대한기계학회논문집 A권, 제34권 제11호, pp. 1587~1592, 2010

〈학술논문〉 DOI:10.3795/KSME-A.2010.34.11.1587 ISSN 1226-4873

복합하중을 받는 샌드위치 시편의 응력분포에 미치는 시편 형상의 영향

박 수 경* · 홍 성 태*†
* 울산대학교 기계자동차공학부

Effects of Specimen Geometry on Stress Distribution in Sandwich Specimen Under Combined Loads

Su-Kyeong Park* and Sung-Tae Hong*†
* School of Mechanical and Automotive Engineering, Univ. of Ulsan

(Received February 23, 2010 ; Revised August 10, 2010 ; Accepted August 17, 2010)

Key Words: Specimen Geometry(시편형상), Sandwich Specimen(샌드위치 시편), Combined Loads(복합하중)

초록: 복합하중 하에서의 샌드위치 시편내의 응력분포에 시편의 형상과 하중조건이 미치는 영향을 수치해석을 통하여 고찰하였다. 상용 유한요소해석 프로그램인 NASTRAN 을 사용하여 세 종류의 형상계수를 가지는 시편들에 대하여 평면변형률, 2 차원 해석을 수행하였으며, 각각의 시편에 대하여 각각 다른 복합변위각을 가지는 네 종류의 복합변위를 적용하였다. 수치해석의 결과는 복합변위각이, 즉 전단변위의 수직변위에 대한 상대적인 크기가, 응력 불균일분포영역의 크기에 미치는 영향이 전단응력과 폰 미세스(von Mises)응력의 경우에만 나타나고 수직응력의 경우에는 나타나지 않음을 보여준다. 또한 복합변위각이 증가함에 따라 전단응력의 불균일분포영역의 크기는 감소함에 비해서 폰 미세스 응력의 불균일분포영역의 크기는 증가한다. 추가로, 형상계수가 증가함에 따라, 즉, 시편의 길이의 높이에 대한 상대적 크기가 커질수록, 복합변위 하에서의 응력 불균일분포영역의 크기는 현격하게 감소한다.

Abstract: The effects of specimen geometry and loading conditions on the stress distribution in a sandwich specimen under combined loads are investigated by elastic finite element analysis. A commercial software NASTRAN is used in plain-strain two-dimensional finite element analysis of sandwich specimens; the analysis was performed for three different specimen shape factors and four different combined displacement conditions. The results of computational analysis suggest that the effect of the combined displacement angle, which is defined as the ratio of the shear displacement to the normal displacement, on the size of the non-homogeneous stress distribution is observed only in the case of the shear stress and von Mises stress. Also as the combined displacement angle increases, the size of the non-homogeneous stress distribution decreases in the case of the shear stress and increases in the case of the von Mises stress. In addition, as the specimen shape factor, which is defined as the ratio of the specimen length to the height, increases, the size of the non-homogeneous stress distribution under combined displacement conditions decreases significantly.

1. 서 론

차량충돌시험을 비롯한 많은 공학응용분야에서 금속 허니콤(metal honeycombs) 등을 코어(core)로 사용한 샌드위치 구조물들은 디포머블베리어(deformable barrier) 등의 에너지 흡수체(energy absorber)[1]로 활발히 사용되고 있다. 일반적으로 샌드위치 구조물을 사용하는 에너지 흡수체는 샌드위치 구조물의 평면 외 방향(out-of-plane)의 하중에서 발생하는 에너지를 흡수하도록 설계된다. 그러나 현실적으로 평면 외 방향에서의 하중이 샌드위치 구조물의 표면에 수직성분(normal component)만을 가지는 상태로 작용하는 경우는 매우 드물며 오히려 수직하중(normal load)과 전단하중(shear load)이 복합된 다축하중(multiaxial load)으로서 작용하는 경우가 대

† Corresponding Author, sthong@ulsan.ac.kr
© 2010 The Korean Society of Mechanical Engineers

부분이다. 그러므로 샌드위치 구조물의 에너지 흡수체로서의 거동을 이해하고 모델링 하기 위해서는 평면 외 방향에서의 다축하중 하에서의 거동을 정확히 이해하는 것이 필수적이다.

