한국학교수학회논문집 제 13권, 제 2호
Journal of the Korean School Mathematics Society
Volume 13, Number 2, 323-343, June 2010

고등학교 수학 문제의 난이도 요인 분석을 위한 사례 연구[1)]

이광호[2)] · 고호경[3)]

본 연구는 고등학교 수학 문제의 난이도 예측에 있어 객관적인 방법이 아닌 주관적인 방법으로 예측할 수 있는 변인을 찾아보며 동시에 문제를 푸는 학생 개개인이 느끼는 어려움이 어떤 변인에 의해 주로 결정되는가를 살펴봄으로써 개별 문항에 대한 정답자의 비율을 살펴보는 정량적인 방법으로 분석되는 난이도를 문제를 푸는 학생 개인이 느끼는 정성적인 측면에서 분석해보고자 하였다. 고등학교 3학년 학생 6명을 2명 또는 3명의 팀으로 편성하여 3월에서 5월까지 3개월간 총 11회에 걸쳐 문제풀이 과정을 관찰하고 반구조화된 면담을 통해 학생 개개인이 느끼는 곤란함이 어떤 요인에 의한 것인가를 분석하여, 문제의 난이도는 내용·제재의 생소성, 행동영역, 문형, 문제의 복잡도 등의 요인에 의해 결정됨을 알 수 있었다.

주요용어 : 난이도, 내용·제재의 생소성, 행동영역, 문형, 문제 복잡도

Ⅰ. 서론

교육의 목적이 인간의 행동을 변화시키는 것이라면 교육평가의 목적은 교육이 행동변화를 가져왔느냐를 판단하는 행위라고 간단히 정의할 수 있다(성태제, 2002). 이러한 교육평가는 평가하고자 하는 대상과 평가의 목적에 따라 여러 가지 방법들을 사용하지만 상당히 많은 경우 지필평가를 통하여 평가의 공정성과 편리함을 도모한다. 특히 국가 단위로 치러지는 대학수학능력시험(이하 수능)과 같이 사회적 관심사가 집중되며 수험자 개개인에 미치는 영향이 매우 큰 시험은 지필고사 형태로 치러지며, 이런 경우 개별 문항의 평가목표에 대한 타당도, 신뢰도, 난이도 등은 항상 중요한 관심의 대상이 된다. 특히 수능 문항별 난이도 수준의 안정성과 적정성은 학교 교육뿐만 아니라 사회적으로도 매우 중요한 역할을 함은 주지의 사실이다. 이러한 점을 고려하여 교육인적자원부와 한국교육과정평가원은 수능의 난이도를 매년 비슷한 수준으로 적정수준을 유지하도록 하겠다는 방침(한국교육과정평가원, 2004)을 세워놓고 있으나 수능의 난이도를 매년 일정하게 유지하는 일은 매우 어려워 수능을 치른 이후 항상 난이도에 대해 사회 전체가 촉각을 곤두세우는 일이 반복된다. 이에 각 문항별 난이도를 정확히 측정하기 위하여 수능 출제진에 현직 교사를 일정부분 참여시키는 등의

---

1) 이 논문은 2010학년도 원광대학교 교비지원에 의해서 연구되었음.
2) 안산동산고등학교 (dldool@naver.com)
3) 원광대학교 (koho@wku.ac.kr)

노력과 더불어 난이도의 측정 모형 계발을 위한 여러 연구들이 진행되어 소기의 성과를 거두고 있다(김성훈 · 김재철 · 박문환, 2003; 고호경 · 이현숙, 2007). 그러나 이런 연구들은 개별 문항에 대한 정답자의 비율만을 살펴보는 정량적 접근이기에 문항 자체의 난이도를 설명함에는 충분하나, 문제를 푸는 학생 개인이 느끼는 난이도에 대한 설명으로는 부족하여 학교 현장에서 학생들을 지도함에 활용하기에는 아쉬운 점이 있다. 이에 본 연구는 학생 개인이 느끼는 막연한 어려움을 몇 개의 하위 영역으로 나누어 구체화함으로써 직관적이고 주관적인 난이도를 구체적으로 규명하고자 하며, 학교현장에서 학생들을 지도함에 있어 학생이 느끼는 어려움을 예측하기에 유용한 정보를 제공하며 더불어 개별 문항의 난이도 예측에 유의미한 정보를 제공함을 그 목적으로 한다.

Ⅱ. 문헌고찰

성태제(2002)는 교육평가를 교육프로그램에 대한 의사결정을 위하여 정보를 사용하거나 수집하는 과정이라 정의하며, 평가의 목적을 평가 대상의 가능한 정보를 수집하여 교육적 의사결정을 하거나 이를 도와주는 기능이라 하였다. 이러한 교육평가의 대상과 자료는 무한하며 교육과 관련된 어떠한 행위, 대상, 자료도 교육평가의 대상이 된다. 또한 평가는 한순간에 실시되고 종료하는 것이 아니라 지속적으로 이루어져 연속적인 평가로서 평가대상의 변화에 따른 성장 혹은 발전 등을 점검할 수 있다. 교육평가는 교육과 관련된 현상, 구성 요소에 대한 자료를 체계적이고 과학적으로 수집하여 장단점과 특징을 전문적으로 판단하는 주관적 행위라 할 수 있으며, 이 때 수집하는 자료에 따라 교육평가를 양적 평가와 질적 평가로 구분한다. 수능과 같은 양적 평가는 과학적이고 체계적이어서 신뢰성을 보장받을 수 있으나 평가 대상을 총체적으로 평가하기 어렵다는 점이 있으므로 그 각각의 문항이 고려해야 할 점은 많다. 먼저 측정하고자 하는 내용을 얼마나 정확히 측정하는지를 알 수 있는 문항의 타당도도 고려되어야 하며 대학입학시험으로서의 수능의 역할을 고려할 때 문항의 변별도도 높아야 하며 개별 문항의 난이도 또한 적절하여야 한다. 문항의 여러 특성 중 본 고에서는 난이도에 영향을 미치는 변인을 분석하고자 한다.

문항의 난이도는 크게 고전검사이론에 의한 방법과 문항반응 이론에 의한 방법으로 측정되는데, 고전검사이론에 의한 문항난이도(item difficulty)를 계산하는 공식은 다음과 같다.

$$(\text{문항난이도}) = \frac{(\text{총피험자 수})}{(\text{문항의 답을 맞힌피험자 수})}$$

문항반응이론에 의한 문항난이도는 문항특성곡선이 나타내는 문항의 답을 맞힐 확률이 0.5에 해당되는 능력수준의 점을 말하나(성태제, 2002), 본 연구에서 선정된 문항에 대하여 참조하는 자료들의 문항난이도는 고전검사이론에 의한 난이도이다.

난이도의 개념과 관련하여 조난심(2002)은 난이도와 내용수준을 구분할 필요가 있음을 지적하고 있다. 그는 난이도는 학생들이 풀기에 쉽거나 어려운 정도를 나타내는 것이며 내용수준은 수학 내용의 깊이를 표현하는 용어로 내용수준이 높더라도 난이도가 낮은 문항이 존재하고 내용수준이 낮더라도 난이도가 높은 문항이 존재한다. 그러나 현실적으로 볼 때, 대부분의 경우 내용수준이 높으면 난이도가 높고 내용수준이 낮으면 난이도가 낮음 또한 지적하고 있다.

