

## 내부조파기법을 활용한 Navier-Stokes 방정식 모형의 고립파 처오름 수치모의

Numerical Simulation of Solitary Wave Run-up with an Internal Wave-Maker of  
Navier-Stokes Equations Model

하 태 민\* / 김 형 준\*\* / 조 용 식\*\*\*

Ha, Taemin / Kim, Hyung-Jun / Cho, Yong-Sik

### Abstract

A three-dimensional numerical model called NEWTANK is employed to investigate solitary wave run-up with an internal wave-maker on a steep slope. The numerical model solves the spatially averaged Navier-Stokes equations for two-phase flows. The LES (large-eddy-simulation) approach is adopted to model the turbulence effect by using the Smagorinsky SGS (sub-grid scale) closure model. A two-step projection method is adopted in numerical solutions, aided by the Bi-CGSTAB (Bi-Conjugate Gradient Stabilized) method to solve the pressure Poisson equation for the filtered pressure field. The second-order accurate VOF (volume-of-fluid) method is used to track the distorted and broken free surface. A solitary wave is first internally generated and propagated over a constant water depth in the three-dimensional domain. Numerically predicted results are compared with analytical solutions and numerical errors are analyzed in detail. The model is then applied to study solitary wave run-up on a steep slope and the obtained results are compared with available laboratory measurements.

**Keywords** : internal wave-maker, navier-stokes equations, NEWTANK, solitary wave, run-up

### 요 지

급경사에서의 고립파의 처오름을 예측하기 위해 3차원 수치모형에 내부조파기법을 도입하여 수치모형실험을 수행하였다. 수치모형은 Navier-Stokes 방정식을 유한차분법을 이용하여 계산하는 동수압 모형으로서, 난류의 해석을 위해서 상대적으로 큰 에디(eddy)만을 고려하는 SANS (spatially averaged Navier-Stokes) 방정식을 푸는 LES (large-eddy-simulation) 기법의 수치모형을 사용한다. 엇갈림 격자체계에서 유한차분법을 사용하여 지배방정식을 해석하는 모형으로서 수치기법으로 Two-step projection 기법을 사용하여 SANS 방정식을 풀었으며, Poisson 방정식을 Bi-CGSTAB 기법을 이용하여 풀고 압력장을 계산하였다. 또한, 자유수면의 추적을 위하여 2차 정확도의 VOF (volume-of-fluid) 기법을 사용하였다. 먼저 고립파를 3차원 공간의 일정 수심상에서 내부조파하여 해석해와 비교한 후 분산오차에 대해 분석하였다. 그리고 고립파를 내부조파하여 급경사에서의 고립파의 처오름 및 처내림 현상을 예측하고 수리모형 실험결과와 비교 및 분석하였다.

**핵심용어** : 내부조파, Navier-Stokes 방정식, NEWTANK, 고립파, 처오름

\* 한양대학교 일반대학원 건설환경공학과 박사과정

PhD. Student, Dept. of Civil and Envir. Engrg., Hanyang Univ., Seoul, Korea. (e-mail: kevin4324@hanyang.ac.kr)

\*\* 한양대학교 일반대학원 건설환경공학과 (한국건설기술연구원 하천·해안항만연구실 박사 후 연구원)

Post-Doc., Dept. of Civil and Envir. Engrg., Hanyang Univ., Seoul 133-791, Korea. (e-mail: john0705@hanyang.ac.kr)

\*\*\* 교신저자, 한양대학교 공과대학 건설환경공학과 교수

Professor, Dept. of Civil and Envir. Engrg., Hanyang Univ., Seoul 133-791, Korea. (e-mail: ysc59@hanyang.ac.kr)

