

Demerit-DEWMA 관리도

강해운*[†] · 백재원* · 강창욱**

*한양대학교 산업공학과

**한양대학교 정보경영공학과

A Study of Demerit-DEWMA Control Chart

Hae-Woon Kang*[†] · Jae-Won Baik* · Chang-Wook Kang**

*Dept. of Industrial Engineering, Hanyang University

**Dept. of Information and Industrial Engineering, Hanyang University

Complex products may present more than one type of defects and these defects are not always of equal severity. These defects are classified according to their seriousness and effect on product quality and performance. So, demerit systems are very effective systems to monitor the different types of defects. Recently, Kang et al.(2009) proposed the revised Demerit-CUSUM for the evaluation of the Demerit-CUSUM control chart performance exactly. In this paper, we present an advanced Demerit control chart using the double EWMA technique. The double EWMA technique is very efficient and strong method for process control where defects and nonconformities occur with various defect types. Moreover, we compare exact performance of Demerit-CUSUM, Demerit-EWMA and Demerit-DEWMA control chart according to changing sample size or mean shifts magnitude. By the result, we confirm that the performance of Demerit-DEWMA control chart is more than the performance of the Demerit-CUSUM and Demerit-EWMA control chart.

Keywords : Demerit Control Chart, Statistical Process Control(SPC), Defects

1. 서 론

통계적 공정관리(SPC) 기법 중 관리도는 현재 많은 산업 현장들에서 품질을 향상시키기 위해 보편적으로 가장 많이 사용되는 중요한 기법이다. 일반적으로 하나 이상의 품질 특성치를 모니터링하고 관리하고자 할 경우 다변량 관리도와 Demerit 관리도가 가장 널리 사용되고 있다. 특히, 자동차 산업, 가전 산업과 컴퓨터 산업 등과 같은 산업들에서 생산되는 제품들은 매우 복잡하게 구성되어 있으며 이러한 제품들에서는 다양한 유형의 부적합 및 결점들이 발생한다. 이러한 중요도가 다른 부적합 및 결점들을 효율적으로 관리하고 모니터링하기

위한 Demerit 관리도에 대한 연구들은 꾸준히 진행되고 있으며[1-6, 11], Nembhard et al.(2000)은 전통적인 Demerit 관리도에 EWMA(exponentially weighted moving average) 기법이 적용된 Demerit-EWMA 관리도에 관한 연구를 진행하였다. 최근, 강해운 외[1]는 기존 Demerit-CUSUM 관리도의 수행도를 재평가하고 FIR(fast initial response)을 적용한 Demerit-CUSUM 관리도에 대한 연구를 수행하였다. 전통적인 Demerit 관리도에서는 관리도의 설계 시 Demerit 통계량을 이용하며, 이 통계량은 포아송(Poisson)분포를 따르는 여러 확률변수들의 선형결합으로 이루어져 있어 항상 정규분포를 따른다고 할 수 없다. CUSUM(cumulative sum)이나 EWMA 기법은 이러

한 통계량 분포의 정규성을 가정하지 않아도 되는 장점을 가지고 있으며, 많은 산업현장들에서 관심을 갖고 있는 공정평균의 작은 변동(small shifts)에 대하여 매우 민감하다는 특성을 갖고 있다[8, 10]. Lingyun et al.(2005)은 공정평균의 작은 변동을 좀 더 효율적이고 빠르게 감지하기 위한 새로운 방법으로 DEWMA(double exponentially weighted moving average) 기법과 이를 이용한 관리도를 제안하였다[9].

본 연구에서는 다변량 관리 기법 중의 하나인 전통적인 Demerit 관리도와 Lingyun et al.(2005)이 제안한 DEWMA 기법을 결합하여 새로운 Demerit-DEWMA 관리도를 제안하고, 이 관리도의 설계 및 수행도를 분석하였다. 동시에 기존의 Demerit-CUSUM, Demerit-EWMA 관리도들과의 수행도를 비교 및 평가하였다.

2. Demerit-EWMA 관리도

2.1 Demerit 관리도

Dodge[7]에 의하여 처음으로 제안된 관리도로써 자동차 산업, 컴퓨터 산업과 같은 복잡한 생산품들에서는 단 하나의 유형만으로 결점이나 부적합들이 발생하지 않는다는 점을 발견한 것을 계기로 개발되었다. 이러한 다양한 유형의 결점이나 부적합들이 존재하는 산업현장들에서 관리도를 적용하기 위하여 먼저, 1928년 Dodge는 여러 형태의 결점들이 제품에 미치는 영향 정도에 따라 아래와 같이 4개의 클래스(Class)로 분류할 것을 제안하였다.

- Class A Defects(Very Serious) : 제품의 작동을 거의 불가능하게 하거나 수리가 용이하지 않고 사용자에게 상해를 입힐 수 있는 결점들이다.
- Class B Defects(Serious) : 제품의 작동불능을 일으킬 가능성이 있거나 수명단축, 유지보수 비용의 증가 원인을 일으키는 결점들이다.
- Class C Defects(Moderately Serious) : 작동불능과 같은 결점보다는 덜 심각한 결점이나 마무리 작업, 외관 등에서의 주요한 결점들이다.
- Class D Defects(Minor) : 제품이 서비스에서는 실패하지 않지만 마무리 작업, 외관 등에서의 사소한 결점들이다.

x_{iA} , x_{iB} , x_{iC} , x_{iD} 를 각각 i 번째 샘플에서의 Class A, B, C, D의 결점수로 정의한다. 또한 각 결점이 서로 독립이고 각 Class 별 결점들의 가중치를 Dodge[7]의 제안과

