

가는 막대의 물리기반 실시간 시뮬레이션

최민규

광운대학교

mgchoi@kw.ac.kr

Physics-Based Real-Time Simulation of Thin Rods

Min Gyu Choi

Kwangwoon University

요약

본 논문에서는 큰 회전 변형이 일어나는 가는 막대를 실시간에 시뮬레이션하는 기법을 제안한다. 가는 막대는 로프나 머리카락과 같이 일차원적인 구조를 표현하는데 널리 사용될 수 있다. 시각적으로 사실적인 가는 막대의 애니메이션을 실시간에 생성하는 것은 컴퓨터 그래픽스 분야에서 오랫동안 주요한 도전 과제였다. 본 논문에서는 연속체 역학에 기반한 지배 방정식을 세우고 이를 실시간에 적분하는 가는 막대 구조를 위한 모달 와핑 기법을 개발한다. 이와 같은 새로운 시뮬레이션 기법은 삼차원 솔리드를 위해 개발된 종전의 모달 와핑 기법을 확장한 것이다. 본 논문에서 제안한 방법은 매우 많은 정점으로 이루어진 가는 막대 구조의 큰 휨과 꼬임 변형도 실시간에 사실적으로 생성할 수 있다.

Abstract

This paper proposes a real-time simulation technique for thin rods undergoing large rotational deformation. Rods are thin objects such as ropes and hairs that can be abstracted as 1D structures. Development of a satisfactory physical model that runs in real-time but produces visually convincing animation of thin rods has been remaining a challenge in computer graphics. We adopt the energy formulation based on continuum mechanics, and develop a modal warping technique for rods that can integrate the governing equation in real-time. This novel simulation framework results from making extensions to the original modal warping technique, which was developed for the simulation of 3D solids. Experiments show that the proposed method runs in real-time even for large meshes, and that it can simulate large bending and/or twisting deformations with acceptable realism.

키워드: 물리기반 시뮬레이션, 변형, 가는 막대, 모달 와핑, 모달 분석

Keywords: physics-based simulation, deformation, thin rod, modal warping, modal analysis

1. 서론

머리카락이나 로프와 같이 얇고 구부리기 쉬운 물체는 컴퓨터 그래픽스를 이용하여 만든 장면들에 흔히 등장한다. 이러한 물체들은 그 두께가 매우 얇기는 하지만 없지는 않으며 이러한 얇은 두께가 그 물체들의 동적인 움직임에 주요한 영향을 미친다. 이와 같이 그 형태상 두께가 매우 얇아 일차원적인 구조로 간주될 수 있는 얇고 구부리기 쉬운 물체를 가는 막대(thin rod)라고 한다. 본 논문은 가는 막대를 물리에 기반하여 실시간에 시뮬레이션하는 방법을 다룬다.

삼차원 고체(solid) 형태의 변형체 시뮬레이션은 컴퓨터 그래픽스 분야에서 활발히 연구되어왔다[1, 2, 3, 4, 5]. 가는 막대는 삼차원 고체의 특별한 경우이므로 삼차원 고체를 위해 개발된 기술을 가는 막대에 적용하여 시뮬레이션할 수도 있다. 하지만 이러한 접근 방식은 만족할만한 결과를 내지 못한다. 삼차원 탄성 고체로 모델링한 가는 막대에서 전역 휨(global bending)과 꼬임(twisting)을 포함한 변형을 올바르게 얻기 위해서는 매우 촘촘한 요소망(mesh)이 필요하며 그에 따른 계산량이 매우 커서 실시간 시뮬레이션이 불가능하기 때문이다.

연속체 역학 대신 질점-용수철 모델(mass-spring model)을 이용하는 연구들도 제안되었다[6, 7, 8]. 일차원적인 요소망 구조에서 인접한 에지(edge)들 간의 오일러 각(Euler angle)을 사용하여 휨 변형의 정도만을 측정하기 때문에 꼬임 변형을 반영할 수 없으며, 오일러 각을 직접 적분하기 때문에 수치적으로 불안정하다. 일차원적인 주 구조에 부가적인 에지를 연결하고 에지의 길이 변화에 따른 힘을 고려함으로써 요소망 정점의 위치를 직접 적분하는 접근 방식은 수치적으로 안정적이지만 여전히 꼬임 변형을 올바르게 반영할 수 없다. 또한, 질점-용수철 모델에서는 가는 막대의 물성을 물리적으로 올바르게 지정할 수 없다는 단점도 있다.