## 1. 서 론

수치모형을 이용하여 파랑의 전파 및 변형 등을 예측하는 연구는 구조물의 설계목적에 부합되어 활발하게 진행되어 왔다. 파랑의 전파와 변형에 대한 연구에는 수심방향으로 적분한 2차원방정식인 환경사방정식(Berkhoff, 1972)과 Boussinesq 방정식(Peregrine, 1967; Nwogu, 1993)을 기반으로 한 수치모형을 이용한 연구가 최근까지 가장 활발하게 진행되어 오고 있다. 그러나 실제 구조물의 설계에는 2차원 수치모형에서 고려할 수 없는 수심방향 유속에 기인한 정확도의 문제로 인해 구조물의 형상과 재원을 설계하기 위한 정교한 수치모형실험이 어려워 주로 수리모형실험에 의존해 왔다. 수리모형실험은 실제 현상을 가장 잘 재현해 낼 수 있어 신뢰성이 매우 높지만 다양한 실험을 수행하기가 어렵고 많은 시간과 비용이 소요되는 단점이 있다. 이에 따라 최근 수심방향으로 완전한 운동방정식인 Navier-Stokes 방정식을 푸는 3차원 수치모형에 대한 연구가 활발히 진행되고 있다. 이론적으로 매우 우수한 모형이긴 하나 정확도 높은 결과를 얻기 위해서는 매우 조밀한 격자를 필요로 하기 때문에 아직까지 막대한 계산시간이 필요하다는 단점이 있으나 컴퓨터 기술이 급격한 속도로 발전하고 있어 Navier-Stokes 방정식 모형의 적용 가능성은 계속 높아지고 있다.

기존의 3차원 수치모형을 이용한 연구는 대부분 정수압 모형을 통하여 이루어져 왔으나, 정수압 모형은 수심의 급격한 변화나 경계처리 등에서 한계를 드러내면서 개선이 요구되어 왔다(Mahadevan et al., 1996). 이에 따라 동수압 모형 도입의 필요성이 제기되었으며, 최근의 연구는 대부분 동수압 모형을 활용하여 광범위하게 진행되고 있다. 동수압 모형을 활용한 자유수면 흐름의 수치모형은 Casulli (1999) 이후 Chen (2003)과 Lin and Li (2002) 등에 의해 꾸준히 발전해왔으며, 최근 Liu (2007)는 엇갈림격자에서 유한차분법을 이용하는 3차원 동수압 모형을 개발하여 액체화물 슬로싱(liquid sloshing)과 환경사에서 고립파의 처오름 등을 수치모의하였다. 특히, 이 수치모형은 2차 정확도의 VOF (volume-of-fluid) 기법을 활용하여 자유수면변위를 예측함으로써 기존의 1차 정확도의 VOF 기법에 의한 결과보다 탁월한 성과를 이루었다(Liu and Lin, 2008).

파랑변형을 다루는 수치모형실험을 수행할 때 외부조파를 사용할 경우 구조물이나 지형에 의해 반사되어 나온 파랑이 조파지점에 도달할 때 실험영역으로 재 반사되는 문제가 발생한다. 이를 해결하기 위해 내부조파기법의 개발에 대한 연구가 필수적이었으며, 자유수면변위를 변수로 사용하는 모형의 경우 그 연구가 매우 활발하게 진행

되어 왔다(Lee and Suh, 1998; Lee et al., 2001). 한편, Navier-Stokes 방정식 모형의 경우 자유수면변위를 변수로 사용하는 2차원 모형에 비해 상대적으로 연구가 미흡하였다. Lin and Liu (1999)는 1차 정확도 VOF기법을 도입한 Navier-Stokes 방정식 모형을 파랑변형 수치모형실험에 적용하기 위해 연속방정식에 질량 원천항을 추가하는 내부조파기법을 제안하였다. 이로부터 Navier-Stokes 방정식 모형을 이용한 다양한 수치모형실험이 수행되어 발표되어 왔으며(Garcia et al., 2004; Lara et al., 2006; Lin and Karunarathna, 2007), 최근 Choi and Yoon (2009)은 RANS 방정식의 운동량 원천항을 이용한 내부조파기법을 개발하여 발표하였다.

