한국지능시스템학회 논문지 2010, Vol. 20, No. 4, pp. 476-482

변속 무인 수중 잠수정을 위한 강인 경로 추적 제어

Robust Path Tracking Control for Autonomous Underwater Vehicle with Variable Speed

최윤호* · 김경주**
Yoon Ho Choi and Kyoung Joo Kim

* 경기대학교 전자공학과
** 연세대학교 전기전자공학과

요 약

본 논문에서는 시간에 따라 종방향 속도가 변하는 무인 수중 잠수정의 경로 추적 제어기 설계 방법을 제안한다. 본 논문에서 제안한 경로 추적 제어기는 운동학적 제어기와 동역학적 제어기로 구성된다. 운동학적 제어기는 무인 수중 잠수정이 시간에 따라 속도가 변하는 기준 경로를 따라 가기 위해 종방향 속도와 yaw 각속도를 계산하고, 계산된 값이 동역학적 제어기의 기준 입력 값이 된다. 즉, 동역학적 제어기는 추진력과 회전력을 제어하여 무인 수중 잠수정의 종방향 속도와 yaw 각속도가 운동학적 제어기에서 계산한 값과 일치하도록 설계한다. 이 때 사용한 동역학적 제어기는 무인 잠수정의 옆 미끄럼 속도를 외란으로 가정하고, 종방향 속도와 yaw 각속도를 슬라이딩 모드 제어 기법을 이용하여 설계한다. 한편 설계된 제어기의 안정도 판별을 위해 Lyapunov 방법을 이용하여 제어기의 안정성을 보인다. 마지막으로, 컴퓨터 시뮬레이션을 이용하여 설계된 제어기의 성능을 검증한다.

키워드 : 경로 추적 제어, 무인 수중 잠수정, 방향 제어, 리아푸노프 접근법, 슬라이딩 모드 제어

Abstract

In this paper, we propose a robust path tracking control method for autonomous underwater vehicle with variable speed. The proposed path tracking controller consists of a kinematic controller and a dynamic controller. First, the kinematic controller computes the surge speed and yaw rate to follow the reference path with variable speed. Then the dynamic controller controls the thrust force and yaw torque to move the AUV actually. In the dynamic control, we assume that the sway speed is a disturbance. In addition the dynamic controller is designed based on sliding mode conrol. We also demonstrate the stability of the proposed control method by Lyapunov stability theory. Finally, simulation results illustrate the performance of the proposed control method.

Key Words : Path tracking control, Autonomous underwater vehicle, Steering control, Lyapunov approach, Sliding mode control

1. 서 론

최근 해양 연구 및 해저 탐사를 위한 목적으로 연구 되고 있는 자율 주행 무인 수중 잠수정은 해양 연구 분야에서 중요한 과제로 대두되고 있다. 이와 같은 무인 수중 잠수정은 넓은 영역의 해저를 항주하며 해양 자료 수집, 수심 측량, 심해저 조사 등과 같은 여러 가지 작업들을 수행하기 위해 사용되고 있으며, 그 운용 방식에 따라 모선과 케이블로 연결되어 원격으로 조정하는 ROV(Remote Operate Vehicle) 방식과 자율 주행을 하는 AUV(Autonomous Underwater Vehicle) 방식으로 크게 구분할 수 있다. ROV는 사람이 직접 조작을 하기 때문에 바다 속 상황에 따른 제어가 가능하지만 잠수정과 모선이 케이블로 연결되어 있기 때문에 잠수 깊이 및 행동 반경에 대한 제한성을 가진다[1-2].

이러한 제한성을 해결하기 위해, 케이블의 길이에 제한을 받지 않고 자율 운항이 가능한 AUV에 대한 필요성이 증대되어왔고, 이에 따라 AUV의 자율 주행에 관한 연구가 십수 년 전부터 진행되고 있다[3-6]. AUV는 대부분 수중에서 물에 의한 저항을 줄이기 위해 유선형의 형태를 가지며, 횡측 방향 작동기가 없는 과소 작동기 모델(underactuated model)이다. 또한 AUV는 운동학적, 동역학적인 비선형성으로 인하여 동작 특성이 강한 비선형 특성을 가지고 있어 제어기 설계가 쉽지 않다. 그래서 여러 연구자들은 AUV의 특정 종방향 속도에 대한 선형화 모델을 AUV의 경로 추적 제어기 설계에 사용하였다[3-5]. 그러나 이러한 제어기는 선형화 모델을 구한 특정 종방향 속도에서만 유효한 단점이 있기 때문에, 복잡한 유체 동역학과 강한 비선형 항에 의한 제어기의 안정성과 성능이 감소한다. 이러한 문제점을 해결하기 위해 Pattersen과 Nijmeijer, Lefeber, Jiang은 Lyapunov 방법을 이용하여 경로 추적 제어기를 설계하였

접수일자 : 2010년 3월 16일
완료일자 : 2010년 6월 20일
감사의 글 : 이 논문은 2008년도 경기대학교 연구년 수혜로 연구 되었음.

다[6-8]. 그러나 이들 모두 yaw 각속도가 0이 아닌 경우에만 유효하기 때문에 직선 경로는 따라가지 못하는 단점을 가진다. 반면에, Lapierre는 Serre-Frenet 좌표계(frame)를 이용하여 위치 및 방향에 대한 오차를 Serre-Frenet 좌표계로 표현하고 제어하는 경로 추적 제어기를 제안하였다[9]. 그러나 Lapierre는 무인 수중 잠수정의 운용 속도를 일정한 상수로서 한정해 두고 제어기를 설계하였기 때문에 속도가 변하는 기준 경로에 대한 제어기 성능을 보장할 수 없다.