가는 막대의 동적 탄성 변형을 물리적으로 올바르게 시뮬레이션하기 위한 연구들은 구조 역학(structural dynamics)분야에서 활발히 연구되었다[9]. 하지만 적당한 개수의 노드(node)만을 사용하여 가는 막대의 큰 변형을 정확히 모델링하고 시뮬레이션하기 위해서는 연속체 역학(continuum mechanics)에서도 가장 복잡한 이론 중의 하나인 비선형 막대 이론(non-linear rod theory)을 필요로 한다. 이러한 접근 방식은 지배 방정식(governing equation)을 세우는데 있어서 어려움이 있을 뿐만 아니라 비선형성에 의한 수치적 불안정성 문제로 인해 매우 짧은 시간 간격(time step)을 사용해야하므로 실시간 성능을 내기 어렵다.

Choi와 Ko는 삼차원 탄성 솔리드의 큰 회전 변형(rotational deformation)을 실시간에 시뮬레이션할 수 있는 모달 와핑(modal warping)기법을 제안하였다[10]. 하지만 이 기법은 가는 막대를 위한 것이 아니다. Stam[11]과 Diener 등[12]은 가는 막대의 동적 탄성 변형을 실시간에 시뮬레이션하기 위하여 연속체 역학에 기반을 둔 모달분석(modal analysis) 기법을 도입하였다. 하지만 극소 변형(infinitesimal deformation)을 가정하여 세운 지배 방정식에 모달분석 기법을 적용하였기 때문에 큰 회전 변형이 있는 경우에는 사용될 수 없다.

본 연구는 극소 변형에 관한 연속체 역학[9]과 모달 와핑[10]에 기반을 두고 있다. Stam[11]이나 Diener 등[12]과 같이 가는 막대의 극소 변형에 관한 유한요소법(finite element method)을 사용하여 동적 탄성 변형에 대한 지배 방정식을 세우지만, 모달분석 대신 Choi와 Ko[10]가 제안한 모달 와핑 기법을 확장 적용함으로써 가는 막대 구조의 큰 회전 변형을 실시간에 사실적으로 시뮬레이션하는 프레임워크를 개발한다.

2. 가는 막대의 극소 변형

본 논문에서는 연속체 역학에 기반을 둔 유한요소법을 사용하여 가는 막대를 시뮬레이션한다. 가는 막대를 표현하기 위해서는 n 개의 노드로 이루어진 삼차원 막대 요소(rod element)로 구성된 유한요소망을 사용한다. 즉 노드들을 연결하는 에지가 막대 요소가 된다. 각 요소는 그림 1에서와 같이 초기 상태에서의 y 축과 x 축이 일치하고 그에 직교하는 y 축과 z 축을 가진

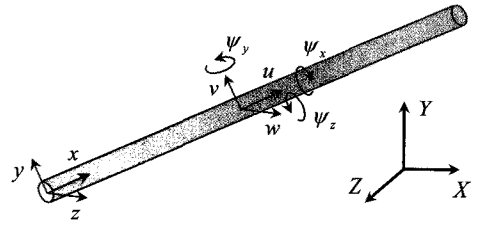


그림 1: 삼차원 공간상에서의 막대 요소

국지 좌표계(local coordinate system)에서 정의된다. 각 요소의 변형은 양끝 노드에서의 변위를 보간함으로써 얻을 수 있다. 막대 요소 내에서의 휨 변형의 연속성뿐만 아니라 요소 경계에서의 연속성도 보장하기 위해 y 축과 z 축 방향으로는 삼차에르미트 형상 함수(Hermitian shape function)를 사용하여 보간하고, x 축 방향으로는 선형 형상 함수를 이용하여 보간한다. 따라서 각 노드는 삼차원 공간에서의 위치 변위 (u_x, u_y, u_z) 및 각 축을 중심으로 한 회전 변위 (ψ_x, ψ_y, ψ_z)를 가질 수 있어 총 6개의 자유도(degree of freedom)를 가진다. 여기서 ψ_x 는 x 축을 중심으로 한 꼬임을 나타내고, ψ_y 와 ψ_z 는 각각 y 축 및 z 축을 중심으로 한 휨을 나타낸다. 극소 변형을 가정한다면 기울기와 각도가 같기 때문에 휨과 위치 변위는 다음과 같은 관계가 있다:

$$\psi_y = -\frac{du_z}{dx}, \quad \psi_z = \frac{du_y}{dx}. \quad (1)$$

2.1 막대 요소의 탄성에너지

막대 요소에서 층밀리기(shear)에 의한 휨이 일어나지 않는다는 기구학적인 베르누이(Bernoulli) 가정을 한다면, 막대 요소의 극소 변형에 의한 탄성 에너지는 다음과 같이 기술될 수 있다:

$$U_e = \frac{1}{2} \int_0^l \left[EI_y \left(\frac{\partial \psi_y}{\partial x} \right)^2 + EI_z \left(\frac{\partial \psi_z}{\partial x} \right)^2 + GJ_x \left(\frac{\partial \psi_x}{\partial x} \right)^2 + EA \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} \right)^2 \right] dx. \quad (2)$$

