

## 모형개선을 위한 감쇠행렬 추정법의 비교

### Comparison of Damping Matrix Estimation Methods for Model Updating

이 건 명† · 주 영 호\* · 박 문 수\*\*

Gun-Myung Lee, Young-Ho Ju and Mun-Soo Park

(2010년 7월 22일 접수 ; 2010년 9월 13일 심사완료)

**Key Words** : Finite Element Analysis(유한요소 해석), Model Updating(모형개선), Damping Matrix(감쇠행렬), Frequency Response Function(주파수응답함수), Proportional Damping(비례감쇠), Impedance Matrix(임피던스행렬)

#### ABSTRACT

Finite element models of dynamic systems can be updated in two stages. In the first stage, mass and stiffness matrices are updated neglecting damping, and in the second stage, damping matrices are estimated with the mass and stiffness matrices fixed. Three methods to estimate damping matrices for this purpose are proposed in this paper. The methods include one for proportional damping systems and two for non-proportional damping systems. Method 1 utilizes orthogonality of normal modes and estimates damping matrices using the modal parameters extracted from the measured responses. Method 2 estimates damping matrices from impedance matrices which are the inverse of FRF matrices. Method 3 estimates damping using the equation which relates a damping matrix to the difference between the analytical and measured FRFs. The characteristics of the three methods are investigated by applying them to simulated discrete system data and experimental cantilever beam data.

#### 1. 서 론

현재 동적 하중을 받는 기계시스템이나 토목공학 구조물의 응답을 예측하는 것은 이들의 설계, 생산, 유지에 필수적이 되었으며, 이 목적을 위하여 컴퓨터를 기반으로 한 해석 기술, 특히 유한요소 해석(FEA : finite element analysis)이 널리 이용되고 있다. 그러나 이 방법을 사용하여 예측한 응답과 실제 실험으로 측정된 응답 사이에는 수학적 모형의 개발에 사용된 가정들로 인하여 차이가 있을 수 있다. 이 두 응답 사이의 차이를 줄이기 위하여 유한요소

모형을 개선하는 방법에 관한 연구가 1990년대부터 활발히 수행되어왔다. Imregun과 Visser<sup>(1)</sup>, 그리고 Mottershead와 Friswell<sup>(2)</sup>에 의한 조사에서 보이는 것처럼 근래에 수많은 모형 개선 방법이 제안되었고, 자세한 내용은 Friswell과 Mottershead<sup>(3)</sup>에 의한 책에 수록되어 있다.

모형 개선(model updating) 방법은 크게 직접법과 반복법으로 나눌 수 있는데, 초기의 많은 방법들<sup>(4)</sup>이 직접법에 속한다. 이들 방법은 계산이 빠르고, 측정된 모달 데이터를 정확하게 재생하나, 개선된 시스템 행렬이 물리적 의미를 잃을 수 있다는 단점이 있다. 반면에 반복법에서는 개선변수(updating variable)를 폭넓게 선택할 수 있고, 선택된 변수의 수정량은 물리적 의미를 갖도록 할 수 있다. 반복법에는 Lin<sup>(5)</sup>과 Imregun<sup>(6)</sup>이 개발한 응답함수법이 있다. 이 방법에서는 측정된 주파수응답함수(frequency response func-

† 교신저자; 정회원, 경상대학교 기계항공공학부 공학연구원  
E-mail : gmlee@gnu.ac.kr  
Tel : (055)751-5313, Fax : (055)757-5622

\* 두산중공업

\*\* 한국폴리텍Ⅶ대학 진주캠퍼스

tion)와 유한요소 모형으로부터 예측한 FRF를 일치시키기 위해서 요소수정계수를 계산하고, 이 요소수정계수를 요소의 강성행렬과 질량행렬에 곱함으로써 유한요소모형을 개선한다.

일반적으로 유한요소 모형을 개선할 때 감쇠는 고려하지 않고 있으며, 감쇠를 포함한 모형 개선은 소수의 연구에서만 수행되었다. 구조 매개변수와 감쇠비를 함께 개선하는 2단계 신경회로망 방법<sup>(7)</sup>이 개발되었고, 앞에서 언급한 응답함수법은 구조물의

질량행렬과 강성행렬뿐만 아니라 감쇠행렬도 규명할 수 있도록 발전되었다<sup>(8)</sup>. Arora 등<sup>(9)</sup>은 참고문헌(5)에 제안된 방법으로 FRF 데이터를 이용하여 질량행렬과 강성행렬을 개선한 다음, 복소고유치와 복소고유벡터로부터 감쇠행렬을 계산하는 방법을 개발하였다. 한편 저자들은 2단계로 유한요소모형을 개선하는 방법을 제안하였다<sup>(10)</sup>. 첫 단계에서 감쇠를 무시하고 최적화 기법을 이용하여 유한요소 모형의 질량과 강성행렬을 개선한 다음, 두 번째 단계에서 질량행렬과 강성행렬을 고정하고, 감쇠행렬을 구한다.