수리영역의 문제 난이도 예측 모형 계발에 관한 연구는 그리 많지 않다. 이미 다른 영역에서는 문항 난이도 관련 변인에 관한 연구가 활발히 진행되고 있는 상황이며(예, Freedle과 Kostine, 1991, 1993; Scheuneman, Gerritz & Embretson, 1991; Alderson, 2000; Baumann과 Serra, 1984; 장경숙, 2005), 수학 부분에서의 내용 영역은 수학적 기초, 대수, 기하, 해석, 확률과 통계 순으로 정답률이 높았고, 행동 영역의 정답률은 계산, 간단한 이해, 외적 문제해결, 증명, 발견적 추론, 복잡한 이해, 내적 문제해결의 순이었다(이종승 외, 2003)는 연구가 발표된 바 있다. 또한 김성훈・김재철・박문환(2003)은 2001년에서 2003년까지의 수능 수리 문제에 대한 검토를 통하여 난이도의 예측 변인을 크게 내용영역과 행동영역, 내적요인, 외적요인으로 분류하고 이 중 내적요인으로는 문제의 형식, 제제의 생소성, 문제의 복잡도, 답지의 형식, 풀이절차의 복잡도, 풀이 방법의 다양성, 보조적 자료, 오답의 매력도로 나누고 외적요인으로는 문제의 배열 위치, 문제의 익숙도 등으로 독립변인을 나누었다. 또한 이러한 독립변인과 오답률의 상관계수 검사 결과, 내용영역과 답지의 형식은 다른 변인과 독립적이고, 기타의 요인들은 어느 정도 종속적인 요소들이 중첩되어 있음을 확인하고, 이를 여러 모형으로 검토하여 최종적으로 6개의 독립 변인이 난이도 예측과 관련 있음을 밝혔으며 이는 다음과 같다:

- 교사의 검토가 필요한 변인
  - v1 내용이나 제재의 생소성
  - v2 문제 해결에 필요한 개념의 수
  - v3 계산의 복잡성 정도
- 객관적인 변인
  - v4 내용영역
  - v5 행동영역
  - v6 문제의 형식(단답형, 합답형, 5지선다형 등)

또한 고호경・이현숙(2007)은 2002년에서 2006년에 걸쳐 실시된 전국연합학력평가(이하 연합평가) 수리 영역의 결과에 대해 연도별 1개 혹은 2개의 응시자료를 가지고 난이도 예측 요인을 분석하였으며 문제별 독립변인으로서 크게 내용 영역, 행동 영역, 문제의 형식(이하 문형)으로 나누고 이를 세부요인으로 나누어 분석을 시도하였다. 그 결과 ‘행렬 연산 및 역행렬’은 정답률과 정적 상관을 보이고 있고, ‘도형의 방정식’은 부적 상관을 보이는 등의 내용 영역에 따라 통계치 상으로 일정한 특성을 보이는 것이 조사되었으나 같은 내용 영역이라 할지라도 행동 영역이나 문형에 따라서 난이도가 달라짐을 확인하였으며, 내용 영역을 구성하는 독립 변인에 비해 행동 영역 및 문형을 구성하는 변인들이 정답률과 보다 큰 상관을 보이는 것을 보임으로써 문항의 난이도 결정 변인으로서는 전반적으로 내용 영역보다는 문형과 행동 영역을 구성하는 요인이 더 많은 역할을 한다고 하였다. 또한 문항의 난이도 측정에 있어서 객관화된 영역에 의한 분류만의 측정법에 한계가 있어 정성적인 방법에 의한 후속 연구의 필요성을 주장한 바 있다.

Ⅲ. 연구 방법 및 절차

1. 연구 대상 및 방법

본 연구는 문제를 푸는 학생 개개인이 느끼는 난이도의 독립변인을 분석함을 그 목적으로

하여 개별 문항에 대한 학생들의 문제풀이과정 관찰과 풀이과정에 대한 반구조화된 면담을 실시하여 난이도 관련변인을 분석하고자 하였다. 이를 위한 문항 선정, 대상 학생 선정, 면담일시 등은 다음과 같다.

가. 문제선정

각각의 문제풀이와 면담에 사용된 문제는, 문항 자체의 완성도가 높은 검증된 문제면서 동시에 정량적 방법으로 분석된 난이도를 활용할 수 있는 문항을 선정하고자 하였다. 수능문항이 일반적으로 문제의 완성도가 높으나, 수능의 결과는 비공개이므로 개별 문항의 난이도에 대한 자료를 활용할 수 없고, 연구대상자들이 수능을 준비하고 있는 학생들이어 이미 대다수 기출 수능문제를 풀어보았기에 문제의 난이도에 대한 정확한 자료를 얻을 수 없다는 점을 고려하여, 수능의 모의평가 형태인 연합평가의 문제를 사용하였다. 연합평가의 문제 분석 참고문헌을 통해 예상 난이도와 실제 난이도 간의 편차가 큰 문제를 우선 선정하여 직관적인 예상 난이도와 학생 개개인이 느끼는 실제 난이도의 차이를 관찰하고자 하였으며, 행동영역 및 문제 형식을 우선 고려하여 문제를 선정하였다.

연구에 사용된 문제의 목록 및 정답률 표는 표Ⅲ-1과 같다.

<표Ⅲ-1> 문제 목록

연번	연합평가 실시 시기	대상 학년	구분	내용영역	행동영역	문형	예상정답률/실질 정답률
1	2006년 4월	3	공통 8	행렬	이해	합답형	c / e
2	2006년 9월	2	가 23	무한급수	이해	단답형	b /e
3	2006년 4월	3	공통 17	수열	추론	정답형	e / c(d)
4	2006년 9월	2	공통 25	행렬	계산	단답형	b / d
5	2006년 4월	3	공통 25	수열	문제해결	단답형	e / c(d)
6	2005년 6월	1	11	문자와 식	이해	정답형	c / e
7	2006년 3월	3	나 13	행렬	내적 문제해결	정답형	c / d
8	2006년 3월	3	나 28	수열의 극한	이해	합답형	c / e
9	2006년 6월	2	나 22	로그	계산	단답형	a / e
10	2006년 3월	3	나 19	수학적 기초	이해	단답형	c / e

(a: 정답률 80% 이상, b: 정답률 60% 이상 80% 미만,
c: 정답률 40% 이상 60% 미만, d: 정답률 20% 이상 40% 미만,
e: 정답률 20% 미만, 실질정답률 중 괄호 안의 문자는 '수리나'형 정답률)

나. 연구 대상

문제풀이 및 면담에 참여한 학생의 선정 기준은 동일 학년, 다양한 수학실력을 갖춘 학생으로 성별과 수능 응시계열 등은 고려하지 않고 선발하고자 하였으며 실제 선정된 학생은 다음과 같이 선정되었다.

1) 학년 : 선정된 문제의 내용영역을 이미 학습한 학생 중에서 선정하여야 하므로 고등학교 3학년 학생을 선정함.
2) 학업 성취도 : 교사가 지켜보는 가운데 문제를 풀어야 한다는 점과 교사와의 면담에 대한 부담감 등으로 인해 실제 연구에 참여한 학생은 성적이 모두 우수하였음(2007년 3월 연합학력평가 기준).
3) 성별과 수능 응시계열 : 기타의 기준은 고려하지 않으려 하였으나 면담의 원활한 진행을 위하여 3월에서 5월까지 1년 동안 주당 4시간씩 본 연구자와 함께 수학Ⅰ을 학습한 한 반 학생들 중 교우관계를 고려하여 선정하여 결과적으로 인문계열 여학생을 선정함.
위와 같이 연구 대상 학생이 선정되어 본 연구는 학업성취도, 성별, 수능 응시계열에 대한 일반화에 일정 부분 한계를 지니게 되었다.

<표Ⅲ-2> 면담 참여 학생 명단

학생	성별	수능 응시 유형	등급 및 백분위(2007년 3월 연합학력평가 기준)
s1	여	수리나	2등급(95.2%)
s2	여	수리나	2등급(90.8%)
s3	여	수리나	2등급(91.5%)
s4	여	수리나	1등급(99.5%)
s5	여	수리나	2등급(93.2%)
s6	여	수리나	2등급(90.0%)

대상으로 참여한 학생의 명단과 학업성취도는 표2와 같다.

학생의 개별적인 수학적 특성은 다음과 같다.