본 연구에서는 Lin and Liu (1999)가 제안한 질량 원천항을 이용한 내부조파기법을 2차 정확도의 VOF 기법을 사용한 Navier-Stokes 방정식 모형(Liu, 2007)에 적용하였다. Lin and Liu (1999)의 기법은 기존의 연구에서 충분히 뛰어난 결과를 보였으나, 아직까지 3차원 수치모형에 적용하여 확장한 사례가 부족하기 때문에 3차원 실험영역에서 파랑을 조파하여 기존의 2차원 결과와 비교하였다. 파랑이 실험영역의 경계에서 실험영역으로 재 반사되는 현상을 방지하기 위해 수치모형에 조파기법을 적용하였다(Li, 2008).

## 2. 수치모형

### 2.1 SANS (spatially averaged Navier-Stokes) 방정식

일반적으로 비압축성 유체의 거동은 다음의 Navier-Stokes 방정식으로 표현할 수 있다.

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + g_i + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (2)$$

여기서,  $i, j=1,2,3$ ,  $u_i$ 는  $i$ -방향 유속벡터,  $\rho$ 는 유체의 밀도,  $p$ 는 압력,  $g_i$ 는  $i$ -방향 중력 가속도,  $\tau_{ij}$ 는 내부응력을 각각 나타낸다.

Navier-Stokes 방정식을 직접 푸는 DNS (direct-numerical-simulation) 기반의 수치모형은 Reynolds 수가 큰 자연흐름을 해석하기 위해 격자를 매우 작게 하여 계산을 수행해야하기 때문에 막대한 계산시간이 요구되며, 계산을 진행하면서 발생하는 수치오차가 방정식의 해에 큰 영향을 줄 수 있다. 따라서 이에 대한 대안으로 상대적으로 큰 에디(eddy) 만을 고려하는 SANS (spatially averaged Navier-Stokes) 방정식을 푸는 LES (large-

eddy-simulation) 기반의 수치모형을 사용하는 것이 일반적이다 (Deardorff, 1970). LES 기법을 사용하기 위해 Eqs. (1) and (2)를 공간적으로 필터링하면 다음의 방정식을 구할 수 있다 (Pope, 2000).

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}_i \bar{u}_j}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + g_i + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{\tau}_{ij}}{\partial x_j} \quad (4)$$

여기서,  $\bar{u}_i$ 와  $\bar{p}$ 는 필터링한 유속과 압력이고,  $\bar{\tau}_{ij}$ 는 필터링한 유속장내의 내부응력을 나타낸다. 본 연구에서는 최근 널리 사용되고 있는 Smagorinsky LES 모형을 사용한다 (Smagorinsky, 1963).

## 2.2 유한차분법

본 연구의 수치모형은 엇갈림 격자체계에서 유한차분법을 사용하여 지배방정식을 해석하였다. 엇갈림 격자의 각각의 셀 중앙에서는 스칼라 값을 가진 압력과 VOF 값이 정의되고, 각각의 셀의 경계에서는 벡터값을 가진 유속과 중력가속도 등이 정의된다 (Fig. 1). 지배방정식인 SANS 방정식의 해를 구하기 위해 Two-step projection 기법 (Chorin, 1968; Chorin, 1969; Lin and Liu, 1998)을 사용하였다.

유한차분법에서 사용하는 변수들의 위치가 본래 변수가 정의된 위치와 다를 수 있기 때문에 그러한 경우에는 선형보간법을 이용하여 변수를 정의한다. 지배방정식의 이류항과 확산항은 중앙차분법과 풍상차분법을 적절히 혼합하여 이산화하였다. 중앙차분법과 풍상차분법을 혼

