

Newmark β 방법에 의한 지반진동의 단자유도계 구조물 동적응답 시간이력 해석

김종인¹⁾, 강성승^{2)*}

Time-History Analysis on Structure Dynamic Response for the SDOF System of Ground Vibration by the Newmark β method

Jong-In Kim, Seong-Seung Kang

Abstract The purpose of this study is to evaluate an effect of ground vibration caused by blasting on the concrete brick structure. For the purpose, dynamic response time-history of the structure assumed single degree of freedom (SDOF) system and vibration time-history directly measured from the structure were examined, using Newmark β method based on data measured at ground. The time-history was interpreted from the measured data of ground and structure in single hole blasting. Vibration magnitude between ground vibration and structure in single hole blasting and 20 ms interval blasting was about three times and was shown larger vibration on the structure. By time-history analysis of structure dynamic response, the value was almost the same one with the data measured from the structure. It indicates that the vibration characteristics of structures may be predicted on the basis of the ground vibration data measured from the sub-ground of structure.

Key words Ground vibration, Newmark β method, Single degree of freedom (SDOF) system, Dynamic response, Time-history

초 록 본 연구는 발파진동에 의한 지반진동이 구조물에 미치는 영향을 평가하기 위함이다. 이를 위하여 지반에서 측정된 자료를 토대로 Newmark β 방법을 이용하여 단자유도계(SDOF)를 가정한 구조물 동적응답 시간이력과 구조물에서 직접 측정된 진동 시간이력을 비교 하였다. 지반과 구조물의 측정 자료로부터 시간이력을 해석한 결과, 단일공 발파와 20 ms 단차 발파에서 지반진동과 구조물 사이의 진동 크기는 약 3배의 차이로 구조물에서 더 큰 진동을 보이는 것으로 나타났다. 구조물 동적응답 시간이력을 해석한 결과, 그 값은 구조물에서 직접 측정된 자료와 유사한 최대 진동속도를 보였으며, 이것은 구조물 하부 지반에서 측정된 지반진동 측정자료에 근거하여 구조물의 진동특성을 예측할 수 있음을 지시한다.

핵심어 지반진동, Newmark β 방법, 단자유도계, 동적응답, 시간이력

1. 서 론

구조물의 동적응답에 대한 관심은 구조 동역학 분야에서 주로 지진이나 핵폭발에 대한 연구에 집중되어 있다. 반면에 발파진동분야의 경우 발파진동으로 야기된

지반진동이 주된 연구 대상으로 이루어지고 있다. 하지만 지반진동에 의해 발생된 구조물의 진동에 대한 연구는 현재까지 미미한 수준이다.

최근 도로, 철도, 택지조성공사 중 발파공법에 의한 암반굴착 작업은 주변 주거지의 거주자에 의한 빈번한 민원을 수반한다. 이러한 민원의 대부분은 주택의 손상 정도에 대한 것이라기보다는 발파작업에 의해 야기된 진동이 지반에서의 감응정도와 주택에서의 감응정도 차이에 따른 반응이 더 큰 비증을 차지한다. 지반진동에 의한 구조물의 진동은 단자유도(SDOF, Single Degree of Freedom) 모형으로 설명할 수 있다(Kazakov, 2008).

¹⁾ 조선대학교 에너지자원공학과 객원교수

²⁾ 조선대학교 에너지자원공학과 조교수

* 교신저자 : kangss@chosun.ac.kr

접수일 : 2010년 8월 11일

심사 완료일 : 2010년 8월 23일

게재 확정일 : 2010년 8월 24일

Langan(1980)은 계측된 구조물은 지반의 최대 진동속도보다는 구조물의 고유진동수 및 감쇠율의 변화에 따른 단자유도계 응답에 더 의존한다고 밝혔다. 이러한 견해는 구조물에서 측정된 진동이 최대 지반진동에 비해한다고 가정하기보다는 구조물의 고유진동수에 따라 증폭되거나 감쇠됨을 의미한다(양형식, 1992). 따라서 본 연구에서는 발파진동에 의해 야기된 지반진동이 구조물에 미치는 영향을 평가하기 위하여 지반에서 측정된 자료를 토대로 Newmark β 방법을 이용하여 단자유도계를 가정한 구조물 동적응답 시간이력과 구조물에서 직접 측정된 진동 시간이력을 비교 검토 하였다.

