한국학교수학회논문집 제 13 권, 제 2 호
Journal of the Korean School Mathematics Society
Volume 13, Number 2, 225-241, June 2010

수학영재를 위한 기하 프로그램 설계 및 교수전략

전영주[1)]

기하는 수학의 기초를 이루는 중요한 영역이다. 그러나 수학영재를 위한 기하 학습 프로그램과 영재를 지도하기 위한 교수전략 연구가 부족한 실정이다. 이에 본 연구는 해석기하학과 사영기하학을 중심으로 영재들의 특성을 고려한 학생중심의 학습 프로그램 설계에 대한 모델을 제시하고 새로운 교수전략으로 기초전략단계(문제제시, 문제해결), 지지전략단계(수학적 개념추출, 수학화, 확장), 전이전략단계 등을 소개한다. 이를 통해 수학영재들에게 필요한 기하교육의 방향성을 제시하고자 한다.

주요용어 : 수학영재, 기하교육, 프로그램설계, 교수전략

Ⅰ. 서 론

현대과학의 눈부신 발달은 우리 생활수준을 질적으로 높여왔다. 이러한 현대과학의 발전 뒤에는 기초학문인 수학이 크게 공헌해 왔으며, 그 중 인간의 뛰어난 직관과 논리적 사고에 기초한 기하학은 건축과 토목, 항공 등 실용성・편리성・미래성이 요구되는 실생활 영역에서 활발히 응용되고 있다.

현재 학교교육과정의 기하는 중학교에서 평면과 공간의 개념에 대한 직관적 이해와 이를 그림으로 나타내거나 계량화하는 활동, 연역적 추론을 통한 문제 해결의 경험을 얻도록 하며, 고등학교에서는 데카르트의 해석기하학적인 관점에서 대수적인 방법으로, 직관적인 사고에서 논리적・창조적인 사고 전환을 도모하도록 하고 있다(교육부, 2000). 이러한 기조는 2007년 개정 교육과정과 2009 개정 교육과정에서도 유지되고 있다. 그렇지만 이와 같은 기하교육의 중요성과 목적과는 무관하게 학교 교실에서 다루는 기하학은 공리수준에서 취급하는 지나친 논증 경향으로 학생들이 기하교육에서 얻을 수 있는 진정한 탐구력과 창의적 사고력을 기대할 수 없음을 현장의 교사들은 잘 알고 있다.

뿐만 아니라 기존의 수학영재교육 프로그램들이 수학영재의 영재성을 계발시키기 위한 구체적인 설계와 교수전략을 담고 있는 것이 아니라 단지 올림피아드나 경시대회 중심의 영재 선발과 관련된 평가 자료의 구성에 관심을 두고 있어 영재성을 계발시켜 그들이 갖고 있는 무한한 잠재성을 사장(死藏)시키지 않도록 한다는 영재교육의 본래 목표에 부합되는 자료가 부족하다. 또한 교사 강의 중심의 교육이 아닌 수학영재의 개별성과 경험의 총체를 인정하고 영재 개개인의 자아실현을 주목표로 하는 프로그램 설계와 교수전략이 필요하다.

---

1) 합덕제철고등학교(前北京韓國國際學校) (whaljuro@paran.com)

수학영재교육은 영재 스스로 정보를 탐색·조직하여 새로운 정보를 창출하는 능력 배양에 초점을 두면서 그들의 특성에 따른 교육과정개발과 프로그램설계로부터 시작되어야 한다. 그것은 영재성과 창의성이 아무리 뛰어난 영재라 할지라도 교사중심의 획일적 강의 아래에서는 그들이 갖고 있는 재능이 발휘되지 못하거나 사라질 수 있기 때문이다. 그러기에 이들의 재능을 살리고 지적 호기심을 충족시켜 줄 수 있는 새로운 형태의 교수·학습과정이 요구되는 것은 이러한 이유에서이다(전영주 2006).

이에 본고에서는 기하의 여러 정보들을 종합·분석하여 기하의 성질들을 영재 스스로 탐구할 수 있는 프로그램 설계와 교수전략을 제안 하고자 한다. 우선 제 2절에서는 기하교육의 필요성과 한국교육개발원이 개발한 기하영역 수학영재 지도 프로그램을 알아보고, 제 3절에서는 제 2절에서 나타난 문제점과 시사점을 바탕으로 저자가 구안한 기하 프로그램 설계 및 교수전략을 소개하고, 제 4절에서는 이것을 영재들에게 적용한 후 얻은 결과를 분석하여 수학영재들에게 적합한 기하교육의 방향성을 찾는데 도움이 될 만한 몇 가지 제언을 하고자 한다.

Ⅱ. 기하교육의 필요성과 기하 프로그램 실태

1. 기하교육의 필요성

눈부신 현대문명들은 자연과학의 발달과 더불어 이루어져왔으며, 자연과학의 발달에는 기초학문으로서의 수학이 크게 기여해 왔다. 특히 기하는 인간의 이성과 치밀한 사고, 엄격한 논리체계를 바탕으로 “수학의 꽃”이라 불리 울 만큼 고대로부터 지금까지 사랑받는 수학의 한 분야로 자리매김하고 있다. 고대 수학자 플라톤은 “신은 기하학적으로 생각한다.”라고 말할 만큼 기하의 중요성을 인식한 학자였다(Eves, 1998). 이러한 플라톤의 언급이 아니더라도 기하는 발견적·연역적 추론 방법에 대한 올바른 이해뿐만 아니라 수학적 사고능력 신장의 기초토대를 마련한다는 점에서 수학영재교육에 적합한 분야라 할 수 있다.

루소는 그의 저서 Emile에서 기하 교육을 다음과 같이 정의한다. “나 자신은 Emile에게 기하를 가르치려고 의도하지 않는다. 기하학을 나에게 가르칠 사람은 Emile이다. 나는 관계를 찾을 것이고 그가 그것을 발견할 것이다. 이를테면, 컴퍼스를 이용하여 원을 그리는 대신에 나는 축 위에서 회전하는 실의 끝에 있는 점으로 원을 그린다. 그런 다음 내가 반지름을 서로 비교하고자 할 때, Emile은 나를 보고 웃을 것이고 줄 곧 당긴 같은 실이 다른 거리를 그렸을 리 없다는 것을 이해시켜 줄 것이다(우정호, 2000).”와 같이 기하는 수학영재에게 문제를 해결하고 한걸음 더 나아가 문제를 posing할 수 있는 좋은 소재이다.

기하교육의 필요성 그것은 Euclid 원론을 살펴보면 더욱 쉽게 이해할 수 있다. 원론 제1권에 점, 선, 직선, 평면, 평면각, 각, 직각, 둔각, 예각, 원, 삼각형, 정사각형, 마름모, 평행선 등의 용어 정의가 되어있다. 특히, 선(정의 2)과 직선(정의 4)에 관한 정의는 이러하다-선은 폭이 없는 길이이다(A line is breadthless). 직선은 그 위의 점이 같은 모양으로 되어 있는 선이다(A straight line is a line which lies evenly with the points on itself). 여기서 Euclid의 주장에 따르면 선은 보이지 않는 無形, 無體이다. 그럼에도 불구하고 ‘삼각형의 세 중선은 한 점에서 만난다.’, ‘삼각형의 수심, 무게중심, 외심은 동일 직선 위에 있고, 무게중심은 수심과 외심을 2 : 1 로 내분한다.’라는 오일러의 직선과 같이 보이지 않는 실체를 우리

는 사고(思考)를 통해 받아들인다.