Hong 등의 연구[2]에 자세히 언급되어 있는 바와 같이, 금속 허니콤 혹은 발포 금속(metal foams)을 주로 코어로 사용하는 샌드위치 구조물의 다축하중 하에서의 기계적 거동을 연구하기 위한 다양한 실험 방법들이 고안되어 왔다.[3~18] 샌드위치 구조물에 다축하중을 가하기 위하여 일반적으로 두 종류의 실험방법 즉 복합하중(combined load)[2,4~7,13,17] 혹은 경사하중(inclined load)[8~12,14~16,18]이 사용되나, O'Connor 의 연구[19]의 유한요소해석 결과에 제시되어 있는 바와 같이 어떤 종류의 실험방법을 택하더라도 응력 자유 경계단(stress-free boundary)으로 인하여 시편내부에 불균일(non-homogeneous)한 응력분포영역이 발생하는 것을 피하기는 불가능하다.[20] Hong 등의 연구[2]에서는 이와 같은 불균일한 응력분포 영역의 영향을 최소화 하기 위하여 시편의 높이에 대한 길이의 비율이 12 이상이 되도록 시편을 디자인하였으며 간단한 수치해석 모델을 통하여 그 적합성을 증명하였다. 그러나 이와 같은 시편의 형상은 순수전단하중(pure shear load) 하에서의 샌드위치 시편의 실험을 위하여 제시된 기준을[21] 적용한 것일 뿐 다축하중 하에서의 실험에 대한 공인된 기준은 없는 실정이다.

본 논문에서는 수직하중과 전단하중으로 구성된 평면 외 방향의 복합하중 하에서의 샌드위치 시편에서의 불균일한 응력분포에 시편의 형상이 미치는 영향과 복합하중을 유도하기 위해서 주어진 수직변위(normal displacement)와 전단변위(shear displacement) 의 비로 정의되는 복합변위각(combined displacement angle)이 미치는 영향을 간단한 수치해석을 통하여 고찰하였다.

2. Computational modeling

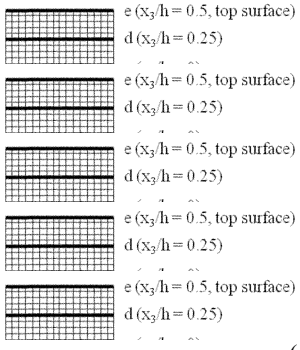
본 연구에서는 샌드위치 시편에 작용하는 응력해석을 수행하기 위해서 상용 유한요소해석 프로그램인 NASTRAN 을 사용하였다. 시편의 길이 대 높이의 비가 응력분포에 미치는 영향을 고찰하기 위해서 시편의 높이 h 를 25.4 mm 로 고정하고 시편의 길이 L 을 각각 203.2, 304.8, 406.4 mm 로 변화시킨 모델들에 대하여 해석을 수행하였다. Fig. 1(a)에서와 같이, 각 시편의 모델링에는 4 절점 정방형 요소(4-node quadratic element)를 사용하였다. 선형 탄성 해석을 위해서 알루미늄의 탄성계수 E = 70 GPa, 프와송비 ν = 0.3 을 사용하였고 시편의 폭이 충분히 길다는 가정하에 평면변형률(plain strain)의 조건으로 2 차원(2-dimensional) 해석을 수행하였다.

Fig. 1(b)에 나타내어진 바와 같이 시편에 복합하중을 가하기 위해서 시편 바닥의 x_1 과 x_3 방향의 변위들을 고정시키고 시편 윗면에 평면 외 방향으로 수직변위 u 와 전단변위 v 로 이루어진 복합변위(combined displacements)를 적용하였다. 복합하중의 변화에 따른 시편 내의 응력분포의 변화를 고찰하기 위해서 복합변위각 θ 의 값을 10°, 20°, 30°, 40°로 변화시켜서 각각의 변위조건에 대해서 해석을 수행하였다. 이 때, 복합변위각 θ 는 다음과 같이 수직변위 u 와 전단변위 v 의 비를 사용하여 정의된다.