첫 번째 및 두 번째 항은 각각 y 축과 z 축을 중심으로 한 휨 에너지, 세 번째 항은 x 축을 중심으로 한 꼬임 에너지, 마지막 항은 신장 에너지를 나타낸다. E 와 G 는 각각 영률(Young's modulus)과 층밀리기 탄성률(shear modulus)이다. l 과 A 는 각각 막대 요소의 길이와 단면적을 나타낸다. I_y 와 I_z 는 각각 y 축 및 z 축을 중심으로 한 휨 강성(stiffness)을 위한 면관성 모멘트(area moment of inertia)이며, J_x 는 x 축을 중심으로 한 꼬임 강성을 위한 극관성 모멘트(polar moment of inertia)이다. 막대의 단면이 반지름 r 인 원형인 경우 $A = \pi r^2$, $I_y = I_z = \pi r^4/4$, $J_x = \pi r^4/2$ 이다.

2.2 막대 요소의 운동에너지

막대 요소의 운동에너지는 탄성에너지와 유사하게 다음과 같이 기술될 수 있다:

$$T_e = \frac{1}{2} \int_0^l \left[\rho A (\dot{u}_x^2 + \dot{u}_y^2 + \dot{u}_z^2) + \rho J_x \dot{\psi}_x^2 \right] dx. \quad (3)$$

처음 세 개의 항은 위치 이동에 의한 운동에너지를 나타내며, 마지막 항은 x 축을 중심으로 한 회전 운동에너지를 나타낸다. ρ 는 막대의 밀도이다.

2.3 지배 방정식

막대 요소의 양끝 노드의 위치 변위 및 회전 변위를 포함한 12차원 벡터를 \mathbf{u}_e 라고 하면, 식 (2)로부터 다음과 같은 형태의 이산화된 탄성에너지를 얻을 수 있다:

$$U_e = \frac{1}{2} \mathbf{u}_e^T \mathbf{K}_e \mathbf{u}_e. \quad (4)$$

\mathbf{K}_e 는 막대 요소의 국지 좌표계에서 정의되는 12×12 강성행렬이다. 마찬가지로 식 (3)으로부터 다음과 같은 형태의 이산화된 운동에너지를 얻을 수 있다:

$$T_e = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{u}}_e^T \mathbf{M}_e \dot{\mathbf{u}}_e. \quad (5)$$

\mathbf{M}_e 는 막대 요소의 국지 좌표계에서 정의되는 12×12 질량행렬이다.

n 개의 노드를 가진 유한요소망으로 표현된 가는 막대를 시뮬레이션하기 위해서는 식 (4)와 (5)를 전역 좌표계(global coordinate system)에서 조립(assembly)해야 한다. 전역 좌표계로 변환한 n 개 노드의 위치 및 회전 변위를 포함한 $6n$ 차원 일반 변위 벡터를 $\mathbf{u}(t)$ 라 하면, 가는 막대의 동적 탄성 변형에 대한 지배 방정식을 다음과 같이 쓸 수 있다:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{F}. \quad (6)$$

$\mathbf{C} = \xi\mathbf{M} + \zeta\mathbf{K}$ 이며 레일리 감쇠(Rayleigh damping) 상수 ξ 와 ζ 를 통해 만들어진 감쇠행렬이다. \mathbf{F} 는 n 개의 노드들에 작용하는 외력을 나타내는 $6n$ 차원 벡터이다. 식 (6)은 극소 변형에만 유효한 지배 방정식이라는 점에 다시 한 번 주목하기 바란다. 따라서 큰 회전 변형을 포함한 시뮬레이션에 적용할 경우 길이가 비이상적으로 늘어나는 현상이 발생할 수 있다.

3. 가는 막대를 위한 모달 와핑

본 논문에서는 가는 막대의 실시간 시뮬레이션을 위해 모달 와핑 프레임워크[10]를 채택한다. 모달 와핑은 원래 삼차원 솔리드를 위해 개발된 것이므로 이를 가는 막대에 적용하기 위

해서는 몇 가지 수정을 해야만 한다. 이러한 수정들 중에서 각 요소망 노드마다 정의되는 국지 좌표계의 방향(orientation)을 추적하는 방법에 대한 수정이 가장 주요하며 이는 3.2절에 기술되어 있다.