- 학생 s1은 활달하고 대범한 성품이나 학업 면에서는 꼼꼼한 편으로 평상시나 수업시간 중에 질문을 활발히 하며 문제에 대한 자신의 느낌을 잘 표현하는 학생으로, 문제를 파악하고 이해함에 있어서는 조금 느린 편이나 문제 해결에 있어 열의를 가지고 끈기있게 노력하는 학생으로 학성성취도도 우수한 학생이다.
- 학생 s2는 새침하나 간혹 자신의 감정을 너무 솔직히 표현하여 주위 사람을 당혹하게 만들기도 하는 학생으로 수학에 대해 열심을 가지고 있으며 자신의 수학 실력에 다소 자신감을 가지고 있는 학생이다.
- 학생 s3은 차분한 성품으로 얌전하며 학업에 열의가 있고 자신의 수학 실력에 자신감을 가지고 있으나 학업성취도는 아직 자신의 기대치에 미치지 못하여 사교육을 통하여 학업성취도를 올리기 위하여 노력하고 있는 학생이다.
- 학생 s4는 2006년 동안 수학 공부를 열심히 하여 스스로도 놀랄 정도로 학업 성취도가 많이 향상되었으나, 아직 수학문제해결에 자신감을 가지진 못하고 있는 학생으로 문제를 파악하고 이해하는 능력이 뛰어나다. 또한 지난 학년의 학급 반장이었기에 은연중 학생들을 이끄는 위치에 있는 학생이다.
- 학생 s5는 활달하여 항상 밝게 생활하고자 노력하여 분위기 메이커의 역할을 하는 학생으로 수학공부에 열의가 있으나 자신의 수학실력에 대한 자신감이 부족한 학생으로 연구에 참여한 다른 학생에 비하면 계산능력이 조금 부족한 편인 학생이다.
- 학생 s6은 간혹 직설적인 표현을 하여 다른 학생을 불편하게 만들 때도 있으나 금방

화해하고 친구들과 잘 어울리는 대인관계가 좋은 학생으로 수학공부에 열심은 있으나 자신감이 부족하며 평소 수업시간 중에 질문은 거의 하지 않는 학생이다.

6명의 면담 대상 학생 모두 수능 '수리나'형 응시예정자로 학업성취도는 우수한 편이나 자신의 실력, 또는 학업성취도에 아직 만족하지 못하여 평소 수학 공부에 열심인 학생들이다.

다. 면담

각각의 면담은 문제 별 3분에서 10분 정도의 풀이시간을 가진 후 학생들이 느낀 문제의 난이도와 풀이과정의 어려움에 대하여 자유롭게 이야기하는 반구조화된 면담 형식으로 실행되었으며, 학생들의 시간을 효율적으로 활용할 수 있도록 점심, 저녁 식사시간을 주로 이용하여 매회 30분에서 1시간 정도 진행하여 3월 13일부터 5월 30일까지 총 11회 진행되었으며 면담 진행 일자는 표3과 같다.

면담 진행시에는 학생의 풀이과정을 정확히 관찰하기 위하여 녹취와 함께 연구자의 필드 노트로서 체크리스트를 사용하였다.

<표Ⅲ-3> 면담 대상 및 해당 문제 번호

연번	일자	면담 대상 학생	문제 번호
1	03월 13일	s5, s6	1, 2
2	03월 15일	s1, s2	1, 2
3	03월 22일	s1, s2	3, 4
4	03월 23일	s5, s6	3, 4
5	03월 27일	s3, s4	5
6	03월 28일	s5, s6	5, 6
7	04월 02일	s3, s4	1, 2
8	04월 05일	s1, s2	7, 8
9	05월 23일	s1, s3, s4	9
10	05월 29일	s2, s5, s6	9
11	05월 30일	s1, s3, s4	10

Ⅳ. 연구 결과 및 분석

학생들이 개별 문제에 대하여 보인 반응은 다음과 같다.

문제1은 보기 ㄷ의 반례를 찾기가 어려웠던 문제이다. 학생들은 보기 ㄱ, ㄴ 의 형태는 교과서나 참고서 등에 많이 나오는 전형적인 형태로 인식하며 참, 거짓을 쉽게 판단하였으나, 조금 낯선 형태의 보기 ㄷ은 틀렸다고 인식하면서도 반례를 찾기 어려워했고, 답지의 구성상 매력적인 오답이 포함되어있어 보기 ㄷ의 진위 판단을 유보하는 경향을 보였다.

학생들은 대화 3~8, 9~12에서 나타나듯 합답형 문제에 대하여 참과 거짓을 판별하고 나서도 선택한 답지가 정답이 아닐지도 모른다는 불안감, 즉 매력도 높은 오답에 대한 심리적 부담감을 가지고 있었다. 또한 대화 13~16에서 행동영역과 관련하여 합답형이 어렵다고 생각함을 알 수 있다. 즉 행동영역 중 난이도가 높은 추론이나 복잡한 형태의 이해문제 등이

합답형 문형으로 출제되는 경우가 많으므로 다양한 문형 중 합답형의 난이도가 높다고 생각하게 된다.

가. 문제 1

이차 정사각행렬 A, B에 대하여 <보기>에서 옳은 것을 모두 고르면?
(단, E는 단위행렬, O는 영행렬이다.) [3점]

<보 기>

ㄱ. $A+B=E$이면 $A^2-B^2=A-B$이다.
ㄴ. $A^2=2A$이면 $A=0$ 또는 $A=2A$이다.
ㄷ. $AB=A$이고 $BA=B$이면 $AB=BA$이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[면담 1]

교사 : 근데, 행렬이라는 단원 자체는 어렵지 않잖니?
s1 : 그래도 이런 형태(합답형)는 어려워요. 참인지, 거짓인지.
교사 : 이런 문제가 헷갈린다는 거니?
s1 : 풀고 나서도 왠지 뭔가 빠뜨린 듯한 느낌이에요.
교사 : s2는 어떻니?
s2 : 싫은 것은 아니지만 다른 문제들은 계산하면 답이 딱 나오잖아요? 근데, 이런 문제들은 그렇지 않아요.
교사 : 그러면 ㄱ, ㄴ, ㄷ이라는 것보다는 이런 진위 형태의 문제가 어렵다는 거니? 참인지 거짓인지 판단하는 것이?
s1 : 그건 아니구요. ㄱ은 맞고 ㄴ은 틀리고 하는 것들이 답 쓰기가 부담스러워요. ㄱ은 맞지만 ㄱ을 포함하고 있는 다른 보기가 있으면 답을 쓰기가 힘들잖아요?
s4 : 행렬에서요 이런 식으로 나오면 모르면 아예 못 푸는 것이잖아요? 그래서 싫어요.
s3 : 행렬이나, 수열이 극한 같은 단원에서도 그래요.
교사 : 어떤 성질을 물어봤을 때 모르면 쓸 수 없고, 하나 모르면 오답이 생길 수 있으니 더 부담스럽고?
s3, s4 : 네. 부담스러워요.
(중략)
교사 : (문형 설명 후) 증명이나 추론문제가 부담스럽다면 괄호 넣기(완성형)는 어떠니?
s3, s4 : … (부담스러운 듯 대답 없음).
교사 : 증명이나 추론 문제는 부담스럽다?
s3, s4 : 네.

나. 문제 2

무한수열 $\{a_n\}$에 대하여 $\sum_{n=1}^{\infty}\left(a_n - \frac{5}{2}\right) = \frac{3}{2}$일 때, $\lim_{n\to\infty}\frac{a_n+3}{a_n-2}$의 값을 구하시오. [3점]

문제2는 예상 정답률 b에 비하여 실제정답률이 e로 난이도가 3단계 차이가 났으나 연구에 참여한 학생들은 성취도 수준이 상위인 학생들이었으므로 모두 쉽게 풀고 자신감을 보였다.

대화 17~23에서 보듯이 무한급수의 문제를 보자마자 익숙한 방법인 시그마 계산을 시도하였던 학생의 경우 잠시 혼란을 겪기도 하였으나 디딤돌(Stepping Stone)에 해당하는 무한급수의 극한과 수열의 극한값과의 관계를 기억하고 곧 정답을 찾았음을 볼 수 있다. 이 디딤돌을 생각하지 못한 많은 학생들은 문제풀이과정에서 곤란하였을 것임을 대화 24~27을 통하여 알 수 있다.