동일하게 $w_A = 100$, $w_B = 50$, $w_C = 10$, $w_D = 1$ 로 부여하면 아래와 같이 Demerit 통계량(d_i)을 정의할 수 있다.

$$d_i = w_A x_{iA} + w_B x_{iB} + w_C x_{iC} + w_D x_{iD}$$

또한, i 번째 표본 추출에서 N 개의 샘플이 사용되었다면 단위 당 Demerit 수(u_i)는 다음과 같다.

$$u_i = \frac{D}{N} = \frac{\sum_{i=1}^N d_i}{N}, N \geq 1$$

이러한 통계량을 이용한 Demerit 관리도의 L -시그마 관리한계선은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} UCL &= \bar{u} + L\hat{\sigma}_u \\ CL &= \bar{u} \\ LCL &= \bar{u} - L\hat{\sigma}_u \end{aligned}$$

여기서,

$$\begin{aligned} \bar{u} &= w_A \bar{u}_A + w_B \bar{u}_B + w_C \bar{u}_C + w_D \bar{u}_D \\ \hat{\sigma}_u &= \sqrt{\frac{(w_A)^2 u_A + (w_B)^2 u_B + (w_C)^2 u_C + (w_D)^2 u_D}{N}} \end{aligned}$$

이며, 여기서, L 은 Demerit 관리도의 관리한계선 조정 상수이며, 일반적으로 $L=3$ 을 가장 많이 적용한다.

2.2 Demerit-EWMA 관리도

Demerit-EWMA 관리도는 Nembhard et al.[11]에 의하여 Demerit 관리도에 지수가중이동평균(exponentially weighted moving average : EWMA) 기법을 결합한 관리도를 처음으로 제안하였으며, 조교영 외[3] 등은 Demerit-EWMA 관리도에 대한 수행도를 평가하였다. 앞 절에서 언급한 바와 같이 EWMA 기법은 지수적으로 최근의 정보들에 큰 가중치를 부여하여 공정의 변동에 민감하게 반응하도록 한 것으로 특히, 품질특성치가 정규분포를 따라야 한다는 가정에 크게 영향을 받지 않는다는 장점이 있다 [8]. 일반적으로 CUSUM(cumulative Sum)과 EWMA 기법이 적용된 관리도들은 공정평균의 작은 변동에 대하여 슈하르트(shewhart) 관리도에 비하여 매우 좋은 수행도를 보이는 것으로 알려져 있다[8, 10]. Demerit-EWMA 관리도는 Demerit-EWMA 통계량을 사용하며, 다음과 같은 가정들을 전제로 한다. 첫째, 각 j 클래스의 결점 발생

은 독립적이며 각 모수가 λ_j 인 포아송 분포를 따른다. 둘째, 공정 평균의 변동으로 인한 이상 발생 시 여러 가지 결점들이 복합적인 원인으로 인해 나타날 수 있다. 셋째, 결점들에 대한 가중치는 Dodge[7]에 의한 가중치를 사용한다. 이러한 Demerit-EWMA 관리도는 단위 당 평균 Demerit 수인 u_i 값을 사용하여 아래의 식 (1)과 같은 Demerit-EWMA 통계량(Z_i)을 정의한다.

$$Z_i = \lambda u_i + (1-\lambda)Z_{i-1}, i \geq 1 \quad (1)$$

여기서,

$$u_i = \frac{D}{N} = \frac{\sum_{i=1}^N d_i}{N}, N \geq 1$$

$$d_i = w_A x_{iA} + w_B x_{iB} + w_C x_{iC} + w_D x_{iD}$$

λ 는 i 번째 샘플링 시점에서의 가중치로 $0 < \lambda \leq 1$ 을 갖는 상수이며, $Z_0 = \mu_0 \approx \bar{u}$ 이다.

또한, Demerit-EWMA 관리도의 관리한계선은 다음과 같다.

$$UCL = \bar{u} + L\hat{\sigma}_u \sqrt{\frac{\lambda}{(2-\lambda)} [1 - (1-\lambda)^{2i}]}, i \geq 0$$

$$CL = \bar{u}$$

$$LCL = \bar{u} - L\hat{\sigma}_u \sqrt{\frac{\lambda}{(2-\lambda)} [1 - (1-\lambda)^{2i}]}, i \geq 0$$

여기서, L 는 관리한계선 조정상수이다.

따라서, 관리도의 판정은 Z_i 가 Demerit-EWMA 관리도 관리한계선 밖으로 벗어나면 공정 이상상태(out-of-control)로 판정한다.

3. Demerit-DEWMA 관리도의 설계

3.1 DEWMA(Double Exponentially Weighted Moving Average) 기법

2005년 Lingyun et al.는 기존의 EWMA 기법을 확장한 새로운 형태로 EWMA 기법을 두 번 적용한 새로운 기법인 DEWMA(double exponentially weighted moving average) 기법을 개발하고 이를 적용한 DEWMA 관리도를 새롭게 제안하였다. DEWMA 기법은 DEWMA 통계량(W_i)을 사용하며 아래의 식 (2)와 식 (3)과 같이 정의한다.

$$V_i = \lambda_1 \bar{x}_i + (1-\lambda_1) V_{i-1}, i \geq 1 \quad (2)$$

$$W_i = \lambda_2 V_i + (1-\lambda_2) W_{i-1}, i \geq 1 \quad (3)$$

여기서, λ_k 는 i 번째 샘플링 시점에서의 EWMA와 DEWMA 기법의 각 가중치로 $0 < \lambda_k \leq 1, k=1,2$ 를 갖는 상수이며, $V_0 = W_0 \approx \bar{x}_0$ 이다.