2. 단자유도계 구조물의 동적응답 예측법

단자유도 시스템은 재하된 힘이나 지반가속도가 시간에 대한 임의의 함수이거나 비선형 시스템일 경우 운동방정식의 해를 얻는 것은 불가능하다(Chough; 1993, Chopra; 1995). 따라서 여러 가지 수치해석 방법 중의 하나를 이용하여 구하게 되는 것이 일반적이다. 예를 들면, Duhamel 적분(Kazakov, 2008)과 같이 여러 개의 미소구간에 대해 선형 변화를 가정하여 수치적 평가를 수행하거나, 직접적분법(direct integration method)과 같이 운동방정식을 변환시키지 않은 상태에서 단계적 수치적분을 수행하여 적분 값을 구하는 방법을 들 수 있다(김두기, 2009). 본 연구에서는 발파진동에 의해 야기된 동하중에 대한 구조물 진동 시간이력을 직접적분법 중 Newmark β 방법을 이용하여 산출하였다.

지반진동에 의해 동적 하중을 받는 단자유도 시스템은 Fig. 1과 같이 나타낼 수 있으며, 이에 대한 운동방정식은 식 (1)로 표현할 수 있다.

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = -m\ddot{u}_g \tag{1}$$

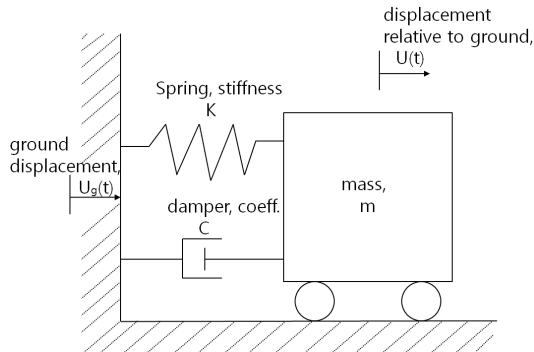


Fig. 1. Single degree of freedom system (김두기, 2009)

$$\ddot{u} + 2\xi\omega\dot{u} + \omega^2u = -\ddot{u}_g \tag{2}$$

여기서, m = 질량, c = 감쇠계수, k = 강성, \ddot{u} =지반에 대한 질량의 상대가속도, \dot{u} =지반에 대한 질량의 상대속도, u =지반과 질량 사이의 상대 변위, \ddot{u}_g =지반의 가속도 이다.

감쇠가 없는 스프링-질량 계의 원고유진동수(circular natural frequency) ω 는 $\sqrt{k/m}$ 와 같다. 또한, 임계감쇠율(fraction of critical damping) ξ 는 $\frac{c}{2\sqrt{mk}}$ 과 같다. 이러한 관계를 통해 식 (1)은 식 (2)와 같이 감쇠율(ξ)과 원고유진동수(ω) 항으로 다시 쓸 수 있다. 그러므로 구조물의 원고유진동수(ω)와 감쇠율(ξ)를 알면 구조물을 정확히 모형화하기 위하여 m, k, c 의 값을 가정할 필요가 없다. 또한, 감쇠율은 구조물의 자유진동 감쇠로부터 식 (3)의 관계를 이용하여 구할 수 있다.

$$\xi = \frac{1}{2\pi} [-\ln \frac{U_2}{U_1}] \tag{3}$$

여기서, U_1 과 U_2 는 각각 n 과 $(n+1)$ 의 연속된 속도 진폭이다(Thompson, 1965).

본 연구에서는 구조물에서 실측한 진동 측정 자료를 통해 원고유진동수(ω)와 감쇠율(ξ)를 산출하였다.

Newmark(1959)가 제안한 Newmark β 방법은 식 (4)와 식 (5)를 가정하여 사용한다.

$${}^{(n+1)\Delta t} \dot{u} = {}^{n\Delta t} \dot{u} + [(1-\gamma) {}^{n\Delta t} \ddot{u} + \gamma {}^{(n+1)\Delta t} \ddot{u}] \Delta t \tag{4}$$

$${}^{(n+1)\Delta t} u = {}^{n\Delta t} u + {}^{n\Delta t} \dot{u} \Delta t + [(\frac{1}{2} - \beta) {}^{n\Delta t} \ddot{u} + \beta {}^{(n+1)\Delta t} \ddot{u}] (\Delta t)^2 \tag{5}$$