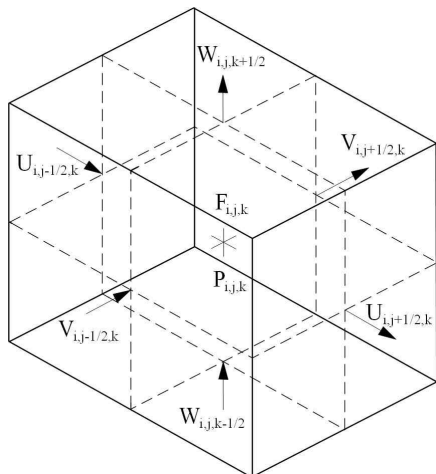


Fig. 1. Three-Dimensional Cell of the Staggered Grid

합할 때 가중치를 주는 변수로서  $\alpha$ 를 도입하였으며, 실제 수치모형 실험에서  $\alpha=0.3\sim 0.5$ 의 범위를 주었을 때 안정적이면서 정확한 해를 주게 된다 (Liu, 2007). 본 연구에서는  $\alpha=0.5$ 의 값을 사용하였다. 적절한 경계조건을 적용하여 Poisson 방정식의 해를 구하면  $(n+1)$  시간단계에서 압력장을 구할 수 있게 된다. 이렇게 새롭게 계산된 압력장을 이용하여 Eq. (7)을 계산하면 새로운 시간단계에서 유속장을 계산할 수 있다. 본 연구에서는 Bi-CGSTAB 기법 (Van der Vorst, 2003)을 이용하여 매트릭스를 계산하여 압력장을 구하였다. 이상의 수치기법에 대한 보다 자세한 설명은 Liu (2007)를 참조할 수 있다.

## 2.3 VOF (volume of fluid) 기법

자유수면의 계산에는 2차 정확도의 VOF 기법을 사용하였다.

$$F = \frac{\rho - \rho_a}{\rho_w - \rho_a} \quad (5)$$

Eq. (5)의 VOF 함수를 도입하면 Eq. (1)을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{\partial F}{\partial t} + u_i \frac{\partial F}{\partial x_i} = 0 \quad (6)$$

여기서,  $F$ 는 물과 공기의 부피비를 의미하는 함수로서  $F$ 가 0이면 셀 전체가 공기를 의미하고 1이면 셀 전체가 물을 의미하게 된다. VOF 기법에서 격자안의 자유수면에 작용하는 법선벡터는 Young's least squares method (Rider and Kothe, 1998)를 이용하여 계산한다. 다음 단계에서 자유수면은 유속에 의해 다시 계산되며, Gueyffier et al. (1999)이 제안한 방법에 따라 각 방향에 대한 부피 플럭스를 계산하게 된다. 이렇게 갱신된 부피 플럭스를 통하여 다음 시간 단계의 VOF 함수를 계산할 수 있다. VOF 기법에 대한 자세한 설명은 Liu (2007)를 참조할 수 있으며, 본 논문에서는 2차 정확도 VOF 기법의 장점에 대해서만 간략히 설명한다.

Fig. 2는 1차 정확도 VOF 기법에서 자유수면 계산을 위해 사용한 SLIC (single-line-interface-calculation)에 의해 재현된 격자내의 경계와 본 연구에 사용한 2차 정확도 VOF 기법에서 사용한 PLIC (piecewise-linear-interface-calculation)에 의해 재현된 격자내의 경계를 비교하여 나타낸다. 그림에서 알 수 있듯이 PLIC에 의한 결과가 SLIC에 의한 결과보다 실제 현상을 더욱 정확하게 재현할 수 있다. 다시 말하면, PLIC를 이용하여 자유수면을 계산하는 본 연구의 2차 정확도 VOF 기법은 격자 내에서 자유수면을 계산할 때 1차 다항식을 사용하기 때문에, 단