이처럼 기하는 사고력(思考力) 신장의 재료(材料)로서 수학영재교육에 있어 중요한 소재라 아니할 수 없다.

2. 기하프로그램의 실태

7차 개정 교육과정에서 다루는 중・고등학교 기하 영역 내용을 간단히 살펴보면 다음과 같다. 중 1학년에서는 기본적인 도형인 점, 선, 면, 각에 대한 성질을 파악하고 삼각형의 합동조건을 이해하며, 평면도형과 입체도형의 성질을, 중 2학년에서는 삼각형과 사각형의 성질, 도형의 닮음, 닮음의 응용을, 중 3학년에서는 피타고라스의 정리와 그 활용, 원과 직선, 원주각을, 고등학교 1학년에서는 평면좌표, 직선의 방정식, 원의 방정식, 도형의 이동에 대하여 학습한다. 기하와 벡터에서는 이차곡선에서 포물선, 타원, 쌍곡선을, 공간도형에서 직선, 평면의 위치 관계, 평행과 수직, 정사영을, 공간좌표에서 점의 좌표, 두 점 사이의 거리, 선분의 내분점과 외분점, 구의 방정식을, 벡터에서 벡터의 연산, 벡터의 내적, 직선과 평면의 방정식으로 편성되어 있다(교육부, 2007).

이처럼 학교교육과정에서 다루는 기하는 Euclid 기하로서 선분의 길이, 각의 크기, 평면도형의 넓이, 입체도형의 부피, 선분의 비와 같은 계량적인 것을 다루고 있다. 또 도형을 서로 비교하고, 그 결과 어떤 도형끼리 같은지 또는 같지 않은지를 알아본다. 그런데 여기서의 문제점은 첫째, Euclid 기하가 계량적인 것만을 다루다보니 다른 조건이 주어진 공간에서는 유클리드 공간에서 갖고 있었던 도형들의 독특한 성질들이 보존되지 못한다는 것, 둘째, Euclid 기하가 갖고 있는 결함들, 예를 들어 무정의 용어를 인정하지 않은 것, '직선을 연장할 수 있다는 것'과 '직선의 크기가 무한하다'는 것은 그 개념이 다른데도 이것을 같은 의미로 혼동하여 사용하는 것, 셋째, 도형의 이동 가정, 그리고 순서의 개념을 무시하여 발생되는 문제점들, 예를 들면 '모든 삼각형은 이등변삼각형이다', '직각의 크기는 직각보다 조금 큰 각의 크기와 같다'와 같은 Paradox가 파생되고 있다는 것이다(천석현, 1997).

그럼에도 불구하고 전술한 문제점들이 지금껏 교실 수업에서 간과되고 있어 수학영재들에게 체계적이고 계통적인 기하 교수・학습을 기대하기가 어렵다. 뿐만 아니라 한국교육개발원이 중・고등학교 영재 대상으로 개발한 기하학과 관련된 프로그램[2]을 살펴보아도 현대에 이르기까지 수학 역사 발전 과정에서 출현한 해석기하, 사영기하, 비유클리트기하, 위상기하, 미분기하 등과 관련한 주제는 거의 찾아볼 수 없으며, 특히 고등학교 수학영재들이 다룰만한 기하 주제는 거의 없는 것으로 나타났다. 한국교육개발원이 다루고자 하는 주제와 개발 프로그램들은 전개방식 대부분이 단계형, 활동형 프로그램으로 유클리드기하학이 많은 비중을 차지한다. 이것은 광범위한 수학적 기능을 가지고 있는 영재들에게 그러한 기능을 가지고 있지 못한 평재(平才)를 지도하는 것과는 다른 교수・학습 프로그램의 내용 설계와 교수전략의 필요성을 시사한다. 특히 고등학교 수학영재를 위한 프로그램 개발 및 교수전략 수립의 시급성과 중요성을 대변하고 있다.

---

2) 기하의 세계(1998), 『영재교육과정 개발 연구』의 별책으로 『수학과 영재 교육과정 시안』의 기하주제(1999), 교육청 영재교육 심화 교수-학습자료 중3수학(2002), 교육청 영재교육 심화 교수-학습자료 삼각형의 마음(2004), 종이접기로 배우는 수학(2007), 도형과 수의 만남(2007)이 있다. 이 프로그램들의 구체적인 수업전개 방식, 활동, 주요 수업형태 및 제시된 차시는 <표 1>과 같다.

여기서 학교교육과정과 한국교육개발원이 개발한 기하영역을 참고하여, 프로그램 설계와 교수전략 수립 과정에서 고려해야 할 시사점 몇 가지를 언급하면 다음과 같다.

첫째, 교사지도와 학생활동의 적절한 조화이다. 교사의 지도를 최소한으로 하고 학생활동을 장려하여 영재들이 독립적이고 독창적인 탐구활동을 할 수 있도록 프로그램이 구성되어야 한다. 이것은 영재의 독특한 특성이 존중되고 이들의 관심과 잠재력이 발전되도록 교육적·심리학적으로 접근해야 한다는 것을 의미한다(Sisk, 1987).

둘째, 수학영재들에게 여러 기하의 세계를 접할 수 있게 해 주어야 한다. 영재들에게는 단순한 지식의 획득과 기억보다는 보다 높은 수준의 사고력 개발을 강조하면서 정규교육과정보다도 더 추상적이고 복잡한 내용을 다뤄야 한다(Maker, 1986). 그들은 이미 학교에서 가르치는 기하 내용들을 습득하였거나 적은 시간 내에 학습을 쉽게 마칠 수 있기 때문이다.

셋째, 적절한 교수전략의 구안이다. 학습내용과 지도방법, 이 두 가지를 하나로 구성하여 학생들이 기하학습을 통해 얻을 여러 가지 수학적 지식과 경험들을 재구성할 수 있도록 하는 교수전략의 수립이다.

일반적으로 수학영재들은 기하에 대한 강한 지적 호기심을 지닌다. 그것은 기하학에 담겨있는 "수학의 발생적 사고 원리"에 매료되기 때문인데 영재들이 수학의 기초 영역인 기하를 좀 더 넓고 깊이 탐구할 수 있도록 도와주어야 한다. 이 때 '사영기하학은 기하학의 한 분야로 해석기하학은 기하학의 한 방법'으로서 접근할 필요가 있다(Eves, 1998).

이와 관련하여 수학적 재능이 뛰어난 영재의 재능 발달과 그들의 수학학습에 대한 성취욕을 만족시키는 측면에서 프로그램을 설계하고, 과중한 훈련과 연습이 아닌 발견적 접근, 통합적 통찰을 할 수 있도록 교수전략을 수립한다.

