

그래프의 경로에 대한 교수학적 변환 방식과 학생들의 이해 분석¹⁾

신보미²⁾

이 연구에서는 개정 교육과정의 수학 I 에서 다루어지는 그래프의 지도 목표가 7차 교육과정의 이산수학에서 그래프의 지도 목표와 같지 않음을 확인하였다. 이를 바탕으로 수학 I 에서 그래프와 행렬 단원의 내용 요소인 경로의 교수학적 변환 방식과 학생들의 이해 정도를 분석하였으며, 그 결과 개정 교육과정의 수학 I 에서 경로는 trail 로 정의되지만 교과서에 따라서는 이를 path로 해석한 경우가 있으며 학생들 역시 경로를 trail보다는 path로 이해하려는 경향이 있음을 파악할 수 있었다. trail로서 경로의 정의는 오일러 회로와 해밀턴 회로를 다루는 체계에서 보다 의미를 가지며 개정 교육과정의 수학 I 에서는 trail로서 경로의 가치를 찾는 것이 쉽지 않다.

주요용어 : 그래프, 경로, 이산수학, 교수학적 변환

I. 서론

2007년 개정 교육과정에서는 7차 교육과정에서 이산수학을 통해 다루었던 그래프 관련 내용의 일부를 수학 I 의 행렬과 그래프 단원에서 다루도록 하였다. 이산적인 내용의 학습을 경험하고자 하는 일부 학생만을 대상(교육부, 1997, p. 131)으로 별도의 교과목을 통해 지도되었던 그래프가 고등학교 1학년 수학을 이수한 학생들의 기본 선택과목(교육인적자원부, 2007, p. 56)에 통합되어 일반계 고등학교 2학년 학생 대부분이 학습하도록 변경됨에 따라 학교 수학에서 그래프를 지도하는 것과 관련된 논의에 다소간의 변화가 있을 수 있다. 이는 개정 교육과정의 수학 I 에서 그래프와 관련된 내용 요소에 대하여 7차 교육과정의 심화 선택 과목에서와는 다른 교수학적 변환 방식을 필요로 할 수 있다.

이에 이 연구는 행렬과 그래프 단원에서 그래프와 관련된 내용 요소³⁾인 '경로'의 교수학적 변환 방식과 학생들의 이해를 분석함으로써 그 지도와 관련된 시사점을 얻는데 목적이 있다. 이를 위해 우선 개정 교육과정의 수학 I 에서 다루어지는 그래프의 성격을 7차 교육과정의 이산수학에서 다루었던 그래프의 성격에 비추어 살펴본다. 다음으로는 개정 교육과정

1) 이 논문은 2009년도 전남대학교 학술연구비 지원에 의하여 연구되었음.

2) 전남대학교 (bomi0210@jnu.ac.kr)

3) 개정 교육과정의 수학 I 에서 그래프와 행렬 단원의 교육과정상의 용어로는 그래프, 꼭짓점, 변, 경로가 있다(교육인적자원부, 2007: 58).

의 수학 I 에서 다루는 그래프의 성격에 비추어 개정 교육과정의 수학 I 교과서 15종의 경로에 대한 교수학적 변환 방식을 분석하되, 이러한 분석의 과정에서 학문적 지식으로서 경로의 의미를 함께 확인한다. 마지막으로 개정 교육과정의 수학 I 을 통해 경로를 학습한 경험이 있는 학생들을 대상으로 지필검사를 실시하여 경로에 대한 학생들의 이해 정도를 알아보고 이로부터 경로에 대해 현재의 교수학적 변환 방식과 관련된 시사점을 기술한다.

II. 문헌검토

1. 개정 교육과정의 수학 I 에서 그래프

개정 교육과정의 수학 I 에서 그래프는 행렬과 그래프 영역의 그래프와 행렬 단원에서 다루어진다. 최승현 외(2006: iv)에 따르면 개정 교육과정에서 그래프가 행렬과 관련하여 다루어지게 된 것은, 7차 교육과정에서 행렬 영역의 활용이 연립방정식의 풀이에만 국한되어 있어 다른 영역과 행렬의 연계성이 약하다는 문제점을 개선하기 위해 이산수학 과목의 그래프 부분 중 일부를 행렬 영역에 도입한 것이다. 조성민(2009)은 그래프를 행렬로 표현하는 경험을 통해 점과 선으로 이루어진 그림을 수치로 나타내봄으로써 행렬이 일차연립방정식의 해를 구하는 것 이외에도 현대 수학에서 중요하게 활용되고 있음을 설명할 수 있다고 하였다.