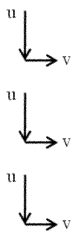
$$\theta = \tan^{-1}\frac{u}{v} \tag{1}$$

본 연구에서는 θ 를 변화시키기 위해서 수직변위 u 를 2.54 mm 로 고정하고 원하는 θ 의 값에 대응되는 전단변위 v 를 해석에 적용하였다.

복합하중 하의 시편 내부의 응력분포를 고찰하기 위해서 Fig. 1(a)에 나타내어진 바와 같이 시편의



(a)



(b)

Fig. 1 (a) A two dimensional finite element model for a sandwich specimen and (b) a combined displacement condition

높이(h)를 다섯 등분하여 각 층에서의 수직응력(σ_{11}, σ_{33}), 전단응력(σ_{13}), 그리고 폰 미세스 응력(σ_{von})의 분포를 고찰하였다.

3. 유한요소해석 결과 및 고찰

Fig. 2 는 복합변위각 θ = 20°의 경우에 시편형상계수(specimen shape factor) L/h = 12 의 시편에 형성된 응력분포를 나타내고 있다. Fig. 2 에 나타내어진 바와 같이, 주어진 복합변위각 θ 에 대하여 계산된 네 종류의 응력들 모두 시편 중앙부에서는 균일한 분포를 보이고 있으나 양 끝단에서는 불균일한 분포를 보이고 있다. 특히 양 끝 단에서 x_3 방향의 수직응력 σ_{33} 와 전단응력 σ_{13} 의 응력분포는 복합 변위 중 전단 변위에서 발생하는 모멘트의 영향[2]으로 아래의 식 (2)와 같은 형태의 불균일한 분포를 보이고 있다.

$$\sigma_{13}(\text{at } x_1 = -a, x_3 = -b) = \sigma_{13}(\text{at } x_1 = a, x_3 = b) \quad (2a)$$

$$\sigma_{33}(\text{at } x_1 = -a, x_3 = -b) = \sigma_{33}(\text{at } x_1 = a, x_3 = b) \quad (2b)$$

x_1 방향의 수직응력 σ_{11} 의 경우에는 양 끝단의 불균일한 응력 분포가 $x_1 = L/2$ 을 중심으로 대칭되는 형태를 보이는데 이는 시편 양 끝단에 주어진 자유단 경계조건 때문인 것으로 여겨진다. 그러므로 σ_{11}, σ_{13}, σ_{33}를 사용하여 계산되는 폰 미세스 응력 σ_{von} 도 당연하게 σ_{13} 와 σ_{33} 와 같은 형태의 불균일한 응력분포를 보여준다.

시편 내에 응력분포의 불균일성을 좀 더 명확히 고찰하기 위해서 Fig. 1(a)에 표시된 5 개의 층 a, b, c, d, e 에서의 각각의 응력 성분을 시편의 중심($x_1 = 0$, $x_3 = 0$)에서의 응력성분 값으로 무차원화(normalization)하였다. Fig. 3 은 θ = 20°인 복합변위가 형상계수가 L/h = 12 인 시편에 작용할 때, 시편 내의 5 개 층에서의 무차원화 된 응력분포를 나타내고 있다. Fig. 3 에 나타내진 바와 같이, 불균일한 응력분포가 발생하는 영역은 전단응력 σ_{13} 의 경우에 가장 크게 나타나며 다른 형상계수들과 복합변위각들의 경우에도 동일한 결과를 얻었다.