따라서 본 논문에서는 수평면 상에서 시간에 따라 종방향 속도가 변하는 기준 경로에서도 경로 추적이 가능하도록, 과소 작동기를 가진 무인 수중 잠수정을 위한 강인 경로 추적 제어기를 설계하는 방법을 제안한다. 본 논문에서 제안한 경로 추적 제어기는 무인 수중 잠수정의 동역학적 특성을 충분히 고려하기 위해 운동학적 제어기와 동역학적 제어기로 나누어 설계한다. 우선 무인 수중 잠수정이 시간에 대한 속도가 변하는 기준 경로를 따라가기 위해 종방향 속도와 yaw 각을 제어하는 운동학적 제어기를 설계한다. 그리고 운동학적 제어기에서 계산된 종방향 속도와 yaw 각에 따라 잠수정이 움직일 수 있도록 추진력과 회전력을 제어하는 동역학적 제어기를 설계한다. 이때 사용한 동역학적 제어기는 모델링 오차와 외란에 강인한 슬라이딩 모드 제어 방법을 이용하여 설계하며, 무인 잠수정이 방향을 전환할 때 발생하는 옆 미끄럼(side slip)에 의한 영향을 외란으로 가정한다. 또한 제어기의 안전성 판별을 위해 Lyapunov 방법을 이용하여 제어기의 안정도를 보인다. 마지막으로 컴퓨터 시뮬레이션을 통해 본 논문의 방법에 의해 설계된 제어기의 성능을 검증하고자 한다.

본 논문은 제 2장에서 무인 수중 잠수정의 경로 추적 제어기 설계의 문제점을 기술하고, 제 3장에서 2차원 수평면에 대한 경로 추적 제어기를 운동학적 제어기와 동역학적 제어기 설계 방법을 제시한다. 제 4, 5장에서는 컴퓨터 시뮬레이션을 통해 본 논문의 방법에 의해 설계된 제어기의 성능을 검증하고 결론을 맺는다.

2. 문제점 기술

일반적으로 유선형의 외형을 가진 어뢰 형태의 무인 잠수정은 측면에 추진기가 존재하지 않는 과소 작동기 형태의 시스템이다. 따라서 횡측으로 움직이기 위해서는 후방에 있는 방향타를 움직여 진행 방향을 바꿔서 움직여야 한다. 이와 같은 제약 조건 때문에 무인 수중 잠수정을 위한 경로 추적 제어기를 설계하기 위해서는 후방에 있는 프로펠러에 의한 추진력과 방향타의 각도에 의한 잠수정의 회전력을 적절히 고려하여 설계해야 한다. 또한 기존의 경로 추적 방법은 잠수정의 종방향 속도를 일정한 상수로 설정한 시불변 모델을 사용하여 제어기를 설계하였기 때문에 기준 경로를 따라 가기 위해 무인 수중 잠수정의 종방향 속도를 일정하게 놓고 방향타만 조정하여 경로를 따라 가도록 제어하였다[4-5]. 그러나 이와 같은 방법으로는 시간에 따라 속도가 변하는 기준 경로를 정확히 추적하기가 어렵다. 따라서 본 논문에서는 시간에 따라 속도가 변하는 기준 경로를 효율적으로 추적할 수 있는 변속 무인 수중 잠수정용 경로 추적 제어기를 설계한다.

무인 수중 잠수정의 일반적인 모델은 식 (1)-(3)과 같이 6 자유도를 가지고 있으며, 그림 1과 같이 지표 고정 좌표계(earth-fixed frame)와 동체 고정 좌표계(body-fixed frame)를 이용하여 표현할 수 있다. 지표 고정 좌표계에서는 잠수정의 절대 위치와 방향이 표현되고, 동체 고정 좌표계에서는 선속도와 각속도의 변수로 표현된다. Newton의 제 2 법칙을 이용하면 무인 수중 잠수정은 식 (1)과 같은 비선형 동적 방정식으로 나타낼 수 있다[3].

$$
\begin{aligned}
&M(\nu)\dot{\nu}+C_D(\nu)\nu+D(\nu)\nu+g(\eta)=\tau, \qquad \dot{\eta}=J(\eta)\nu \\
&\eta=[\,x\;\;y\;\;z\;\;\phi\;\;\theta\;\;\psi\,]^T, \quad \nu=[\,u\;\;v\;\;w\;\;p\;\;q\;\;r\,]^T \\
&J=\begin{bmatrix} J_1(\eta) & 0 \\ 0 & J_2(\eta) \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{1}
$$

여기서 $[x\;\;y\;\;z]^T$ 와 $[\phi\;\;\theta\;\;\psi]^T$는 지표 고정 좌표계에서 잠수정의 위치와 방향을 각각 나타내고, $[u\;\;v\;\;w]^T$ 와 $[p\;\;q\;\;r]^T$는 동체 고정 좌표계에서 잠수정의 선속도와 각속도를 각각 나타내고 있다. 이 때 M은 유체 역학에 의한 힘

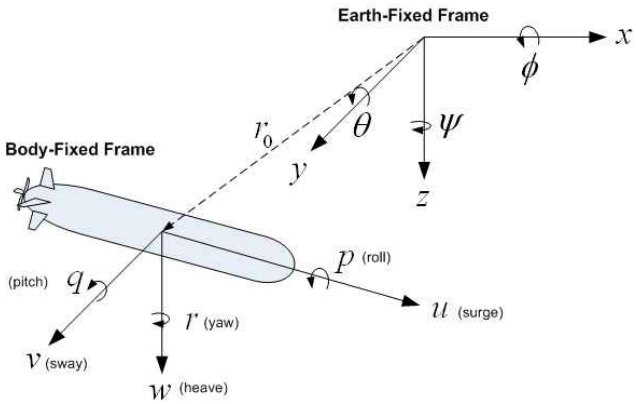

그림 1. 동체 고정 좌표계와 지표 고정 좌표계
Fig. 1. Body-fixed frame and earth-fixed frame

과 모멘트, C_D는 회전력에 의한 힘과 모멘트, D는 항력에 의한 힘과 모멘트, g는 중력과 부력에 의한 힘과 모멘트, τ는 제어 입력을 나타낸다.