3.1 모달 변위

작은 회전 변형만을 감안한 지배 방정식 (6)에서 \mathbf{K} 는 상수 행렬(constant matrix)이다. 따라서 일반 고윳값 문제(generalized eigenvalue problem) $\mathbf{K}\Phi = \mathbf{M}\Phi\Lambda$ 를 풀어서 $\Phi^T\mathbf{M}\Phi = \mathbf{I}$ 와 $\Phi^T\mathbf{K}\Phi = \Lambda$ 를 동시에 만족하는 고윳벡터 Φ 와 고윳값 Λ 를 찾아 지배 방정식 (6)을 비연성(decoupled) 형태로 만들 수 있다. Φ 의 각 열은 $6n$ 차원 공간의 기저(basis)를 형성하므로 시간에 따라 변하는 일반 변위 벡터 $\mathbf{u}(t)$ 를 다음과 같이 열벡터의 선형결합으로 표현할 수 있다:

$$\mathbf{u}(t) = \Phi\mathbf{q}(t). \quad (7)$$

Φ 는 모달 변위 행렬(modal displacement matrix)이며, i 번째 열은 i 번째 진동 모드의 형상을 나타낸다. $\mathbf{q}(t)$ 는 i 번째 진동 모드의 진폭을 i 번째 요소로 가지는 벡터이다. 고윳값의 크기가 커서 눈에 띄는 주요한 변형을 야기하는 m 개의 진동 모드에 해당하는 열벡터들만을 Φ 에서 뽑아냄으로써 계산량을 현저히 줄일 수 있다. 앞으로 Φ 는 이와 같이 형성된 $6n \times m$ 부분행렬을 지칭한다.

식 (7)을 지배 방정식 (6)에 대입하고 Φ^T 를 양변에 곱하면 다음과 같이 각 변수들끼리 서로 관련이 없는 비연성 형태의 지배 방정식을 얻을 수 있다:

$$\mathbf{M}_q\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}_q\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}_q\mathbf{q} = \Phi^T\mathbf{F}. \quad (8)$$

여기서 $\mathbf{M}_q = \mathbf{I}$, $\mathbf{C}_q = \xi\mathbf{M}_q + \zeta\mathbf{K}_q$, $\mathbf{K}_q = \Lambda$ 이며, 모두 대각선행렬(diagonal matrix)이다. 식 (8)에서의 비연성화는 수치계산 속도를 매우 크게 향상시킨다. 모달 와핑 기법의 핵심은 큰 회전 변형을 일련의 작은 회전 변형들로 분해하여 위의 비연성화 절차를 적용하는 것이다. 자세한 내용은 3.3절에 기술되어 있다.

3.2 모달 회전

가는 막대를 위한 모달 와핑 기법을 개발하기 위해서는 변형의 회전 성분(rotational component)을 $\mathbf{q}(t)$ 로 표현할 수 있어야 한다. 보다 엄밀히는 모든 요소망 노드들의 삼차원 회전 벡터로 구성된 $3n$ 차원 합성 벡터 $\mathbf{w}(t)$ 를 식 (7)의 모달 변위와 비슷한 형태로 기술할 수 있어야 한다.

삼차원 고체를 위한 모달 와핑에서는 변위의 회전(curl) $\frac{1}{2}\nabla \times \mathbf{u}$ 로 변형의 회전 성분을 얻을 수 있었다[10]. 하지만 가는 막대의 경우 이 방법을 적용할 수 없다. 회전 연산(curl opera-

tion)에 수반되는 미분을 제약이 없는 삼차원 공간상이 아니라 가는 막대가 점유하는 일차원 정의역으로 제한해야 하기 때문이다. 얇은 셸에 모달 외팽을 적용한 연구에서는 극소 변형을 겪은 삼각형의 회전을 최적화를 통해 $\mathbf{u}(t)$ 로 표현하고 이를 다시 한 번 $\mathbf{q}(t)$ 로 표현함으로써 모달 회전 $\mathbf{w}(t)$ 를 얻을 수 있었다[13]. 하지만 가는 막대의 경우에는 꼬임이 자유롭기 때문에 최적화를 통해서 유일무이한 회전을 뽑아낼 수 없다.