시편의 형상계수 L/h 와 복합변위각 θ 의 변화에 따른 시편 내의 응력분포의 변화를 고찰하기 위해서 불균일한 응력분포가 발생하는 영역의 크기 δ 를 아래와 같이 정의하였다.

$$0 \le x \le \delta_a : |1 - \bar{\sigma}| \ge 0.01$$
$$L - \delta_b \le x \le L : |1 - \bar{\sigma}| \ge 0.01$$
$$\delta = \delta_a + \delta_b$$

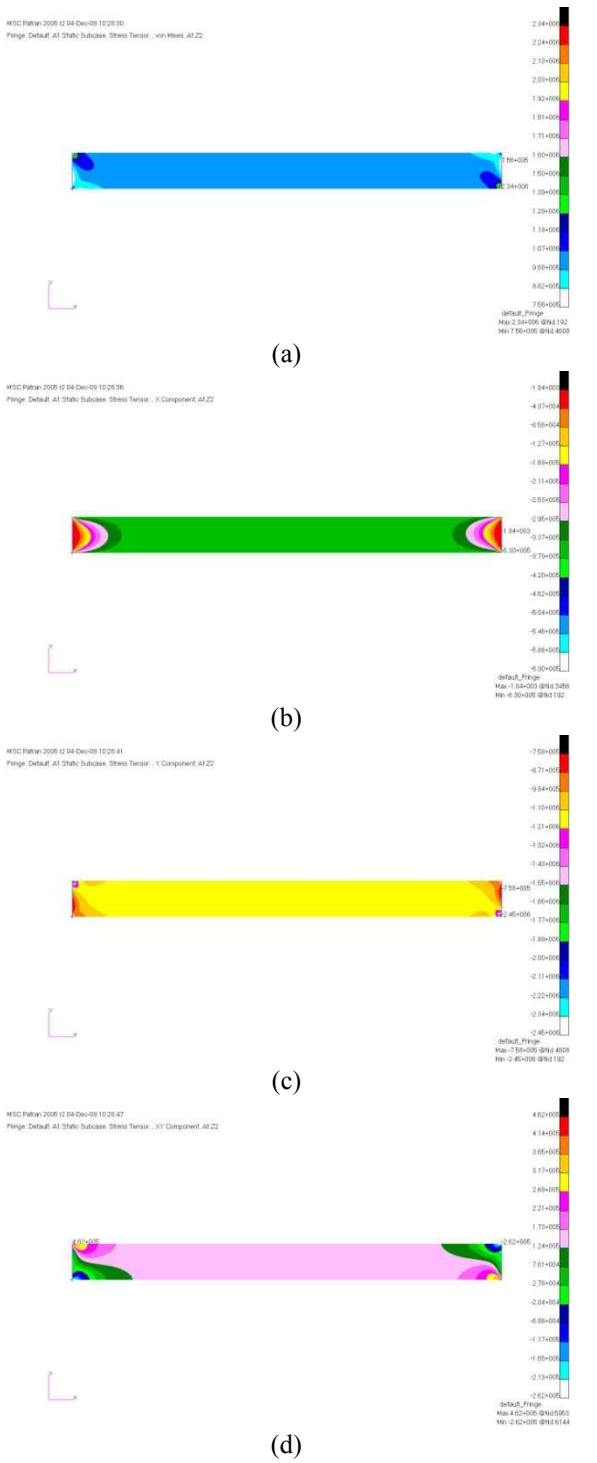
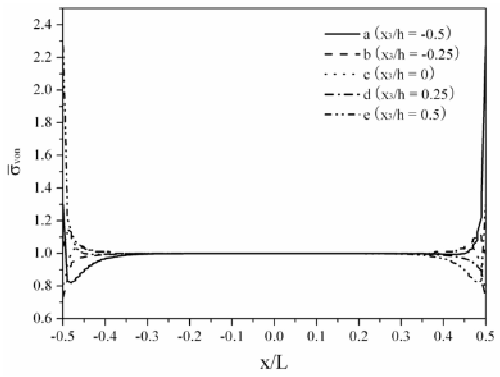
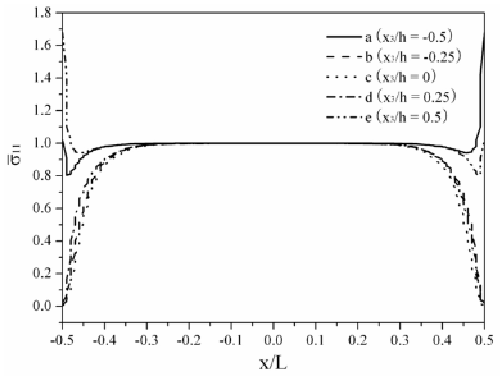