그래프를 행렬로 나타냄으로써 그래프의 여러 가지 성질을 행렬을 통하여 알아볼 수 있고 또 역으로 행렬을 그래프로 나타내어 행렬의 성질을 알아볼 수 있다...행렬이 연립일차방정식의 풀이에 자주 활용되기는 하나 그래프 이론에도 사용됨을 확인함으로써 그래프와 행렬이 많은 문제를 상호보완적으로 해결할 수 있는 수학적 모형임을 인식시키고자 한다(최승현 외, 2006, p. 87).

이상에 따르면 개정 교육과정에서 그래프는 행렬이 지닌 다른 영역과의 관련성을 드러내어 행렬의 활용 부분을 보다 풍부하게 하려는 의도에서 도입되었다. 이는 7차 교육과정에서 그래프 단원의 성격과는 다소 차이가 있다. 7차 교육과정의 이산수학에 대한 학습 지도상의 유의점에 따르면 그래프 단원은 ‘그래프 이론이 많은 문제를 표현할 수 있는 수학적 모형임을 인식시키고, 주변에서 그래프로 나타낼 수 있는 상황을 문제화하는 경험을 갖도록 하기 위해’ 지도된다(교육부, 1997, p. 134). 7차 교육과정의 이산수학에서 그래프 단원은 그래프 이론에 대한 전반적인 소개를 바탕으로 그래프 자체에 대한 이해를 깊게 하는데 목표가 있다고 볼 수 있다. 반면 개정 교육과정의 수학 I 에서 그래프와 행렬 단원은 그래프 이론의 전개보다는 그래프와 행렬 사이의 관계를 지도하는데 보다 더 주요한 목표가 있다. 이에 개정 교육과정의 그래프와 행렬 단원에서는 7차 교육과정의 그래프 단원에 포함되었던 ‘오일러 회로와 해밀턴 회로’, ‘수형도’ 등의 내용 요소가 다루어지지 않는다(교육인적자원부, 2007, p. 56). 그래프와 행렬사이의 ‘관계’를 살피고자 하는 맥락에서는 오일러 회로와 해밀턴 회로, 수형도 등의 내용 요소가 그래프 이론을 다루고자 하는 맥락에서 보다 덜 필수적일 수 있다.

2. 개정 교육과정의 수학 I 에서 경로

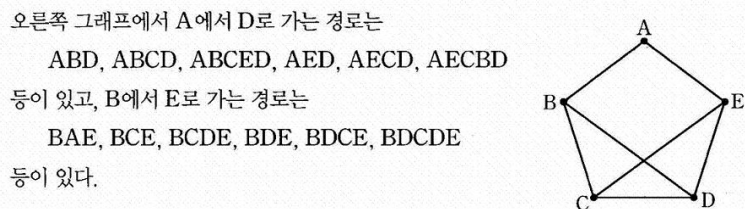
개정 교육과정의 수학 I 에서는 7차 교육과정을 통해 별도의 교과목인 이산수학에서 다루었던 그래프 관련 내용의 일부를 통합하여 지도하게 되었다. 이산수학의 그래프 단원에서는 오일러 회로와 해밀턴 회로, 수형도 등을 통해 간단한 그래프 이론이 설명되며, 수학 I 의 행렬과 그래프 단원에서는 행렬의 활용 맥락을 보다 풍부하게 하기 위해 그래프가 소개된다. 이러한 차이는 수학 I 에서 그래프와 행렬 단원의 내용 요소인 경로에 대하여 7차 교육과정의 이산수학에서와는 다른 교수학적 변환 방식을 요구할 수 있다. 이 절에서는 개정 교육과정의 수학 I 교과서 15종의 경로에 대한 개념 정의와 예제의 특징을 학문적 지식으로서 경로의 의미와 관련하여 분석함으로써 개정 교육과정의 수학 I 에서 경로를 지도하는 것과 관련된 시사점을 얻고자 한다.

1) 경로의 개념 정의와 예제의 특징

개정 교육과정의 수학 I 교과서 모두에서 경로의 개념 정의는 7차 교육과정의 이산수학에서 경로의 개념 정의와 같다. 이 정의에 따르면 경로는 그래프에서 변을 반복할 수는 없지만 꼭지점은 반복할 수 있다.

경로는 그래프의 한 꼭지점에서 이어진 변을 따라 변을 반복하지 않으면서 또 다른 꼭지점으로 이동할 때, 순서대로 꼭지점을 나열한 것이다(교육인적자원부, 2002, p. 58).