이 논문에서는 위의 2단계 유한요소 모형 개선법의 두 번째 단계에서 감쇠행렬을 추정하기 위하여 사용할 수 있는 방법 세가지를 제안하고, 이 방법들의 특성을 고찰 및 비교하였다. 이 방법들은 비례감쇠인 계에 적용할 수 있는 방법 하나와 비례감쇠가 아닌 계에 적용할 수 있는 두 가지 방법이다. 이 방법들을 이산4자유도계의 시물레이션 데이터와 실제 외팔보로부터 측정된 데이터에 적용함으로써 이들의 가능성, 한계성, 유용성 등을 고찰하였다.

## 2. 2단계 유한요소 모형 개선법

유한요소 모형으로부터 예측한 응답과 실제로 측정된 응답을 일치시키려는 유한요소 모형의 개선은 2단계로 나누어 수행될 수 있다. 첫 단계에서는 감쇠를 무시하고 계의 질량행렬과 강성행렬을 최적화 기법을 이용하여 개선한다. 두 번째 단계에서는 첫 단계에서 구한 질량행렬과 강성행렬을 고정하고 감쇠행렬을 구한다.

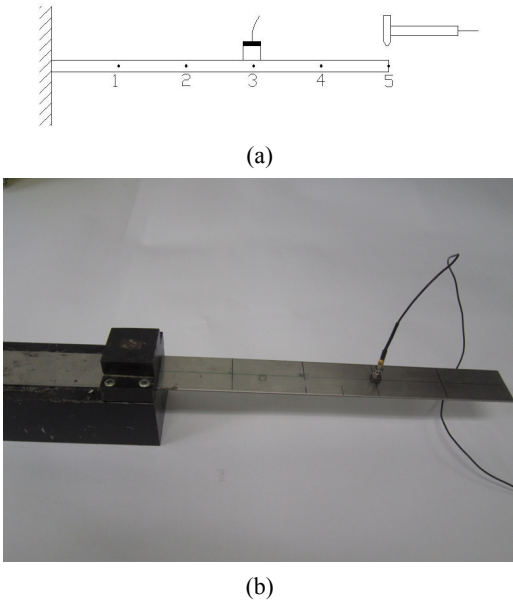


Fig. 1 (a) Modal testing of a cantilever beam; (b) Photograph showing the clamped end condition

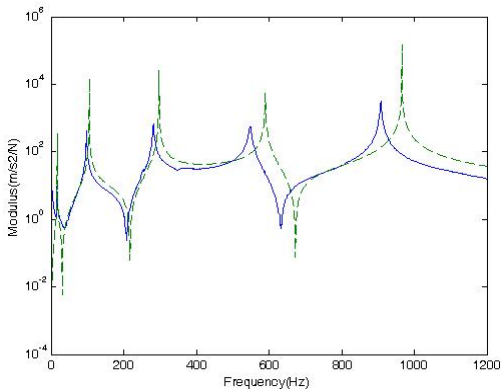


Fig. 2 Comparison of the measured(solid line) and analytical(dashed line) FRFs before updating

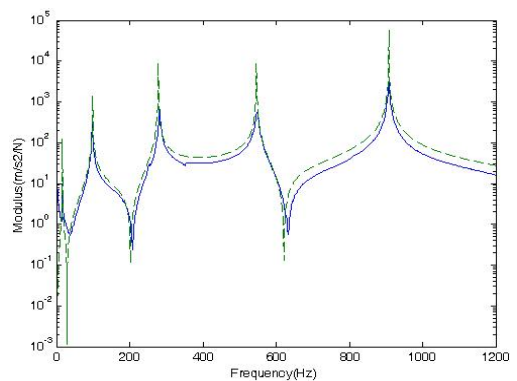


Fig. 3 Comparison of the measured(solid line) and analytical(dashed line) FRFs after updating

유한요소 모형 개선의 첫 번째 단계에서 여러 가지 방법이 적용될 수 있으나 저자들은 최적화 기법을 적용하였다. 목적함수는 FEA로 예측한 응답과 실험으로 측정된 응답의 차이로 나타내었다. 응답의 형태로 고유진동수와 모드형을 선택하였고, 모드형 사이의 차이는 MAC(modal assurance criterion)값을 이용하였다. 이때 목적함수는 다음 식과 같이 나타난다.