<표 1> 기하학과 관련된 프로그램(한국교육개발원)

<table>
<tr><th>프로그램 / 구분</th><th>기하의 세계
(1998)</th><th>수학과
영재 교육과정 시안
(1999)</th><th>교육청 영재교육
심화 교수-학습자료 중3수학
(2002)</th></tr>
<tr><td>수업전개방식 및 활동</td><td>[정리1] 평면기하
[정리2] 입체기하
[활동1] 평면도형
[활동2] 도형의 이동
[활동3] 대칭성
[활동4] 시각적인 접근
[활동5] 확률의 기하학적인 접근
[연습1] 기본연습문제
[연습2] 심화연습문제</td><td rowspan="3">1-8 도형의 절단과 타일 깔기
1-9 기하 퍼즐
1-10 도형의 합동과 논증
2-6 삼각형의 닮음과 논증
2-8 다각형의 넓이
2-9 작도문제
2-10 종이 접기 기하학
(선택) 삼각형의 기하학
(선택) 원 기하학</td><td>[1단계] 계획하기/원뿔곡선 발견하기
[2단계] 지식 및 기능습득하기/ 직접 만들어보는 원뿔곡선/ 컴퓨터로 만드는 원뿔곡선
[3단계] 수행하기/ 원뿔곡선 관련 논증하기
[4단계] 발표 및 평가/ 반성하기/ 주제보고서 및 아이디어 제안서 발표하기</td></tr>
<tr><td>주요 수업형태</td><td>[정리1] 그림 그려서 이해하기
[정리2] 입체도형 그리기/ 입체도형 상상하기
[활동1,2,3,4,5] 도형의 성질 적용하여 문제풀기
[연습1,2] 문제풀기</td><td>[1단계] 원뿔곡선 만들기
[2단계] GSP 조사해오기/ GSP 이용 원뿔곡선 작도
[3단계] 원뿔곡선 논증해보기
[4단계] 제보고서작성해오기/ 반성하기</td></tr>
<tr><td>제시된 차시</td><td>26차시</td><td>14차시</td></tr>
</table>

프로그램 / 구분	교육청 영재교육 심화 교수-학습자료 삼각형의 마음 (2004)	종이접기로 배우는 수학 (2007)	도형과 수의 만남 (2007)
수업전개방식 및 활동	[1단계] 계획수립하기 균형 잡기가 힘들어요. 삼각형의 마음 엿보기 [2단계] 지식 및 기능습득하기 삼각형의 마음 확인하기 삼각형의 마음 연결하기 [3단계]수행하기 삼각형의 마음 넓히기 (연구보고서 발표 및 평가)	[1단계] 문제상황탐구 <활동1> 교과서에서 찾은 종이접기 [2단계] 지식 및 기능습득하기 <활동2> 왜 수학에서 종이접기인가? <활동3> 접으면서 배우는 수학적 성질 [3단계] 프로젝트 수행하기 <활동4> 수학적 성질을 이용한 다양한 종이접기 <활동5> 창의적 산출물 제작/발표 [4단계] 발표 및 평가/반성하기 주제보고서 및 아이디어 제안서 발표하기	[1단계] 계획하기 <활동1> 평면에서의 도형수 이해하기 [2단계] 지식 및 기능습득하기 <활동2> 공간에서의 도형수 탐구하기(1) <활동3> 공간에서의 도형수 탐구하기(2) [3단계] 프로젝트 수행하기 <활동4> 프랙탈 도형수 도전하기 <활동5> 창의적 산출물 제작/발표하기
주요 수업형태	[1단계] 개인실험, 모듬활동, 전체토론, 조별발표, 조사활동, 교사강의 [2단계] 개인실험, 모듬활동, 전체토론, 조별발표, 조사활동, 교사강의 [3단계] 모둠활동, 조별발표 전체토론, 평가활동	[1단계] <활동1> 교사강의/자기주도적탐구 학습 [2단계] <활동2> 교사강의/모둠활동/전체토론 /자기주도적 탐구학습 <활동3> 자기주도적 탐구학습/전체토론 [3단계] <활동4> 자기주도적 탐구학습/전체토론 <활동5> 모둠활동/개별평가	[1단계] <활동1> 교사강의/개별활동/모둠활동/ 실험・토의 [2단계] <활동2> 교사강의/개별활동/모둠활동/ 실험・토의 <활동3> 교사강의/개별활동/모둠활동/ 실험・토의 [3단계] <활동4> 모둠활동/창의적 산출물 제작 <활동5> 모둠활동/창의적 산출물 제작
제시된 차시	10차시	8차시 450분	5차시 450분

Ⅲ. 프로그램 설계 및 교수전략[3)]

Renzulli(1986)는 영재교육 프로그램의 개발 및 적용에서 영재교사, 교육과정, 영재선별방법, 교육철학 및 목표진술, 교직원 오리엔테이션, 평가계획, 행정상의 책임을 중요한 요소로

3)『프로그램의 설계 및 교수전략』은 한국수학교육학회에서 주관한 제35회 전국수학교육연구대회(2005.08.19)에서 일부 발표한 내용이 있으며, 본 연구는 발표대회 후속 연구로 교수전략을 실천하여 얻은 수정・보완 논문이다.

보았으며, Maker(1986)는 영재교육 프로그램의 원리를 다음과 같이 네 가지로 요약하였다. 첫째, 영재의 독특한 특성, 둘째, 정규학교 교육과정에 비해 더 추상적이고 복잡한 내용, 셋째, 보다 높은 사고력 개발 강조, 넷째, 학생의 잠재력을 극대화 시킬 수 있는 교육방법과 내용제공이다.

이러한 연구내용을 토대로 기하 프로그램 설계과정에서 두 가지를 고려하였는데, 하나는 '무엇을 가르칠 것인가?' 하는 내용 요소와 '어떻게 가르칠 것인가?' 하는 과정 요소이다. 내용요소는 유클리드 공간에서 도형들 사이에 형성되는 관계나 모양 그리고 성질에 이르기까지 Cartesian 좌표를 해석적으로 연구하는 방법의 하나인 해석기하학(Analytic geometry)과 사영평면 안에서 형성되는 기하학적 성질을 대수적 방법으로 해결할 수 있는 사영기하학(Projective geometry)으로 구성하였다. 해석기하학(Analytic geometry)은 내용과 전개 방법이 다소 고전적인 감이 있으나 기하학적 도형 즉, 점, 직선, 평면 그리고 곡면에 관한 개념을 이해하는 방법으로는 이보다 더 좋은 방법이 아직까지는 제시되지 않고 있다. 이런 점에서 해석기하는 직관력과 고도의 종합적 수준의 사고가 일어날 수 있도록 만드는 유익한 기능을 갖추고 있어 수학영재가 학습해야 할 중요한 기하영역이기 때문이다. 또 사영기하학을 통해 계량적인 것을 다루고 있는 Euclid의 기하 이외에 '한 직선 위에 있다. 직선이 한 점을 지난다.'하는 공선(共線), 공점(共點)의 비계량적 개념을 다루어 유클리드의 공간을 벗어난 신선하고 아름다운 기하학을 만날 수 있기 때문이다.

1. 내용요소[4)]

프로그램은 16차시로 구성되었고 내용은 다음과 같다.

1) 해석기하학

제 1차시부터 5차시까지는 점과 직선, 원추곡선의 성질 탐구, 제6-8차시는 유클리드 공간에서 점과 직선, 그리고 평면 사이의 관계에 관하여, 제9-10차시에는 이차곡면인 구면, 타원면, 쌍곡면, 포물면, 선직면에 관한 기하학적 성질을 탐구하도록 하였다.