막대 요소의 각 노드는 위치 변위(u_x, u_y, u_z) 및 회전 변위(ψ_x, ψ_y, ψ_z)로 이루어진 6개의 자유도를 가지며 $6n$ 차원의 일반 변위 벡터 $\mathbf{u}(t)$ 는 이러한 자유도를 한데 모아놓은 것이다. 이러한 사실에 주목하면, 가는 막대의 모달 회전은 고체나 얇은 셸의 경우보다 훨씬 손쉬운 방법으로 얻을 수 있다. 즉 극소 변형을 겪은 가는 막대의 경우 요소망 노드들의 삼차원 회전 벡터가 이미 회전 변위 형태로 $\mathbf{u}(t)$ 에 포함되어 있다. 따라서 위치 변위에 관한 3차원 벡터와 회전 변위에 관한 3차원 벡터가 n 개 모여 있는 $\mathbf{u}(t)$ 에서 짝수 번째 3차원 벡터들만을 꺼내기 위한 $3n \times 6n$ 상수 행렬 \mathbf{W} 를 만들고, 이를 $\mathbf{u}(t)$ 에 곱하면 모달 회전 벡터 $\mathbf{w}(t)$ 를 구할 수 있다. 마지막으로 $\mathbf{u}(t)$ 를 모달 변위에 관한 식 (7)을 이용하여 전개하면 다음과 같다:

$$\mathbf{w}(t) = \mathbf{W}\Phi\mathbf{q}(t) \triangleq \Psi\mathbf{q}(t). \quad (9)$$

\mathbf{W} 와 Φ 모두 초기 상태에서 기술되므로 시간에 무관한 상수 행렬이다. 따라서 그 둘이 곱해진 형태인 Ψ 도 미리 계산해둘 수 있다. 위의 식은 요소망 노드의 국지 회전(local rotation)을 모달 진폭 $\mathbf{q}(t)$ 로 표현할 수 있다는 것을 보여준다. Ψ 를 모달 회전 행렬(modal rotation matrix)이라 하겠다.

3.3 회전 요소들의 적분

식 (9)는 각 요소망 노드에서의 회전을 추적하는 효율적인 방법을 제공한다. 하지만 이러한 회전은 아직 위치 변위 계산에 반영되지 않았다. 또한 3.1절과 3.2절에서 유도한 모달 변위 및 회전은 회전 변형 성분이 다소 작은 경우에만 유효하다. 각각의 요소망 노드마다 국지 좌표계를 도입함으로써 이러한 두 가지 문제를 해결할 수 있다.

각 노드의 초기 위치로부터의 시간에 따른 전역 변위를 기술하기 위해서는 국지 좌표계의 방향을 고려해야 한다. 전역 좌표계를 i 번째 노드의 시각 t 에서의 국지 좌표계의 방향과 일치시키는 회전 행렬을 $\mathbf{R}_i(t)$ 라 하고, 시각 t 에 국지 좌표계에서 측정된 i 번째 노드의 위치에 대한 미분 변위(differential displacement)를 $\dot{\mathbf{u}}_i^L(t)dt$ 와 같이 표시하자. 그렇다면, 전역 좌표계 상에서의 유한 변위(finite displacement)를 다음과 같이 계산할 수 있다:

$$\mathbf{u}_i(t) = \int_0^t \mathbf{R}_i(\tau)\dot{\mathbf{u}}_i^L(\tau)d\tau. \quad (10)$$

여기서 $\mathbf{u}_i(t)$ 는 위치 변위만을 표현하기 위한 3차원 벡터라는 사실에 주목하기 바란다. 이와 같은 시간 적분은 요소망의 모

든 노드에서 수행되어야 하며 고체를 위한 모달 외팽 기법에서와 동일한 방법으로 계산될 수 있다[10].

유한 변위에 관한 식 (10)을 계산하기 위해서는 국지 좌표계 상에서 측정한 $6n$ 차원의 일반 변위 벡터 \mathbf{u}^L 를 구할 수 있어야 한다. 식 (6)은 극소 변형에 관한 가정을 통해 얻은 선형 지배 방정식이기 때문에 고체를 위한 모달 외팽 기법에서와 같은 방식으로 촘촘한 요소망에서의 교환성 및 뒤틀림 강성에 대한 근사를 통해 다음과 같은 지배 방정식을 얻을 수 있다:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}^L + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}^L + \mathbf{K}\mathbf{u}^L = \mathbf{R}^T\mathbf{F}. \quad (11)$$

여기서 \mathbf{R} 은 \mathbf{R}_i 들로 구성된 3×3 블록 대각 행렬(block diagonal matrix)이다.

마지막으로, 다음 두 가지 사실에 주목하기 바란다: (1) 시간이 흐름에 따라 발생한 요소망 노드에서의 회전이 이제 식 (10)의 결과에 반영되고 있고, (2) 작은 회전들을 적분하기 때문에 3.1절과 3.2절에서 유도한 식을 적용하여 가는 막대의 큰 회전 변형을 실시간에 시뮬레이션할 수 있다.