그리고 동체 고정 좌표계의 선속도 각속도를 지표 고정 좌표계의 위치와 방향으로 변환하는 행렬 $J_1(\eta)$, $J_2(\eta)$는 각기 식 (2), (3)과 같다.

$$
J_1(\eta)=\begin{bmatrix} c\psi c\theta & -s\psi c\theta+c\psi s\theta s\phi & s\psi s\phi+c\psi c\phi s\theta \\ s\psi c\theta & c\psi c\phi+s\psi s\theta s\phi & -c\psi s\phi+s\theta s\psi c\phi \\ -s\phi & c\theta s\phi & c\theta c\phi \end{bmatrix} \tag{2}
$$

$$
J_2(\eta)=\begin{bmatrix} 1 & s\phi t\theta & c\phi t\theta \\ 0 & c\phi & -s\phi \\ 0 & s\phi/c\theta & c\phi/c\theta \end{bmatrix} \tag{3}
$$

여기서 $J_1(\eta)\in R^{3\times 3}$, $J_2(\eta)\in R^{3\times 3}$이며, $s\cdot=\sin(\cdot)$, $c\cdot=\cos(\cdot)$, $t\cdot=\tan(\cdot)$을 의미한다.

앞서 서술한 일반적인 무인 수중 잠수정 모델에서 수평면 방향 제어를 위하여 z, ϕ, θ에 관한 변수들을 무시하면 수평면 상에서 잠수정의 위치와 방향은 식 (4)와 같이 표현할 수 있다.

$$
\begin{aligned}
\dot{x}_c &= u_c\cos(\phi_c)-v_c\sin(\psi_c) \\
\dot{y}_c &= u_c\sin(\psi_c)+v_c\cos(\psi_c) \\
\dot{\psi}_a &= r_c
\end{aligned} \tag{4}
$$

위 식을 무인 수중 잠수정의 진행 방향 ψ_a에 대한 식으로 표현하면 식 (5)와 같이 된다. 한편 그림 2는 기준 경로와 무인 수중 잠수정의 좌표계를 나타낸다.

$$\dot{x}_c = v_a\cos(\psi_a) \tag{5}$$
$$\dot{y}_c = v_a\sin(\psi_a)$$
$$\dot{\psi}_a = r_c + \dot{\beta}_c$$

여기서 v_a와 ψ_a는 잠수정의 무게 중심점(center of gravity) P_c가 이동하는 속도와 방향을 각각 나타내고 β_c는 잠수정의 방향각 ψ_c와 ψ_a의 차이를 나타낸다.

$$\beta_c = \psi_a - \psi_c \tag{6}$$

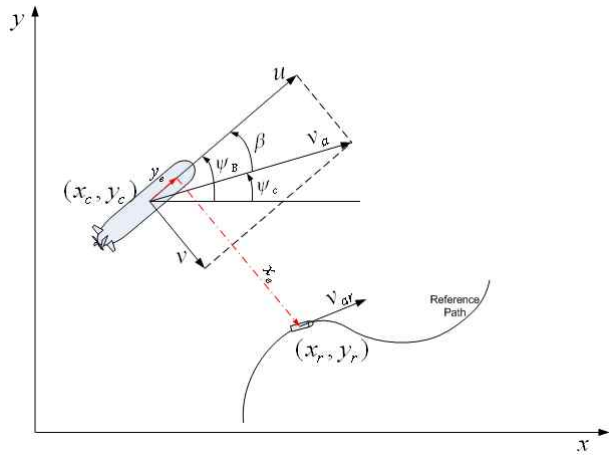

그림 2. 경로 추적 좌표계
Fig. 2. Path tracking coordinate

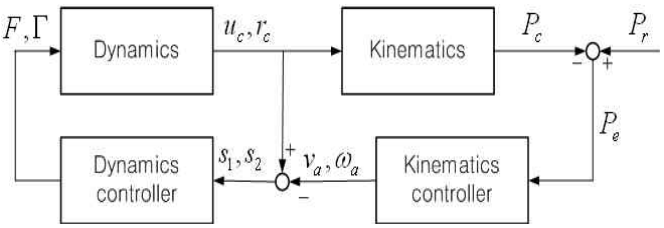

그림 3. 경로 추적 제어기 블럭 선도
Fig. 3. Block diagram of path tracking controller

잠수정의 무게 중심점 P_c와 기준 경로상에 있는 가상의 잠수정의 무게 중심점 P_r은 식 (7), (8)과 같이 정의한다.

$$P_c = [x_c,\ y_c,\ \psi_a]^T \tag{7}$$

$$P_r = [x_r,\ y_r,\ \psi_{ar}]^T \tag{8}$$

그러면 P_r과 P_c의 오차로 표현되는 오차 P_e는 식 (9)와 같이 된다.

$$P_e = \begin{bmatrix} x_e \\ y_e \\ \psi_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\psi_a) & \sin(\psi_a) & 0 \\ -\sin(\psi_a) & \cos(\psi_a) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_r - x_c \\ y_r - y_c \\ \psi_a - \psi_{ar} \end{bmatrix} \tag{9}$$

한편 식 (5)에 의해 위치와 방향에 대한 오차 미분 방정식은 식 (10)과 같이 된다[10].

$$\dot{P}_e = \begin{bmatrix} \dot{x}_e \\ \dot{y}_e \\ \dot{\psi}_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_e(r_c + \dot{\beta}_c) v_c + v_{ar}\cos(\psi_e) \\ -x_e(r_c + \dot{\beta}_c) + v_{ar}\sin(\psi_e) \\ r_r + \dot{\beta}_r - (r_c + \dot{\beta}_c) \end{bmatrix} \tag{10}$$

식 (9), (10)으로 표현되는 오차 미분 방정식을 이용하여, 무인 수중 잠수정의 경로 추적 제어기는 위치 및 방향에 대한 오차 x_e, y_e, ψ_e이 0으로 수렴하게 한다. 이를 위하여 우선 운동학적으로 잠수정이 기준 경로에 수렴하도록 추진력과 yaw 각을 제어하고, 추진력과 yaw 각이 정확하게 제어될 수 있도록 동역학적 제어기를 설계한다.