2) 사영기하학

제11-12차시에는 결합기하학, 아핀평면, 사영평면에서의 기하학적 성질들을 정립할 수 있도록 내용을 구성하였고, 제13-14차시에는 한 직선으로부터 다른 한 직선으로 보내주는 함수를 정의하고 그 함수들의 특성을 탐구하는 공선변환(Collineation)에 대하여, 제15-16차시에는 Desargues 평면과 Pappus 평면을 정의하고 그 평면에서 형성되는 다양한 기하학적 성질들을 발견하도록 구성하였다.

2. 과정요소

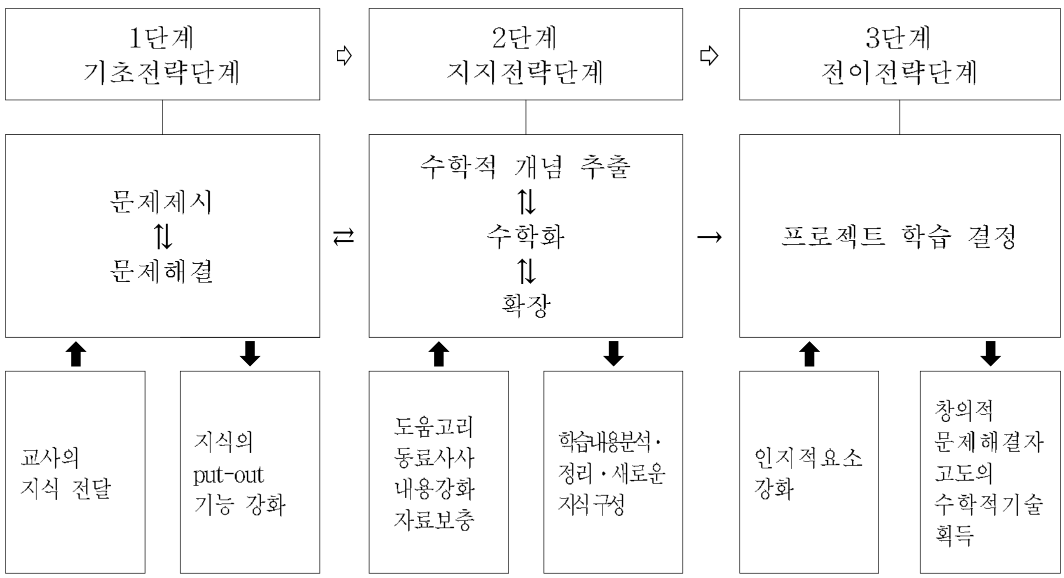
4)「Morden Geometry(Claire Fisher Adler, 1967)」,「Differential Geometry of Curves and Surfaces(Manfredo P. do Carmo, 1976)」,「現代幾何學紀行 기하학이란 무엇인가(천석현, 1997)」,「Euclid 기하학과 비 Euclid 기하학(M.J.Greenberg, 이우영 역, 1997)」,「해석기하학과 사영기하학(최대호, 2000)」을 참고자료로 사용하였다.

‘어떻게 가르칠 것인가’하는 것은 아마도 모든 교사가 고민하는 문제일 것이다. 이러한 교수 방법에 대한 전략으로 기초전략단계(Draft Strategies Step), 지지전략단계(Supportive Strategies Step), 전이전략단계(Transference Strategies Step)를 두었다. 그 하위 단계로 문제제시, 문제해결, 수학적 개념추출, 수학화, 확장의 순서로 구성하였다.

1단계 기초전략단계 교수전략은 영재들이 기존의 많은 정보를 조직, 분류 일반화할 수 있도록 교사의 지식전달은 최소한으로 하고, 지식의 Put in 보다는 Put out에 중점을 둔다. 문제제시와 문제해결이 이 단계에 해당된다.

2단계 지지전략단계에서의 교수전략은 영재 상호 협력적 관계를 통해 어려운 과제도 쉽게 해결할 수 있도록 이끌어 주는 단계이다. 영재 서로가 동료 Mentor로서의 역할을 한다. 이때, 교사는 보충학습 자료를 제공하고 수학영재들이 기존의 학습내용을 분석, 정리하여 새로운 지식을 구성 할 수 있도록 안내자 역할을 한다. 수학적 개념추출, 수학화, 확장이 이에 해당된다.

3단계 전이전략단계에서의 교수전략은 앞선 인지적 요소를 더욱 강화하고 영재 혼자 프로젝트 문제를 정하고 독립적인 연구를 할 수 있도록 돕는다. 이것은 창의적 문제해결자로서의 성장에 초점을 두고 고도의 수학적 기술을 얻도록 이끄는 단계이다.



[그림 1] 프로그램의 설계에 따른 교수전략

각 하위단계의 구체적 내용은 다음과 같다.

1) 문제제시

이 단계에서는 학습목표를 달성하기 위해 알아야 하는 구체적인 학습과제를 제시한다.

2) 문제해결

이 단계에서는 문제제시단계에서 제기된 구체적 과제에 대한 기초 지식과 해당차시에서

꼭 파악하고 있어야 하는 내용들을 필수예제로 둔다. 이 단계에서 교사의 최소한의 지식전달이 이루어지도록 한다.

3) 수학적 개념추출

수학적 개념추출단계는 학생이 해결한 문제로부터 해결방법과 사용한 개념들을 분석하는 단계로서 수학적으로 유의미한 개념들을 명확하게 하고 그 개념을 관련된 개념과 연결하여 새로운 개념구조를 조직하도록 한다.

4) 수학화

추출된 개념을 바탕으로 관련된 수학적 구조를 조직하는 단계로, 기존의 수학적 구조가 될 수도 있고 새로운 구조로 발전 될 수 있도록 학생들을 유도한다. 따라서 교사는 여러 가지의 추출물을 기존의 개념과 결합하고 재구성할 수 있도록 예상되는 구조를 미리 파악하고 있어야 한다.

5) 확장

수학화 단계에서 조직된 개념을 한 차원 높게 확장하는 활동이 이루어지는 단계이다.

이와 같은 절차는 수학영재들이 보다 창의적으로 다양한 문제 해결 전략 개발에 도움을 주며, 수학에 대한 이해 촉진과 확장, 지적 호기심 및 도전의식으로 수학적 재능을 발휘할 수 있도록 도와준다.

Ⅳ. 적용 및 결과

1. 연구 참여자

본 프로그램에는 북경 소재 국제학교 10학년(2009년) 5명의 학생들(남 3명, 여 2명)이 참여하였다. 이들 5명 모두 10학년 입학고사에서 상위 5%이내의 성적을 거두었으며, 직전 학기 수학 성취도 평가에서 일정수준 이상의 능력을 갖춘 검증된 학생들이다.

2. 연구 방법

본 연구는 저자가 구안한 기하프로그램(1차시~16차시, 4시간/차시별)과 교수전략을 적용, 2009년 4월부터 2010년 2월까지 매주 목요일 방과 후 2시간씩 진행되었다. 이 과정에서 기하 프로그램 및 교수전략에 대한 기대효과와 영재들의 학습 반응을 알아보기 위해 질적 연구방법 중 사례연구방법과 양적 연구를 병행하였다.