Fig. 2 Stress distributions in sandwich specimens with L/h = 12: (a) σ_{von}, (b) σ_{11}, (c) σ_{33}, and (d) σ_{13}

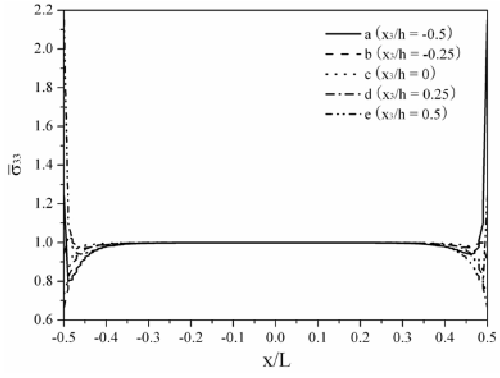
Figs. 5(a), (b), (c)는 복합변위각 θ 의 변화에 따른 응력성분의 불균일 영역의 크기 δ 의 변화를 시편의 형상계수 L/h = 8, 12, 16 에 대하여 각각 나타내고 있다. Figs. 5(a), (b), (c)에 나타내어진 바와 같이, 형상계수 L/h 의 크기에 상관없이 복합변위각 θ 의



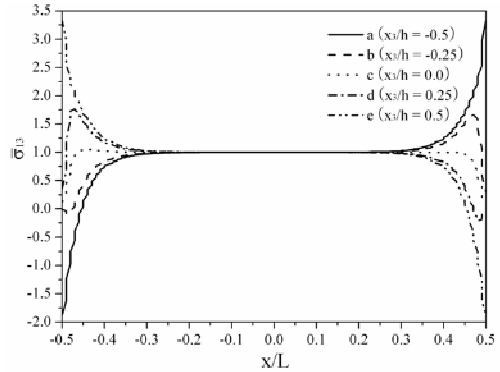
(a)



(b)



(c)



(d)

Fig. 3 The normalized stress distribution at each layer of sandwich specimens for (a) σ_{von}, (b) σ_{11}, (c) σ_{33}, and (d) σ_{13}

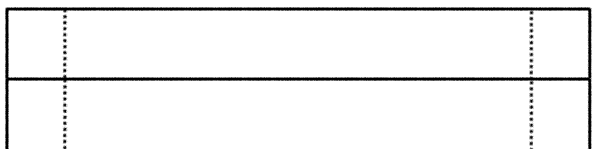
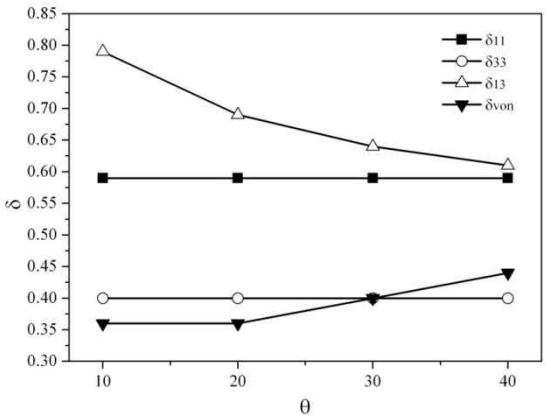
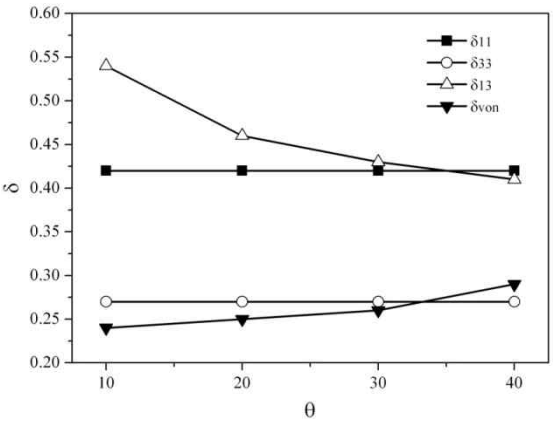


