, 근사최적화의 계산 효율성의 장점과 가용적인 최적 설계결과를 도출할 수 있음을 확인하였다. 본 구조설계 문제에서 CF-MLSM 은 계산 효율성 측면에서는 FEA 기반 비근사최적화 방법 대비 장점은 없으나, 가용적인 최적 설계결과를 산출할 수 있었으며, 방대한 수렴과정이 요구되는 신뢰성기반 최적화 설계와 같은 확률론적인 방법 적용 시에는 높은 계산 효율성을 기대할 수 있다. 본 논문에서 검토한 너클 강도설계 연구에서 최적화 결과와 계산 효율성을 고려할 때 STDQAO 기법이 가장 우수한 것으로 나타났다. 또한, 본 연구에서 새롭게 제안된 CF-MLSM 과 Post-MLSM 기법은



일반적인 MLSM 을 기반으로 구속조건 가용성을 향상시키는 방법이기 때문에 다른 공학적인 설계 분야에 대해서 폭 넓게 적용될 수 있으며, 향후 다양한 공학적인 설계문제와 확률론적인 최적설계 문제에 확대 적용할 예정이다. 추후, 보간적인 근사화(interpolative approximation) 기법들과의 비교 연구를 확대 수행하면 좀 더 의미 있는 결과를 도출할 수 있을 것으로 기대된다.

### 참고문헌

- (1) Crouse, H. W. and Anglin, L. D., 1993, *Automotive Mechanics*, McGraw-Hill, New York.
- (2) Song, C. Y. and Lee, J., 2009, "Strength Design of Knuckle Component Using Moving Least Squares Response Surface Based Approximate Optimization Methods," *Proc. IMechE, Part D: Journal of Automobile Engineering*, Vol. 223, No. 8, pp. 1019~1032.
- (3) Haftka, R. T. and Gürdal, Z., 1991, *Elements of Structural Optimization*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.
- (4) Park, Y. S. and Park, G. J., 1997, "A Development of Move Limit Strategy Based on the Accuracy of Approximation for Structural Optimization," *Journal of KSME*, Vol. 21, No. 8, pp. 1218~1228.
- (5) Jacobs, J. H., Etman, L. F. P., van Keulen, F. and Rooda, J. E., 2004, "Framework for Sequential Approximate Optimization," *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. 27, No. 5, pp. 384~400.
- (6) Kim, M. S., Kim, J. R. and Choi, D. H., 2001, "Design Optimization Using Two-Point Diagonal Quadratic Approximation," *Journal of KSME*, Vol. 25, No. 9, pp. 1423~1431.
- (7) Kim, J. R. and Choi, D. H., 2008, "Enhanced Two-Point Diagonal Quadratic Approximation Methods for Design Optimization," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 197, No. 6~8, pp. 846~856.
- (8) Lancaster, P. and Salkauskas, K., 1996, *Curve and Surface Fitting: An Introduction*, Academic Press, New York.
- (9) Song, C. Y. and Lee, J., 2009, "A Realization of Constraint Feasibility in a Moving Least Squares Response Surface Based Approximate Optimization," *Computational Optimization and Applications*, DOI 10.1007/s10589-009-9312-z.
- (10) iSIGHT User's Manual, Version 9.0, Engineous Software Inc., 2006.
- (11) PIAO (Process Integration, Automation and Optimization) User's Manual, Version 2.4, FRAMAX Inc., 2008.
- (12) Myers, R. H. and Montgomery, D. C., 1995, *Response Surface Methodology: Process and Product Optimization using Designed Experiments*, Wiley, New York.
- (13) ABAQUS User's Manual Version 6.8, Dassault Systèmes, 2008.
- (14) Simpson, T. W., Peplinski, J., Koch, P. N. and Allen, J. K., 2001, "Metamodels for Computer Based Engineering Design: Survey and Recommendations," *Engineering with Computers*, Vol. 17, No. 2, pp. 129~150.
- (15) Box, G. E. P. and Wilson, K. B., 1951, "On the Experimental Attainment of Optimum Conditions," *Journal of the Royal Statistical Society*, Vol. 13, pp. 1~45.
- (16) Zou, T., Mourelatos, Z. P., Mahadevan, J. and Tu, J., 2008, "An Indicator Response Surface Method for Simulation-Based Reliability Analysis," *Journal of Mechanical Design*, Vol. 130, No. 7, pp. 071401.1~11.
- (17) Shin, Y., Lee, Y., Ryu, J. S. and Choi, D. H., 2005, "A Development of Move Limit Strategy Based on the Accuracy of Approximation for Structural Optimization," *Journal of KSME*, Vol. 21, No. 8, pp. 1218~1228.
- (18) Sacks, J., Schiller, S. B. and Welch, W. J., 1989, "Designs for Computer Experiments," *Statistical Science*, Vol. 4, No. 4, pp. 409~423.