3. 자료의 수집과 분석

본 연구는 주당 2시간 중 1시간은 고등학교 과정의 기하 심화 학습을 그리고 1시간은 본 프로그램을 투여 실제연구 활동으로 진행되었다. 여기서 나타난 영재들의 언어와 태도, 성향

등을 기록한 프로토콜과 학습 반응을 기록한 수업일지를 통해 본 연구의 효과성을 알아보고, 한국교육개발원이 개발한 '수학 창의적 문제해결력 검사지' 로 평가한 후, SPSS 12.0 프로그램으로 Paired-Samples t-Test 사전・사후 비교 결과 분석을 통해서 영재들의 창의성에 어떤 유의미한 변화가 있었는지 알아보았다.

4. 적용・결과

기초전략단계(문제제시, 문제해결)에서, 영재들은 교실 친구들이 배우지 않는 학습내용을 배운다는 것에 대해 자부심과 새로운 지식 습득에 대한 뜨거운 열정을 보였다(프로토콜1).

(프로토콜1)

교 사 : 지난 시간에 결합구조가 무엇인지, 아핀평면과 사영평면에는 어떤 성질이 있는지, 그리고 동형사상이 무엇인지를 알아보았는데, 이번 차시에는 쌍대가 무엇인지를 알아보자.

학생A : 선생님! 다른 애들은 이거 배우지 않죠? 그래서 이시간이 더 신나요.

교 사 : 배우는 것이 기쁘다니 선생님도 좋구나! 먼저, 유클리드기하에서 도형을 이동해서 서로 겹쳐지는 것을 합동이라 한다. 그런데 합동변환의 성질 중 일대일의 점대응(點對應)과 선분(또는 직선)은 선분(또는 직선)에 대응 이 두 가지 조건에 의한 변환을 아핀변환이라 한다.

학생B : 그럼, 변환과 쌍대는 개념이 같은가요? 그리고 선생님! 쌍대가 무엇인지 예를 하나만 들어주세요.

교 사 : 합동변환은 점은 점으로 선분은 선분으로 대응시키는 함수 f를 생각할 수 있다. 이 때, 점을 직선으로, 직선을 점으로 대응시키는 함수를 쌍대라 한다. 여기서 쌍(双)은 짝이라는 의미이고, 대(對)는 우리가 너무 잘 아는 뚜웨이(dui)[5] 이다.

학생C : 그럼, 합동과 아핀변환과 쌍대는 모두 변환이라는 개념이 같은 것이지만 대응되는 요소(?)가 조금씩 다른 차이가 있다는 말씀이죠.

교 사 : 그래 그렇게 말할 수 있겠구나.

학생D : 유클리드기하에서 합동은 완전히 포개어지는 것이므로 길이가 보존된다는 것인데, 아핀변환은 길이 보존은 생각하지 않아도 된다는 말씀이죠?

교 사 : 그래, 정확히 개념을 잡았구나.

학생들 : 선생님, 본격적으로 시작하죠! 오늘 문제는 제가 해결 할 수 있을 것 같아요.

교 사 : 먼저, 몸 풀이 문제를 해볼까? '서로 다른 두 점은 한 직선을 결정한다.'의 쌍대는 무엇일까?

학생C : "서로 다른 두 직선은 한 점에서 만난다."입니다.

교 사 : 왜 그렇게 생각하지?

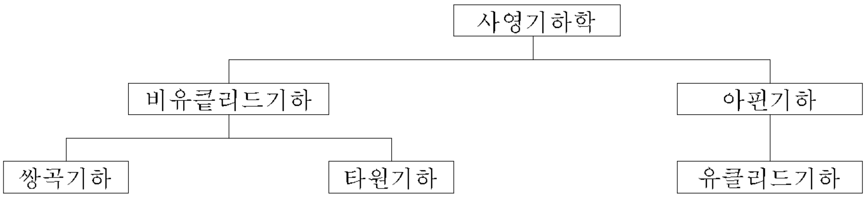
학생C : 쌍대는 점은 직선으로, 직선은 점으로 바꾸는 것이기 때문입니다.

교 사 : 그래, 참 잘 대답해 주었다.

학생들 : 와우

교 사 : 여기서 유클리드기하와 아핀기하 그리고 비유클리드기하의 관계도를 그리면 다음과 같다.

5) 對의 중국식 병음발음이 dui이다.

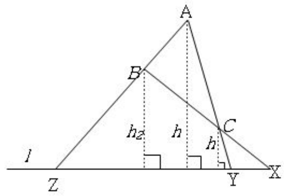


학생들 : 예, 잘 알겠습니다.
교 사 : 자, 그럼 [문제1] '임의의 평면은 선들이 점들의 집합으로 구성된 한 평면과 동형이다.'를 밝혀보아라.

위 프로토콜에서 보듯, 교사는 최소의 내용만을 알려주어 영재들이 궁금증을 갖도록 학습환경을 조성하고, 그들의 생각과 지식을 충분히 끌어내도록 유도하기 위해 기초전략단계에서의 교사 역할을 안내자의 역할로 제한하였다. 그러면서 [문제1]과 같이 해당차시에서 파악해야 할 내용을 필수문제로 제시하였다.

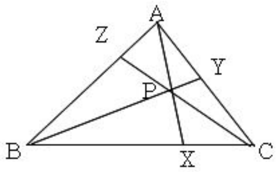
지지전략단계(수학적 개념추출, 수학화, 확장)에서 보여준 영재들의 반응은, 앞서 배운 개념을 확실히 정립하고 그 정립한 개념들을 활용하여 관련된 개념들을 하나씩 하나씩 연결하여 하나의 묶음으로 잘 엮어내는 것이었다(프로토콜2).

(프로토콜2)
교 사 : 쌍대인 것은 또 없을까?
학생E : 파스칼의 정리 '육각형의 꼭지점들이 두 직선 위에 엇갈리게 놓여 있다면, 그 마주보는 변들이 만나는 점들을 같은 직선 위에 있다.'와 브리앙숑의 정리 '육각형의 변들이 두 점을 엇갈리게 지난다면, 그 마주 보는 꼭지점을 연결한 직선은 같은 점을 지난다.'가 쌍대입니다.
교 사 : 정확하게 말해주었다. 파스칼과 브리앙숑의 정리뿐만 아니라 사영기하학의 모든 정리는 짝을 지어 각각은 다른 것과 닮게, 말하자면 구조적으로 같게 나타난다. 이 관계를 쌍대성(duality)이라 한다. 평면사영기하학에서는 점과 직선을 쌍대 원소라 한다. 한 점을 지나는 직선을 긋는 것과 한 직선 위에 한 점을 잡는 것은 서로 쌍대 조작이라 한다. 두 그림이 쌍대인 것은 하나가 다른 그림으로부터 각 원소와 조작을 그들의 쌍대인 것으로 대치하여 얻을 수 있을 때를 말한다. 예를 들어 파스칼과 브리앙숑의 정리는 쌍대이고, 데자르그 정리의 쌍대는 정확히 그것의 역이다. 쌍대의 이러한 현상은 사영기하에 초등(계량기하)기하와 아주 다른 특성을 보여준다.
학생들 : 기하 이외에도 쌍대가 있을 것 같은데요?
교 사 : 과연 그럴까?
학생A : 집합 $A\cup B=B\cup A$와 $A\cap B=B\cap A$이 쌍대라고 생각합니다.
학생들 : 그렇다면 $A\cap\varnothing=\varnothing$와 $A\cup U=U$도 쌍대가 됩니다. 선생님! 재미있어요.
교사 : 그래! 재미있다니 좋구나. 쌍대를 이제 잘 찾는구나. 그럼 다른 것에서도 쌍대를 찾을 수 있겠지?
학생들 : 네
교 사 : 사영평면에서는 쌍대원리가 성립함을 알았다. 그럼, 이번에는 누가 메넬라우스의 정리를 설명하고 증명해 볼까?