3. 경로 추적 제어기 설계

무인 수중 잠수정의 경로 추적 제어기는 무인 수중 잠수정이 시간에 따라 속도가 변하는 기준 경로에 수렴하기 위해 필요한 종방향 속도와 yaw 각속도를 계산하는 운동학적 제어기와 운동학적 제어기에서 계산된 종방향 속도와 yaw 각속도에 따라 무인 수중 잠수정이 실제로 움직이도록 추진력과 회전력을 제어하는 동역학적 제어기로 구성된다. 그림 3은 본 논문에서 제안한 경로 추적 제어기의 개략적인 블록 선도를 나타낸다.

3.1 운동학적 제어기 설계

운동학적 제어기의 목적은 무인 잠수정이 설정한 경로를 정확히 추종할 수 있도록 Lyapunov 함수를 이용하여 위치와 방향의 오차가 0이 되도록 종방향 속도와 yaw 각속도를 제어하는 것이다. 우선 경로 추적 제어기 설계를 위한 Lyapunov 함수 V_1을 식 (11)과 같이 정의한다.

$$V_1 = \frac{1}{2}(x_e^2 + y_e^2) + \frac{1}{K_y}(1 - \cos(\psi_e)) \tag{11}$$

Lyapunov 함수 V_1은 $P_e = 0$인 경우를 제외하고는 모든 경우에 대해 양정(positive definite)하고, V_1의 미분값이 0보다 작게되는 종방향 속도과 yaw 각을 구하면 식 (12), (13)과 같이 된다[10].

$$v_a = v_{ar}\cos(\psi_e) + K_x x_e \tag{12}$$

$$\omega_a = \omega_{ar} + K_y y_e v_{ar} + K_y K_\psi \sin(\psi_e) \tag{13}$$

위 식의 가상 입력 v_a와 ω_a를 $\dot{V}_1$에 대입하면 식 (14)와 같이 된다.

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= x_e\dot{x}_e + y_e\dot{y}_e + \frac{1}{K_y}\dot{\psi}_e sin(\psi_e) \\ &= x_e[\omega_a y_e - v_a + v_{ar}\cos(\psi_e)] + y_e[-\omega_a x_e + v_{ar}\sin(\psi_e)] \\ &\quad + \frac{1}{K_y}(\omega_{ar} - \omega_a)\sin(\psi_e) \\ &= -K_x x_e^2 - K_\psi \sin^2(\psi_e) \le 0 \end{aligned} \tag{14}$$

여기서 $\omega_a = \dot{\psi}_a = r_c - \dot{\beta}_c$이고 $\omega_{ar} = \dot{\psi}_{ar} = r_r - \dot{\beta}_r$이다(자세한 증명은 [10]을 참조).

3.2 동역학적 제어기 설계

동역학적 제어기는 운동학적 제어기에서 설계된 종방향

속도와 yaw 각속도의 값에 따라 무인 수중 잠수정을 실제로 움직일 수 있도록 추진력 F와 회전력 Γ를 제어하는 것이다. 2차원 수평면 상에서의 무인 잠수정에 대한 동적 방정식을 나타내기 위해 식 (1)에서 roll, heave, pitch에 대한 값을 무시하면 2차원 평면에서의 동적 방정식은 식 (15)와 같이 된다[3].

$$\begin{aligned}\dot{u_c} &= \frac{1}{m_{11}}(m_{22}v_c r_c - X_u u_c - X_{uu}u_c|u_c| + F)\\ \dot{v_c} &= \frac{1}{m_{22}}(-m_{11}u_c r_c - Y_v v_c - Y_{vv}v_c|v_c|)\\ \dot{r_c} &= \frac{1}{m_{33}}((m_{11}-m_{22})u_c v_c - N_r r_c - N_{rr}r_c|r_c| + \Gamma\end{aligned} \tag{15}$$

여기서 $m_{11} = m - X_{\dot{u}}$, $m_{22} = m - Y_{\dot{v}}$, $m_{33} = I_z - N_{\dot{r}}$이고, m은 잠수정의 질량, I_z는 회전력에 대한 모멘트를 나타내고 , $X_{(\cdot)}$, $Y_{(\cdot)}$, $N_{(\cdot)}$은 유체 역학에 관한 상수이다. F와 Γ는 제어 입력으로서 각각 잠수정의 추진력과 회전력을 나타낸다.

일반적으로 소형 무인 잠수정의 운용 속도가 빠르지 않기 때문에 방향 전환에 따른 옆 미끌림 속도는 그리 크지 않다. 따라서 본 논문에서는 옆 미끌림 속도 v_c를 외란으로 간주하면 식 (15)로 주어진 동적 방정식을 식 (16)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}\dot{u_c} &= \frac{1}{m_{11}}(-X_u u_c - X_{uu}u_c|u_c| + F) + d_u(v_c, r_c)\\ \dot{r_c} &= \frac{1}{m_{33}}(-N_r r_c - N_{rr}r_c|r_c| + \Gamma) + d_r(v_c, u_c)\end{aligned} \tag{16}$$

여기서 옆 미끌림 속도 v_c는 종방향 속도 u_c보다 작기 때문에 v_c에 의해 발생하는 외란 d_u, d_r은 식 (17), (18)과 같이 나타낼 수 있다.

$$|d_u(v_c, r_c)| \le d_{u,\max} = \frac{m_{22}}{m_{11}}u_c|r_c| \tag{17}$$

$$|d_r(v_c, u_c)| \le d_{r,\max} = \frac{m_{11}-m_{22}}{m_{33}}u_c^2 \tag{18}$$

여기서 d_u는 종방향 속도에 영향을 미치는 외란이고, d_r은 yaw 각속도에 영향을 미치는 외란을 각각 의미한다.