4. 실험 결과

본 논문에서 제안한 기법은 오토데스크 마야 플러그인(plugin)으로 구현되었다. 크기가 큰 희박 사각 행렬(large sparse square matrix)에서 m 개의 주요한 고유값과 그에 따른 고유벡터를 빠르게 얻기 위해서는 매트랩의 수학 함수 eigs를 사용하였다. 본 절의 모든 실험은 인텔 i7 2.93GHz 프로세서와 8GB 메모리, NVIDIA GeForce GT120 그래픽 카드를 탑재한 PC에서 수행되었다. 모든 실험에서 시뮬레이션 시간 간격을 1/30초로 고정하였지만 어떠한 불안정성 문제도 없었다.

4.1 선형 구조

가는 막대를 위한 모달 외팽 기법을 이용하여 큰 회전 변형을 사실적으로 시뮬레이션할 수 있음을 보기 위하여 고무 재질의 물성인 밀도 $1,100\text{kg/m}^3$, 영률 11MPa , 푸아송의 비(Poisson ratio) 0.5를 가진 직경 4mm, 길이 20cm의 끈고 가는 막대에서도 다른 중력가속도를 적용한 실험을 수행하였다. 시뮬레이션을 위한 요소망은 32개의 노드가 선형적으로 연결된 31개의 막대 요소로 구성되어 있고, 가시화를 위한 다각형 메시는 642개의 정점, 1,300개의 에지, 660개의 다각형으로 구성되어 있다. 그림 2는 중력가속도를 각각 4.9m/s^2 , 9.8m/s^2 , 19.6m/s^2 를 적용하여 시뮬레이션한 결과를 보여준다. 8개의 변형 모드만을 사용하였음에도 불구하고 큰 회전 변형을 사실적으로 표현할 수 있었다.

본 논문에서 제안한 기법은 질점-용수철 방법 등에서와 같이 인접한 에지들 간의 초기 각도를 특별히 고려할 필요가 없이 임의의 초기 상태에서부터 시뮬레이션을 시작할 수 있다. 그

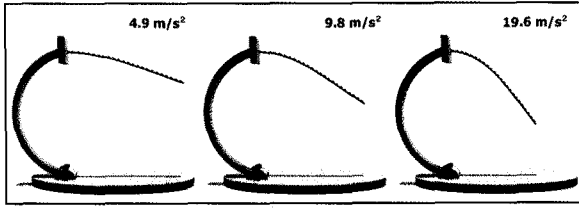


그림 2: 중력 변화에 따른 가는 막대의 변형

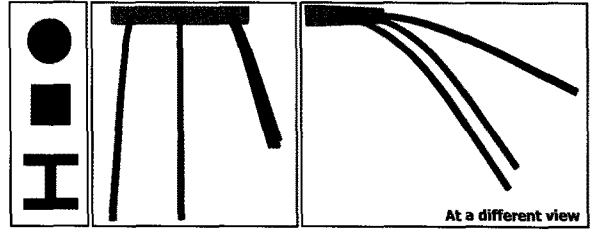


그림 4: 서로 다른 단면을 가진 막대의 변형

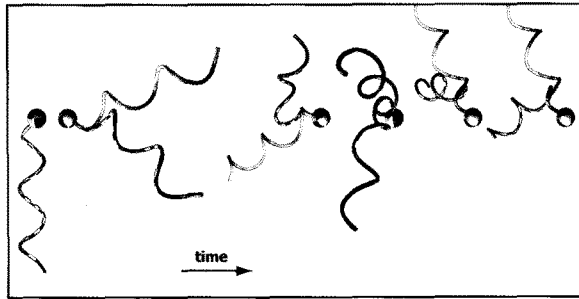


그림 3: 나선형 막대의 변형

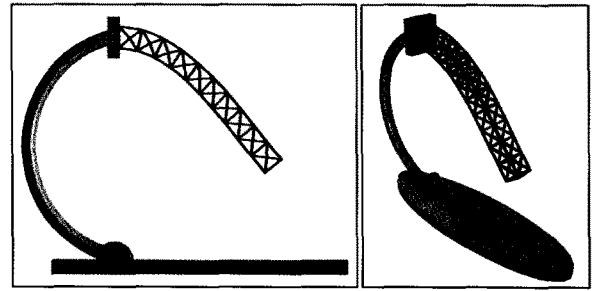


그림 5: 가는 막대들로 구성된 비선형 구조의 변형

림 3은 초기 상태가 나선형인 직경 8mm, 길이 51cm의 가는 막대에 모달 와핑 기법을 적용한 실험 결과를 보여준다. 나선형 막대는 곧은 막대와 동일한 고무 제질의 물성을 가지고 있다. 시뮬레이션을 위한 요소망은 64개의 노드가 선형적으로 연결된 63개의 요소로 구성되어 있으며 8개의 변형 모드를 사용하였다. 가시화를 위한 다각형 메쉬는 3,048개의 정점, 6,084개의 에지, 3,038개의 다각형으로 구성되어 있다. 보다 동적인 움직임을 유발시키기 위해서 나선형 막대의 끝을 자유롭게 회전하는 구에 고정시켰다. 노란색 반투명 막대는 회전하는 구의 강체 변환만을 적용하여 변형이 없는 경우이다.