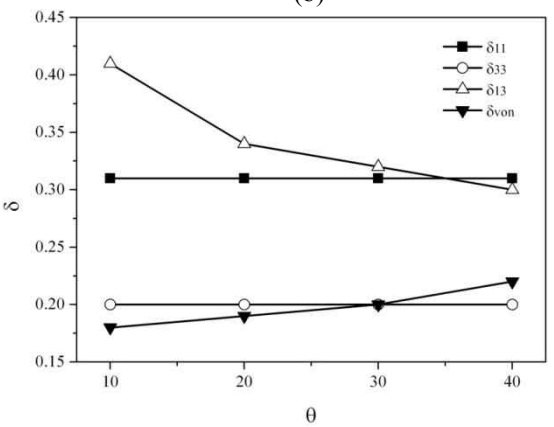
Fig. 4 A definition of the size δ of non-homogeneous stress distribution



(a)



(b)



(c)

Fig. 5 The sizes of non-homogeneous stress distribution as functions of the combined displacement angle θ for (a) L/h = 8, (b) L/h = 12, and (c) L/h = 16

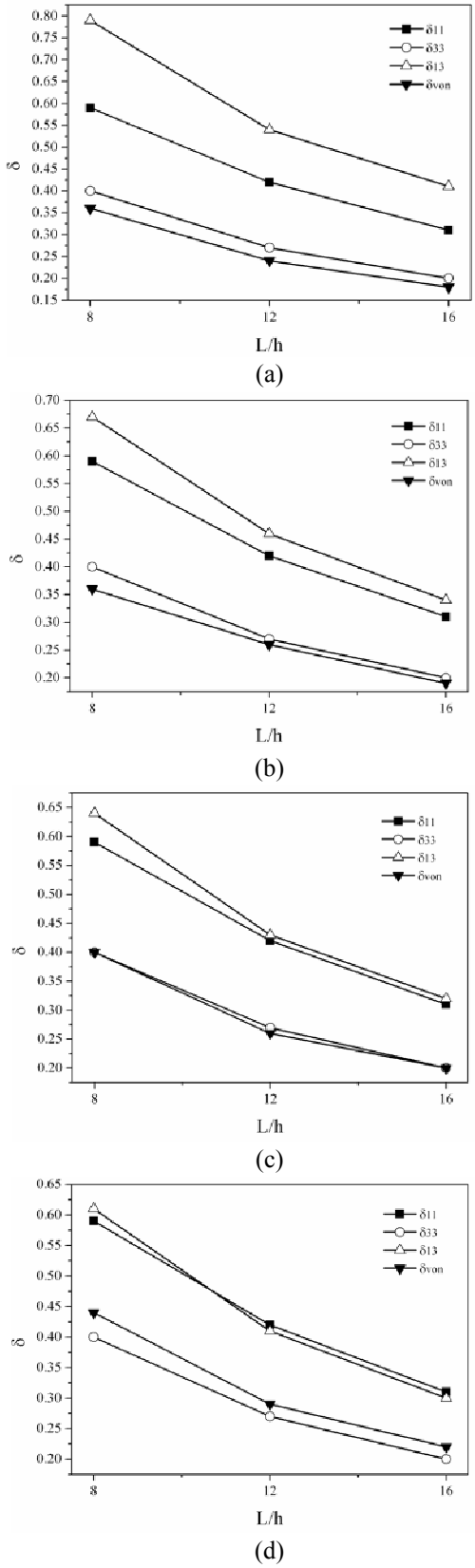


Fig. 6 The sizes of non-homogeneous stress distribution as functions of the specimen shape factor L/h for (a) θ = 10˚, (b) θ = 20˚, (c) θ = 30˚, and (d) θ = 40˚

변화에 따른 영향은 전단응력의 불균일 영역의 크기 δ_{13} 와 폰 미세스 응력의 불균일 영역의 크기 δ_{von} 에만 나타나는 것을 알 수 있다. 또한 복합변위각 θ 가 증가함에 따라, 즉 전단변위의 수직변위에 대한 상대적인 크기가 증가함에 따라, 전단응력의 불균일분포영역의 크기 δ_{13} 는 감소한다. 반면에 폰 미세스 응력의 불균일분포영역의 크기 δ_{von} 은 증가한다.