학생C : (시간이 흐른 뒤)제가 하겠습니다. '한 직선이 삼각형 ABC의 변 BC, CA, AB 또는 그 연장과 만나는 점을 각각 X, Y, Z라 하면 $\frac{BX}{CX}\cdot\frac{CY}{AY}\cdot\frac{AZ}{BZ}=1$ 이 성립한다. 역으로 삼각형의 세 변 또는 그 연장 위의 점 X, Y, Z에 대하여 위의 등식이 성립하면 X, Y, Z는 한 직선 위에 있다.'입니다. 이제 증명하도록 하겠습니다.

교 사 : 아주 잘했다. 그럼 우리가 알고 있는 정리 중에 메넬라우스 정리와 쌍대인 정리는 없을까?



학생D : '삼각형 ABC의 변 BC, CA, AB 위에 점 X, Y, Z를 잡을 때 세 개의 선분 AX, BY, CZ가 한 점 P에서 만나면 $\frac{BX}{XC}\cdot\frac{CY}{YA}\cdot\frac{AZ}{ZB}=1\cdots$ ① 이 성립하고, 역으로 ①이 성립하면 세 개의 선분 AX, BY, CZ는 한 점 P에서 만난다.'는 체바의 정리가 쌍대입니다.

교 사 : 그래, 체바와 메넬라우스의 정리는 각각 공점선과 공선점에 관한 정리로서 서로 쌍대관계이다.

이 단계에서 영재들은 사고의 유연성과 문제해결의 실마리인 핵심적 아이디어를 잘 찾아 내며 쌍대에 대한 지식 구조 전반을 통찰해 나갔다. 그러면서 다양한 정보를 조직하고 통합하여 대수에서 쌍대원리를 찾아내는 일반화 단계까지 이르렀다. 한편, 교사는 지지전략단계에서 영재들이 발견해 낼 수 있는 개념과 정리들을 예측하여 교수·학습과정의 시나리오를 사전 구성하였다.

전술한 영재들의 행동특성은 학교교육과정을 다루는 교실수업에서는 흔히 일어나지 않는 일들로 영재들이 새로운 지식 탐구에 대해 뜨거운 열정을 갖고 있음을 잘 대변해 준다. 또한 이 과정에서 교사의 적절한 학습안내와 자료제공은 영재의 창의성 신장을 위한 필수적 요소이다(전영주 2006). 이러한 안내를 통해 영재들은 학습과정에서 교사가 생각하는 것 그 이상의 목표를 달성한다. 또 기발한 아이디어로 문제해결 방법을 구체적이고 정교하게 해결하기도 한다([그림2]).

수업일지[그림 3]는 학생들의 반응을 실시간 프로토콜로 기록하지 못했던 내용들을 정리하여 적은 것으로 다음 차시 수업을 구상·활용하기 위한 자료로 사용되었다.

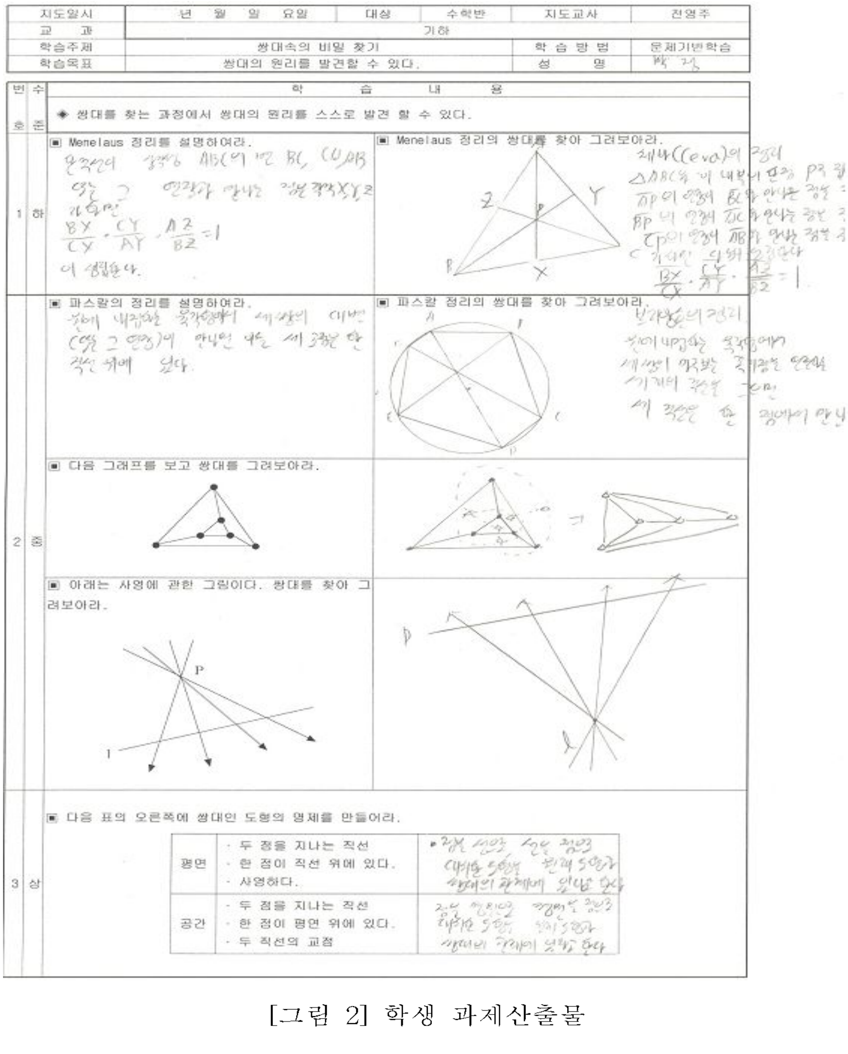
아래 <표 2>는 창의적 문제해결력에 대한 사전·사후 검사 항목과 시기를 나타낸 것으로, 본 프로그램 설계 및 교수전략 수행이 영재들의 창의력 신장에 어느 정도 영향을 주었는지를 알아보기 위한 것이다. 한국교육개발원이 개발한 수학 창의적 문제해결력 검사지[6]를 이용하여, 사전검사는 2009년 5월 A형으로 사후검사는 2009년 12월 B형으로 실시하였다.