본 논문에서는 식 (16)을 이용하여 동적 제어기를 설계하기 위하여 비선형 강인 제어기인 슬라이딩 모드 제어 (sliding mode control) 기법을 이용한다. 우선 새로운 변수 s_1, s_2를 정의한다.

$$s_1 = u_c - v_a \tag{19}$$

$$s_2 = r_c - \omega_a \tag{20}$$

Theorem 1 식 (16)으로 주어진 동적 방정식에서 종방향 속도 u_c가 v_a에 수렴하기 위한 추진력 F는 식 (21)과 같다.

$$\begin{aligned}F = {} & X_u u_c + X_{uu}u_c|u_c| + m_{11}\dot{v_a} - m_{11}d_{u,\max}sgn(s_1)\\ & - m_{11}K_1 s_1\end{aligned} \tag{21}$$

여기서 $K_1 > \eta_1/m_{11} > 0$, $u_c > 0$, $v_a > 0$ 이다.

Proof. 식 (22)와 같이 슬라이딩 조건을 만족시킬 때 슬라이딩 평면 s_1은 0으로 수렴한다.

$$s_1\dot{s_1} \le -\eta_1 s^2 \tag{22}$$

여기서 $\eta_1 > 0$이다.

s_1에 관한 Lyapunov 함수 V_2는 식 (23)과 같이 정의하고,

$$V_2 = \frac{1}{2}s_1^2 \tag{23}$$

시간에 대해 미분하면 식 (24)와 같이 된다.

$$\dot{V_2} = s_1\dot{s_1} \tag{24}$$

식 (24)에 식 (16)를 대입하면 식 (25)와 같이 된다.

$$\begin{aligned}\dot{V_2} &= s_1\dot{s_1}\\ &= s_1\left(\frac{1}{m_{11}}(-X_u u_c - X_{uu}u_c|u_c| + F) + d_u - \dot{v_a}\right)\end{aligned} \tag{25}$$

i) $s_1 \ge 0$ 이면 식 (17)에 의해 $\dot{V_2}$는 식 (26)의 부등식을 만족하게 된다.

$$\dot{V_2} \le s_1\left(\frac{1}{m_{11}}(-X_u u_c - X_{uu}u_c|u_c| + F) + d_{u,\max} - \dot{v_a}\right)$$

여기서 제어 입력 F를 식 (27)과 같이 설정하고,

$$F = X_u u_c + X_{uu}u_c|u_c| + m_{11}\dot{v_a} - m_{11}d_{u,\max} - m_{11}K_1 s_1 \tag{27}$$

식 (27)을 식 (25)에 대입하면 $\dot{V_2}$는 식 (28)을 만족한다.

$$\dot{V_2} \le -m_{11}K_1 s_1^2 \le -\eta_1 s_1^2 \tag{28}$$

식 (28)이 슬라이딩 조건을 만족하기 위한 K_1은 식 (29)와 같다.

$$K_1 \ge \frac{\eta_1}{m_{11}} \tag{29}$$

ii) $s_1 < 0$이면 식 (17)에 의해 $\dot{V_2}$는 식 (30)의 부등식을 만족하게 된다.

$$\dot{V_2} \le s_1\left(\frac{1}{m_{11}}(-X_u u_c - X_{uu}u_c|u_c| + F) - d_{u,\max} - \dot{v_a}\right) \tag{30}$$

여기서 제어 입력 F를 식 (31)과 같이 설정하고,

$$F = X_u u_c + X_{uu}u_c|u_c| + m_{11}\dot{v_a} + m_{11}d_{u,\max} - m_{11}K_1 s_1 \tag{31}$$

식 (31)을 식 (24)에 대입하면 $\dot{V_2}$는 식 (32)와 같이 된다.

$$\dot{V_2} \le -m_{11}K_1 s_1^2 \le -\eta_1 s_1^2 \tag{32}$$

식 (32)가 슬라이딩 조건을 만족하기 위한 K_1은 식 (33)과 같이 주어진다.

$$K_1 \ge \frac{\eta_1}{m_{11}} \tag{33}$$

iii) i)과 ii)로부터 s_1값에 관계없이 슬라이딩 조건 (24)를

만족하는 추진력 F는 식 (34)와 같다.

$$F = X_u u_c + X_{uu} u_c |u_c| + m_{11}\dot{v}_a - m_{11} d_{u,\max} sgn(s_1) - m_{11} K_1 s_1 \quad (34)$$

여기서 $K_1 \geq \eta_1 / m_{11}$ 이다. ■

Theorem 2 식 (16)으로 주어진 동적 방정식에 대해 yaw 각속도 r_c가 ω_a에 수렴하기 위한 회전력 Γ는 식 (35)와 같다.

$$\Gamma = N_r r_c + N_{rr} r_c |r_c| + m_{33}\dot{\omega}_a - m_{33} d_{r,\max} sgn(s_2) - m_{33} K_2 s_2 \quad (35)$$

여기서 $K_2 > \eta_2 / m_{33} > 0$ 이다.