수학 I 교과서 15종 모두가 경로에 대한 개념 정의를 동일하게 내린 것과 달리 각 교과서의 예제에서 드러난 경로의 특징에는 다소 차이가 있다. 변을 반복할 수 없지만 꼭지점은 반복 가능하다는 경로의 개념을 설명하기 위하여 [그림 II-1]과 같이 꼭지점을 반복하는 경로가 생기는 예를 사용하여 이를 구체적으로 다룬 교과서가 있다.

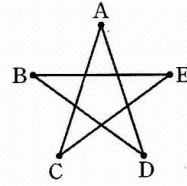


[그림 II-1] 꼭지점을 반복하는 경로가 생기는 예
 (유희찬 외, 2009, p. 44)

반면, 교과서 전체를 거쳐 [그림 II-2]와 같이 꼭지점을 반복하는 경로가 생길 수 없는 예만을 다루거나, [그림 II-3]과 같이 꼭지점이 반복되는 경로가 생길 수 있는 예를 다루더라도 꼭지점이 반복되는 경로를 답에서 제외한 교과서가 있다. 이러한 교과서에서 경로는 암묵적으로 변도 반복하지 않고 꼭지점도 반복하지 않는 것으로 해석된다.

그래프의 한 꼭짓점에서 이어진 변을 따라 변을 반복하지 않으면서 또 다른 꼭짓점으로 이동할 때, 순서대로 꼭짓점을 나열한 것을 경로라고 한다.

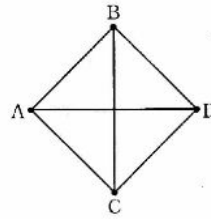
예를 들어, 오른쪽 그래프에서 꼭짓점 A에서 꼭짓점 E로 이동하는 경로는 ACE, ADBE이다.



[그림 II-2] 꼭지점을 반복하는 경로가 생길 수 없는 예
(윤재환 외, 2009, p. 44)

오른쪽 그래프에서 꼭짓점 A에서 시작하여 꼭짓점 D에서 끝나는 경로를 모두 찾아라.

길이가 1인 경로는 AD, 길이가 2인 경로는 ABD, ACD, 길이가 3인 경로는 ABCD, ACBD이다.



[그림 II-3] 꼭지점을 반복하는 경로가 생기지만 답에서 이를 제외한 예
(정상권 외, 2009, p. 37, p. 201)

이상에 따르면 개정 교육과정의 수학 I에서 경로의 개념 정의는 ‘변이 반복하지 않는 것’이며 이는 원칙상 꼭짓점의 반복을 허용한다. <표 II-1>에서와 같이 15종의 수학 I 교과서가 모두 경로의 개념 정의를 ‘변이 반복하지 않는 것’으로 삼고 있지만, 관련 예제를 다루는 맥락에서는 경로를 ‘변과 꼭짓점이 모두 반복되지 않는 것’으로 해석하여 꼭짓점을 반복하는 경로가 생길 수 없는 예만을 다루거나 꼭짓점을 반복하는 경로가 생길 수 있는 예를 다루었더라도 꼭짓점이 반복되는 경로는 답에서 제외한 교과서가 8종이 있다.

<표 II-1> 수학 I 교과서에서 경로의 개념 정의와 관련 예제의 특징

범주		종
개념 정의	변을 반복하지 않는 것	15
예제의 특징 ⁴⁾	꼭짓점을 반복하는 경로가 생길 수 있는 예를 사용하여 경로의 성질을 명시적으로 설명	6
	꼭짓점을 반복하는 경로가 생길 수 있는 예를 사용하였으나 꼭짓점이 반복되는 경로는 답에서 제외	2
	꼭짓점을 반복하는 경로가 생길 수 없는 예만을 사용	6

4) 수학 I 교과서중 1종은 경로와 관련된 예제나 문제를 다루고 있지 않았다.

2) 학문적 지식으로서 경로

경로와 관련되는 학문적 지식에는 walk, trail, path가 있다. 이를테면 꼭지점 u 에서 꼭지점 v 까지의 walk는 u 와 v 사이에 연결된 변을 순서대로 쓴 것이고, u 에서 v 까지의 trail은 u 와 v 사이의 walk중에서 모든 변이 다른 것이며, u 에서 v 까지의 path는 u 에서 v 까지의 trail중에서 모든 꼭지점이 다른 것이다.