6) 사전·사후 동형 검사지를 사용할 경우 문제 유출로 인한 정확한 측정을 할 수 없기 때문에 검사지를 달리 사용하였다. 참고로 이 수학 검사지는 A, B 두 유형이 구체적인 문항은 서로 다르나 각 학교 급별 난이도가 비슷하여 어느 유형의 검사지를 사용하든 검사 결과는 유사하게 나온다.

<표 2> 수학 창의적 문제해결력 사전·사후 검사 항목 및 시기

종류	검사지 유형	검사 항목	검사 시기
사전 검사	수학 창의적 문제해결력검사지 A형	유창성, 융통성 독창성	2009. 05. 07.
사후 검사	수학 창의적 문제해결력검사지 B형	유창성, 융통성 독창성	2009. 12. 11.

수학 창의적 문제 해결력검사는 1, 2부로 구성되어 있는데, 본 연구에서는 1부, 2부를 모두 실시하였다. 1부는 수학적 유창성, 융통성, 독창성 등을 측정하는 9개의 서술 문항으로 구성되어 있으며 검사 시간은 80분이다. 정의와 그 평가 준거는 <표 3>과 같다. 2부는 수렴적 사고를 측정한다.



[그림 2] 학생 과제산출물

<table>
<tr><td>일시</td><td>2009년 10월 19일(월)</td><td>장소</td><td>토의학습실</td></tr>
<tr><td>수업대상</td><td>수학반 1학년</td><td>지도교사</td><td>전 영 주</td></tr>
<tr><td>학습주제</td><td>쌍대(duality) 속에 숨은 비밀 찾기</td><td>차시</td><td>12/16</td></tr>
<tr><td colspan="4">수 업 일 지</td></tr>
<tr><td colspan="4">앞서 두 시간동안 쌍대에 대한 소개 그리고 메넬라우스 정리와 체바의 정리가 쌍대라는 사실 속에서 사영기하학의 모든 정리는 짝을 지어 각각은 다른 것과 닮게, 말하자면 구조적으로 같게 나타난다는 사실들, 즉 쌍대성(duality)을 알게 되었다. 학생들은 이번 시간 파스칼과 브리앙숑의 정리뿐만 아니라 평면사영기하학에서는 점과 직선을 쌍대 원소라 하여 한 점을 지나는 직선을 긋는 것과 한 직선 위에 한 점을 잡는 것은 서로 쌍대 조작이라는 것까지 찾아냈다.
학생들은 유클리드 기하의 공리와 공준, 합동변환(合同變換)에 의해서 도형을 비교하고, 합동이 되는지 어떤지를 알아보았다. 그러면서 평행투영(平行投影)에 의한 변환인 아핀변환, 조건을 더욱 부드럽게 한 사영(射影)을 알아가면서 기하수업에 자신감을 얻은 표정들이 역력했다.
사실 수학은 무엇보다도 다른 학문 특히 계량과학을 위한 도구적 측면이 강하기 때문에 문제해결력이 중요하고 이에 따라 문제해결을 창의적으로 수행할 수 있는 수업설계 및 교수학습방법을 모색해야한다는 것을 이번 교수・학습을 통해 더욱 깨닫게 되었다.
학생들 역시 어떤 영역에 관련된 지식을 많이 가지고 있고 그 지식으로 주어진 문제해결을 성공적으로 수행해왔다고 확신할 경우, 그 지식으로 인한 성공 기대감과 그 지식에 대한 집착성은 비례하게 되는 경향이 있다는 사실을 알게 되었다.</td></tr>
</table>

[그림 3] 수업일지

<표 3> 수학적 창의성의 하위 요인과 평가 준거

유창성	문제 상황에 유의미한 답으로서 여러 가지 반응, 아이디어를 낼 수 있는 능력	의미 있는 반응의 개수
융통성	서로 다른 범주의 반응, 아이디어를 낼 수 있는 능력	반응의 유형별 가지 수
독창성	다른 사람들과는 다른 참신하며, 질적으로도 수준 높은 반응, 아이디어를 낼 수 있는 능력	반응의・상대적 희귀 빈도와 질적인 참신성, 가치

창의적 문제해결력 검사를 실시한 후, 5명 학생의 백분위 점수를 가지고 각각의 검사 항목에 대하여 'SPSS 12.0' 프로그램으로 'Paired-Samples t-Test'를 실시하여 다음의 결과를 얻었다<표 4>.

<표 4> 사전・사후 검사 결과

<table>
<tr><td colspan="3" rowspan="2">검사명</td><td colspan="2">사전 (N=5)</td><td colspan="2">사후 (N=5)</td><td rowspan="2">유의수준
(p값)</td><td rowspan="2">비고</td></tr>
<tr><td>평균</td><td>표준편차</td><td>평균</td><td>표준편차</td></tr>
<tr><td rowspan="4">수학 창의적
문제해결력
검사</td><td rowspan="3">1부
검사</td><td>유창성</td><td>89.62</td><td>3.48</td><td>94.92</td><td>2.73</td><td>.031</td><td></td></tr>
<tr><td>융통성</td><td>90.54</td><td>4.37</td><td>93.06</td><td>4.70</td><td>.008</td><td></td></tr>
<tr><td>독창성</td><td>80.26</td><td>10.93</td><td>88.38</td><td>7.90</td><td>.022</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">2부 검사</td><td>84.48</td><td>7.73</td><td>88.62</td><td>8.26</td><td>.046</td><td></td></tr>
</table>

<표 4>를 살펴보면, 수학 창의적 문제해결력 1부 검사의 유창성, 독창성 요인에서 유의미한 변화가 있음을 알 수 있다. 특히 융통성이 크게 향상 되었다. 또한, 표준편차(1부 검사)도 줄어들어 수학 창의적 문제해결력이 낮은 학생들에게서 많은 상승이 있었음을 알 수 있다. 2부 검사의 경우도 검정통계량의 유의확률이 0.046로 유의수준 0.05보다 작게 나타나 유의수준 5%하에서 유의미한 차이가 있음을 알 수 있다.

본 프로그램 설계 및 교수전략을 적용하여 얻은 위의 결과들을 통해 다음과 같은 몇 가지 제언을 하고자 한다.

첫째, 영재 교육 프로그램 구성의 기본원칙은 영재 특성을 고려한 차별성이 있어야 한다. 영재는 일반 학생들과는 다른 특성과 요구를 지니며, 학습 속도가 빠르고 고급 사고력을 구사하고, 높은 지적 욕구와 자율적 탐구 능력, 창의성 등을 지니고 있기 때문이다. 그러므로 영재를 위한 교육 프로그램을 설계할 때에는 일반 교육 프로그램과는 폭과 깊이, 조직 방식 등에서 질적으로 차별화되도록 구성한다.

둘째, 기초전략단계(문제제시, 문제해결)에서는 복잡한 과제학습의 형태로 문제를 제시하고 주어진 문제를 동료와 협동하여 해결할 수 있도록 조직한다. 이것은 영재들이 제시된 과제나 문제를 해결하기 위한 복잡한 사고과정에서 건전하고 비판적인 사고를 갖게 될 뿐 아니라 의미 있는 질문들을 하도록 하기 위한 것이다. Trefz(1996)는 복잡한 문제를 해결하면서 학생들이 필요한 지식과 문제해결에 필요한 상위 사고력과 창의성도 키우게 된다고 주장하였다.