Figs. 6(a), (b), (c), (d)는 각각 θ = 10˚, 20˚, 30˚, 40˚ 에 대하여 응력 불균일분포영역의 크기 δ 를 형상계수 L/h 의 함수로 나타내고 있으며 모든 θ 에 대하여 L/h 가 증가함에 따라, 즉, 시편의 길이의 높이에 대한 상대적 크기가 커질수록, 복합변위(또는 복합하중) 하에서의 시편 내에 발생하는 응력 불균일분포영역의 크기가 현격하게 감소함을 알 수 있다. 또한 각각의 복합변위각 θ 에 대해서 형상계수가 8 에서 12 로 증가할 경우, 불균일 응력영역의 크기 δ 가 급격히 감소하지만 12 에서 16 으로 증가할 경우, 즉 시편의 형상계수가 충분히 큰 값을 가지게 된 경우는 형상계수의 증가가 가져오는 응력 불균일분포영역의 크기의 감소 효과가 그리 크지 않은 것을 알 수 있다.

4. 결 론

본 연구에서 수행된 수치해석의 결과는 평면 외 복합하중 하에서의 샌드위치시편의 탄성영역 내에서의 응력분포에 시편의 형상계수와 복합변위각이 미치는 영향을 보여준다. 해석에 적용된 모든 형상계수와 복합변위각에 대해서 불균일한 응력분포가 발생하는 영역은 전단응력 σ_{13} 의 경우에 가장 크게 나타난다. 또한 형상계수 L/h 의 크기에 상관없이 복합변위각 θ 의 변화가 응력 불균일분포영역의 크기에 미치는 영향은 전단응력과 폰 미세스 응력의 경우에만 나타난다. 이때 복합변위각이 증가함에 따라 전단응력의 불균일분포영역의 크기는 감소함에 비해서 폰 미세스 응력의 불균일분포영역의 크기는 증가한다. 이는 폰 미세스 응력이 전단응력뿐만 아니라 수직응력을 포함하는 2 차식의 근의 형태로 계산되는 값이기 때문인 것으로 여겨진다. 마지막으로, 응력 불균일분포영역의 크기는 형상계수가 증가함에 따라 감소함을 알 수 있다. 그러나 시편의 형상계수가 이미 충분히 큰 값을 가지는 경우에는 형상계수의 증가가 가져오는 응력 불균일분포영역의 크기의 감소 효과가 그리 크지 않다.

후 기

본 논문은 2009 년 울산대학교 연구비에 의하여 연구되었음.

참고문헌

(1) Shin, K. B., Lee, J. Y., Lee, S. J., 2007, “A Study on Low-Velocity Impact Characterization of Various Sandwich Panels for the Korean Low Floor Bus Application,” *Transactions of the KSME (A)*, Vol. 31, No. 4, pp. 506~516.

(2) Hong, S. T., Pan, J., Tyan, T. and Prasad, P., 2006, “Quasi-Static Crush Behavior of Aluminum Honeycombs Specimens Under Compression Dominant Combined Loads,” *International Journal of Plasticity*, Vol. 22, pp. 73~109.

(3) Arcan, M., Hashin, Z. and Voloshin, A., 1978, “A Method to Produce Uniform Plane-Stress States with Applications to Fiber-Reinforced Materials.” *Experimental Mechanics*, Vol. 18, pp. 141~146.

(4) Papka, S. D. and Kyriakides, S., 1999, “Biaxial Crushing of Honeycombs-Part I: Experiments,” *Int. J Solids Struct*., Vol. 36, pp. 4367~4396.