Proof. s_2에 관한 Lyapunov 함수 V_3를 식 (36)과 같이 정의한다.

$$V_3 = \frac{1}{2} s_2^2 \quad (36)$$

V_3는 $s_2 = 0$인 경우를 제외하고는 $V_3 > 0$이다. $\dot{V}_3$는 식 (37)과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 &= s_2 \dot{s}_2 \\ &= s_2 \left(\frac{1}{m_{33}} (-N_r r_c - N_{r|r|} r_c |r_c| + \Gamma) + d_r - \dot{\omega}_a \right) \end{aligned} \quad (37)$$

i) $s_2 \geq 0$ 이면 식 (16)에의해 식 (37)은 식 (38)과 같이 바꿔 쓸 수 있다.

$$\dot{V}_3 \leq s_2 \left(\frac{1}{m_{33}} (-N_r r_c - N_{r|r|} r_c |r_c| + \Gamma) + d_{r,\max} - \dot{\omega}_a \right) \quad (38)$$

여기서 Γ를 식 (39)와 같이 설정하고,

$$\Gamma = N_r r_c + N_{rr} r_c |r_c| + m_{33}\dot{\omega}_a - m_{33} d_{r,\max} - m_{33} K_2 s_2 \quad (39)$$

식 (39)을 식 (38)에 대입하면 $\dot{V}_3$는 식 (40)과 같다.

$$\dot{V}_3 \leq -m_{33} K_2 s_2^2 \leq -\eta_2 s_2^2 \quad (40)$$

여기서 $K_2 > \eta_2 / m_{33}$이면 $\dot{V}_3$는 식 (40)으로 주어진 슬라이딩 조건을 만족한다.

ii) $s_2 < 0$이면 식 (37)은 식 (41)을 만족한다.

$$\dot{V}_2 \leq s_2 \left(\frac{1}{m_{33}} (-N_r r_c - N_{r|r|} r_c |r_c| + \Gamma) - d_{r,\max} - \dot{\omega}_a \right) \quad (41)$$

여기서 Γ를 식 (42)와 같이 설정하고,

$$\Gamma = N_r r_c + N_{rr} r_c |r_c| + m_{33}\dot{\omega}_a + m_{33} d_{r,\max} - m_{33} K_2 s_2 \quad (42)$$

식 (42)를 식 (41)에 대입하면, 식 (43)과 같이 된다.

$$\dot{V}_2 \leq -m_{33} K_2 s_2^2 \leq -\eta_2 s_2^2 \quad (43)$$

여기서 $K_2 > \eta_2 / m_{33}$이면 $\dot{V}_2$는 슬라이딩 조건을 만족한다.

iii) i)과 ii)로 부터 s_2값에 관계없이 슬라이딩 조건을 만족하는 회전력 Γ는 식 (44)와 같다.

$$\Gamma = N_r r_c + N_{rr} r_c |r_c| + m_{33}\dot{\omega}_a - m_{33} d_{r,\max} sgn(s_2) - m_{33} K_2 s_2 \quad (44)$$

여기서 $K_2 > \eta_2 / m_{33}$이다. ■

3.3 안정도 판별

본 논문에서 제안한 경로 추적 제어기의 안정도 판별을 위해 Lyapunov 함수를 식 (45)와 같이 정의한다.

$$\begin{aligned} V &= V_1 + V_2 + V_3 \\ &= \frac{1}{2}(x^2 + y_e^2 \frac{1}{K_y} (1 - \cos(\psi_e)) + \frac{1}{2} s_1^2 + \frac{1}{2} s_2^2) \end{aligned} \quad (45)$$

한편, 식 (45)를 시간에 대해 미분하면 식 (46)과 같게 된다.

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \dot{V}_1 + \dot{V}_2 + \dot{V}_3 \\ &= x_e \dot{x}_e + y_e \dot{y}_e + \frac{1}{K_y} \dot{\psi}_e sin(\psi_e) \\ &\quad + s_1 \left(\frac{1}{m_{11}} (-X_u u_c - X_{uu} u_c |u_c| + F) + d_u - \dot{v}_a \right) \\ &\quad + s_2 \left(\frac{1}{m_{33}} (-N_r r_c - N_{r|r|} r_c |r_c| + \Gamma) + d_r - \dot{\omega}_a \right) \end{aligned} \quad (46)$$

식 (46)에 식 (12), (13), (21), (35)를 대입하면 식 (47)과 같이 된다.

$$\dot{V} = -K_x x_e^2 - K_\psi \sin^2(\psi_e) - m_{11} K_1 s_1^2 - m_{33} K_2 s_2^2 \leq 0 \quad (47)$$

이때 V는 양정(positive definite)이고 $\dot{V}$는 음정(negative definite)이므로 Lyapunov 안정성 이론에 근거하여 식 (46)으로 정의된 Lyapunov 함수는 항상 한계값을 가지며 제어 입력 (21)과 (35)에 의해 제어 오차는 0으로 수렴하게 된다.

동역학적 오차 : $s_1 \rightarrow 0,\ s_2 \rightarrow 0$

운동학적 오차 : $x_e \rightarrow 0,\ y_e \rightarrow 0,\ \psi_e \rightarrow 0$

4. 시뮬레이션 및 결과 고찰

본 논문에서 제안한 경로 추적 제어기의 성능을 검증하기 위해 컴퓨터 모의 실험을 수행하였다. 모의 실험에 사용된 식 (15)의 무인 수중 잠수정 동역학적 모델의 파라미터들은 표 1에 나타내었다. 한편 무인 수중 잠수정의 초기 위치는 $P_0 = (0,\ -4,\ \pi/2)$으로 설정하였다. 또한 실제 상황과 유사한 환경을 모사하기 위하여 제어 입력 F와 Γ의 크기는 $0 \leq F \leq 30,\ |\Gamma| \leq 10$으로 제한하였다. 기준 경로는 그림 4에 점선으로 표시한 것과 같이 설정하였고, 종방향 기준 속도는 초반 300초 동안에는 종방향 속도 $u_r = 0.12 m/s$로 설정하였으며, 300초 이후에는 $u_r = 0.2 m/s$으로 설정하였다.