셋째, 지지전략단계(수학적 개념추출, 수학화, 확장)에서는 구체적 요소인 수, 형태, 사물 등을 다루는 것보다 데이터의 해석이나 개념의 이해, 일반화 등의 추상적 요소를 포함한다. 또, 개념과 그 개념들 간의 복잡한 관련을 포함하고 학습의 전이 효과와 일반화 가능성이 큰 개념이나 활동 내용 등을 포함한다.

넷째, 교수전략 면에서는 논리적 사고력을 기를 수 있는 추론, 증명 등을 강조하되 너무 지나치지 않도록 하고, 문제해결을 위해 영재 스스로가 창의적 방법을 찾아 낼 수 있도록 지도한다.

다섯째, 영재들이 정보와 지식을 단순히 기억하고 이해하는 것을 지양하고, 탐구 과제와 다른 자료 속에서 중요한 정보를 분석・종합・적용・평가하는 고급적 사고 기능을 기르도록 교수전략을 세운다.

Ⅴ. 결론 및 제언

지금까지 알려진 영재를 위한 교수・학습모형으로 Renzulli(1985)의 3부 심화 모형(Enrichment Triad Model), Treffinger(1982)의 자기 주도적 학습 모형(Self-Directed Learning), Wallas(1926)와 Parnes(1981)의 창의성과 문제 해결력 신장을 위한 학습모형, Clark(1986)의 인지적・정의적・감각운동 영역의 통합학습 모형을 들 수 있다. 그러나 아쉽게도 이러한 모형들은 수학영재를 위한 최적의 모형이 아니라는 점이다. 심화 모형은 일반학교에서 전교생을 대상으로 한 교수・학습으로 적당한 모형으로 개별화가 어려우며, 다른

모형들도 일반적 영재를 위한 모형으로 특정한 수학과의 구체적 교과학습내용과 교수・학습 전략을 수립하기가 쉽지 않다. 그러므로 수학영재를 위한 실천적 프로그램 설계와 교수전략에 대한 연구는 의미 있는 일이었다.

프로그램의 내용 주제를 기하로 선택한 것은 자연에서 발견할 수 있는 아름다움을 기하를 통해서도 찾을 수 있기 때문이었다. 특히 미분기하의 기초가 되는 해석기하학, 공선(共線), 공점(共點) 등 비계량적 개념을 다루는 사영기하학, 이 두 기하 모두 중・고등학교에서 다루는 유클리드기하의 초등 개념을 넘어선다는 점에서 수학영재들에게 꼭 필요한 교수요목으로 판단해서이다.

한편, 영재프로그램을 설계할 때 우선 고려한 점은 영재의 특성에 맞춘 학습내용과 우연한 수업처럼 교수・학습이 이루어지도록 프로그램을 구성하는 것이었다. 그들은 매우 강한 도전정신이 있음과 동시에 쉽게 지루해 하는 성향을 갖고 있기 때문이다. 더욱이 정형화된 문제 보다는 개방적이고 비 구조화된 문제가 필요한데, 그것은 학습과정에서 영재들에게 학습의 전이 효과와 일반화 가능성을 높여줄 수 있는 필수 요소이기 때문이다.

또 맹목적 속진학습은 영재의 창의성을 떨어뜨리게 되며 속진 학습을 위해 교사의 지나친 간섭이 뒤따르게 되므로 속진과 심화학습이 병행되는 프로그램 설계가 바람직하다는 결론을 얻었다.

교수전략 측면에서는 영재들이 신선한 아이디어를 창출하여 이를 통한 창의적 문제해결을 할 수 있도록 전략적 방안을 수립한다. 그러면서 학습 내용과 학습 방법을 영재 자신이 선택하고 독립적으로 탐구할 수 있도록 하는 것, 이것을 궁극적 교수전략의 최종 목표로 설정하는 것이다.

참고문헌

교육부 (2000). 수학 중학교 교육과정 해설서, 서울: 대한교과서주식회사.

교육부 (2000). 수학 고등학교 교육과정 해설서, 서울: 대한교과서주식회사.

교육부 (2007). 수학과 교육과정, 교육인적자원부 고시 제 2007 - 79호 [별책 8]

우정호 (2000). 수학 학습지도 원리와 방법, 서울: 서울대학교출판부.

전영주 (2006). 사사프로젝트 학습을 통한 수학영재지도, 한국학교수학회 논문집 9(2).

천석현 (1997). 현대기하학기행. 서울: 교육사.

한국교육개발원 (1998). 기하의 세계, 수탁연구 CR98-18-26, 서울: 한국교육개발원.

한국교육개발원 (2002). 영재 심화 교수-학습 자료 중등수학 3학년용(교사용 지도서) 서울: 한국교육개발원.

한국교육개발원 (2004). 삼각형의 마음, 수탁연구 RM 2004-45-19, 서울: 한국교육개발원.

한국교육개발원 (2007). 도형과 수의 만남, 수탁연구 RM 2007-9-11, 서울: 한국교육개발원.

한국교육개발원 (2007). 종이접기로 배우는 수학, 수탁연구 RM 2007-9-13, 서울: 한국교육개발원.

Howard Eves (1998). 수학사(이우영 & 신항균 역), 서울: 경문사.

Maker, C. J .(1986). Critical Issues in Gifted Education : Defensible Programs for the Gifted. An Aspen Publication.

Parnes, S. J. (1981). The Magic of Your Mind. Buffalo, NY: Creative Education Formation.

Renzulli, J. S. (1986). Systems and Models for Developing Programs for the Gifted and Talented, Creative Learning Press, Inc.

Renzulli, J. S. and Reis, S. M .(1985). The Schoolwide Enrichment Model: A Comprehensive Plan for Educational Excellence. Creative Learning Press Inc.

Sisk, D (1987). Creative Teaching of the Gifted. McGraw-Hill Book Co.

Treffinger, D. J. (1982). Self Directed Learning. In C. J. Maker(Ed.) Teaching Models in Education of the Gifted. London: Aspen Systems Cooperation.

Trefz, R. (1996). Maximizing your classroom time for authentic science: Differentiating science curriculum for the gifted. ED 400 188. Paper presented at the Global Summit on Scinece and Science Teaching, San Francisco, CA.

Wallas, G. (1926). The Art of Thought. New York: Harcourt Brace.

The Design and Teaching Strategy of Geometry Program for the Mathematically Gifted

Jeon, Young Ju[7]

Abstract

Even though geometry is an important part basic to mathematics, studies on the program designs and teaching strategies of geometry are insufficient. The aims of this study are to propose the model of program design for autonomous learners taking their characteristics of the mathematically gifted into consideration. The core of teaching materials are analytic geometry and projective geometry. And the new teaching strategy will introduce three steps ; a draft strategies step(problem presentation, problem solving), a supportive strategies step(abstraction of a mathematical concept, mathematical induction, and extension), a transference strategies step to teaching strategy suitable for mathematically gifted. As a result, this study will suggest the effective methods of geometry teaching for the mathematically gifted.

Key Words : Mathematically Gifted, Geometry Teaching, Program Designs, Teaching Strategies

7) Hapduk Steel High School (whaljuro@paran.com)