3.2 DEWMA(Double Exponentially Weighted Moving Average) 기법에서의 가중치

앞 절에서 언급했던 바와 같이 EWMA 기법에서는 시점 별 가중치가 지수적(exponentially)으로 최근 시점에 더 많은 가중치가 부여된다. 따라서 EWMA 기법에서의 가중치들은 항상 최근 시점을 향해 증가하는 단조(monotone) 형태를 갖게 된다. 이에 반하여 DEWMA 기법에서의 가중치들은 EWMA 기법의 가중치들과 같이 항상 단조(monotone) 형태를 갖게 되는 것은 아니며, 비단조(non-monotone) 형태를 갖을 수 있다. 이는 아래의 EWMA 통계량(V_i) 및 DEWMA 통계량(W_i)의 정리를 통하여 확인할 수 있다.

$$V_i = \lambda_1 \sum_{j=0}^{i-1} (1-\lambda_1)^j x_{i-j} + (1-\lambda_1)^i V_0, i \geq 1, j \geq 0$$

여기서, $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$ 이면,

$$W_i = \lambda^2 \sum_{j=1}^i (i-j+1) B^{(i-j)} \bar{x}_j + i \lambda B^i V_0 + B^i W_0,$$

$$B = 1 - \lambda, i, j \geq 1$$

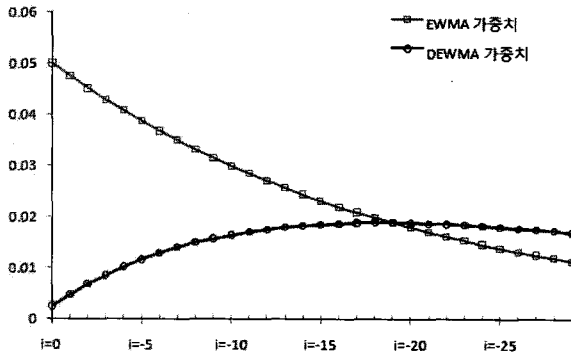
또한, $\lambda_1 \neq \lambda_2$ 이면,

$$W_i = \lambda_1 \lambda_2 \sum_{j=1}^i \frac{\left(\frac{B_2}{B_1}\right)^{i-j+1}}{1 - \left(\frac{B_2}{B_1}\right)} B_1^{i-j} \bar{x}_j + \lambda_2 B_1 \frac{B_1^i - B_2^i}{B_1 - B_2} V_0 + B_1^i W_0,$$

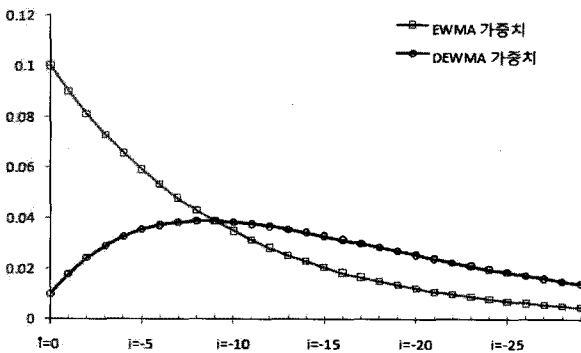
$$B_1 = 1 - \lambda_1, B_2 = 1 - \lambda_2, i, j \geq 1$$

아래 <그림 1>에서 <그림 6>는 30번째 샘플에서의 각 시점들에서의 EWMA와 DEWMA 기법들의 가중치 λ_k 의 다양한 변화들을 비교한 그래프이다. 아래의 그래프들에서 알 수 있듯이 EWMA 기법에서의 가중치들은 그 값들이 점점 증가하여 가장 최근 시점($i=0$)에서 가중치가 가장 높게 부여되는 반면 DEWMA 기법에서는 가중치가 0.5미만인 경우들에서는 최근 시점의 가중치가 항상 최대로 부여되지 않는 비단조(non-monotone) 형태를 갖고 있으며, 그 형태들은 λ_k 값에 따라 다양하게 변화함을 확인할 수 있다. 이러한 비단조(non-monotone)

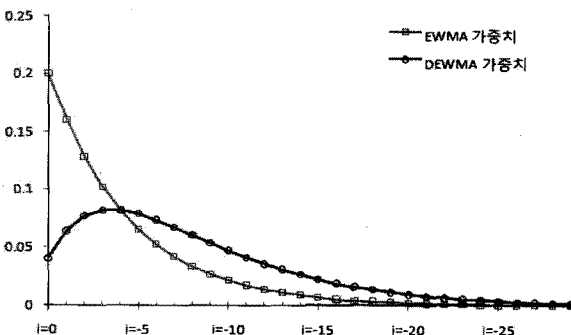
형태는 기존의 CUSUM 및 EWMA 기법에 비하여 공정 평균의 작은 변동을 좀 더 빨리 감지할 수 있다[9]. 즉, DEWMA 통계량(W_i)에서는 가장 최근 시점($i=0$)의 데이터 정보가 가장 중요하지 않을 수 있으며, 때로는 얼마 전 시점에서 발생했었던 데이터 정보의 중요도가 가장 중요하며 그 후 시점들에서는 데이터 정보의 중요도가 점점 감소할 수 있다.