$$u_r = \begin{cases} 0.12 m/s, & 0 \leq t \leq 300 s \\ 0.2 m/s, & 300 s < t \leq 600 \end{cases} \quad (48)$$

시뮬레이션을 위한 제어 입력은 채터링(chattering)을 줄이기 위해 $sgn(\cdot)$을 $sat(\cdot)$으로 변경하여 식 (49), (50)과 같이 설정하였다.

$$F = X_u u_c + X_{uu} u_c |u_c| + m_{11}\dot{v}_a - m_{11} d_{u,\max} sat(s_1) - m_{11} K_1 s_1 \quad (49)$$

$$\Gamma = N_r r_c + N_{rr} r_c |r_c| + m_{33}\dot{\omega}_a - m_{33} d_{r,\max} sat(s_2) - m_{33} K_2 s_2 \quad (50)$$

여기서

$$sat(\rho) = \begin{cases} 1, & \rho > 1 \\ \rho, & -1 < \rho < 1 \\ -1, & \rho < -1 \end{cases} \quad (51)$$

이다. 경로 추적 제어기의 제어 이득 값은 표 2에 표시하였다.

그림 4는 본 논문에서 제안한 방법을 이용하여 설계한 동적 제어기를 적용한 경우의 기준 경로와 제어 결과를 나타낸다(점선은 기준 경로를 나타내고, 실선은 무인 수중 잠수정이 실제 이동 경로를 나타낸다). 그림의 결과로부터, 본 논문에서 제안한 제어기는 직선 경로뿐만 아니라 시간에 따라 변하는 곡선 경로까지 정확하게 추종하는 것을 확인할 수 있다. 또한 옆 미끌림이 존재하고 있음에도 불구하고 그림에서 보이는 것과 같이 정확히 기준 경로를 추정함으로써, 본 논문에서 제안한 동적 제어기가 옆 미끌림에 의한 외란을 충분히 보상하고 있음을 확인할 수 있다. 그림 5는 무인 수중 잠수정의 실제 선속도와 각속도에 대한 결과를 보이고 있으며, $t = 300$초에서 종방향 속도가 급격히 증가하여도 기준 경로를 정확히 추종하고 있음을 확인할 수 있다. 그림 6은 무인 수중 잠수정에 대한 제어 입력을 나타내고 있다. 그림의 결과로부터, 제어 입력의 경우 초반의 위치 오차를 줄이기 위해 제어 입력이 크게 인가되는 것을 볼 수 있으며, 무인 수중 잠수정이 기준 경로에 수렴한 후에는 정확히 따라 가는 것을 볼 수 있다.

표 1. 유체역학 파라미터
Table 1. Hydrodynamic parameters

Items	Symbol	Value	Unit
Mass	m	185	Kg
Rotation inertia	I_z	50	Kgm^2
Added mass	$X_{\dot{u}}$	-30	Kg
Added mass	$Y_{\dot{v}}$	-80	Kg
Added mass	$N_{\dot{r}}$	-30	Kgm^2
Surge linear drag	X_u	70	Kg/s
Surge quadratic drag	X_{uu}	100	Kg/m
Sway linear drag	Y_v	100	Kg/s
Sway quadratic drag	Y_{vv}	200	Kg/m
Yaw linear drag	N_r	50	Kgm^2/s
Quadratic yaw drag	N_{rr}	100	Kgm^2

표 2. 제어기 매개변수
Table 2. Controller parameter

Items	Value
K_x	1
K_y	1
K_ψ	0.2
K_1	10
K_2	4

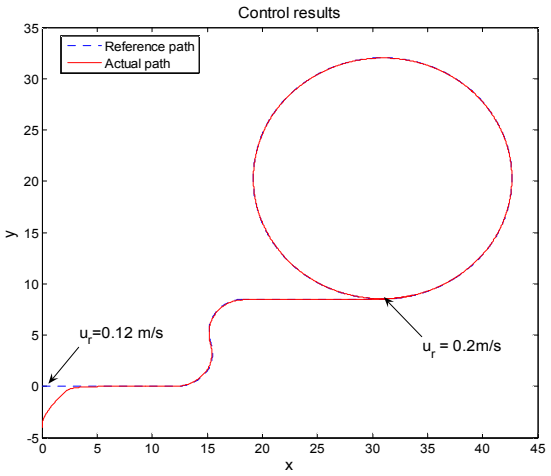

그림 4. 경로 추적 제어 결과
Fig. 4. Path tracking control results

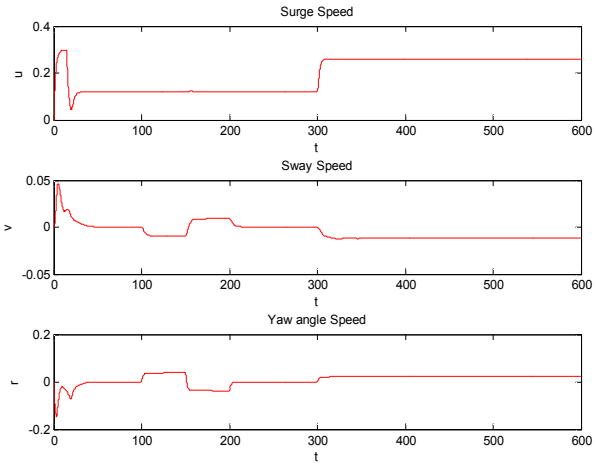

그림 5. 무인 수중 잠수정의 선속도와 각속도
Fig. 5. Linear velocity and angular velocity of AUV

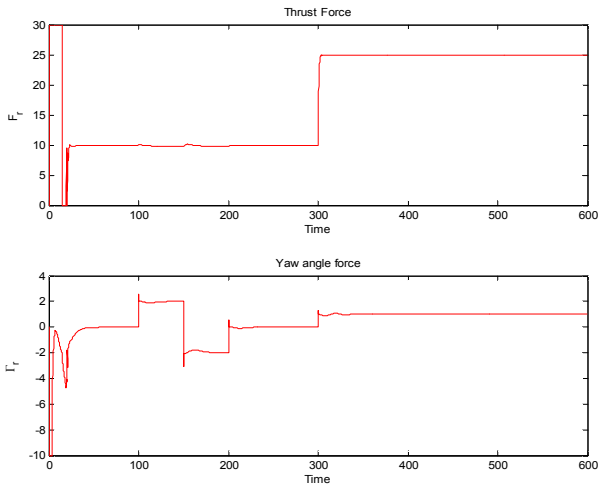

그림 6. 제어 입력(추진력:F, 회전력: Γ)