(5) Papka, S. D. and Kyriakides, S., 1999, “In-Plane Biaxial Crushing of Honeycombs-Part II: Analysis,” *Int. J. Solids Struct*., Vol. 36, pp. 4397~4423.

(6) Gioux, G., McCormack, T. M. and Gibson, L. J., 2000, “Failure of Aluminum Foams Under Multiaxial Loads,” *Int. J. Mech. Sci.*, Vol. 42, pp. 1097–1117.

(7) Deshpande, V. S. and Fleck, N. A., 2001, “Multi-Axial Yield Behaviour of Polymer Foams,” *Acta Mater.*, Vol. 49, pp. 1859~1866.

(8) Chen, C. and Fleck, N. A., 2001, “Size Effects in the Constrained Deformation of Metallic Foams,” *J. Mech. Phys. Solids*, Vol. 50, pp. 955~977.

(9) Gdoutos, E. E., Daniel, I. M. and Wang, K.-A., 2002, “Failure of Cellular Foams Under Multiaxial Loading,” *Composites: Part A*, Vol. 33, pp. 163~176.

(10) Hong, S. T., Pan, J., Tyan, T. and Prasad, P., 2002, “Influence of Shear Loads on Crush of Honeycomb Materials,” SAE Technical Paper *2002-01-0683*, Society of Automotive Engineers, Warrendale, PA.

(11) Mohr, D. and Doyoyo, M., 2002, “Analysis of the Arcan Apparatus in the Clamped Configuration,” *J. Compos. Mater.*, Vol. 36, pp. 2583~2594.

(12) Doyoyo, M. and Mohr, D., 2003, “Microstructural Response of Aluminum Honeycomb to Combined Out-of-Pane Loading,” *Mechanics of Materials*, Vol. 35, pp. 865~876.

(13) Hong, S. T., Pan, J., Tyan, T. and Prasad, P., 2003, “Crush Strength of Aluminum 5052-H38 Honeycomb Materials Under Combined Compressive and Shear Loads,” SAE Technical Paper *2003-01-0331*, Society of Automotive Engineers, Warrendale, PA, 2003.

(14) Mohr, D. and Doyoyo, M., 2003, “A New Method for the Biaxial Testing of Cellular Solids,” *Experimental Mechanics*,Vol. 43, pp. 173~182.

(15) Doyoyo, M. and Wierzbicki, T., 2003, “Experimental Studies on the Yield Behavior of Ductile and Brittle Aluminum Foams,” *International Journal of Plasticity*, Vol. 19, pp. 1195~1214.

(16) Mohr, D. and Doyoyo, M., 2004, “Experimental Investigation on the Plasticity of Hexagonal Aluminum Honeycomb Under Multiaxial Loading,” *J. Appl. Mech.*, Vol. 71, pp. 375~ 385.

(17) Hong, S. T., Pan, J., Tyan, T. and Prasad, P., 2006, “Quasi-Static Crush Behavior of Aluminum Honeycomb Specimens Under Non-Proportional Compression-Dominant Combined Loads,” *International Journal of Plasticity*, Vol. 22, pp. 1062~1088.

(18) Hong, S. T., Pan, J., Tyan, T. and Prasad, P., 2008, “Dynamic Crush Behaviors of Aluminum Honeycomb Specimens Under Compression Dominant Inclined Loads,” *International Journal of Plasticity*, Vol. 24, pp. 89~117.

(19) O’Connor, D. J., 1989, ”A Comparison of Test Methods for Shear Properties of the Cores of Sandwich Constructions,” *Juornal of Testing and Evaluation*, Vol. 17, pp. 214~246.

(20) Hong, S. T., Pan, J., Tyan, T. and Prasad, P., 2007, “A Comparision of Two Crush Test Methods for Honeycombs Under Compression and Shear,” *Juornal of Testing and Evaluation*, Vol. 36, pp. 1~7

(21) ASTM C 273-00, 2000. Standard test method for shear properties of sandwich core materials. ASTM, Philadelphia, PA.