$$F_0 = \sum_{i=1}^n \left( \frac{\omega_{ai} - \omega_{ei}}{\omega_{ei}} \right)^2 + \sum_{i=1}^n (1 - MAC_i) \quad (1)$$

위 식에서  $\omega$ 는 고유진동수를, 하첨자 ‘a’와 ‘e’는 각각 FEA와 실험으로 구한 값을 의미하고, ‘i’는 모드번호를, ‘n’은 포함된 모드수를 나타낸다. 개선변수로는 Young계수 등 재료의 특성을 나타내는 변수, 두께 등의 치수, 응답을 측정하기 위하여 부착한 센서의 부하영향을 나타내는 변수 등을 선택할 수 있다. 최적화 과정은 목적함수를 최소화하는 개선변수를 찾는 과정으로 이 과정을 위하여 MATLAB의 Optimization Toolbox<sup>(11)</sup>에 있는 함수를 사용하였다.

이 유한요소 모형 개선법을 길이 0.27 m, 폭 0.034 m, 두께 0.0015 m의 강철 외팔보에 적용하였다. 외팔보를 등간격으로 5등분하여 고정점으로 부터 점 1, 2, ..., 5라 하였을 때 점3에 가속도계를 부착하고, 각 점을 충격해머로 가진하여 5개의 FRF,  $H_{31}, H_{32}, \dots, H_{35}$ 를 측정하였다. 측정 주파수 범위는 0 ~ 1200 Hz이고, 데이터 간격은 1 Hz이다. Fig. 1은 외팔보위의 5개의 점과 보의 모달테스트 과정을 보이고 있다. 측정된 FRF와 모형 개선 전, 후의 예측한 FRF를 각각 Fig. 2와 3에서 비교하고 있다. 모형 개선 후 두 FRF의 공진 피크의 위치는 잘 일치하고 있으나 감쇠를 고려하지 않았으므로 피크의 크기에는 많은 차이가 있음을 볼 수 있다.

### 3. 감쇠행렬 추정법

유한요소 모형 개선의 첫 단계에서 개선된 질량행렬과 강성행렬을 고정하고, 감쇠행렬을 구하는 세 가지 방법을 설명하고, 이들의 특성을 고찰하도록 하겠다.

#### 3.1 비례감쇠인 경우(방법 1)

비례감쇠 계에서는 모드의 직교성으로부터 다음 관계가 성립한다.

$$[X]^{-1}[C][X] = [C_{ii}] \quad (2)$$

위 식에서  $[C]_{N \times N}$ 는 감쇠행렬이고  $[X]_{N \times N}$ 는 모드형으로 이루어진 모드행렬이며, 모형 개선 첫 단계에서 구한 질량행렬과 강성행렬로부터 고유치문제의 해로서 구해지므로 행과 열의 개수가 같다.  $N$ 은 계의 자유도를 의미한다.  $[C_{ii}]_{N \times N}$ 는 대각행렬이며  $i$ 번째 요소가  $2\zeta_i\omega_{ni}$ 의 값을 갖는다. 그리고 측정 주파수 범위밖의 모드에 해당하는 대각선 요소는 영의 값을 갖는다.  $\zeta_i$ 와  $\omega_{ni}$ 는  $i$ 번째 모드의 감쇠비와 고유진동수이고, 이 모드매개변수들은 측정된 FRF로부터 complex exponential 법<sup>(12)</sup> 등의 모드매개변수 추출 방법을 사용하여 구할 수 있다. 식 (2)로부터 감쇠행렬  $[C]$ 는 일반적인 경우 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$[C] = ([X][X]^T)^{-1}[X][C_{ii}][X]^T([X][X]^T)^{-1} \quad (3)$$

$[X]$ 의 행과 열의 개수가 같은 경우 위 식은 다음과 같이 간단해 진다.

$$[C] = ([X]^T)^{-1}[C_{ii}][X]^{-1} \quad (4)$$

점성감쇠를 갖는 계의 FRF 행렬은 다음과 같이 구할 수 있다.