DEFINITION. A walk of length k in a graph G is a succession of k edges of G of the form

$$uv, vw, wx, \dots, yz$$

We denote this walk by $uvw\dots yz$, and refer to it as a walk between u and z .

[그림 II-4] walk의 정의(Wilson & Watkins, 1990, p. 34)

DEFINITIONS. If all the edges (but not necessarily all the vertices) of a walk are different, then the walk is called a trail. If, in addition, all the vertices are different, then the trail is called a path.

[그림 II-5] trail과 path의 정의(Wilson & Watkins, 1990, p. 35)

이렇게 정의된 trail과 path는 오일러 회로(Euler Circuits, Euler Closed trail)와 해밀턴 회로(Hamilton Cycle⁵⁾)를 정의하는데 활용된다. 오일러 회로는 모든 변을 포함하는 closed trail이고, 해밀턴 회로는 시작점과 끝점이 같으면서 모든 꼭지점을 포함하는 path이다. 오일러 회로는 꼭지점의 반복을 허용하지만 해밀턴 회로는 변과 꼭지점의 반복을 모두 허용하지 않는다.

DEFINITION 10.18 Euler Trail; Euler Circuit

Let $G = \{V, E, \phi\}$ be a graph without loops. An Euler trail in G is a walk that contains every edge in E exactly once. An Euler circuit in G is a circuit in which every edge appears exactly one time.

[그림 II-6] 오일러 회로의 정의(Gossett, 2003, p. 608)

DEFINITION 10.19 Hamilton Path; Hamilton Cycle

Let $G = \{V, E, \phi\}$ be a multigraph. A Hamilton path in G is a walk that contains every vertex in V exactly once. A Hamilton cycle in G is a cycle that contains every vertex.

[그림 II-7] 해밀턴 회로의 정의(Gossett, 2003, p. 611)

5) Cycle은 시작점과 끝점만을 반복하는 closed trail이다(Gossett, 2003: 600).

이상에 따르면 walk, trail, path, 오일러 회로, 해밀턴 회로 사이에 [그림 II-8]과 같은 관계가 성립한다. 이는 그래프 이론을 전개하는데 중요한 도구인 오일러 회로와 해밀턴 회로(Holliday, 1991)를 정의하기 위해서는 우선적으로 walk, trail, path의 개념이 구별되어 정의되어야 함을 보여준다. 학문적 지식으로서 오일러 회로와 해밀턴 회로를 연구하는 데는 walk, trail, path가 필수적인 개념이 된다.



[그림 II-8] walk, trail, path, 오일러 회로, 해밀턴 회로의 관계

이제까지 살펴본 바에 따르면 7차 교육과정의 이산수학과 개정 교육과정의 수학 I 에서 다루는 경로는 모두 trail임을 알 수 있다. 이산수학에서 그래프 단원은 그래프 이론에 대한 전반적인 소개를 목표로, ‘그래프의 정의’, ‘오일러 회로와 해밀턴 회로’, ‘수형도’, ‘그래프의 활용’으로 그 단원이 구성되어 있다. 7차 교육과정의 이산수학에서는 오일러 회로와 해밀턴 회로를 다루기 위해 경로를 trail로 정의할 필요가 있다.

한편, 개정 교육과정의 수학 I 에서 그래프는 행렬의 활용 맥락을 보다 풍부하게 하려는 의도에서 행렬과 그래프 단원에 도입되었으며, 이 단원은 7차 교육과정의 이산수학과 같이 그래프 이론에 대한 전반적인 소개보다는 행렬과 그래프의 상호 관계를 살피는데 주로 관심이 있다. 때문에 개정 교육과정의 수학 I 에서는 그래프 이론의 전개와 관련된 오일러 회로 등의 내용 요소가 다루어지지 않는다. 이는 수학 I 에서 trail로 정의된 경로의 가치를 학생들이 어떻게 인식할 것인가에 대한 의문점을 남긴다.

III. 경로에 대한 학생들의 이해

이 장에서는 개정 교육과정의 수학 I 에서 trail로 정의된 경로에 대한 학생들의 이해 정도를 알아보기 위하여 수학 I 의 그래프와 행렬 단원을 통해 경로를 학습한 경험이 있는 6개 고등학교 2학년 학생 214명을 대상으로 실시한 지필 검사 결과를 살펴본다. 지필 검사 문항은 주어진 그래프에서 경로를 찾는 문항 1과 실생활 문제를 해결하기 위해 그래프를 도입하고 경로를 활용하는 문항 2로 구성하였다⁶⁾. 문항 1, 2에 대한 응답 결과를 변은 반복할 수 없지만 꼭지점은 반복 가능한 trail의 관점에서 해결한 경우와 변과 꼭지점 모두를 반복하지

않는 path의 관점에서 해결한 경우로 분류하여 정리하면 <표 III-1>과 같다.