여기서, β 와 γ 는 계수로서 해의 정확도와 수치적 안정

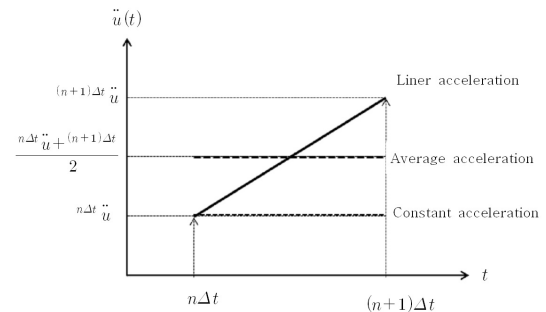


Fig. 2. Average acceleration method of Newmark β method (김두기, 2009)

성을 보장하는 범위 내에서 사용자가 정하는 값들이다.

본 연구에서는 비교적 안정성이 뛰어난 평균 가속도법을 이용하였다(Fig. 2). Fig. 2와 같이 $\gamma=0$ 과 $\beta=0$ 인 경우 일정 가속도법(constant acceleration method), $\gamma=1/2$ 과 $\beta=1/6$ 인 경우 선형 가속도법(linear acceleration method), 그리고 $\gamma=1/2$ 과 $\beta=1/4$ 인 경우 평균 가속도법(average acceleration method)과 동일하다.

시점 $(n+1)\Delta t$ 에서 평형방정식은 식 (6)과 같다.

$$m^{(n+1)\Delta t}\ddot{u} + c^{(n+1)\Delta t}\dot{u} + k^{(n+1)\Delta t}u = {}^{(n+1)\Delta t}\ddot{u}_g \quad (6)$$

앞서 가정한 ${}^{(n+1)\Delta t}\dot{u}$ 와 ${}^{(n+1)\Delta t}u$ 를 사용하여, ${}^{(n+1)\Delta t}\ddot{u}$ 와 ${}^{(n+1)\Delta t}u$ 를 ${}^{(n+1)\Delta t}u$ 만의 항으로 나타낸 후, 평형방정식에 대입하면 ${}^{(n+1)\Delta t}u$ 를 구할 수 있다. 여기서 구한 ${}^{(n+1)\Delta t}u$ 를 다시 ${}^{(n+1)\Delta t}\dot{u}$ 만의 항으로 나타낸 ${}^{(n+1)\Delta t}\dot{u}$ 와 ${}^{(n+1)\Delta t}u$ 에 관한 식들에 대입하여 ${}^{(n+1)\Delta t}\dot{u}$ 와 ${}^{(n+1)\Delta t}\ddot{u}$ 를 구한다.

3. 현장 발파 실험

3.1 발파 조건

현장실험은 에멀전계 폭약($\Phi 50$ mm)을 사용하여 단일공 발파와 20 ms 단차의 지발전기뇌관실험을 실시하



Fig. 3. Measurement of blasting vibration on ground and structure

였다. 발파조건으로 천공경 76 mm, 천공장은 3.4 m, 최소저항선은 1.6 m, 공간격은 1.9m, 공당장약량은 2.4 kg으로 하였다.

3.2 발파진동 측정 및 결과

발파로 인한 지반과 구조물의 응답특성을 분석하기 위하여 Fig. 3과 같이 지반과 구조물에서 발파진동 계측기를 설치하여 동시에 계측을 실시하였다. 또한, 구조물에 설치된 진동센서는 구조물과 동일한 거동을 유발하도록 고정 테이프를 사용하여 단단히 고정하였다. 분석에 사용된 진동 측정자료는 단일공 발파와 20공의 20 ms 단차 지발발파이다(Table 1). 일반적으로 구조물은 수직방향(V)의 진동 보다는 진행방향(L)과 횡방향(T)의 진동에 보다 큰 반응을 보인다. 그러므로 해석에 사용된 진동 측정자료는 발파진동의 3성분 중 최대 진동 크기를 보이고 구조물의 진동해석에서 의미를 갖는 진행방향 성분을 사용하였다.

측정된 자료를 고속 푸리에 변환(Fast Fourier Transform, FFT)을 이용하여 주진동수를 산출한 후 지반과 구조물의 진동수를 분석하였다. 그 결과 Table 1과 같이 지반과 구조물의 주진동수는 단일공과 20 ms의 발파에서 유사하게 발생된 것으로 나타났다.