4.2 단면 형태에 따른 강성

단면이 원형인 경우보다 정사각형일 때 구조적으로 더 강한 강성을 가지며 H 형태일 때 가장 강한 구조적 강성을 가지는 것으로 알려져 있다. 이는 각각의 막대가 식 (2)에서 서로 다른 면관성 모멘트와 극관성 모멘트를 가지기 때문이다. 동일한 질량의 막대일 경우 정사각형 막대가 원형 막대에 비해서 1.05배 큰 면관성 모멘트를 가지며 H형의 막대는 3.2배 큰 면관성 모멘트를 가진다. 그림 4는 이러한 실험 결과를 보여준다. 공정한 비교를 위하여 각 막대의 단면적을 동일하게 하였고 밀도, 영률, 충밀리기 탄성을 같은 물성도 동일하게 하였다. 빨간색 원형 막대보다 녹색 정사각형 막대가 조금 적게 휘어지고, 파란색 H형 막대가 가장 적게 휨을 확인할 수 있다.

4.3 비선형 구조

본 논문에서 제안한 가는 막대 구조를 위한 모달 와핑 기법은 막대의 위상 구조(topological structure)가 선형적인 경우뿐만 아니라 트리(tree)와 같은 비선형적인 구조, 더 나아가 루프를 포함한 일반적인 구조에도 적용가능하다. 그림 5는 직경 4mm의 가는 막대들이 비선형적으로 얽혀있는 구조물을 시뮬레이션한 결과를 보여준다. 비선형 구조의 너비 및 높이는 각각 2cm이며 길이는 20cm이다. 선형 구조를 위한 실험에서와 같은 고무 제질의 물성을 적용하였지만 큰 회전 변형을 유발하기 위하여 밀도는 100배 높게 설정하였다. 시뮬레이션을 위한 요소망은 170개의 노드로 이루어진 336개의 요소로 구성되어 있고 8개의 변형 모드를 사용하였다. 가시화를 위한 다각형 메쉬는 7,510개의 정점, 14,866개의 에지, 7036개의 다각형으로 구성되어 있다.

4.4 매우 큰 요소망

본 논문에서 제안한 모달 와핑 기법은 매우 많은 노드로 구성된 가는 막대 구조도 실시간에 시뮬레이션할 수 있다. 그림 6에서와 같이 9,836개의 정점, 29,502개의 에지, 19,668개의 삼각형으로 이루어진 공룡 메쉬 그 자체를 요소망으로 사용하여 실험하였다. 각 에지는 직경 8mm의 가는 고무 제질의 막대들이며 그 물성은 선형 구조를 위한 실험에서와 동일하고 공룡의 머리에서 꼬리 끝까지의 길이는 대략 1.4m이다. 실시간 성능을 내기 위하여 솔리드 및 쉘을 위한 모달 와핑[10, 13]에서와 같이 프로그램 가능한 그래픽 하드웨어에서 정점 프로그램(vertex program)을 사용하였으며 초당 300 프레임의 정도

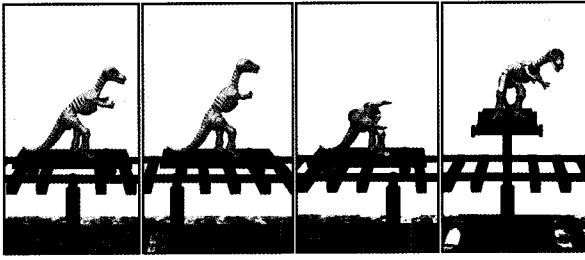


그림 6: 매우 큰 요소망으로 구성된 변형체

의 성능을 냈다.

5. 결론

본 논문에서는 가는 막대를 실시간에 사실적으로 시뮬레이션 하는 기법을 제안하였다. 연속체 역학에 기반하여 가는 막대의 동역학을 공식화하였고, 삼차원 솔리드를 위해 제안된 모달 와핑 기법을 확장하여 가는 막대를 시뮬레이션하는데 적용 가능하도록 하였다. 이는 모달 진폭을 통해 변형의 회전 성분을 찾는 새로운 기법 개발을 통해 가능하였다. 본 논문에서 제안한 기법은 시간 간격을 1/30초로 고정하여도 안정적이었으며 시각적으로도 사실적인 시뮬레이션 결과를 생성할 수 있었다. 본 연구에서 제안한 기법은 컴퓨터 게임과 캐릭터 애니메이션을 포함한 여러 응용 분야에서 유용하게 사용될 수 있을 것으로 기대된다.