<표 III-1> 경로에 대한 학생들의 이해

문항 범주 학교	문항1			문항2			총원
	꼭지점 반복함	꼭지점 반복안함	무응답	꼭지점 반복함	꼭지점 반복안함	무응답	
A고등학교	2	31	0	2	28	3	33
B고등학교	4	34	1	1	34	4	39
C고등학교	5	23	2	3	22	5	30
D고등학교	11	14	4	3	12	14	29
E고등학교	32	4	3	18	9	12	39
F고등학교	40	4	0	22	16	6	44
합계	94	110	10	49	121	44	214

A, B, C고등학교에서는 문항 1과 문항 2 모두를 path의 관점에서 해결한 학생이 절대적으로 많았다. D고등학교에서는 문항 1을 path로 해결한 학생 수와 trail로 해결한 학생 수가 거의 같았으나, 문항 1을 trail의 관점에서 해결한 학생 대부분이 문항 2에 대해서는 아무 응답도 하지 못하였다. E, F고등학교에서는 문항 1을 trail의 관점에서 해결한 학생이 훨씬 많았지만 이렇게 해결한 학생의 절반가량이 문항 2는 path의 관점에서 해결하거나 아무 응답도 하지 못하였다.

지필 검사에 참여한 학생들은 전반적으로 경로를 path의 관점에서 해석하려는 모습을 보여 주었지만 학업 성취도가 높은 학교에 속한 학생일수록 ‘변은 반복하지 않지만 꼭지점은 반복가능하다’는 경로의 개념 정의에 비추어 문제를 해결하려고 시도하였다. 그러나 E, F고등학교에서와 같이 경로를 trail의 관점에서 해석하는 학생들조차도 문항 2의 실생활 문제를 해결할 때는 경로를 path로 다루려는 경향을 보여주었다. 학생들 중에는 문항 2를 trail의 관점에서 해결하기는 하였지만 [그림 III-1]과 같이 그 방법의 부적절함을 지적한 예가 있으며, 이러한 이유 때문에 문항 2를 path의 관점에서 해결하였다는 해설을 [그림 III-2]와 같이 붙인 학생도 있다.

6) 문항1(이강섭 외, 2009, p. 47)과 문항2(황석근 외, 2009, p. 39)의 구체적인 내용은 <부록>을 참고하기 바란다.

7) 6개 고등학교는 모두 **광역시 소재 일반계 고등학교로 2010학년도 상반기에 실시한 전국연합학력평가에서 A, B고등학교는 하위권에, C, D고등학교는 중위권에, E, F고등학교는 상위권에 속하였다.

신보미

- ① 스웨덴 → 프랑스 → 이탈리아 ② 스웨덴 → 스페인 → 이탈리아
 ③ 스웨덴 → 영국 → 프랑스 → 이탈리아
 ④ 스웨덴 → 영국 → 스페인 → 이탈리아
 ⑤ 스웨덴 → 영국 → 프랑스 → 이탈리아
 ⑥ 스웨덴 → 독일 → 영국 → 스페인 → 이탈리아
 ⑦ 스웨덴 → 프랑스 → 독일 → 영국 → 스페인 → 이탈리아
~~⑧ 스웨덴 → 프랑스 → 독일 → 영국 → 프랑스 → 이탈리아~~
 ⑨ 스웨덴 → 스페인 → 영국 → 프랑스 → 이탈리아
 ⑩ 스웨덴 → 스페인 → 영국 → 스페인 → 이탈리아
 ⑪ 스웨덴 → 프랑스 → 영국 → 프랑스 → 이탈리아
 ⑫ 스웨덴 → 프랑스 → 영국 → 스페인 → 이탈리아
- 같은 곳을 또 가면 혼들고 시간들고 전부 좋지 않다.

[그림 III-1] 문항 2에 대한 학생의 응답 결과 사례 1

답: ABDE
 ABFE
 ACBDE
 ACBFE
 ADE
 ADBFE
 AFEBC

스페인에서 스페인으로 돌아와서 이탈리아로 가는 경우는 필요없다고 생각한다. 왜냐하면 스페인에서 출발해서 스페인으로 돌아오는 것은 이탈리아로 가는 것에 불필요하기 때문이다.