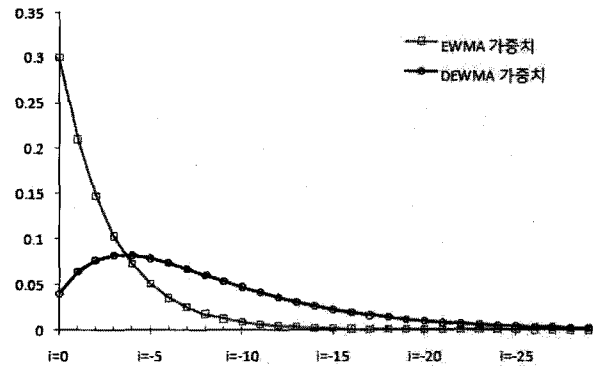
<그림 1> 30번째 샘플에서의 EWMA와 DEWMA 가중치 비교($N=100, \lambda_1 = \lambda_2 = 0.05$)



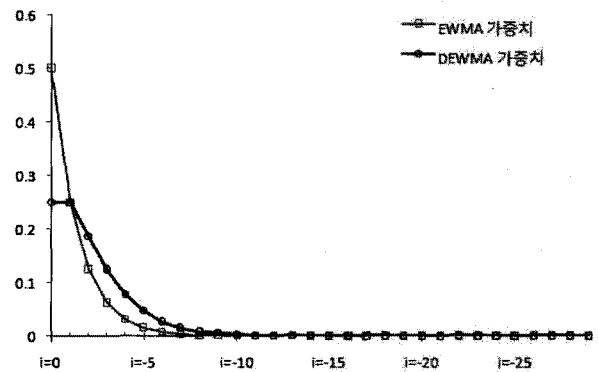
<그림 2> 30번째 샘플에서의 EWMA와 DEWMA 가중치 비교($N=100, \lambda_1 = \lambda_2 = 0.1$)



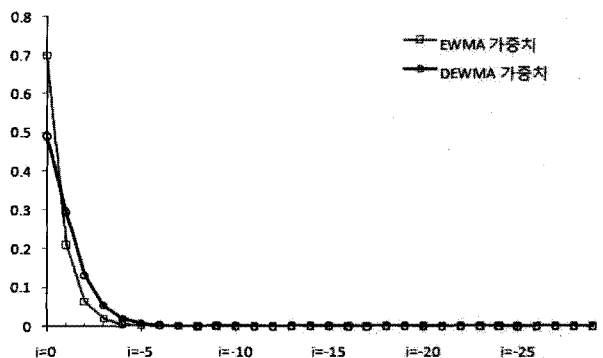
<그림 3> 30번째 샘플에서의 EWMA와 DEWMA 가중치 비교($N=100, \lambda_1 = \lambda_2 = 0.2$)



<그림 4> 30번째 샘플에서의 EWMA와 DEWMA 가중치 비교($N=100, \lambda_1 = \lambda_2 = 0.3$)



<그림 5> 30번째 샘플에서의 EWMA와 DEWMA 가중치 비교($N=100, \lambda_1 = \lambda_2 = 0.5$)



<그림 6> 30번째 샘플에서의 EWMA와 DEWMA 가중치 비교($N=100, \lambda_1 = \lambda_2 = 0.7$)

3.3 Demerit-DEWMA 관리도의 설계

본 연구에서는 Demerit 관리도의 공정 평균의 작은 변동(small shifts)에 좀 더 민감하게 반응하여 그 수행도 향상을 위하여 전통적인 Demerit 관리도에 DEWMA 기법을 결합한 새로운 Demerit-DEWMA 관리도를 제안한

다. 본 연구에서 제안하는 Demerit-DEWMA 관리도의 통계량(Y_i)은 DEWMA 통계량(W_i)과 유사한 방법으로 아래의 식 (4)와 식 (5)와 같이 정의한다.

$$Z_i = \lambda_1 u_i + (1 - \lambda_1) Z_{i-1}, \quad i \geq 1, \quad (4)$$

$$Y_i = \lambda_2 Z_i + (1 - \lambda_2) Y_{i-1}, \quad i \geq 1 \quad (5)$$

여기서, λ_k 는 i 번째 샘플링 시점에서의 EWMA와 DEWMA 기법들의 가중치들로 $0 < \lambda_k \leq 1, k=1, 2$ 를 갖는 상수이며, $Z_0 = Y_0 \approx \bar{u}$ 이다. 이러한 Demerit-DEWMA 통계량(Y_i)을 이용한 Demerit-DEWMA 관리도의 관리한계선은 다음과 같다.

$$UCL = \mu_0 + L\sigma_{Y_i}$$

$$CL = \mu_0$$

$$LCL = \mu_0 - L\sigma_{Y_i}$$

여기서, L 은 Demerit-DEWMA 관리도의 관리한계선 조정 상수이며, $\mu_0 \approx \bar{u}$ 이다.