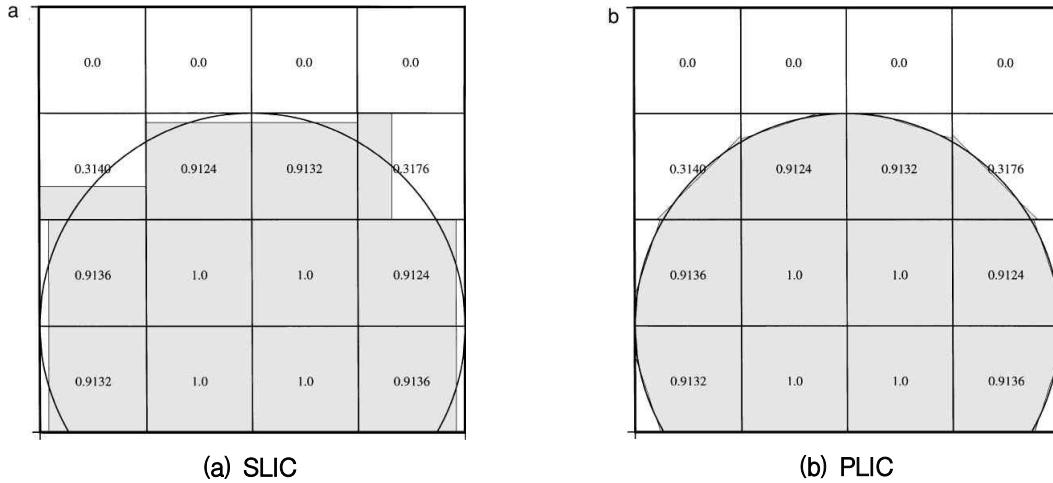


Fig. 2. Comparison of 1st and 2nd-order VOF Schemes(Rider and Kothe, 1998)

순 부피비로만 표현되는 1차 정확도 VOF 기법에 비해 더 정확하게 실제 현상을 재현할 수 있다.

#### 2.4 2차원 Navier-Stokes 방정식 모형의 내부조파(Lin and Liu, 1999)

Lin and Liu (1999)는 다음과 같은 수심방향 2차원 Navier-Stokes 방정식의 연속방정식에 원천항을 도입하여 내부조파를 시도하였다.

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = s(t) \quad (7)$$

여기서,  $s(t)$ 는 질량 원천항으로 조파영역  $\Omega$ 내에서만 정의되는 함수를 나타내고  $u$ 와  $w$ 는 각각  $x$ -방향 유속과  $z$ -방향 유속을 나타낸다. 조파영역  $\Omega$ 은  $x$ -방향 길이  $L_s$ ,  $z$ -방향 길이  $H_s$ 를 갖는 직사각형으로 정의되며, 조파영역이 파장에 비해 매우 작기 때문에 질량 원천항의 공간변화율은 무시할 수 있어 조파영역 내에서는 동일한 함수를 질량 원천항으로 사용한다. 질량 원천항  $s(t)$ 는 다음의 Eq. (8)와 같이 정의된다.

$$s(t) = \frac{2C\eta(x_s, t)}{A} \quad (8)$$

여기서, 질량 원천항의 계수 2는 파랑의 에너지가 양의 방향과 음의 방향으로 동시에 전달됨을 의미한다.  $C$ 는 조파하고자 하는 파랑의 전파속도를 나타내고  $\eta(x_s, t)$ 는  $x = x_s$ 인 지점에서의 자유수면변위,  $A$ 는 조파영역의 넓이로  $A = L_s H_s$ 를 각각 의미한다. Lin and Liu (1999)는 각각의 목표 파랑을 조파하기 위해 조파 지점  $x=0$ 을 사용하여 질량 원천항을 계산하였으며 정현파와 고립파를 위한 질량 원천항을 Eqs. (9) and (10)과 같이 나타냈다.

$$s(t) = \frac{CH}{A} \sin(\omega t) \quad (9)$$

$$s(t) = \frac{CH}{A} \operatorname{sech}^2 \left( \sqrt{\frac{3H}{4d^3}} (x_s - Ct) \right) \quad (10)$$

여기서,  $H$ 는 목표파랑의 파고를 나타내고  $d$ 는 수심을 의미한다. Eq. (10)에서  $x_s$ 는 초기조건인  $s(0)=0$ 을 사용하여 쉽게 구할 수 있으며,  $x_s = 4d/\sqrt{H/d}$ 로 나타낸다.