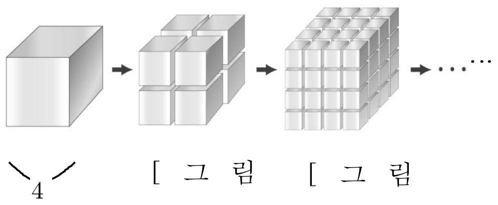
또한 대화 30~33에서 학생 s1은 단답형 문형에 대하여 오히려 자신감을 보여 단답형 문형이라도 경우에 따라 난이도에 영향을 미치지 않음을 보여준다.

[면담 2]

교사 : 난이도는 어떻니?
s1 : 매우 쉽다.
s2 : 쉽다. 이 정의(무한급수의 수렴과 수열의 극한값과의 관계)를 모르면 틀릴 수도 있어.
s1 : 아 맞아. 쉽다.(매우 쉽다에서 한 단계 올림)
s2 : 선생님. 이거 정답률 100%죠? 아…, 모르는 애들도 있겠다. 모르는 애들은…(잘못 푸는 방법 설명) 이렇게 했겠다.
s1 : 난 이렇게 했어(틀린 방법).
s2 : 나도 처음에 그렇게 했다가 바꿨어.
(중략)
교사 : 그게(무한급수와 수열의 극한의 관계) 떠오르는 순간 바로 계산이 되 버리는 거네.
s1, s2 : 네.
교사 : 그럼 그게 생각이 안나면?
s1 : 망해요.
(중략)
s2 : 시험에 나오면 정답률 100%겠다.
s1 : 너무 그러지 마. 이거 모르는 애들도 있어.
교사 : 정답률 20%라고 했잖아? 그리고 단답형이라서 어려울 수도 있잖아?
s1 : 모의고사는 단답형 문제들이 더 쉽던데….

다. 문제 3

한 변의 길이가 4인 정육면체가 있다.
[그림 1]은 이 정육면체의 각 모서리를 수직이등분하여 분리된 정육면체들을 나타낸 것이다.
[그림 2]는 [그림 1]의 정육면체들의 각 모서리를 수직이등분하여 분리된 정육면체들을 나타낸 것이다.
(1회 시행 후)(2회 시행 후)



이와 같은 시행을 계속해 나갈 때, 5회 시행 후 분리된 모든 정육면체들의 겉넓이의 합은? [4점]

① 3×2^{10} ② 3×2^{12} ③ 3×2^{15} ④ 3×2^{17} ⑤ 3×2^{20}

문제 3은 예상 정답률보다 실제 정답률이 더 높게 나온 문제지만 학생들은 오히려 어렵게 푼 문제이다. 대화 35, 38번에서 학생 s2는 문제에 대한 첫인상으로 도형에 대한 거부감과 함께 무조건적인 어려움을 말하고 있으며 이는 대화 50~54에서 알 수 있듯이 학생 s2가 문장제 문제인 외적관련 문제에 대한 거부감을 가지고 있기 때문이다. 그러나 학생 s2의 문제 풀이는 특별한 어려움 없이 이루어졌다.

한편 학생 s1은 7분이 지났음에도 불구하고 문제를 풀지 못했으며 대화 41에서 풀 수 있을 것 같은데 풀지 못함을 이야기한다. 연구자(교사)는 문제풀이 과정에 개입하며 학생이 겪는 어려움을 파악하고자 하였다. 학생 s1은 공간도형을 평면도형으로 착각하였고 답이 답지와 전혀 달라 자신감을 잃은 상태로 자신이 한 실수는 인식하지 못하고 있는 상황이었고 대화 51, 52에서 볼 수 있듯이 단순한 실수를 하였으나 오랜 시간 동안 문제를 풀지 못해 불편한 심리상태를 보여 다음 문제 4의 풀이에까지 영향을 미쳤음을 [면담 4]에서 알 수 있다.

[면담 3]

교사 : 어려워 보이니?
s1 : 네. 도형 나오니 확… (말 끝을 흐린다).
(잠시 침묵)
s2 : 풀었어요.
교사 : 어땠어?
s2 : 처음 딱 봤을 때는 도형이라 어려웠었는데…. 알았어요(풀었어요).
교사 : s1은 계속하고(풀고) 있는 거지?
s1 : (자신없는 목소리로) 네.
(전체 3분 경과)
s1 : 모르겠어요.
교사 : 왜? 문제가 낯서니?

s1 : 아뇨 낯설지 않은데. 할 수 있을 것 같았는데….
교사 : 음. 이 문제는 어떤 단원 문제인 것 같니?
(잠시 기다린다)
s1 : 수열 (이 후 문제를 다시 푼다).
(중략, 7분 경과)
교사 : s2는 앞 문제(문제 3)에 대해 이야기 해보자. 특별히 어려운 점은?
s2 : 딱 처음 봤을 때 복잡해 보이다는 점.
교사 : 문제가 복잡해보여 어려워 보이는 거니, 도형이 나와 그런거니?
s2 : 이런 문제 나오면 좀.
교사 : 이런 문제라는 건, 단계(시행)별로 나오는 것?
s2 : 문장제로 나오는 거요.
(중략, s1의 문제풀이과정에 개입하여 학생이 겪는 어려움을 파악함)
교사 : 2의 제곱이 아니잖아?
s1 : 네? 아, 8개다.
(중략, 학생 s1의 실수에 관한 이야기 후)
s1 : 아(한탄), 왜 놓친 줄 모르겠어요.

라. 문제 4

단위행렬의 실수배가 아닌 이차정사각행렬 A에 대하여 $(A+E)^2=3A+2E$가 성립하면 $(A+E)^3=aA+bE$이다. 두 실수 a, b의 곱 ab의 값을 구하시오. (단, E는 단위행렬이다.) [3점]

문제 4는 내용영역은 문제 1과 같이 행렬이지만, 행동영역은 계산으로 문제 1과 다르다. 두 문제로 단순 비교하기는 어렵지만 학생들이 문제 1은 어려워했으나, 문제 4는 손쉽게 풀었음을 보면 내용영역보다는 행동영역이 난이도에 영향을 더 미침을 알 수 있다. 또, 문제 2와 같이 문형이 단답형이지만 이것만으로 난이도가 높아지진 않음을 대화 68에서 알 수 있다.

[면담 4]
교사 : 이제 뒤의 문제 이야기해보자. s2는 쉽게 풀었니?
s2 : 네. 쉬웠어요.
교사 : 바로 계산해서 답 구하는 것 같던데?
s2 : 네.
(중략, 문제 풀이를 살펴보며)
s2 : 네. 다른 방법이 있나요?
교사 : (제곱에 곱하는 방법 설명) 이게 조금 빠른 것 같긴 한데…. 아마 거의 같을 것 같애. 그리고 이 문제는 단답형이거든 단답형이니까 더 틀리진(난이도가 높진) 않을까?
s2 : 아닐 것 같아요. 주관식이라도 그냥 나오니까.
교사 : s1은 오늘 컨디션이 안 좋은 것 같네
s1 : (무응답)

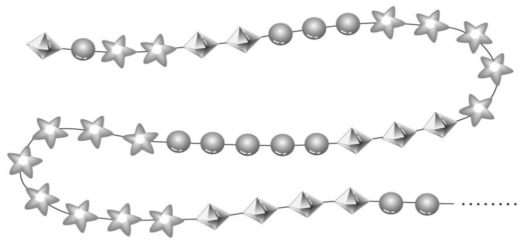
마. 문제 5

어떤 학생이 계발활동 시간에 목걸이를 만들고자 한다. 그림과 같이 세 종류의 인조 보석 , ,  을 사용하여 처음에는  1개,  1개,  2개를 꿰고 난 뒤, 다음 규칙을 순서대로 반복한다.

Ⅰ.  는 바로 전 단계에 꿴  의 개수보다 1개 더 많이 꿴다.

Ⅱ.  는 바로 전 단계에 꿴  의 개수보다 2개 더 많이 꿴다.

Ⅲ.  는 Ⅰ과 Ⅱ에서 꿴  과  의 개수를 더한 만큼 꿴다.