만약, $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$ 이면,

$$\hat{\sigma}_{Y_i} = \sigma_0 \lambda^2 \sqrt{\frac{1+B^2 - (i^2+2i+1)B^{2i} + (2i^2+2i-1)B^{2i+2} - i^2 B^{2i+4}}{(1-B^2)^3}}$$

$$, B=1-\lambda, \sigma_0 \approx \hat{\sigma}_u$$

만약, $\lambda_1 \neq \lambda_2$ 이면,

$$\hat{\sigma}_{Y_i} = \sigma_0 \frac{\lambda_1 \lambda_2}{B_2 - B_1} \sqrt{\frac{B_2^2(1-B_2^{2i})}{1-B_2^2} + \frac{B_2^2(1-B_2^{2i})}{1-B_1^2} - 2 \frac{B_1 B_2(1-(B_1 B_2)^i)}{1-B_1 B_2}}$$

$$, B_1=1-\lambda_1, B_2=1-\lambda_2$$

또한,

$$u_i = \frac{D}{N} = \frac{\sum_{i=1}^N d_i}{N}, \quad N \geq 1$$

$$d_i = w_A x_{iA} + w_B x_{iB} + w_C x_{iC} + w_D x_{iD}$$

본 연구에서는 Demerit-DEWMA 관리도 적용의 편리성 및 효율성을 고려하여 가장 일반적으로 적용되는 $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$ 인 경우로 한정하여 이를 적용하였다.

4. Demerit-DEWMA 관리도의 수행도 평가

4.1 Demerit-DEWMA 관리도 수행도 평가를 위한 각 Class 별 단위 당 평균 Demerit 수(λ_m) 조합

강해운 외[1]는 샘플 수 N 과 단위 당 평균 Demerit 수 \bar{u} 가 변하는 경우에 대하여 3σ 관리한계선을 적용한 전통적인 Demerit 관리도와 Demerit-CUSUM, Demerit-EWMA 관리도들의 수행도를 비교 및 평가하였으며 공정 평균의 큰 변동(large mean shifts)의 일부를 제외한 대부분의 경우에서 Demerit-CUSUM, Demerit-EWMA 관리도의 수행도가 좋음을 평가하였다. 따라서 본 연구에서는 Demerit-DEWMA 관리도와 Demerit-CUSUM, Demerit-EWMA 관리도들을 대상으로 그 수행도를 비교 및 평가한다. 샘플 수 N 과 \bar{u} 값의 변화에 따른 수행도 비교는 각 공정에 따라 여러 가지 Class 별 단위 당 평균 결점 발생률인 $\lambda_m (m=A, B, C, D)$ 조합들에 대한 기준으로 하였으며 해당 값으로는 \bar{u} 값을 이용하였다. 여기서, m 은 각 Class를 의미한다. 즉, $m=A$ 일 경우, λ_A 는 Class A를 의미하게 된다. 단위 당 평균 Demerit 수의 변화에 따른 수행도를 비교하기 위해서 각 공정에 따라 여러 가지 λ_m 조합을 찾을 수 있으며, 이는 아래 식 (6)와 같은 제약식을 사용하여 주어진 \bar{u} 값에 대해 최소의 ARL_0 를 가지는 λ_m 를 찾을 수 있다[2].

$$\lambda_A \leq \lambda_B \leq \lambda_C \leq \lambda_D \quad (6)$$

λ_m 는 $\lambda_A, \lambda_B, \lambda_C, \lambda_D$ 의 순으로 큰 값을 부여한다. 이는 가중치가 클수록 결점들의 발생빈도가 적다는 것을 의미한다. 따라서 위 식 (6)에서

$$\lambda_A = \lambda_B = \lambda_C = \lambda_D \quad \text{또는} \quad \lambda_A \approx \lambda_B \approx \lambda_C \approx \lambda_D$$

를 만족하는 λ_m 은 Demerit 관리도들의 ARL_0 를 최소화하는 조합이 된다. 이때의 조합은 아래의 <표 1>과 같이 조합이 구성될 수 있으며, 이를 이용한 수행도 비교 및 평가에서는 결점의 발생 빈도는 가장 낮고 중요도는 가장 높은 λ_A 과 결점의 발생 빈도는 가장 높고 중요도는 가장 낮은 λ_D 에 대한 변화의 경우에 대해서만 수행한다.

4.2 Demerit-DEWMA 관리도의 수행도 비교 및 평가

본 절에서는 Demerit-DEWMA 관리도의 정확한 수행

<표 1> \bar{u} 의 변화에 따른 λ_m 의 조합

\bar{u} \ λ_m	λ_A	λ_B	λ_C	λ_D
0.2	0.00124223	0.00124224	0.00124227	0.00124230
1.0	0.00621118	0.00621118	0.00621118	0.00621120
1.8	0.01118012	0.01118013	0.01118013	0.01118020

<표 2> $N = 100$ 일 경우, Demerit-DEWMA 관리도의 수행도 비교 및 평가

Mean		Demerit-CUSUM(2009)		Demerit-EWMA(2004)		Demerit-DEWMA	
		$N = 100$		$N = 100$		$N = 100$	
μ_0	Mean Shift	λ_A 변화	λ_D 변화	λ_A 변화	λ_D 변화	λ_A 변화	λ_D 변화
0.2	$1.00\mu_0$	49.485($k = 0.5, h = 3.23$)		49.713($\lambda_{EWMA} = 0.3$)		49.645($\lambda_{DEWMA} = 0.3, L = 1.62$)	
	$1.25\mu_0$	28.15	36.445	30.054	36.606	27.191	34.841
	$1.50\mu_0$	19.135	29.655	20.721	27.421	16.94	22.884
	$1.75\mu_0$	14.16	24.855	15.328	21.215	12.193	15.998
	$2.00\mu_0$	11.37	19.475	12.077	16.480	9.068	11.643
1.0	$1.00\mu_0$	121.63($k = 0.5, h = 3.82$)		121.079($\lambda_{EWMA} = 0.3$)		121.099($\lambda_{DEWMA} = 0.3, L = 2.23$)	
	$1.25\mu_0$	33.94	46.395	35.553	45.102	32.289	42.165
	$1.50\mu_0$	15.545	20.99	16.549	21.004	13.244	15.857
	$1.75\mu_0$	9.24	11.01	9.969	11.971	7.478	8.193
	$2.00\mu_0$	6.48	7.005	7.179	7.9127	5.028	5.107
1.8	$1.00\mu_0$	139.975($k = 0.5, h = 3.89$)		138.718($\lambda_{EWMA} = 0.3$)		138.857($\lambda_{DEWMA} = 0.3, L = 2.304$)	
	$1.25\mu_0$	27.47	37.495	29.219	36.298	25.766	31.312
	$1.50\mu_0$	11.255	13.48	12.093	14.175	9.547	10.297
	$1.75\mu_0$	6.56	7.14	7.249	7.834	5.187	5.24
	$2.00\mu_0$	4.455	4.705	5.272	5.393	3.523	3.286