#### 2.5 3차원 Navier-Stokes 방정식 모형의 내부조파

본 연구에서는 Lin and Liu (1999)가 제안한 질량 원천항을 이용한 내부조파기법을 3차원 Navier-Stokes 방정식 모형에 적용하였다. 기존의 연구에서 사용한 기법을 3차원 공간으로 확장하면 다음의 Eq. (11)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = s(t) \quad (11)$$

여기서, 파랑의 조파 지점을 Lin and Liu (1999)가 제안한  $x=0$ 으로 가정하고 조파된 파랑의 전파방향이  $x$ -방향과 평행하다고 가정하면, Eq. (11)의 질량 원천항  $s(t)$ 는 2차원 Navier-Stokes 방정식 모형에서 사용한 함수와 같게 되며  $y$ -방향을 따라 같은 형태를 가지게 된다. 따라서, Lin and Liu (1999)가 제안한 식을 그대로 사용할 수 있어 매우 간편하다. 본 연구에서 사용한 3차원 Navier-Stokes 방정식 수치모형에서는 연속방정식을 직접 계산하지 않기 때문에 조파영역에서 질량 원천항을 도입하기가 쉽지 않다. 따라서 Two-step projection 기법의 두 번째 단계에서 Poisson 방정식을 약간 수정하여 사용한다. Two-step projection 기법의 두 번째 단계는 Eq. (12)와

같다.

$$\frac{u_i^{n+1} - \tilde{u}_i^{n+1}}{\Delta t} = -\frac{1}{\rho^n} \frac{\partial p^{n+1}}{\partial x_i} + g_i \quad (12)$$

여기서,  $p$ 는 압력이며  $g_i$ 는  $i$ -방향 중력가속도를 의미한다. Eq. (12)에 divergence를 취하고 질량 원천항이 도입된 Eq. (11)을 대입하여 정리하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{1}{\rho^n} \frac{\partial p^{n+1}}{\partial x_i} \right) = \frac{1}{\Delta t} \frac{\partial \tilde{u}_i^{n+1}}{\partial x_i} + \frac{\partial g_i}{\partial x_i} - s(t) \quad (13)$$

이렇게 수정된 Poisson 방정식에 적절한 경계조건을 대입하여 해를 구하면 질량 원천항에 의해 조파영역에서 목표 파랑을 조파할 수 있다.

본 연구에서는 조파영역에서 조파된 파랑이 경계에서 재 반사되어 영역 내에서 교란을 일으키는 걸 방지하기 위해 소파영역 (sponge layer)을 두어 파랑 에너지를 감소시킨다. 소파영역을 도입하기 위해 Eqs. (14)~(16)과 같이 Two-step projection 기법의 첫 번째 단계에서 이류항과 확산항을 계산할 때 에너지 감소항을 추가하여 사용하였다 (Li, 2008).

$$\frac{\tilde{u}^n - u^n}{\Delta t} + u^n \frac{\partial u^n}{\partial x} + v^n \frac{\partial u^n}{\partial y} + w^n \frac{\partial u^n}{\partial z} = \nu \nabla^2 u^n - c_s u^n \quad (14)$$

$$\frac{\tilde{v}^n - v^n}{\Delta t} + u^n \frac{\partial v^n}{\partial x} + v^n \frac{\partial v^n}{\partial y} + w^n \frac{\partial v^n}{\partial z} = \nu \nabla^2 v^n - c_s v^n \quad (15)$$

$$\frac{\tilde{w}^n - w^n}{\Delta t} + u^n \frac{\partial w^n}{\partial x} + v^n \frac{\partial w^n}{\partial y} + w^n \frac{\partial w^n}{\partial z} = \nu \nabla^2 w^n - c_s w^n \quad (16)$$

여기서,  $c_s$ 는 에너지 감소계수로서 소파영역 내에서는  $c_s = [\exp(x/x_s) - 1] / [\exp(1) - 1]$ 의 값을 가지고 소파영역 외에서는 0의 값을 가진다. 여기서,  $x$ 는  $0 \leq x \leq x_s$ 의 범위를 가지며,  $x_s$ 는 소파영역의 길이를 의미한다.