[그림 III-2] 문항 2에 대한 학생의 응답 결과 사례 2

IV. 논의

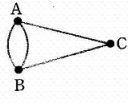
개정 교육과정의 수학 I에서 다루어지는 그래프는 행렬의 활용 맥락을 보다 풍부하게 하기 위해 그래프와 행렬 단원으로 도입되었다. 이는 7차 교육과정의 이산수학에서 그래프 단원을 통해 오일러 회로와 해밀턴 회로, 수형도 등의 내용 요소를 다룸으로써 간단한 그래프 이론을 소개하였던 것과는 다소 차이가 있다. 이산수학의 그래프 단원에서와 달리 수학 I의 그래프와 행렬 단원에서는 오일러 회로와 해밀턴 회로, 수형도 등의 내용 요소가 다루어지지 않으며, 이러한 맥락에 비추어 볼 때 그래프와 행렬 단원의 내용 요소인 경로가 7차 교육과정의 이산수학에서와 같이 trail로 정의된 의도를 알아보는 것은 쉽지 않다.

경로와 관련되는 학문적 지식으로서 trail과 path의 구별은 오일러 회로와 해밀턴 회로의 정의를 위해 필요한 것으로, 오일러 회로와 해밀턴 회로를 교육과정의 내용 요소로 담고 있는 7차 교육과정의 이산수학에서는 경로를 trail로 정의한 적절한 이유를 찾아볼 수 있다. 그러나 이러한 내용 요소를 담고 있지 않은 개정 교육과정의 수학 I을 통해 경로를 학습한 학생들은 경로를 trail보다는 path로 간주하는 경향을 보여주었으며 경로를 trail로 다룬 학생들조차도 ‘변을 반복하지 않지만 꼭지점은 반복 가능한’ 경로의 정의가 어떤 가치를 지니는지 의문을 제기하였다⁸⁾. 실제로 개정 교육과정의 수학 I 교과서 8종은 경로를 trail로 정의

8) 7차 교육과정의 이산수학을 통해 경로를 학습한 학생 역시 경로를 path의 관점에서 해석할 수 있다. 그러나 7차 교육과정의 이산수학에서는 이러한 해석의 부적절성을 오일러 회로 등의 내용 요소를 근거로 지적하여 경로의 개념 정의를 바르게 이해하도록 유도하는 것이 가능하다. 그러나 개정 교육과정에서는 경로를 path로 해석한 학생들이 이를 수정하도록 유도하는데 단순히 경로의 개념 정의를 부

하면서도 관련 예제에서는 경로를 path로 다루고 있으며, 경로의 영문을 [그림 IV-1]과 같이 path로 명기한 경우도 있다.

주의!
다음 형태의 그래프는 다루지 않는다.

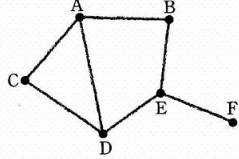


참고!
경로는 영어로 path라고 한다.

그래프에서 두 꼭짓점 사이에는 여러 개의 변이 있을 수 있으나, 여기서는 많아야 한 개의 변이 있는 그래프만을 다루기로 한다.

그래프의 한 꼭짓점에서 이어진 변을 따라 변을 반복하지 않으면서 또 다른 꼭짓점으로 이동할 때, 순서대로 꼭짓점을 나열한 것을 **경로**라고 한다.

예를 들어, 오른쪽 그래프에서 ABEF는 경로이지만 ABAC는 경로가 아니다.



[그림 IV-1] 경로의 영문을 path로 명기한 교과서 양승갑 외 2009, p. 44)

Freudenthal(1983)에 따르면 정의는 대상이 갖는 성질을 조직화하는 수단으로, 조직화할 성질들에 비추어 그 의미가 살아난다. 꼭짓점의 반복을 허용하는 trail로서의 경로는 오일러 회로와 해밀턴 회로가 다루어지는 체계에서 이를 조직화하는 수단으로 활용될 때 의미가 있다. 이러한 내용 요소를 갖지 않는 개정 교육과정의 수학 I에서 trail로 정의된 경로는 이 연구에서 실시한 지필검사 문항 2와 같은 문제 맥락을 필요 이상으로 복잡하게 만드는 경향이 있다.