인조 보석 200개를 사용하여 목걸이를 만들었을 때, 목걸이에 있는  의 개수를 구하시오.

문제 5는 예상 정답률보다 실제 정답률이 높게 나왔으나 본 연구에 참여한 학생들은 문제 풀이시간이 평균 7분 정도로 상당히 오랜 시간 동안 문제를 풀었고 대화 71~75, 78와 대화 88~94에서 문제가 어렵다는 반응을 보이는 등, 복잡한 조건으로 인해 문제를 착각하여 풀 가능성도 높은 문제로 문제의 복잡도가 난이도에 영향을 미침을 보여주는 문제이다. 특히 규칙과 수열의 수가 각각 3개씩인 것은 다른 문제에 비해 복잡하여, 문두의 형태는 그림을 설명하고 있음에도 불구하고 문제풀이에 대한 부담감을 가중시켰다.

또한 학생 s3은 규칙을 생각하지 않고 단지 그림에서 찾을 수 있는 처음 몇 항의 숫자의 규칙성에서 피보나치 수열로 판단해 풀이에 혼선을 빚었고, 학생 s4도 처음 몇 항이 피보나치 수열과 숫자가 같다는 사실은 인식하고 있었다. 이 문제는 단답형으로 출제되어 자신의 답이 맞는지 확인하기 위하여 풀이과정을 다시 점검해보아야 하지만 풀이과정이 길어 부담스러웠음을 면담 5에서 알 수 있다.

[면담 5]

교사 : 처음 딱 봤을 때 문제가 복잡하게 보였니?
s3 : 네.
s4 : 그림이 현란하고…. 또 4점짜리잖아요?
교사 : 점수도 조건이 되지.
s4 : 늘 보던 문제는 수열이 보통 2개인데 이건 3개잖아요?
(중략, s3, s4 문제 풀이 과정 설명 후)
교사 : 그럼 별로 낯선 문제가 아닌 것 아니니?
s4 : 그래도 낯설었어요.
(중략, s4의 풀이과정 중 착각한 부분 설명 후)

s4 : 그리고 군수열인 줄 알았어요.
교사 : 피보나치수열인 줄 알았구나.
s3 : 여기 그림까지 피보나치 수열이에요.
s4 : 여기까지 피보나치 수열과 숫자는 같아요.
(중략)
교사 : 단답형이라 부담스럽진 않았니? 답지가 없으니까 맞는지 확인이 안되잖아?
s3, s4 : 부담스럽죠.
[면담 6-1]
교사 : 어렵지? 근데 뭐가 어렵니? 문제보면 어렵다고 생각들어?
s5 : 네.
s6 : 이런 형태는 영….
교사 : 이런 형태란 건? 그림? 보기(규칙)의 Ⅰ, Ⅱ, Ⅲ?
s6 : 그림은 괜찮은데요. Ⅰ,Ⅱ까진 괜찮아도 Ⅲ이….
교사 : s5는 Ⅲ번에서 더하는 것이 싫다? s6은?
s6 : 이런 것 싫어요.
교사 : 이런 거란 것은? 문장제 문제?
s6 : 일단 처음에 다 읽어보지도 않고 부담스러워요. 그림 있고 조건(규칙) 나와있고….

바. 문제 6

두 회사 A, B의 월 전화요금은 다음 표에 의하여 기본요금과 추가요금의 합으로 계산한다.

회사	기본요금	추가요금
A	a	한 통화당 a의 1%
B	b	한 통화당 b의 2%

두 회사의 월 전화요금이 같게 되는 통화수가 존재할 때, A회사의 월 전화요금이 B회사의 월 전화요금보다 적게 되는 통화수 x의 범위는? (단, 두 회사의 기본요금은 다르다.) [4점]

① $x > \frac{100(b-a)}{a-2b}$ ② $x < \frac{100(b-a)}{a-2b}$ ③ $x < \frac{100(2b-a)}{a-b}$

④ $x > \frac{100(2b-a)}{a-b}$ ⑤ $x > \frac{100(b-2a)}{a-b}$

문제 6은 구체적인 수치를 대신한 문자의 사용과 함께 백분율로 주어진 문제의 조건, 그리고 답지의 복잡함이 부담스러운 문제이다.

학생 s6은 실생활문제, 특별히 퍼센트로 연상되어진 소금물 등의 농도문제를 싫어한다고 하였으나 문자가 많이 사용되었기에 문제와 답지 자체는 복잡해 보이지만 실제 문제 풀이에는 크게 영향을 미치지 않았다고 하였다. 또한 학생 s5와 s6은 상위권 학생에게 많은 문자의 사용은 정답률에 영향을 미치지 않으며, 오히려 문자의 사용이 계산을 편리하게 해 주는 측면도 있음을 이야기하며, 이런 문제를 어려운 문제들과 함께 출제한다면 풀지 않는 학생들도 꽤 있을 것이라고 하였다. 또한 대화 125에서 학생 s5는 행동유형 중 추론형이 더 어렵다고 이야기한다. 이를 통해 행동유형과 문제배열이 난이도에 영향을 미침을 알 수 있고 문제의 복잡도도 일정부분 난이도와 변별도에 영향을 미침을 알 수 있다.

[면담 6]

s6 : 전 이런 거 싫어해요. 농도문제 같은 거. 틀리고 그런 건 없지만….
교사 : 문자 때문이니 %(농도) 때문이니?
s6 : 딱 무엇때문이라 할 순 없지만 이런 것 싫어요.
교사 : 음, 그럼 보기(답지)를 가리고 보면 어떻니? 덜 복잡하게 보이지 않니?
s6 : 네. 그래요 보기(답지)가 더 어려워보여요.
s5 : 네. 그래요.
교사 : 풀어보니까 많이 복잡하지는 않다?
s5 : 네.
교사 : 이런 형태는 낯선 문제니? 아니니?
s6 : 낯설진 않아요.
교사 : 많이 풀어본 형태네. 그럼 문자가 많아서 힘들진 않았니?
s5 : 전 문자가 더 나아요.
교사 : 통화수 x로 나와 있는 거니까. 숫자가 직접 나오는 것이 좋니?
s6 : 전 숫자가 더 좋아요.
교사 : 숫자면 바로 계산이 되니까?
s6 : 네.
(중략, s5, 자신의 풀이 설명)
교사 : 그럼 이 문제는 복잡한 것이니?
s5, s6 : 아니요.
교사 : 그럼 이 문제를 어려운 문제들 사이에 숨겨둔다면 어떨 것 같아?
s5 : 그럼 (문제 풀기를) 포기하는 학생들도 있을 것 같아요
교사 : 문자대신에 숫자를 준다면 좀 더 간단히 보이겠지? 음. 문자로 나와 계산하는 데 더 오래 걸리진 않은 거니?
s5 : 네.
s6 : 오히려 문자가 더 계산하기에 편하기도 해요. 보기에는 부담스러워도요.
교사 : 문제가 이해하기 어렵지는 않았니? 말들이?
s5 : 아니요.
교사 : 이런 문제는 실생활 문제잖아? 이런 유형 싫니?
s6 : 풀어보면 어렵지는 않은데, 어렵다고 생각되요.
s5 : 전 괜찮아요. 오히려 전 식으로 주고 다른 것 찾아내는 게(추론형) 더 어려워요.

사. 문제 7

7. 5 이하의 세 자연수 x, y, z에 대하여 두 행렬 A, B를 $A=\begin{pmatrix} x & y \\ 1 & z \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} \log x & \log y \\ 0 & \log z \end{pmatrix}$라 하자. A의 역행렬 A^{-1}가 존재할 때, $A^{-1}BA=B$를 만족시키는 행렬 A의 개수는? [4점] ① 1 ② 2 ③ 4 ④ 8 ⑤ 16

문제 7은 간단한 역행렬의 계산 규칙과 로그의 계산을 알면 해결할 수 있는 문제였으나 계산의 정도가 조금 많은 편이었다. 학생 s6은 대화 내용에서 알 수 있듯이 계산이 복잡하지는 않았다고 대답하지만 계산의 양이 많아 귀찮다는 반응을 보였다. 학생 s6의 반응으로 계산의 복잡성은 난이도에 일정부분 영향을 미치나, 성적이 우수한 학생의 정답률에 큰 영

향을 미치지는 않는다는 것을 알 수 있다. 그러므로 계산의 복잡성은 예외적인 경우를 제외하면 난이도에 미치는 영향은 조금 적다.