4. 측정자료 시간이력 해석

4.1 단일공 발파 측정 자료의 시간이력 해석

단일공 발파에 대한 지반과 구조물 측정자료에 대한 시간이력 해석을 실시하였다. Fig. 4는 단일공 발파에 대한 지반과 구조물 진행방향 진동 측정 자료의 시간이력을 보여준다. Fig. 4에서 알 수 있듯이 지반에서 측정된 최대 입자속도(Peak particle velocity, PPV)는 0.746 mm/sec이다. 진행방향 측정 자료의 고속 푸리에 변환 결과 주진동수는 18.8 Hz로 산출되었다. 또한 구조물에서 측정된 최대 입자속도와 고속 푸리에 변환 결과는 2.29 mm/sec와 22.8 Hz로 나타났다. 즉, 지반진동과 구조물간의 진동 크기는 약 3배의 차이로 구조물에서 더 큰 진동을 보였다.

Fig. 4의 구조물 측정자료 시간이력에서 대략 0.6 sec

Table 1. Measured result of blasting vibration

Delay interval	Weight per delay (kg/delay)	Ground		Structure		Measured distance (m)
		PPV (mm/sec)	Domin. Frequency	PPV (mm/sec)	Domin. Frequency	
Single hole	2.4	0.746	18.8	2.29	22.8	127
20 ms interval	2.4	0.651	18.5	2.06	24.3	131

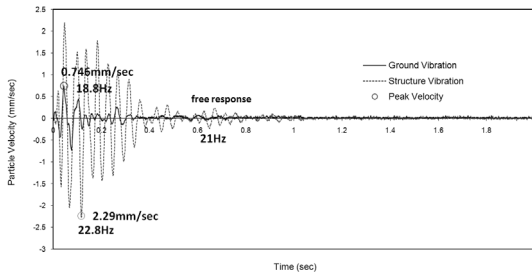


Fig. 4. Time-history of longitudinal particle velocities of ground and structure on single hole blasting

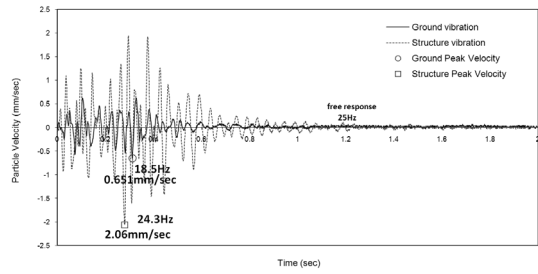


Fig. 6. Time-history of longitudinal particle velocities of ground and structure on 20 ms interval blasting

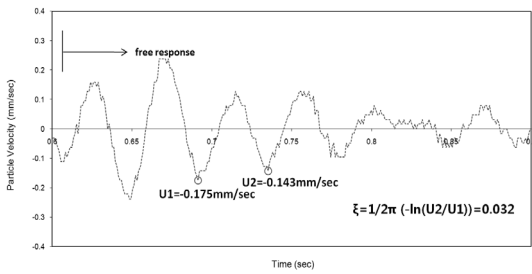


Fig. 5. Calculation of damping ratio from free vibration in single hole blasting

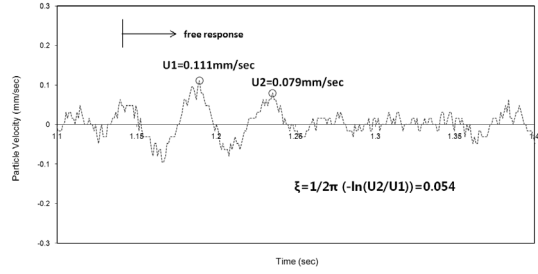


Fig. 7. Calculation of damping ratio from free vibration in 20 ms interval blasting

이후의 진동은 구조물의 자유진동(Free response)에 해당하며, 이때의 진동 시간이력에 대한 원고유진동수(w)는 21 Hz로 산출되었다. 또한, 구조물 자유진동 구간에 대한 감쇠율(ξ)은 0.032로 나타났다(Fig. 5).

4.2 20 ms 단차 발파에 대한 측정자료의 시간이력 해석

Fig. 6은 20 ms 단차 발파에 대한 지반과 구조물 진행방향 진동 측정자료의 시간이력이다. 지반에서 측정된 최대 입자속도는 0.651 mm/sec를 기록하였으며, 이 진행방향 측정자료의 고속 푸리에 변환 결과 주진동수는 18.5 Hz로 산출되었다. 또한, 구조물에서 측정된 최대 입자속도와 고속 푸리에 변환 결과는 각각 2.06 mm/sec와 24.3 Hz로 나타났다. 단일공 발파와 같이 20 ms 단차 발파에서도 지반진동과 구조물간의 진동 크기는 약 3배의 차이로 구조물에서 더 큰 진동을 보였다.