도 평가를 위하여 3σ 관리한계선을 사용하는 전통적인 Demerit 관리도[7], Demerit-CUSUM 관리도[1]와 Demerit-EWMA[3] 관리도에 대한 수행도를 비교하도록 한다. 이를 위하여 샘플 수 N 과 공정평균의 변동(mean shifts)의 크기에 대한 다양한 변화를 주었다. 다만, Demerit-EWMA 관리도는 관련 연구에서 $N=100$ 인 경우에 한정하여 그 수행도가 평가되어 있어 $N=300$ 인 경우에는 전통적인 Demerit 관리도와 Demerit-CUSUM 관리도와 비교만을 각각 비교 및 평가하였다. 본 연구에서는 관리도들 간의 수행도 평가 및 비교를 위하여 일반적으로 사용되는 방법인 ARL_0 (공정이 안정상태일 경우 평균 런 길이(run length))를 동일하게 고정한 후 공정이 이상상태일 경우 평균 런 길이인 ARL_1 을 비교하여 그 수행도를 평가하였다. 또한 정확한 수행도 평가를 위하여 몬테카를로

(Monte-Carlo) 시뮬레이션을 10,000번 반복 수행하였으며, 개발 도구로는 MATLAB을 사용하였다. Demerit-DEWMA 관리도의 수행도 비교 및 평가 결과는 위 <표 2>와 아래 <표 3>과 같다. 위 <표 2>는 샘플 수 $N = 100$ 일 경우의 Demerit-DEWMA 관리도와 각 관리도들과의 수행도를 비교한 결과이며, 위 <표 3>은 $N = 300$ 일 경우의 수행도를 비교한 결과이다. <표 2>와 <표 3>의 수행도 비교 분석 결과, Demerit-DEWMA 관리도는 기존의 Demerit-CUSUM 관리도와 Demerit-EWMA 관리도에 비하여 샘플 수 N 의 크기에 관계없이 모든 공정평균의 변동(mean shifts)에서 더 좋은 수행도를 보임을 확인하였다. 특히, 그 수행도가 $N=100$ 인 경우에 비하여 $N=300$ 일 경우, 수행도가 다른 관리도들에 비하여 현저하게 향상됨을 확인할 수 있다.

<표 3> $N = 300$ 일 경우, Demerit-DEWMA 관리도의 수행도 비교 및 평가

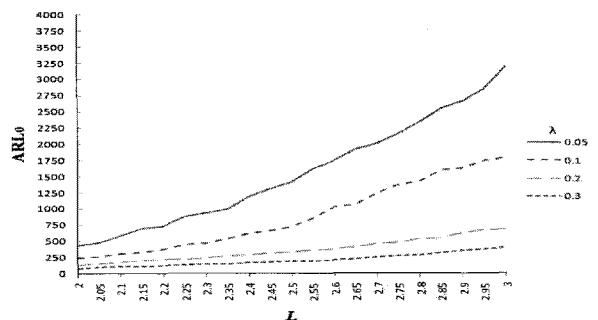
Mean		Demerit(1977)		Demerit-CUSUM(2009)		Demerit-DEWMA	
		$N = 300$		$N = 300$		$N = 300$	
μ_0	Mean Shift	λ_A 변화	λ_D 변화	λ_A 변화	λ_D 변화	λ_A 변화	λ_D 변화
0.2	$1.00\mu_0$	98.7210		98.96($k = 0.5, h = 2.173$)		99.209($\lambda_{DEWMA} = 0.3, L = 2.12$)	
	$1.25\mu_0$	44.9755	55.6036	37.36	53.635	35.46	45.663
	$1.50\mu_0$	25.8155	43.2314	21.105	29.63	16.906	20.671
	$1.75\mu_0$	16.2312	39.1014	13.345	17.09	10.116	11.571
	$2.00\mu_0$	11.3564	23.53	9.085	11.66	7.0158	7.263
1.0	$1.00\mu_0$	158.2680		158.205($k = 0.75, h = 1.718$)		158.797($\lambda_{DEWMA} = 0.3, L = 2.37$)	
	$1.25\mu_0$	36.9363	68.6435	25.98	37.185	19.949	22.713
	$1.50\mu_0$	13.6179	28.2563	9.48	11.955	6.793	6.779
	$1.75\mu_0$	6.7033	13.1830	5.285	5.92	3.777	3.549
	$2.00\mu_0$	4.0748	6.6214	3.845	4.015	2.548	2.289
1.8	$1.00\mu_0$	221.9990		221.08($k = 0.75, h = 1.853$)		221.057($\lambda_{DEWMA} = 0.3, L = 2.505$)	
	$1.25\mu_0$	33.6524	56.5158	20.96	25.36	14.421	15.648
	$1.50\mu_0$	10.0417	17.3114	6.775	7.39	4.648	4.592
	$1.75\mu_0$	4.3357	6.5948	4.185	4.25	2.605	2.44
	$2.00\mu_0$	2.5163	2.9636	2.985	3.075	1.802	1.608