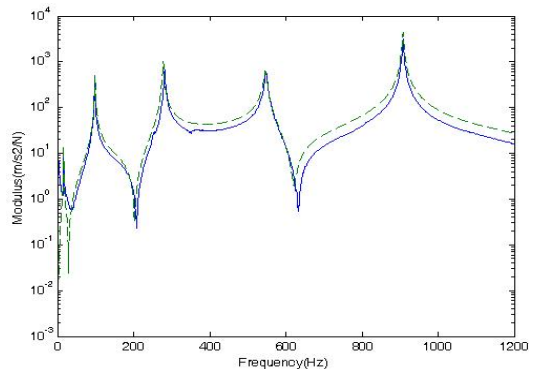


Fig. 4 Comparison of the measured(solid line) and analytical(dashed line) FRFs when method 1 is used

$$[H] = ([K] - \omega^2[M] + i\omega[C])^{-1} \quad (5)$$

위 식에서  $[H]$ 는 FRF 행렬,  $[K]$ 와  $[M]$ 은 모형 개선 첫 단계에서 구한 강성행렬과 질량행렬을 의미한다. 이렇게 구한 FRF를 실험으로 측정된 FRF와 비교함으로써 추정된 행렬의 정확도를 평가할 수 있다.

이 감쇠행렬 추정 방법은 시뮬레이션 데이터에 적용되어 정확한 감쇠행렬을 추정하였다<sup>(10)</sup>. 이 방법을 앞에서 언급한 외팔보 실험 데이터에 적용하여 감쇠행렬을 추정하고, 식 (5)를 사용하여 구한 FRF를 실험으로 측정된 FRF와 함께 Fig. 4에 나타내었다. Fig. 4를 관찰하면 두 FRF가 잘 일치하고 있어 정확한 감쇠행렬이 구하여졌다고 할 수 있으며, 외팔보 재료가 비례감쇠 특성을 지닌다고 할 수 있다.

### 3.2 비례감쇠가 아닌 경우(방법 2)

비례감쇠가 아닌 계의 감쇠행렬을 추정하기 위하여 아래의 관계식을 이용한다.

$$[K] - \omega^2[M] + i\omega[C] = [H]^{-1} \quad (6)$$

즉 FRF 행렬의 역행렬인 임피던스 행렬의 허수부는 계의 감쇠행렬에 관한 정보를 포함하고 있으므로 이로부터 감쇠행렬을 추정할 수 있다. 위 식에서  $\omega$ 는 모든 주파수를 의미한다. 이 방법은 계의 감쇠행렬을 추정하는데 시도가 되었었다<sup>(13)</sup>. 이 방법에서는 FRF 행렬의 역행렬을 구하기 위하여 FRF 행렬의 모든 요소를 측정하여야 한다. 예를 들면 4 자유도계에 이 방법을 적용하는 경우 아래와 같이  $4 \times 4 = 16$  개의 FRF를 측정하여야 한다.

$$[H] = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} & H_{13} & H_{14} \\ H_{21} & H_{22} & H_{23} & H_{24} \\ H_{31} & H_{32} & H_{33} & H_{34} \\ H_{41} & H_{42} & H_{43} & H_{44} \end{bmatrix} \quad (7)$$

FRF 행렬의 모든 요소를 측정하여야 하는 번거로움을 피하기 위하여 저자들은 FRF 행렬의 한 행이나 열만을 측정하고, 이로부터 나머지 요소들을 예측하는 방법을 고안하였다. 하나의 FRF는 다음 식과 같이 모드매개변수의 식으로 나타낼 수 있다.

$$H(\omega) = \sum_{i=1}^n \left( \frac{a_i + jb_i}{\sigma_i + j(\omega - \omega_{di})} + \frac{a_i - jb_i}{\sigma_i + j(\omega + \omega_{di})} \right) \quad (8)$$

위 식에서  $\sigma = \zeta\omega_n$  이고,  $\omega_d = \sqrt{1 - \zeta^2}\omega_n$ 이며  $a_i + jb_i$ 는 모드  $i$ 의 복소 레지듀(residue)를 의미한다. 이러한 레지듀로 이루어진 레지듀 행렬은 각각의 모드에 대하여 쓸 수 있고, 4 자유도계인 경우 각각의 모드에 대하여 다음과 같은 레지듀 행렬을 구할 수 있다.

$$[R] = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & r_{14} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & r_{24} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & r_{34} \\ r_{41} & r_{42} & r_{43} & r_{44} \end{bmatrix} \quad (9)$$

한편 레지듀 행렬  $[R]$ 은 식 (10)과 같이 모드형의 정보를 포함하고 있다. 이 식에서  $Q$ 는 어떤 상수이고,  $u_i$ 는  $i$ 점에서의 모드형 성분을 의미한다. 이 관계를 이용하면 레지듀 행렬의 한 행이나 열로부터 전체 행렬을 구할 수 있다. 예를 들면 식 (10)에서 레지듀 행렬의 두 번째 행을 알고 있다면  $r_{12} = r_{21}$ ,  $r_{11} = r_{12}r_{21}/r_{22}$  등과 같이 레지듀 행렬의 나머지 요소들을 구할 수 있다. 레지듀 행렬의 모든 요소를 구한 다음, 식 (8)을 이용하여 FRF 행렬의 측정하지 않은 요소들을 합성할 수 있다. 이렇게 함으로써 FRF 행렬이 구하여지고, 식 (6)을 이용하면 감쇠행렬을 구할 수 있다.