실제, 뉴저지의 이산수학 교육과정(New Jersey Mathematics Curriculum Framework, Standard 14 : Discrete Mathematics)은 그래프를 처음 도입할 때는 그래프의 경로를 일반적인 길로 정의하도록 안내하고 있다(NJMCF, 1996, p. 443). 개정 교육과정의 수학 I 교과서 중에는 그래프와 행렬 단원에서 [그림 IV-2]와 같은 문제를 다루는 경우가 있는데 trail의 관점에 따르면 A에서 E까지의 경로에 AFCBACE가 포함되어야 하므로 구하는 경로의 개수는 $3 \times 2 = 6$ 과 같이 구할 수 없다. 그러나 경로에는 일반적인 길이라는 의미가 포함되어 있으며 고등학교 1학년 수학의 확률과 통계 단원에서는 같은 유형의 문제를 [그림 IV-3]과 같은 방법으로 해결한다.

아래의 그래프에서 A에서 E로 가는 경로의 개수를 구하여라.

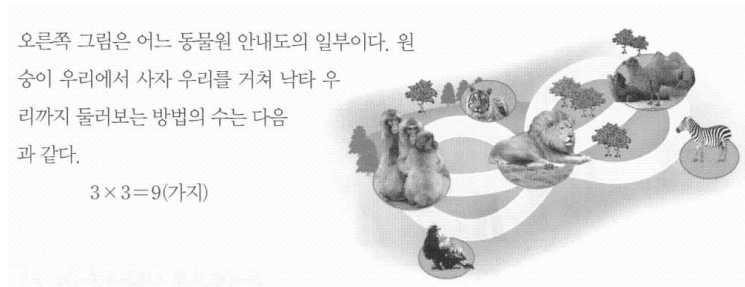


A에서 C로 가는 경로의 수가 3가지
C에서 E로 가는 경로의 수가 2가지이므로
A에서 E로 가는 경로의 수는
 $3 \times 2 = 6$ (가지)

[그림 IV-2] 그래프와 행렬 단원에서 경로의 개수 우무하 외 2009, p. 44, p. 222)

과하는 것 외에 다른 교수학적 조치가 존재하지 않는다는 문제가 있다.

신보미



[그림 IV-3] 확률과 통계 단원에서 경로의 개수
(우정호 외, 2008, p. 368)

박선화(2000)에 따르면 수학적 개념에 대한 정의는 일반적인 의미 이상을 담고 있으며 일반적인 의미와 수학적 의미의 차이를 인식하는 것이 수학적 개념 이해의 기초가 된다. 그러나 수학적 개념을 일반적인 의미와 구별하여 이해하기 위해서는 그만큼 필요가 있어야 한다. 경로를 일반적인 의미로서의 길이 아닌 trail로 이해하기 위해서는 그렇게 이해해야 하는 이유가 필요하며, 개정 교육과정의 수학 I에서 그러한 이유를 찾기는 쉽지 않다.

한편, Holliday(1991, p. 87)은 고등학교 수학 교육과정에서 수학적 개념에 대한 정의(definition)의 중요성을 강조하면서, 그래프는 다양한 수학적 개념의 정의를 담고 있지만 그러한 정의가 학생들의 사고를 제압하지 않을 만큼 자연스럽다고(natural) 설명하였다. 그는 이러한 특징이 고등학교 수학 교육과정을 통해 그래프를 다루는 중요한 잇점이 될 수 있다고 지적하였다. 그래프를 도입하여 오일러 회로와 해밀턴 회로까지를 다루는 7차 교육과정의 이산수학과 같은 체계에서는 path와 trail을 구별하여 정의하는 것이 필수적이면서도 자연스럽기 때문에 이를 다루는 것에 좋은 점이 있다. 그러나 개정 교육과정의 수학 I과 같은 체계에서 trail의 정의는 그 필요성과 자연스러움에 비추어 좋은 점을 찾기가 어렵다.

V. 결론

이 연구에서는 개정 교육과정의 수학 I에서 다루어지는 그래프의 지도 목표가 7차 교육과정의 이산수학에서 그래프의 지도 목표와 같지 않음을 확인하였다. 이를 바탕으로 수학 I에서 그래프와 행렬 단원의 내용 요소인 경로의 교수학적 변환 방식과 학생들의 이해 정도를 분석하였으며, 그 결과 개정 교육과정의 수학 I에서 경로는 trail로 정의되지만 교과서에 따르는 이를 path로 해석한 경우가 있었으며 학생들 역시 경로를 trail보다는 path로 이해하려는 경향을 보여주었다. trail로서 경로의 정의는 오일러 회로와 해밀턴 회로를 다루는 체계에서 보다 의미를 가지며 개정 교육과정의 수학 I에서는 trail로서 경로의 가치를 찾는 것이 쉽지 않다. 개정 고등학교 교육과정 전체를 통틀어 오일러 회로와 해밀턴 회로가 다루어지지 않는 만큼 수학 I에서 경로를 trail로 정의하는 것이 필수적인가에 대한 재검토가 필요하다고 볼 수 있다.