[면담 7]
교사 : 문제는 어떠니? 보통이라고 표시했네.
s6 : 답 틀렸어요?
교사 : 왜? 틀렸을 것 같아? 갑자기 불안해졌니?
s6 : (약간 자신 없게) 아니에요. 맞을 거예요.
(s5, s6 풀이과정 설명)
계산이 복잡하지는 않았고?
s6 : 아니요.
교사 : 이 정도는 할만한 계산이었다?
s6 : 노가다(단순반복계산)처럼 느껴져요. 짜증나요.
교사 :계산이 복잡하지는 않지만 계산의 정도가 많다?
s6 : 네.

아. 문제 8

8. 세 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$, $\{c_n\}$에 대한 옳은 설명을 <보기>에서 모두 고른 것은? [3점]

<보 기>

ㄱ. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$이 모두 수렴하면, 수열 $\{b_n\}$은 수렴한다.

ㄴ. $\lim_{n\to\infty}(a_n-2b_n)=0$ 이고 $\lim_{n\to\infty}b_n=1$이면 $\lim_{n\to\infty}a_n=2$이다.

ㄷ. $a_n<b_n<c_n$이고 $\lim_{n\to\infty}(c_n-a_n)=0$이면, 수열$\{b_n\}$은 수렴한다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

문제 8은 학생 s3이 언급한 수열의 극한과 관련된 합답형 문제이다. 학생 s6은 면담 8에서 언급한 것과 같이 한번 풀어본 기억이 있어 금방 문제를 해결하였다. 반면 학생 s5는 보기 ㄷ이 거짓이라 생각하고 있었으나, 적절한 반례를 생각하지 못하여 면담 8에서 확인하듯이 정답을 선택하지 못하였다. 보기 ㄷ의 경우 두 학생 모두 반례를 만드는 것에 대해 부담스러웠음을 확인할 수 있다.

학생 s6이 대화 154~156에서 언급하는 삼각함수는 수리나형 응시 학생들이 항상 부담스러워하는 내용영역이기도 하다. 대화 162~166에서 학생 s5는 반례를 찾는 문제에 대하여 행렬 단원과 극한 단원을 비교하며 같은 합답형이라도 내용영역에 따라 난이도가 다름을 지적한다. 내용영역과 내용수준은 난이도에 영향을 미침을 알 수 있다.

[면담 8]
교사 : 어렵다고 표시했네.
s6 : 네.
교사 : ㄱ, ㄴ, ㄷ(합답형) 형태가 싫었니?

s6 : 네. 근데 이거는 정형화된 형태에요.
교사 : 음. 하나 하나는 알고 있는 형태였다는 거니?
s6 : 네.
교사 : 아까 풀 때, ㄷ 반례를 빨리 잡던데?
s6 : 네. 한번쯤 풀어 본 거에요.
(잠시 후)
s5 : 선생님 이거(ㄷ) 안 풀면 안되요?
교사 : 찍어도 돼. 안풀리니?
s5 : 네.
(s6, 풀이 설명 후)
교사 : ㄱ, ㄴ, ㄷ 중에서 가장 어려운 것 고르면?
s6 : ㄷ, 생각 못할 것 같아요.
교사 : 근데 한번 풀어본 기억이 나서 쉽게 풀었다는 것이고?
s6 : 네. 그런 것 같아요.
교사 : 막상 생각이 안 날 수도 있고 그럼 당황할 것 같다. (s5를 가리키며) 여기 당황한 애 있잖아?
s5 : 아. 선생님 모르겠어요. (못풀어도) 봐주세요.
(보기 ㄷ에 관한 설명 후)
교사 : 극한 쪽에서 까다로운 것들이 있지.
s6 : 삼각함수랑 섞이면 싫어요.
교사 : 음. 비교할 때 삼각함수를 많이 사용하기는 하지. 복잡하지는 않았지?
s6 : 네.
교사 : 문제가 수식으로 쓰여 있어서 이해가 안되진 않았지?
s5, s6 : (이해하기 어렵지 않았다는 듯 끄덕임)
교사 : 이해는 됐는데 ㄷ 같은 경우에서 판단하기(반례 생각하기)가 조금 곤란하다는 거니?
s5 : 얼마 전에 이거 했었는데 이런 반례 있었는데, 반례가 기억이 안났어요.
(중략, 합답형에 대한 이야기)
교사 : 극한의 합답형? 알아야 될 성질이 너무 많다?
s5 : 행렬은 반례 안 찾고도 할 수 있잖아요?
교사 : 안되는 성질을 아니까?
s5 : (보기 ㄷ을 가리키며) 예는요, 반례가 너무 많아요. 그리고 절대값이랑 섞이면 너무 어려워요
(중략, 반례에 대한 이야기)
s5 : 아 근데요, 반례가 삼각함수로 되어있는 것도 나오고 그러잖아요? 근데 시험볼 때 이런거 어떻게 생각해요? 처음 봤다고 하면?

자. 문제 9

9. $\log_2(2^{206}-2^{205}-2^{204})$의 값을 구하시오. [3점]

문제 9는 예상정답률은 a이나 실제정답률은 e가 나온 문제로, 두 정답률의 차가 가장 큰 문제이다. 면담 9에서 볼 수 있듯이 문제의 외형은 로그로 주어져 있으나 실제 계산이 지수법칙에 의해 계산되는 낯설음이 이 문제의 난이도를 높인 중요한 요소이다. 그러나 지수의

계산에 익숙한 학생들은 처음에는 당황했을지라도 문제 풀이를 시도하는 과정에서 잘 계산하여 정답을 이끌어냈음을 알 수 있다.

또한 대화 183-184에서 볼 수 있듯이 지수의 밑과 로그의 밑이 학생들에게 익숙한 수인 2로 주어진 사실 또한 문제 풀이에 도움을 주었고, 학생들은 대화 176에서 보듯이 문제의 난이도를 중간 정도로 어렵지 않다고 평가했으나 로그의 진수 부분에서 지수 계산을 한 것은 그 자체로는 어렵지 않으나 로그의 성질이 아니어 낯설어 당황하게 하는 요인이 되었다. 즉 소재는 익숙하나 그 결합법이 생소하여 문제의 난이도가 높아졌다.

[면담 9]

교사 : 어렵다는 것은 전혀 없니?
s4 : 처음볼 때 '혹' 했어요.
교사 : 당황스러웠니? 그런 느낌을 받은 이유는?
s1, s3 : 로그(괄호) 안에 마이너스가 있어서.
교사 : 만약에 묶어내는 것을 생각 못했다면?
s1, s4 : 못 풀죠.
(중략, 풀이에 관한 이야기)
s3 : 그래도 다 묶어 낼걸요?
s4 : 난 안 묶고 했는데?
교사 : 정답률이 어느 정도 될 것 같니?
s1, s3, s4 : 60% ?
교사 : 15%
(웃음)
교사 : 정답률이 15%밖에 안 나온 이유가 뭘까?
s1 : 묶어내기?
s4 : 지수가 솔직히 너무 커요
교사 : 아예 단답형이고?
s4 : 네.
교사 : 밑이 2라는 것이 힌트가 되었니?
s3 : 저는 (로그가) 없어지겠구나 하고 힌트가 되었어요.