감사의 글

본 연구는 지식경제부 및 문화체육관광부의 산업원천기술개발사업(2008-F-033-02, e-Entertainment를 위한 실시간 물리 시뮬레이션 기술 개발)의 일환으로 수행하였으며, 서울시 산학연 협력사업(10581), 지식경제부 및 정보통신산업진흥원의 대학 IT 연구센터 지원사업(NIPA-2010-C1090-1011-0002), 2008년도 광운대학교 교내학술연구비 지원에 의해 연구되었음. 또한, 이 논문은 2009년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구임(No. 2009-0083774).

참고 문헌

- [1] J. Barbić and D. L. James, "Real-time subspace integration for St. Venant-Kirchhoff deformable models," *ACM Transactions on Graphics (Proc. ACM SIGGRAPH 2005)*, vol. 24, no. 3, pp. 982–990, 2005.
- [2] S. Gibson and B. Mirtich, "A survey of deformable modeling in computer graphics," Mitsubishi Electric Research Lab., Cambridge, MA, Tech. Rep. TR-97-19, 1997.

- [3] D. L. James and K. Fatahalian, "Precomputing interactive dynamic deformable scenes," *ACM Transactions on Graphics (Proc. ACM SIGGRAPH 2003)*, vol. 22, no. 3, pp. 879–887, 2003.
- [4] M. Müller, J. Dorsey, L. McMillan, R. Jagnow, and B. Cutler, "Stable real-time deformations," in *Proc. ACM SIGGRAPH Symp. Computer Animation 2002*, 2002, pp. 49–54.
- [5] D. Terzopoulos, J. Platt, A. Barr, and K. Fleischer, "Elastically deformable models," *Computer Graphics (Proc. ACM SIGGRAPH '87)*, vol. 21, no. 4, pp. 205–214, 1987.
- [6] K. Anjyo, Y. Usami, and T. Kurihara, "A simple method for extracting the natural beauty of hair," *Computer Graphics (Proc. ACM SIGGRAPH '92)*, vol. 26, no. 3, pp. 111–120, 1992.
- [7] A. Daldegan, N. M. Thalmann, T. Kurihara, and D. Thalmann, "An integrated system for modeling, animating and rendering hair," *Computer Graphics Forum (Proc. EUROGRAPHICS '93)*, vol. 12, no. 3, pp. 211–221, 1993.
- [8] R. E. Rosenblum, W. E. Carlson, and E. Tripp, "Simulating the structure and dynamics of human hair: Modeling, rendering and animation," *The Journal of Visualization and Computer Animation*, vol. 2, no. 4, pp. 141–148, 1991.
- [9] M. Géradin and D. Rixen, *Mechanical Vibrations: Theory and Application to Structural Dynamics*. Wiley, 1994.
- [10] M. G. Choi and H.-S. Ko, "Modal warping: Real-time simulation of large rotational deformation and manipulation," *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, vol. 11, no. 1, pp. 91–101, 2005.
- [11] J. Stam, "Stochastic dynamics: Simulating the effects of turbulence on flexible structures," *Computer Graphics Forum (Proc. EUROGRAPHICS '97)*, vol. 16, no. 3, pp. 159–164, 1997.
- [12] J. Diener, M. Rodriguez, L. Baboud, and L. Reveret, "Wind projection basis for real-time animation of trees," *Computer Graphics Forum (Proc. EUROGRAPHICS 2009)*, vol. 28, no. 2, pp. 533–540, 2009.
- [13] M. G. Choi, S. Y. Woo, and H.-S. Ko, "Real-time simulation of thin shells," *Computer Graphics Forum (Proc. EUROGRAPHICS 2007)*, vol. 26, no. 3, pp. 349–354, 2007.

〈 저자 소개 〉



최민규

- 1996년 2월 KAIST 전산학과 학사
- 1998년 2월 KAIST 전산학과 석사
- 2003년 2월 KAIST 전산학과 박사
- 2003년 3월 ~ 2005년 2월 서울대학교
전기공학부 박사후연구원
- 2005년 3월 ~ 현재 광운대학교 컴퓨터
공학부 교수
- 관심분야 : 물리기반 모델링 및 시뮬레이션,
캐릭터 애니메이션, 영상처리