Fig. 6의 구조물 측정자료 시간이력에서 대략 1.1 sec 이후의 진동은 구조물의 자유진동에 해당하며, 이때의 진동 시간이력에 대한 원고유진동수(w)는 25 Hz로 산출되었다. 또한 구조물 자유진동 구간에 대한 감쇠율은 Fig. 7에서 알 수 있듯이 0.054로 나타났다. 단일공 발파시의 구조물 원고유진동수는 21 Hz로 나타났으며, 이것은 20 ms 단차 발파의 구조물 원고유진동수 25 Hz

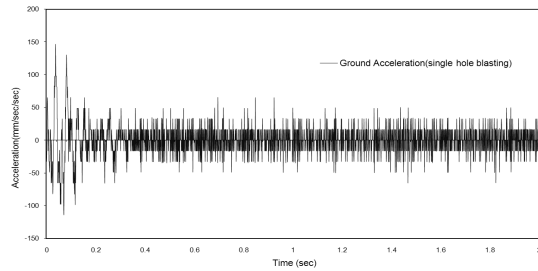


Fig. 8. Acceleration time history measured on the ground in single hole blasting

와 4 Hz차이를 보인다. 이러한 결과는 구조물 부재의 불균질성이나 측정 센서의 측정오차로 판단된다.

4.3 Newmark β 방법($\beta=1/4$)을 이용한 구조물 동적응답 시간이력해석

단일공 발파 지반 진동 측정 자료의 동적응답

Newmark β 방법에 의한 구조물 동적 응답 시간이력 해석을 위하여 단일공 발파에 대한 지반 측정 자료를 가속도 시간이력으로 변환하였다(Fig. 8). 변환된 가속도 시간이력에 대해 평균가속도방법(Newmark β method, $\beta=1/4$)에 의해 점진적(step-by-step)으로 수치적분을 수행하여 수치적 평가를 수행하였다. Fig. 9와 Fig. 10은

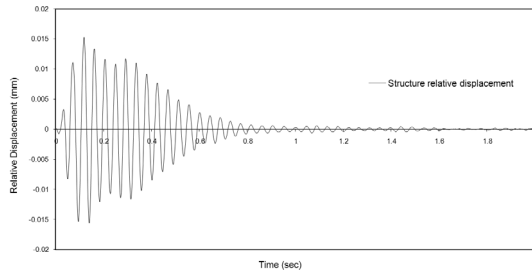


Fig. 9. Relative displacement time history of the structure in single hole blasting

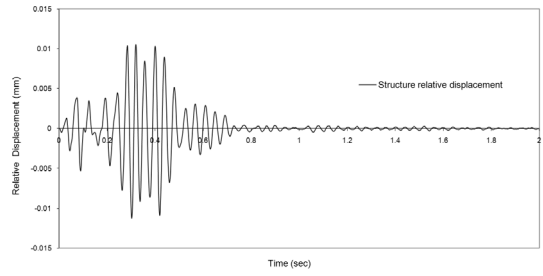


Fig. 12. Relative displacement time history of the structure in 20 ms interval blasting

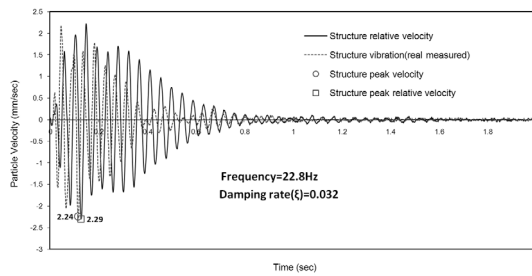


Fig. 10. Comparison of measured peak velocity and calculated peak relative velocity for the structure in single hole blasting

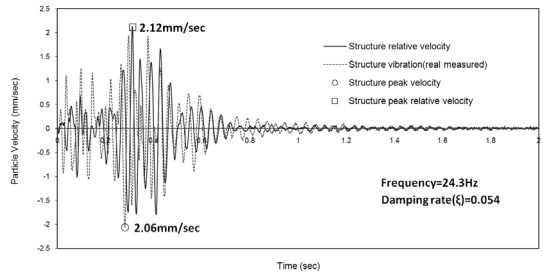


Fig. 13. Comparison of measured peak velocity and calculated peak relative velocity for the structure in 20 ms interval blasting