차. 문제 10

10. 그림과 같이 한 개의 직사각형을 6개의 직사각형으로 나누었을 때, 6개의 직사각형의 넓이가 각각 8, a, 9, b, 6, c 이었다. $a(b+c)$의 값을 구하시오. [3점]

8	a	9
b	6	c

문제 10은 두 가지의 풀이가 가능한 문항으로, 직사각형의 넓이를 가로 세로의 곱으로 각각 구하여 비교하는 풀이가 일반적이나 미지수가 많아 계산의 양이 많아지며 당혹감을 느낌을 면담 10에서 보게 된다. 한편, 직사각형에서 대각선 방향으로 마주 보는 사각형의 넓이의 곱이 같다는 사실을 발견하면 쉽게 풀어지나, 첫 번째 풀이를 생각하고 있는 상태에서는 두 번째 풀이를 생각하기가 어려웠다(대화 192-194). 학생 s1, s5, s6은 세 명 모두 첫 번째 방법으로 풀었으며 일반적인 문제보다 문자의 수가 많아 당황했고, 이런 문제의 생소함이 난이도가 높아지는 요소가 됨을 확인할 수 있다.

[면담 10]

교사 : (3분 경과) 잘 안돼?
s1, s3, s4 : (무응답)
교사 : 답은 셋 다 구했는데?
s3 :이상하게 풀었어요.
s4 : 헤맸어요.
(중략)
s3 : 미지수가 너무 많더라구요. 그냥하니 5개나 돼서 답이 나올까 했는데 나오더라구요.
s4 : 미지수가 5개나 있어.
(중략)
교사 : 문제에서 주어진 식 $a(b+c)$를 보면 더 빨리 구할 수 있었니? 왜 하필 이렇게 물어봤을까?
s3, s4 : 아니요. 음….
(중략, 힌트 및 문제풀이 제시)
교사 : 그럼 이 문제는 어렵니? 아니면 안 어렵니?
s1 : 당황스럽긴 한데.
s4 : 당황스러워도 어렵진 않아요.
(중략, 각자의 풀이 검토)
교사 : 어떻든 풀만은 하다? 문자 5개 잡아서 풀면 되니까?
s4 : 풀려고 시도하기가 쉽지 않을 듯도 해요(문자가 너무 많아서). 시도하기만 하면 되는데.
교사 : (변별도 낮은 것을 볼 때) 작년에 상위권 학생도 이 문제는 많이 틀린 것 같아.
s4 : 시간이 부족해서 아닐까요?

V. 결론

각 문제별 학생 면담을 통하여 정리한 난이도결정 독립변인들은 다음과 같다:

• 내용·제재의 생소성

생소한 내용이나 제재, 문제의 구성법은 문제의 난이도를 높게 평가하는 가장 중요한 요인이 되며 익숙한 내용이나 제재는 난이도를 낮게 하는 요인이 된다.

학생들에게 상대적으로 익숙한 외적 관련 문제였던 문제 3과 5는 예상 정답률은 e였으나 실제 정답률은 인문계열 d와 자연계열 c로 출제자들의 예상보다 실제정답률이 높게 나왔다. 그 이유는 문제 3의 경우 등비수열의 외적관련문제가 학생들에게 익숙하였고, 시행횟수가 5회로 비교적 작아서 일반항을 구하지 않고도 단순히 계산하여 풀 수 있는 방법도 있었기 때문이며(한국교육과정평가원, CAT 2006-10-2, p121), 문제 5의 경우 200개라는 숫자가 지나치게 큰 수는 아니므로 규칙적으로 수를 세어보는 과정에서 충분히 구할 수도 있다는 점과 특별한 수학적 지식을 사용하지 않고도 문제를 해결할 수 있는 여지가 있었기 때문이다(한국교육과정평가원, CAT 2006-10-2, pp131~132).

한편 내적 관련 문제였던 문제9에서는 지수와 로그 자체는 익숙하였으나 로그의 진수부분에서 지수를 계산해야하는 문제가 익숙하지 못해 학생 s4는 문제를 처음 보고 당황하였다고 [면담 9]에서 이야기한다. 또 문제 10의 경우 학생들은 쉬운 풀이를 두고 복잡한 풀이방법을

택하는데 이는 문제에서 구하고자 한 계산방법이 학생들에게 생소하였기 때문이다.

이상을 통해 내용이나 제재의 생소성이 난이도와 정적 상관관계에 있으며 특히 내 · 외적 관련 문제에서 그 영향이 두드러짐을 알 수 있다. 그러나 내용과 제재가 생소하여 난이도가 높아진 문제를 출제하는 것은 대학입시를 준비하는 학생들에게 보다 다양한 많은 문제를 풀어야만 한다는 학업 부담감을 가중시키는 계기가 되므로 바람직하지 않다.

• 행동영역

행동영역 중 계산, 쉬운 이해의 경우 난이도는 낮은 편이며, 복잡한 이해, 증명, 추론, 내 · 외적 관련 등은 난이도가 높은 편이다(김성훈 · 김재철 · 박문환, 2003). 이 중 내 · 외적 관련문제의 난이도는 내용 · 제재의 생소성에 영향을 많이 받으며, 복잡한 이해와 추론 문제의 난이도는 문형과 밀접한 관련이 있다. [면담 1]의 대화에서 학생들은 추론 등의 문제가 합답형으로 출제될 때 많은 부담감을 느낀다 하였으며, 이는 각각의 보기의 진위 판단이 잘못될 경우 오답을 선택할 수 있어 자신의 판단을 확인할 수 있는 방법이 마땅치 않기 때문이다. 행동영역 중 난이도가 높은 복잡한 이해, 추론의 문제가 문형 중 난이도가 높은 합답형으로 출제될 경우 이는 난이도가 높은 문제가 된다.

• 문형

문형과 난이도는 밀접한 관련이 있음이 선행연구(김성훈 · 김재철 · 박문환, 2003; 고호경 · 이현숙, 2007)에서 밝혀진 바, 본 연구에서도 그 관련성을 확인할 수 있었다.

문형 중 완성형 보다는 합답형의 경우에 행동영역과 관련하여 문제의 난이도가 더욱 높아진다. 그러나 문형 중 단답형의 경우는 조금 다르다. [면담 3]의 대화와 [면담 4]의 대화 에서 학생들은 단답형에 대해 특별한 부담감을 표시하지 않았으나 [면담 8]의 대화에서는 문제가 단답형이어서 부담스럽다 하였다. 이는 난이도가 높은 문제가 단답형으로 출제되면 더욱 난이도가 높아지며 난이도가 높지 않은 문제의 경우 단답형 문형이 난이도에 영향을 미치지 못한다는 것으로 단답형 문형은 난이도보다 변별도에 더욱 많은 관련이 있음을 알 수 있다.

• 문제의 복잡도

문제의 복잡도란 사용되는 개념의 수, 개념의 내용수준, 개념들의 연결방법, 개념을 문제해결에 응용하기 어려운 정도와 계산의 복잡도를 같이 아울러 표현한 용어이다. 김성훈 · 김재철 · 박문환(2003)은 문제 해결에 필요한 개념의 수와 계산의 복잡성을 각각 독립변인으로 선택하였으나 본 고에서는 두 개념의 통합개념인 문제의 복잡도를 독립변인으로 선택하였으며, 문제의 복잡도는 개념의 수가 많을 경우 일반적으로 올라가나 만약 그 개념의 연관성이 자명하다면 높지 않는다 할 수 있으며, 개념의 수가 적다하더라도 그 개념이 내용수준이 높거나, 학생들이 문제해결에 응용하기 어려울 경우 복잡도는 높다 할 수 있다. 문제 3, 5, 6 등이 복잡도가 높은 문제며 문제 4, 9 등이 복잡도가 낮은 문제라 할 수 있다.

계산의 복잡성의 경우, 여러 풀이가 존재하는 문제에서는 풀이 방법에 따라 계산의 복잡성이 달라지며, 이 경우 문제의 난이도가 계산의 복잡성에 영향을 받기보다 개념 이해의 어려움에 영향을 받았다 판단된다. 문제 10의 풀이 과정에서 문제 해결에 필요한 개념을 제대로 파악하지 못한 학생들은 복잡한 풀이를 사용하여 난이도가 높다 반응하였으나 사실 불필요한 계산이었음을 [면담 9]의 대화에서 확인할 수 있다. 그러므로 계산의 복잡성과 문제해결에 필요한 개념의 수와 수준을 합쳐 문제의 복잡도를 난이도 변인으로 분류함이 보다 적절하다 할 수 있다.