즉, Demerit-DEWMA 관리도는 샘플 수 N 이 증가할수록 공정에 이상상태(out-of-control)가 발생할 경우에 이를 감지하는 능력이 다른 관리도들에 비하여 매우 우수함을 확인하였다. 동시에 Demerit-DEWMA 관리도가 Demerit-CUSUM이나 Demerit-EWMA 관리도에 비하여 갖는 또 다른 장점으로서는 공정 평균의 변동을 감지하는 능력에 있어서 각 Class 종류에 관계없이 그 수행도가 매우 로버스트(robust)함을 확인하였다. 즉, 공정 평균의 변동 발생 시 Class의 종류가 λ_A 또는 λ_D 에 관계없이 그 수행도에는 큰 차이가 없다.

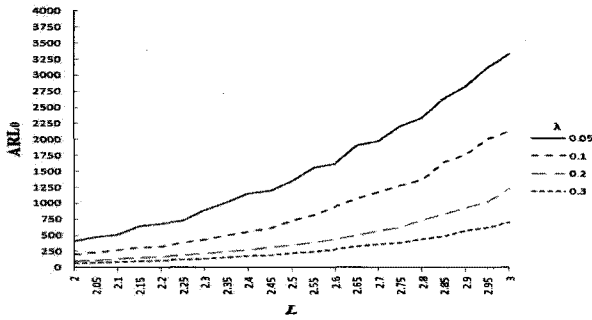
4.3 Demerit-DEWMA 관리도의 수행도 최적화를 위한 (λ, L)의 조합

일반적으로 CUSUM 뿐만 아니라 EWMA 기법이 적용된 관리도들을 현장에 적용하고 그 수행도를 최적화하기 위해서는 파라미터들을 어떻게 설정하고 조합하느냐는 매우 중요한 문제이다[10]. 특히, EWMA 기법을 실제 산업현장에서 관리도에 적용할 경우, λ 가 $0.05 \leq \lambda \leq 0.3$ 일 경우, 그 관리도는 좋은 수행도를 보이는 것으로 알려져 있다[10]. 또한 Lingyun et al.(2005)는 DEWMA 기법에서 $\lambda(\lambda_1 = \lambda_2)$ 가 $0.03 \leq \lambda \leq 0.5$ 일 경우에 이를 이용한 관리도의 수행도가 EWMA 기법을 이용한

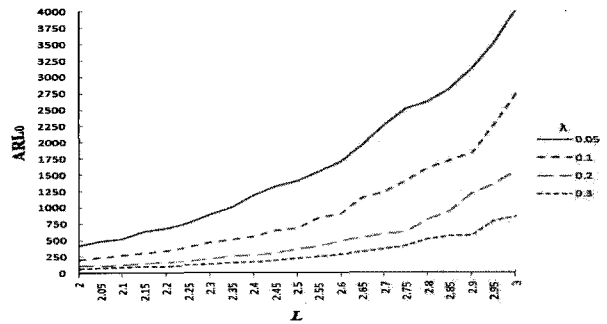
관리도의 수행도보다 좋은 수행도를 보임을 확인하였다. 아래의 <그림 7>에서 <그림 9>는 샘플 수 $N=100$ 일 경우, $\lambda(\lambda_1 = \lambda_2)$ 와 L 의 조합에 따른 ARL_0 을 나타낸 그래프이다. 이 그래프에서 알 수 있듯이 Demerit-DEWMA의 가중치의 크기가 작아지고, 관리한계선 조정 상수(L)가 증가하면 할수록 ARL_0 은 급격하게 증가한다. 아래 <그림 7>에서 <그림 12>에서 제시된 $\lambda(\lambda_1 = \lambda_2)$ 와 L 의 조합들을 이용하여 추후 생산현장에서 Demerit-DEWMA 관리도를 적용하고자 할 경우, 관리도의 수행도를 최적으로 설정하기 위한 파라미터들 $\lambda(\lambda_1 = \lambda_2)$ 와 L 의 조합에 대한 가이드라인으로 적절하게 사용될 수 있어 현장 엔지니어에게 좀 더 편리함을 제공할 것이다.



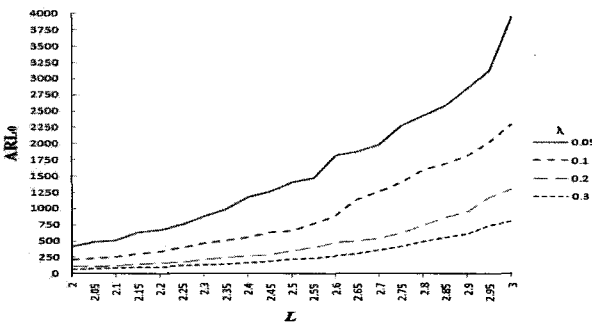
<그림 7> $\mu_0 = 0.2$ 일 경우, λ 와 L 의 조합에 따른 ARL_0 ($N = 100, \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$)