$$[R] = Q \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix}^T \quad (10)$$

$$= Q \begin{bmatrix} u_1u_1 & u_1u_2 & u_1u_3 & u_1u_4 \\ u_2u_1 & u_2u_2 & u_2u_3 & u_2u_4 \\ u_3u_1 & u_3u_2 & u_3u_3 & u_3u_4 \\ u_4u_1 & u_4u_2 & u_4u_3 & u_4u_4 \end{bmatrix}$$

이 감쇠행렬 추정 방법을 이산 다자유도계의 시뮬레이션 데이터에 적용하였을 때 정확한 감쇠행렬이 구하여졌다. 시뮬레이션 데이터에 잡음(noise)을 포함하였을 때 추정된 감쇠행렬의 정확도는 잡음에

매우 민감하였으며 잡음 레벨이 1%일 때 아래 식으로 나타낸 감쇠행렬의 추정오차는 32.1%나 되었다<sup>(10)</sup>. 잡음 레벨은 잡음의 rms값과 원래 신호의 rms값의 비로서 정의한다.

$$error = \frac{\sum |\Delta e_{ij}|}{\sum |e_{ij}|} \times 100 \quad (11)$$

위 식에서  $e_{ij}$ 는 행렬 내의 각각의 요소를 의미하고,  $\Delta e_{ij}$ 는 각각의 요소의 오차를 의미한다. 이 방법에서 두 개 이상의  $\omega$  값을 사용하면 감쇠행렬 뿐만 아니라 질량행렬과 강성행렬도 추정할 수 있는데, 질량행렬과 강성행렬은 감쇠행렬보다 높은 정확도로 추정되었다.

이 감쇠계수 추정 방법을 앞에서 언급한 외팔보의 실험 데이터에 적용하였다. 측정된 5개의 FRF,  $H_{31}, H_{32}, \dots, H_{35}$ 로부터 모드매개변수를 추출하고, 레지듀 관계식을 이용하여 FRF 행렬의 측정하지 않은 나머지 FRF들을 합성함으로써 FRF 행렬을 구하고, 그 역행렬로부터 크기  $5 \times 5$ 의 질량, 강성, 감쇠행렬을 구하였다. 이때 질량행렬과 강성행렬은 임의의 두 개의  $\omega$  값을 사용하여 구할 수 있고, 감쇠행렬은 하나의  $\omega$  값을 사용하여 구할 수 있으나 데이터에 포함된 모든  $\omega$  값을 사용하여 과다결정 (over-determined) 방법으로 이들 행렬을 구하였다. 이렇게 구한 행렬로부터 FRF를 예측하였을 때 측정된 FRF와 전혀 일치하지 않았다. 즉 정확한 시스템행렬이 구하여지지 않았음을 의미한다.

추정된 시스템행렬로부터 예측한 FRF와 측정된 FRF가 이처럼 일치하지 않는 원인을 찾기 위하여 측정된 FRF로부터 레지듀 관계식을 이용하여 예측한 FRF,  $H_{42}$ 를 실제로 측정된 FRF와 비교하였다. Fig. 5는 이들 FRF를 비교하고 있는데 피크의 위치와 크기는 비교적 잘 예측하고 있지만 그 이외의 주파수 영역에서는 차이가 많이 남을 알 수 있다. 따라서 예측한 FRF가 부정확하기 때문에 추정된 시스템행렬 역시 부정확하다고 말할 수 있다.

만약 일부 측정된 FRF로부터 나머지 FRF를 예측하지 않고 FRF 행렬내의 모든 FRF를 측정한다면 정확한 시스템행렬이 구하여질 수 있는지를 확인하기 위하여 외팔보상의 다섯 점에 대한 전체 FRF 행렬을 측정하였다. 즉  $5 \times 5 = 25$ 개의 FRF를 측정하였다. 이 행렬의 역행렬로부터 감쇠행렬을 추정할 때 하나의  $\omega$  값을 사용하여  $\omega$  값의 변화에 대한 추정된 감쇠행렬의 변화를 관찰하였다. Fig. 6은 추정된 감쇠행렬의 한 요소인  $C(1,1)$ 의  $\omega$  값에 대한 변화를 나타내고 있다. 이 요소의 크기는 최소 0.0011부터 최대 3624까지 변화하며 부호도 양과 음으로 불규칙하게 나타났다. 이 요소의 값이 특히 크게 되는 주파수는 공진이나 반공진 주파수와 무관하다. 추정된 감쇠행렬의 다른 요소에 대하여도 유사한 경향이 관찰되었다. 이처럼 이 감쇠계수 추정 방법으로 구한 감쇠행렬의 값은 극심하게 변화하므로 추정 결과를 신뢰할 수가 없다. 이 방법은 시물레이션 데이터에 대하여도 잡음에 매우 민감한 추정 결과를 보였었다. 실험 데이터에는 어느 정도 잡음이 포함될 수 밖에 없으므로 완벽하게 제어된 조건