또, 문제 5와 같이 보조적 자료가 병행하여 제시된 문제일 경우, [면담 5]의 대화에서 학

생 s5와 s6은 보조 자료로 주어진 그림과 그림을 설명한 규칙들이 너무 복잡해보여 부담스럽다 하였으며, 학생들은 계산의 복잡성과 무관하게 오랜 시간이 걸려 문제를 해결하였으며 이는 이 문제의 문제의 복잡도가 높기 때문이라 할 수 있다.

이러한 예들은 문제의 복잡도가 문제의 난이도와 정적 상관관계에 있음을 보여준다.

• 기타

내용영역도 문제의 난이도를 결정하는 변인 중 하나이나 동일한 내용영역이라 하더라도 행동영역이나 문형에 의해 난이도가 더 영향을 받음을 문제 1과 문제 4의 비교에서 발견할 수 있어 본 연구에서는 독립변인으로서보다 다른 변인들과의 관련 변인으로 파악하였다.

문제가 문장제로 나오는 경우도 난이도에 영향을 미치는데 이는 학생 s2가 문장제 문제에 대한 부담감을 이야기하는 [면담 2]의 대화에서 확인할 수 있다. 문장제는 문형 분류나 행동영역 분류에 속해있지 않지만 주로 행동영역 중 외적 관련 문제에서 많이 발견되는 형태이므로 독립변인으로 분류하기 어려운 점이 있다. 또한 착각 등의 심리적 요인은 계량화하기 어려워 독립변인 분류에서는 제외하였지만 문제의 난이도를 결정하는 변인임은 여러 면담의 결과에서 확인할 수 있다.

[면담 1]의 대화에서 학생 s1과 s2는 문제 2의 풀이과정에서 간단한 착각을 하였음을 이야기한다. 또, [면담 2]의 대화에서 학생 s1은 문제 3에서 단순히 그림을 잘못 보는 착각을 하였지만 자신이 착각하였다는 것을 문제를 다 풀도록 발견하지 못하였다. [면담 5]의 대화에서 학생 s3, s4는 문제 5의 보조 자료를 잘못 해석하여 피보나치수열로 착각하였음을 말한다. 이런 예는 착각 등의 심리적 요인이 문제의 난이도를 결정하는데 중요한 역할을 하였음을 보여준다. 마지막으로 [면담 6]의 대화에서 알 수 있듯이 문제의 배열 방법이 난이도에 영향을 미침을 알 수 있으나 이는 개별 문제만으로 판단할 수 없으므로 독립변인으로 분류하지 않았다.

이상으로 난이도에 영향을 미치는 독립변인들을 분류하여 보았다. 여러 요소들이 작용하여 문제의 난이도를 결정함을 알 수 있었는데, 학생들은 내용·제재의 생소성을 가장 어려워했으며, 규칙이나 그림 등의 보조 자료가 제시되어 문제의 복잡도가 높으면서 내용이나 제재의 결합이 생소한 내·외적 관련 문제가 합답형으로 제시될 때 난이도가 가장 높고, 학생들에게 익숙한 내용·제재가 문제의 복잡도가 낮은 상태로 선택형 또는 단답형으로 제시될 경우 난이도가 가장 낮다 할 수 있을 것이다.

학생들이 문제에 대하여 느끼는 난이도는 내용·제재의 생소성, 행동영역, 문형, 문제의 복잡성 등의 변인이 크게 작용한다. 이러한 변인들이 난이도에 미치는 영향은 학생들의 개별적 상황에 따라 각각 다르게 작용하나 어느 정도는 객관적이며 공통적인 요소들을 추출할 수 있음을 본 연구를 통하여 알 수 있었다. 교사들이 학교 현장에서 학생들을 지도할 때, 문제에 대한 객관적인 분석과 이해를 통해 난이도를 분석함과 더불어 학생들이 개별적으로 느끼는 난이도에 대한 이해를 함께 할 수 있다면, 효율적인 학생지도가 이루어질 수 있으며 학생들이 수학을 학습함에 있어 많은 도움이 될 것이다.

본 연구의 결과 적용에 있어 다양한 성취도의 학생에게 적용하기에 한계가 있으므로 차후 보다 다양한 성취도의 학생을 대상으로 한 연구가 이루어지길 바라며, 난이도에 영향을 미치는 학생들의 심리적 변인에 대한 연구 역시 이루어져 학생지도에 더욱 많은 도움이 있길 바란다.

참고문헌

고호경・이현숙 (2007). 고등학교 수리영역 시험의 난이도 예측 요인 분석. 한국학교수학회논문집, 10(1), 113-127.

김성훈・김재철・박문환 (2003). 대학수학능력시험 난이도 관련 변인 탐색. 수학교육학 논총, 제24회(2003 추계), 649-674.

성태제 (2002). 현대교육평가. 서울 : 학지사.

장경숙 (2005). 대학수학능력시험 외국어(영어)영역 읽기 난이도 예측 모형 개발. Foreign Language Education, 11(1), 111-130.

조난심 (2002). 국민공통기본 교과별 평가 도구 개발 연구 1 : 중등 수학과 서울 : 한국교육과정평가원.

한국교육과정평가원 (2004). 대학수학능력시험 출제 매뉴얼 수리영역. 대수능 CAT 2004-22-3.

김영천 편저(2003). 교과교육과 수업에서의 질적연구. 서울 : 문음사.

한국교육과정평가원 (2005). 고1 연합학력평가(6월) 결과분석-수리영역. 대수능 CAT 2005-4-2 .

한국교육과정평가원 (2006). 고2 연합학력평가(6월) 결과분석-수리영역. 대수능 CAT 2006-10-2.

한국교육과정평가원 (2006). 고2 연합학력평가(9월) 결과분석-수리영역. 대수능 CAT 2005-14-2.

한국교육과정평가원 (2006). 고3 연합학력평가(3월) 결과분석-수리영역. 대수능 CAT 2006-6-2.

한국교육과정평가원 (2006). 고3 연합학력평가(4월) 결과분석-수리영역. 대수능 CAT 2006-7-2.

Alderson, J. C. (2000). Assessing reading. Cambridge: Cambridge University Press.

Baumann, J. F., & Serra, J. K. (1984). The frequency and placement of main ideas in children's social studies textbooks: A modified replication of Braddock's research on topic sentences. Journal of Reading Behavior, 16, 27-40.

Freedle, R., & Kostin, I. (1991). The prediction of SAT reading comprehension item difficulty for expository prose passages. ETS Research Report RR 91-29. Princeton, NJ: Educational Testing Service

Freedle, R., & Kostin, I. (1993). The prediction of TOEFL reading comprehension item difficulty for expository prose passages for three item types: Main idea, inference, and supporting idea items (Report No. 44). Princeton, NJ: Educational Testing Service.

Scheuneman, J. D., Gerritz K., & Embretson, S. E. (1991). Effects of Prose Complexity on Achievement Test Item Difficulty (RR 91-43). Educational Testing Service, Princeton.

고등학교 수학 문제의 난이도 요인 분석을 위한 사례 연구

A Study on Cases of Difficulty Variables in High School Mathematics Items

Lee, Kwang Ho[4] · Ko, Ho Kyoung[5]

Abstract

The purpose of the study was to analyze difficulty analyzed through a quantitative method examining rate of correct answerers to each questions in the side of difficulty that students solving questions felt by finding variables to predict difficulty of questions in an objective way, not in an intuitive way, and examining what variables difficulty that each student solving questions felt depended on. The study divided 6 students in the 3rd grade of a high school into a two-person group or a three-person group and observed their question-solving process the total 11times for three months from March, to May. The study an alyzed what variables difficulty that each student felt depended on through semi-structuralized interview. As a result, the study could see that difficulty of questions depended on contents, strangeness of material, behavioral range, type of questions and complexity of questions.

Key Words: Difficulty, contents, strangeness of material, behavioral range, type of questions, complexity of questions

4) Ansan Dongsan High School (dldool@naver.com)
5) Wonkwang University (koho@wku.ac.kr)