참고문헌

- 교육부 (1997). 수학과 교육과정. 서울 : (주) 대한교과서.
- 교육인적자원부 (2002). 이산수학. 서울 : (주) 천재교육.
- 교육인적자원부 (2007). 수학과 교육과정. 서울 : (주) 대한교과서.
- 박선화 (2000). 수열의 극한 개념에 대한 인지적 장애의 극복 방안 연구. 수학교육학연구, 10(2), 247-262.
- 양승갑 외 (2009). 고등학교 수학 I. 서울 : (주) 금성출판사.
- 우무하 외 (2009). 고등학교 수학 I. 서울 : (주) 박영사.
- 우정호 외 (2008). 고등학교 수학. 서울 : (주) 두산.
- 유희찬 외 (2009). 고등학교 수학 I. 서울 : (주) 미래엔컬처그룹.
- 윤재한 외 (2009). 고등학교 수학 I. 서울 : 더텍스트.
- 이강섭 외 (2009). 고등학교 수학 I. 서울 : (주) 지학사.
- 정상권 외 (2009). 고등학교 수학 I 익힘책. 서울 : (주) 금성출판사.
- 조성민 (2009). 역사발생적 관점에서 본 행렬 지도의 재미미. 한국학교수학회논문집, 12(1), 99-114.
- 황석근 외 (2009). 고등학교 수학 I. 서울 : (주) 교학사.
- 최승현 외 (2006). 고등학교 수학과 선택 중심 교육과정 개선 방안 연구. 한국교육과정평가원.
- Freudenthal, H. (1983). Didactical phenomenology of mathematical structures. Dordrecht, The Netherlands: D. Reidal Publishing Company.
- Gossett, E. (2003). Discrete mathematics with proof. NJ : Pearson Education, Inc.
- Holliday, L. R. (1991). Graph theory in the high school curriculum. In M. J. Kenney, & C. R. Hirsch(Eds), Discrete Mathematics across the Curriculum K-12(1991 Yearbook, pp. 87-95). Reston, VA : NCTM.
- Wilson, J. R. & Watkins, J. J. (1990). Graphs : An introductory approach. NY : John Wiley & Sons, Inc.
- New Jersey Mathematics Curriculum Framework, Standard 14 : Discrete Mathematics
http://dimacs.rutgers.edu/nj_math_coalition/framework/ch14/ch14_toc.html.

신보미

A Study on Didactic Transposition Method and Students' Understanding for Graph's Trail

Shin, BoMi⁹⁾

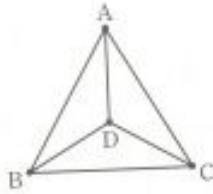
This study discovered that instructional objectives of graphs which are dealt with in Math I of the revised curriculum are not matched with those of Discrete Mathematics in the 7th Curriculum. Based on the findings, this study analysed didactic transposition method of trail in graph and matrix of Math I and students' understanding about trail. Then this study discovered that though the concept definition of trail in Math I of the revised curriculum, some textbooks and students tend to consider it as the path. The concept definition of trail is significant in systems that deal with Euler Circuits(Euler Closed trail) and Hamilton Cycle. Then it is not easy to find the value of trail in Math I of the revised curriculum.

Key Words : Graph, Trail, Discrete mathematics, Didactic transposition method

9) Chonnam National University (bomi0210@jnu.ac.kr)

<부록> 지필검사 문항

1. 다음 그래프에서 꼭짓점 A에서 꼭짓점 D로 가는 경로를 모두 구하여라.



2. 다음 표에서 ○표는 스웨덴, 영국, 독일, 프랑스, 이탈리아, 스페인 간 서로 왕래하는 배편이 있음을 나타낸다. 그래프를 이용하여 스웨덴에서 이탈리아로 가는 경로를 모두 구하여라.

	스웨덴	영국	독일	프랑스	이탈리아	스페인
스웨덴		○	○	○		○
영국	○		○	○		○
독일	○	○				
프랑스	○	○			○	
이탈리아				○		○
스페인	○	○			○	