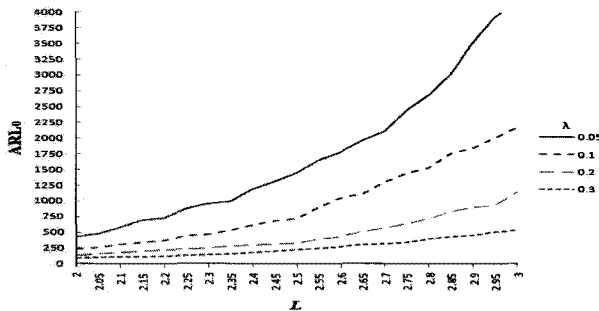
〈그림 8〉 $\mu_0 = 1.0$ 일 경우, λ 와 L 의 조합에 따른 ARL_0
($N = 100, \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$)



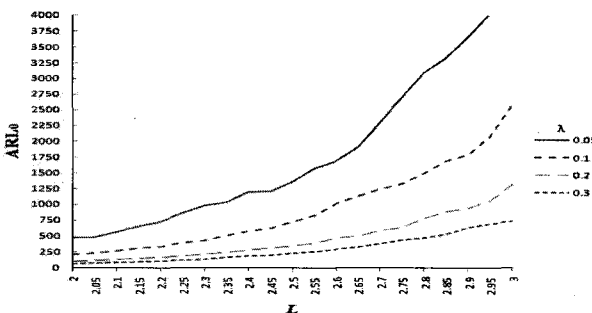
〈그림 12〉 $\mu_0 = 1.8$ 일 경우, λ 와 L 의 조합에 따른 ARL_0
($N = 300, \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$)



〈그림 9〉 $\mu_0 = 1.8$ 일 경우, λ 와 L 의 조합에 따른 ARL_0
($N = 100, \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$)



〈그림 10〉 $\mu_0 = 0.2$ 일 경우, λ 와 L 의 조합에 따른 ARL_0
($N = 300, \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$)



〈그림 11〉 $\mu_0 = 1.0$ 일 경우, λ 와 L 의 조합에 따른 ARL_0
($N = 300, \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$)

5. 결론

자동차 산업, 컴퓨터 산업, 반도체 산업들에서 생산되는 제품 및 부품들(예 : 자동차 도어, 웨이퍼, PCB, LCD 등)에서는 다른 중요도를 갖는 다양한 유형의 결점 및 부적합들의 관리를 위하여 Demerit 관리도가 많이 이용되고 있으며, 그 이용이 매우 효과적이다. 그동안 Demerit 관리도와 관련된 연구들이 꾸준히 진행되었으며, 그 성능을 향상시키기 위한 Demerit-CUSUM, Demerit-EWMA 관리도 등이 개발되었다. 본 연구에서는 전통적인 Demerit 관리도와 DEWMA(double exponentially weighted moving average) 기법을 결합한 새로운 관리도인 Demerit-DEWMA 관리도를 제안하였으며, 동시에 관리도의 수행도를 평가하고 Demerit-CUSUM과 Demerit-EWMA 관리도와 비교하였다. 그 결과, 본 연구에서 새롭게 제안하는 Demerit-DEWMA 관리도는 Demerit-CUSUM 관리도와 Demerit-EWMA 관리도에 비하여 모든 공정평균(mean shifts)의 변동에 대하여 최대 약 200% 정도 그 수행도가 향상되는 매우 좋은 수행도를 보였으며, 특히, 공정 평균의 변동(mean shifts)에 있어서 각 Class에 상관없이 그 수행도가 Demerit-CUSUM과 Demerit-EWMA 관리도에 비하여 매우 로버스트(robust)함을 확인하였다.

참고문헌

- [1] 강해운, 강창욱, 백재원, 남성호; "FIR을 이용한 Demerit-CUSUM 관리도의 수행도 평가", 산업경영시스템학회지, 32(1) : 94-101, 2009.
- [2] 나상민, 강창욱, 심성보; "Demerit-CUSUM 관리도와 해석방법에 관한 연구", 한국품질경영학회지, 31(1) : 132-141, 2003.

- [3] 조교영, 전영목; “Demerit-EWMA 관리도에 관한 연구”, 한국데이터정보과학회지, 15(2) : 431-439, 2004.
- [4] Chang, F. M., Chen, L. H., Chen, Y. L., and Huang, C. Y.; “Approximate distribution of demerit statistic-A bounding approach,” *Computational Statistics and Data Analysis*, 52(7) : 3300-3309, 2008.
- [5] Chimka, J. R. and Arispe, P. V.; “New Demerit Control Limits for Poisson Distributed Defects,” *Quality Engineering*, 18(4) : 461-467, 2006.
- [6] Chimka, J. R. and Arispe, P. V.; “Type II Errors of Demerit Control Charts,” *Quality Engineering*, 19(3) : 207-214, 2007.
- [7] Dodge, H. F. and Torrey, M. N.; “A Check Inspection and Demerit Rating Plan,” *Journal of Quality Technology*, 9(3) : 146-156, 1977.
- [8] Lu, C. W. and Reynolds, M. R.; “EWMA control charts for monitoring the mean of autocorrelated processes,” *Journal of Quality Technology*, 31(2) : 166-188, 1999.
- [9] Lingyun, Z., Lopes and Gemai, C.; “An Extended EWMA Mean Chart,” *Quality Technology and Quantitative Management*, 2(1) : 39-52, 2005.
- [10] Montgomery, D. C.; *Introduction to Statistical Quality Control*, 5th Edition, John Wiley and Sons, Inc., New York : 300-416, 2005.
- [11] Nembhard, D. A. and Nembhard, H. B.; “A Demerit Control Chart for Autocorrelated Data,” *Quality Engineering*, 13(2) : 179-190, 2000.