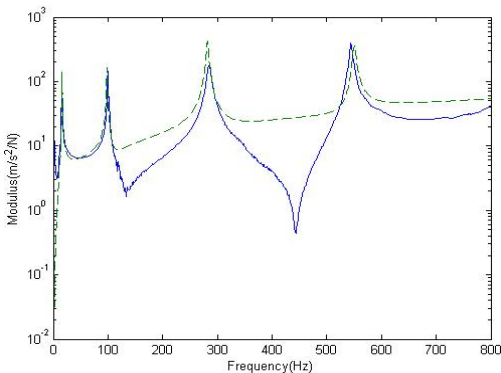


Fig. 5 Comparison of the measured(solid line) and predicted(dashed line) FRFs,  $H_{42}$  of the beam

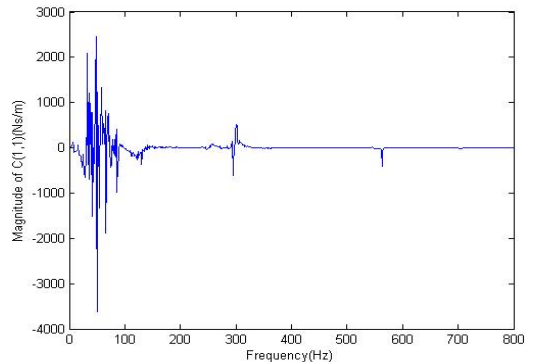


Fig. 6 Variation of the estimated  $C(1,1)$  with frequency

하에서 잡음없는 데이터를 측정하지 않는 이상 이 방법은 감쇠행렬을 추정하는데 적합하지 않다고 결론지을 수 있다.

**3.3 비례감쇠가 아닌 경우(방법 3)**

비례감쇠가 아닌 계에 적용할 수 있는 새로운 방법을 다음과 같이 제안하였다. 해석적으로 구한 FRF 행렬과 실험으로 측정한 FRF 행렬을 각각  $[H_a]$ ,  $[H_m]$ 라 하면 임피던스 행렬의 차는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$[\Delta Z] = [H_m]^{-1} - [H_a]^{-1} \tag{12}$$

위 식 양변의 앞과 뒤에  $[H_a]$ 와  $[H_m]$ 를 각각 곱하면

$$[H_a][\Delta Z][H_m] = [H_a]([H_m]^{-1} - [H_a]^{-1})[H_m] = [H_a] - [H_m] \tag{13}$$

위 행렬의  $i$ 번째 열만 취하면

$$\{H_a\}_i - \{H_m\}_i = [H_a][\Delta Z]\{H_m\}_i = [H_a](\{\Delta K\} - \omega^2\{\Delta M\} + i\omega\{\Delta C\})\{H_m\}_i \tag{14}$$

모형개선 1단계에서  $[K]$ 와  $[M]$ 이 정확하게 구하여졌다고 가정하면

$$[\Delta K] = [\Delta M] = 0$$

이므로 식 (14)는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\{H_a\}_i - \{H_m\}_i = [H_a](i\omega\{\Delta C\})\{H_m\}_i \tag{15}$$

양변의 앞에  $[H_a]^{-1}$ 을 곱하면 다음과 같이 된다.

$$[H_a]^{-1}(\{H_a\}_i - \{H_m\}_i) = (i\omega\{\Delta C\})\{H_m\}_i \tag{16}$$

위 식에서  $[H_a]$ 는 감쇠를 포함하지 않으면 다음과 같이 나타난다.

$$[H_a] = ([K] - \omega^2[M])^{-1} \tag{17}$$

따라서 식 (16)에서 미지수는 감쇠행렬의 수정량인  $\{\Delta C\}$  뿐이고, 여러  $\omega$  값에 대하여 이 식을 풀면  $\{\Delta C\}$ 를 구할 수 있다. 이 수정량에 감쇠행렬의 초기값을 더함으로써 감쇠행렬을 구한다.