Fig. 6. Control input(Thrust force: F, yaw angle torque: Γ)

5. 결 론

본 논문에서는 기준 경로의 종방향 속도가 시간에 따라 변하는 경우에도 안정적으로 경로를 추적할 수 있는 변속 무인 수중 잠수정의 경로 추적 제어기를 제안하였다. 이 때 무인 수중 잠수정은 과소 작동기를 가진 시스템이기 때문에 본 논문에서 제안한 경로 추적 제어기는 2차원 수평면에서 추진력과 회전력을 조정하여 제어하였다. 한편 본 논문에서 제안한 경로 추적 제어기는 운동학적 제어기와 동역학적 제어기로 구성되며, 우선 운동학적 제어기는 Lyapunov 함수를 이용하여 위치와 방향의 오차가 0이 되도록 종방향 속도와 yaw 각속도값을 계산하였다. 그리고 운동학적 제어기에서 계산된 속도와 각속도 값에 따라 무인 수중 잠수정이 움직일 수 있도록 슬라이딩 모드 제어 방법을 이용하여 추진력과 회전력을 갖는 동역학적 제어기를 설계하였다. 이 때, 옆 미끌림에 대한 동적 영향은 외란으로 가정하였고, Lyapunov 안정성 이론에 근거하여 설계된 전체 제어 시스템이 안정함을 증명하였다. 마지막으로 제안한 제어 기법을 이용하여 컴퓨터 시뮬레이션을 수행하였으며, 시뮬레이션 결과로부터 설계된 무인 수중 잠수정의 경로 추적 제어기는 시간에 따라 변하는 기준 경로를 정확히 추정하였으며, 기준 경로의 종방향 속도가 변하는 경우에서도 기준 경로를 정확히 추정함으로써 강인한 경로 추적 제어가 가능함을 확인할 수 있었다.

참 고 문 헌

[1] M. Caccia, "Vision-based ROV Horizontal Motion Control: Near-seafloor Experimental Results," *Control Engineering Practice*, Vol. 15, Issue 6, pp. 703-714, June 2007.

[2] M. Nakamura, H. Kajiwara, W. Koterayama, "Development of an ROV Operated Both as Towed and Self-propulsive Vehicle," *Ocean Engineering*, Vol. 28, Issue 1, pp. 1-43, January 2001.

[3] T. I. Fossen, *Guidance and Control of Ocean Vehicles*, John Wiley and Sons, 1994.

[4] I. Kaminer, A. Pascoal, E. Hallberg, C. Silvestre, "Trajectory Tracking for Autonomous Vehicles: An Integrated Approach to Guidance and Control," *Journal Guidance, Control and Dynamics,* Vol. 21, No. 1, pp. 29-38, August 1998.

[5] A. J. Healey and D. Lienard, "Multivariable Sliding-Mode Control for Autonomous Diving and Steering of Unmanned Underwater Vehicles," *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, Vol. 18, No. 3, pp. 327-338, July 1993.

[6] K. Y. Pettersen, H. Nijmeijer, "Underactuated Ship Tracking Control: Theory and Experiments," *International Journal of Control*, Vol. 74, No. 14, pp. 1435-1446, 2001.

[7] E. Lefeber, K. Y. Pettersen, H. Nijmeijer, "Tracking Control of an Underactuated Ship," *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Vol. 11, No. 1, pp. 52-61, January 2003.

[8] Z. P. Jiang, "Global Tracking Control of Underactuated Ships by Lyapunov's Direct Method," *Automatica*, Vol. 38, No. 1, pp. 301-309, February 2002.

[9] L. Lapierre, D. Soetanto, "Nonlinear Path-following Control of an AUV," *Oceanic Engineering*, Vol. 34, Issue 11-12, pp. 1734-1744, August 2007.

[10] Y. Kanayama, Y. Kimura, F. Miyazaki, T.Noguchi, "A Stable Tracking Control Method for a Non-holonomic Mobile Robot," *Proc. of IEEE/RSJ International Workshop on Intelligent Robotics and Systems IROS'91*, pp. 1236-1241, November 1991.

저 자 소 개

최윤호(Yoon Ho Choi)

1980년 : 연세대학교 전기공학과(공학사).
1982년 : 연세대학교 전기공학과(공학석사).
1991년 : 연세대학교 전기공학과(공학박사).
1993년～현재 : 경기대학교 전자공학과 교수.

관심분야 : 비선형 적응제어, 지능제어, 네트워크 제어시스템, 카오스 이론 및 제어, 로보틱스, 웨이블릿 변환 및 응용.
E-mail : yhchoi@kyonggi.ac.kr

김경주(Kyoung Joo Kim)

1998년 : 연세대학교 전기공학과(공학사).
2005년 : 연세대학교 전기전자공학과 (공학석사).
2005년～현재 : 동 대학원 전기전자공학과 박사과정.

관심분야 : 수중 자율 운동체 제어, 경로 추적 제어, 비선형 제어.
E-mail : KimKyoungJoo@yonsei.ac.kr