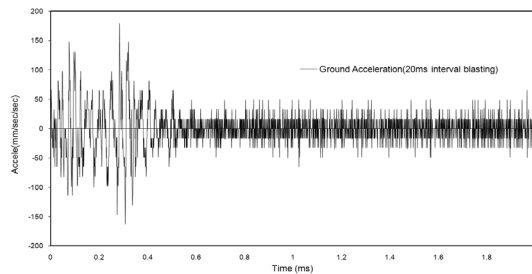


Fig. 11. Acceleration time history measured on the ground in 20 ms interval blasting

점진적인 수치적분으로 산출된 구조물 상대변위와 구조물 상대속도 및 실제 측정 자료의 입자속도를 각각 나타낸 것이다.

20 ms 단차 발파 지반 진동 측정 자료의 동적응답

Newmark β 방법에 의한 구조물 동적 응답 시간이력 해석을 위하여 Fig. 11과 같이 20 ms 단차 발파에 대한 지반 측정 자료를 가속도 시간이력으로 변화하였다. 변환된 가속도 시간이력에 대해 평균가속도방법(Newmark β method, $\beta=1/4$)에 의해 점진적으로 수치적분을 수행하여 수치적 평가를 수행하였다. Fig. 12는 점진적인 수

치적분으로 산출된 구조물 상대변위이다. 또한, Fig. 13은 점진적인 수치적분으로 산출된 구조물 상대속도 및 실제 측정 자료의 입자속도이다.

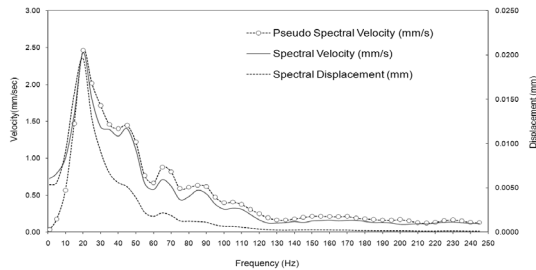
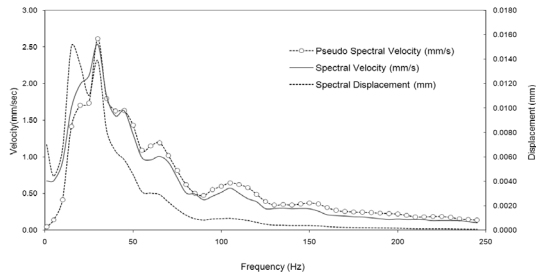
단일공 발파와 20 ms 단차 발파 지반 진동 측정자료의 동적응답 비교

Table 2는 단일공 발파와 20 ms 단차 발파 지반진동 측정자료의 동적응답을 비교한 것이다. Newmark β 방법에 의한 구조물 동적 응답 시간이력 해석결과에서 최대 진동속도는 거의 유사한 크기를 나타냈다. 이러한 결과는 구조물 하부 지반에서 측정된 지반진동 측정 자료로부터 구조물의 진동특성을 예측할 수 있음을 지시한다. 또한 지반에서 측정된 자료는 구조물의 실제 진동과는 상당한 차이가 있는 것으로 나타났다.

Fig. 14는 단일공 발파 지반진동에 대해 평균가속도 방법을 사용하여 점진적방법으로 진동수의 변화에 따른 최대 상대변위와 최대 상대속도, 그리고 최대 상대변위와 구조물의 원고유진동수를 곱한 결과인 의응답 스펙트럼 속도(Pseudo spectral velocity)를 도시한 예이다. 또한, Fig. 15는 20 ms 단차 발파에 대한 최대 상대변위, 최대 상대속도, 그리고 의응답스펙트럼속도를 도시한 결과 예이다. 결과적으로 지반진동과 유사한 입

Table 2. Result of time-history analysis for the dynamic response of a structure

Delay interval	Ground		Structure		Structure/Ground	
	Real measured		Real measured	Step by step method	Real measured	Step by step method
	Peak particle velocity (mm/sec)	Peak particle velocity (mm/sec)	Peak relative velocity (mm/sec)			
Single hole	0.746	2.24	2.29	3.00	3.07	
20 ms interval	0.651	2.06	2.12	3.16	3.26	

**Fig. 14.** Dynamic response of structure according to frequency change of single hole blasting**Fig. 15.** Dynamic response of structure according to frequency change of 20 ms interval blasting

자속도가 구조물에서 관측되기 위해서는 지반진동의 진동수가 단일공 발파의 경우에는 대략 50 Hz 이상, 그리고 20 ms 단차 발파의 경우에는 75 Hz 이상이 발생되어야 함을 알 수 있다.