이 방법을 Fig. 7의 이산 4자유도계에 적용하였다. 이 계의 질량  $m_1=m_2=m_3=m_4=1$  kg, 강성계수  $k_1=k_2=k_3=k_4=10,000$  N/m, 감쇠계수  $c_1=c_2=5$  Ns/m,  $c_3=c_4=10$  Ns/m이고, 감쇠행렬은 다음과 같다.

$$[C] = \begin{bmatrix} 10 & -5 & 0 & 0 \\ -5 & 15 & -10 & 0 \\ 0 & -10 & 20 & -10 \\ 0 & 0 & -10 & 10 \end{bmatrix} \tag{18}$$

알려진 질량, 강성, 감쇠행렬을 사용하여 식 (5)로부터 계산한 FRF를 사용하였을 때, 이 방법으로 정확한 감쇠행렬이 얻어졌다.

잡음이 이 감쇠행렬 추정 방법의 정확도에 미치는 영향을 고찰하기 위하여 FRF 행렬을 식 (5)를 이용하여 구하는 대신 시뮬레이션을 수행하여 구하였다. Fig. 7의 질량  $m_1$ 에 sweep sinewave 형태의 힘이 작용할 때의 각 질량의 응답을 Runge-Kutta 법으로 구하고, 힘과 응답 데이터에 FFT를 취한 다음, 그 비로서 FRF를 구하였다. 이 과정에서 질량에 작용하는 힘과 응답에 각각 1%의 불규칙 잡음(random noise)을 더했다. 이 데이터에 본 추정 방법을 적용하여 다음과 같이 비교적 정확한 감쇠행렬이 추정되었다.

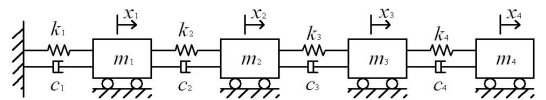


Fig. 7 A 4 dof system with lumped parameters

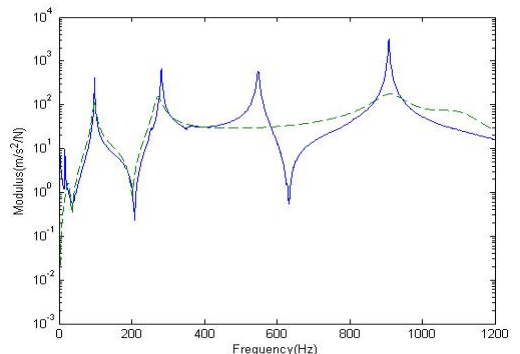


Fig. 8 Comparison of the measured(solid line) and analytical(dashed line) FRFs of the beam when method 3 is used

$$[C]_e = \begin{bmatrix} 10.117 & -4.972 & 0.028 & 0.022 \\ -4.680 & 14.554 & -9.468 & -0.235 \\ 0.380 & -10.295 & 20.434 & -10.343 \\ 0.008 & -0.266 & -9.479 & 9.745 \end{bmatrix} \quad (19)$$

추정된 행렬의 오차를 식 (11)로 나타내었을 때 위 감쇠행렬의 추정오차는 4.03 %이고, 이는 방법 2를 사용하였을 때의 추정오차보다는 훨씬 작은 값이다. 잡음레벨을 2 %로 증가시켰을 때 감쇠행렬의 추정오차는 6.29 %이었다.

이 방법을 앞의 외팔보에 적용하였다. 보의 각 절점에서는 병진변위와 함께 회전변위가 존재하는데 식 (16)을 사용하여 감쇠행렬을 추정할 때에는 이 회전변위에 대한 FRF도 필요하게 된다. 앞의 외팔보에 대한 실험에서는 센서로서 가속도계를 사용하였으므로 측정된 FRF는 작용한 힘과 병진변위 사이의 FRF이고, 힘과 회전변위 사이의 FRF는 측정되지 않았다. 따라서 이 측정되지 않은 FRF 대신 대응하는 해석적 FRF를 사용하였다. 해석적 FRF란 유한요소 모형으로부터 구한 FRF를 의미한다. 이와 같이 하여 감쇠행렬을 추정하고 이 감쇠행렬을 사용하여 식 (5)로부터 FRF를 합성하였다. Fig. 8은 측정된 FRF와 합성한 FRF를 비교하고 있다. 이 그림을 관찰하면 두 FRF는 저주파수 대역에서는 잘 일치하지만 네 번째와 다섯 번째 모드에서는 차이가 많이 남을 알 수 있다. 이는 추정된 감쇠행렬이 정확하지 않음을 의미한다. 추정된 감쇠행렬을 유한요소 모형에 포함시켜서  $[H_a]$ 를 구하고, 이 데이터를 사용하여 감쇠행렬을 반복적으로 구하여도 측정된 FRF와 합성한 FRF의 일치도는 개선되지 않았다.