5. 결론

발파진동에 의해 야기된 지반진동을 Newmark β 방법에 의해 해석한 구조물 진동 시간이력과 구조물에서 실측한 진동 시간이력을 비교 검토한 결과는 다음과 같다.

1) 단일공 발파에 있어 지반과 구조물 측정자료에 대한 시간이력 해석을 실시하였다. 지반에서 측정된 최대 입자속도는 0.746 mm/sec였으며, 이 진행방향 측정

자료의 고속 푸리에 변환 결과 주진동수는 18.8 Hz였다. 또한 구조물에서 측정된 최대 입자속도와 고속 푸리에 변환 결과는 2.29 mm/sec와 22.8 Hz로 나타났다. 20 ms 단차 발파의 경우, 지반에서 측정된 최대 입자속도는 0.651 mm/sec였으며, 이 진행방향 측정자료의 고속 푸리에 변환 결과 주진동수는 18.5 Hz였다. 구조물에서 측정된 최대 입자속도와 고속 푸리에 변환 결과는 2.06 mm/sec와 24.3 Hz로 나타났다. 단일공 발파와 20 ms 단차 발파에서 지반 진동과 구조물간의 진동 크기는 약 3배의 차이로 구조물에서 더 큰 진동을 보이는 것으로 나타났다.

- 2) 구조물 동적응답 시간이력의 해석으로부터 얻어진 최대진동속도는 구조물에서 직접 측정된 결과와 유사하게 나타났다. 이것은 구조물 하부 지반에서 측정된 지반진동 측정자료에 근거하여 구조물의 진동 특성을 예측할 수 있음을 지시한다. 그리고 지반에서 측정된 자료는 구조물의 실제 진동과는 상당한 차이가 있는 것으로 나타났다.
- 3) 단일공 발파와 20 ms 단차 발파의 지반진동에 대해 평균가속도 방법을 이용하여 점진적으로 진동수의 변화에 따른 최대 상대변위 및 최대 상대속도와 최대 상대변위 및 의응답스펙트럼 속도를 비교 분석한 결과, 지반진동과 유사한 입자속도가 구조물에서 관측되기 위해서는 지반진동의 진동수는 단일공 발파의 경우에는 약 50 Hz 이상, 그리고 20 ms 단차 발파의 경우에는 75 Hz 이상이 되어야 할 것으로 나타났다.

참고문헌

1. 김두기, 2009, 구조동역학, 구미서관.
2. 양형식, 1992, 발파진동학, 구미서관.
3. Clough, R. W., 1993, Dynamics of Structures, McGraw-Hill.
4. Chopra, A. K., 1995, Dynamics of Structures, Prentice-Hall, International.
5. Kazakov, K. S., 2008, Dynamic Response of a Single Degree of Freedom (SDOF) System in some special load

- cases, based on the Duhamel integral, EngOpt 2008, International Conference on Engineering Optimization, Rio de Janeiro, Brazil, 1-5, June, 2008.
6. Langan, R. T., 1980, Adequacy of Single-Degree of Freedom System Modeling of Structural Response to Blasting Vibrations, M. S. thesis, Department of Civil Engineering, Northwestern University, Evanston, Ill
 7. Thompson, W. T., 1965, Vibration Theory and Applications, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N. J., pp. 44.
 8. Newmark, N. M., 1959, A Method of Computation for Structural Dynamics, Journal of Engineering Mechanics Division, Vol. 85, 67-84, ASCE.



김 종 인

1994년 조선대학교 자원공학과 공학사
1996년 조선대학교 자원공학과 공학석사
2006년 조선대학교 자원공학과 공학박사

Tel: 062-603-3946

E-mail: nam4tin@nate.com

현재 조선대학교 에너지자원공학과 객원교수



강 성 승

1993년 조선대학교 자원공학과 공학사
1996년 강원대학교 자연대학 지구물리학과 이학석사
2000년 Kumamoto University 토목공학과 Ph.D.

Tel: 062-230-7112

E-mail: kangss@chosun.ac.kr

현재 조선대학교 에너지자원공학과 교수