#### 4. 결 론

유한요소 모형의 개선은 2단계로 나누어 첫 단계에서는 감쇠를 무시하고 계의 질량행렬과 강성행렬을 개선하고, 두 번째 단계에서는 첫 단계에서 구해진 질량, 강성행렬을 고정시키고 감쇠행렬을 구함으로써 이루어질 수 있다. 이 논문에서는 이러한 2단계 모형 개선 과정의 두 번째 단계에 적용할 수 있는 감쇠행렬 추정 방법을 세 가지 제안하고, 그들의 특성을 비교하였다.

비례감쇠 계에 적용할 수 있는 방법 1은 모형 개

선의 첫 단계에서 구한 질량과 강성행렬로부터 구한 모드행렬과, 계의 측정된 응답으로부터 추출한 모드매개변수를 사용하여 감쇠행렬을 추정한다. 이 방법은 시뮬레이션 데이터와 실험 데이터에 적용하였을 때 정확한 감쇠행렬을 추정하였다. 비례감쇠가 아닌 계에도 적용할 수 있는 방법 2는 FRF 행렬의 역행렬로부터 감쇠행렬을 추정하는데 FRF 전체 행렬을 측정하더라도 추정된 감쇠행렬의 주파수에 대한 변화가 매우 커서 안정된 감쇠행렬을 추정할 수 없다. 역시 비례감쇠가 아닌 계에도 적용할 수 있는 방법 3은 임피던스 행렬의 차와 시스템 행렬의 차 사이의 관계식을 이용하여 감쇠행렬을 추정한다. 이 방법은 방법 2보다는 정확한 추정 결과를 제공하지만 그 정확도가 만족스럽지 않다. 결론적으로 방법 1은 비례감쇠 계에만 적용할 수 있다는 제약이 있지만 세 가지 방법 중에서는 가장 정확한 추정 결과를 제공하고 있다.

제안된 감쇠행렬 추정 방법 중 가장 정확한 추정 결과를 주는 방법 1을 비례감쇠가 아닌 계에도 적용할 수 있도록 이 방법을 수정 또는 확장하는 연구를 향후 수행하고자 한다.

#### 후 기

이 연구는 2단계 BK21사업의 지원으로 수행되었습니다.

#### 참 고 문 헌

- (1) Imregun, M. and Visser, W. J., 1991, "A Review of Model Updating Techniques," *The Shock and Vibration Digest*, Vol. 23, pp. 141~162.
- (2) Mottershead, J. E. and Friswell, M. I., 1993, "Model Updating in Structural Dynamics : A Survey," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 167, pp. 347~375.
- (3) Friswell, M. I. and Mottershead, J. E., 1995, *Finite Element Model Updating in Structural Dynamics*, Kluwer Academic Publishers.
- (4) Baruch, M., 1978, "Optimization Procedure to Correct Stiffness and Flexibility Matrices Using Vibration Data," *AIAA Journal*, Vol. 16, pp.

1208~1210.

(5) Lin, R. M. and Ewins, D. J., 1994, "Analytical Model Improvement Using Frequency Response Functions," *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 8, pp. 437~458.

(6) Imregun, M., Visser, W. J. and Ewins, D. J., 1995, "Finite Element Model Updating Using Frequency Response Function Data - I. Theory and Initial Investigation," *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 9, pp. 187~202.

(7) Lu, Y. and Tu, Z., 2004, "A Two-level Neural Network Approach for Dynamic FE Model Updating Including Damping," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 275, pp. 931~952.

(8) Lin, R. M. and Zhu, J., 2006, "Model Updating of Damped Structures Using FRF Data," *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 20, pp. 2200~2218.

(9) Arora, V., Singh, S. P. and Kundra, T. K.,

2009, "Finite Element Model Updating with Damping Identification," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 324, pp. 1111~1123.

(10) Lee, G.-M., Kim, K.-J. and Ju, Y.-H., 2009, "Estimation of Damping Matrices for Dynamic Systems," *Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering*, Vol. 19, No. 10, pp. 1021~1027.

(11) User's Guide (Version 3), 2004, *Optimization Toolbox for Use with MATLAB*, The MathWorks, Inc., Natick, MA.

(12) Ewins, D. J., 1995, *Modal Testing : Theory and Practice*, Research Studies Press Ltd.

(13) Ozgen, G. O. and Kim, J. H., 2009, "Error Analysis and Feasibility Study of Dynamic Stiffness Matrix-based Damping Matrix Identification," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 320, No. 1-2, pp. 60~83.