### 3. 수치모형실험

#### 3.1 일정수심 상의 고립파

첫 번째 실험으로 고립파를 내부조파하여 일정한 수심

을 지나는 전파과정을 수치모의하였다. 고립파는 지진해일의 특성을 잘 나타내는 것으로 널리 알려져 있으며, 지진해일 등의 해양재해를 연구하는 연구자들에 의해 꾸준히 연구되어 왔다 (Liu and Cho, 1994). 수치모형실험은 수심  $d=0.2$ m로 고정하여 수행하였으며, 고립파의 조파를 위하여 Eq. (11)의 질량 원천항을 이용하였다. 수치모형이 3차원 공간에서 고립파를 정확히 조파하는지 알아보기 위해 Table 1과 같이 3차원 격자체계를 구성하여 수치모의를 실시하였으며, 수심대 파고비,  $H/d$ 를 0.05, 0.1, 0.2로 변화시키며 실험을 수행하였다.

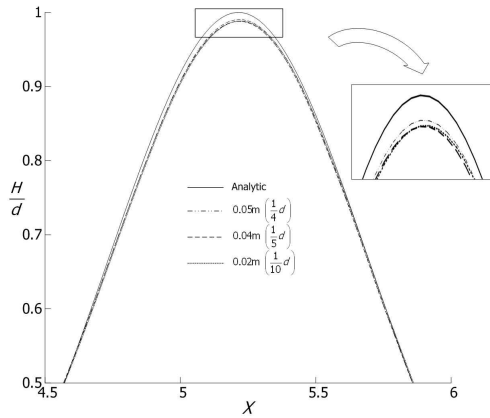
#### 3.1.1 조파영역의 크기 설정

Lin and Liu (1999)는 질량 원천항이 적용되는 조파영역을 파랑의 진행방향에 따라 파장의 5% 미만으로 제한하고 있으며, 수심방향으로는 수심의 1/2~1/10로 제한하고 있다. 이에 따라 고립파의 내부조파를 위한 조파영역을 구성하기 위해 다양한 크기의 직사각형 영역으로 수치모의를 실시하였다. 조파영역은 고립파가 진행되는 방향인 양의  $x$ -방향을 따라 0.06~0.2m로 변화를 주었으며, 수심방향인  $z$ -방향을 따라 0.02~0.05m로 바꾸어 가며 실험을 수행하였다. Fig. 3은  $H/d=0.1$ 인 경우에 조파영역의 크기에 따라 내부조파된 고립파의 파형을 나타낸다.

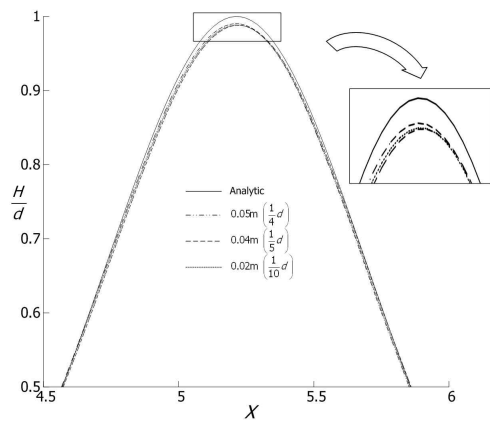
그림에서  $x$ -축은 내부조파 지점으로부터 떨어진 거리를 의미하며,  $y$ -축은 목표 파랑의 파고에 대해 무차원화한 값을 각각 의미한다. Lin and Liu (1999)에 따르면 조파영역의 수심방향 길이가 수심의 1/4~1/5일 때 가장 효율적으로 목표 파랑을 조파할 수 있으며, 제안한 길이보다 짧은 경우 파고가 작게 조파되고 수심의 1/2보다 긴 경우에는 결과에 큰 영향이 없다. 그러나 본 연구에서는 내부조파된 고립파의 파형이 조파영역의 크기에 대해 Lin and Liu (1999)의 결과보다 좀 더 민감한 변화양상을 보이는 것을 알 수 있다. Fig. 3을 살펴보면 조파영역의  $x$ -방향 길이가 길어짐에 따라 해석해에 비해 내부조파된 고립파의 파고가 점점 작아지고, 파랑의 이동 속도가 약간 느려지는 것을 확인할 수 있다. 이러한 변화양상은 질량 원천항을 계산할 때 조파영역의 길이를 고려하지 않아, 조

Table 1. Conditions of the Numerical Model Experiments

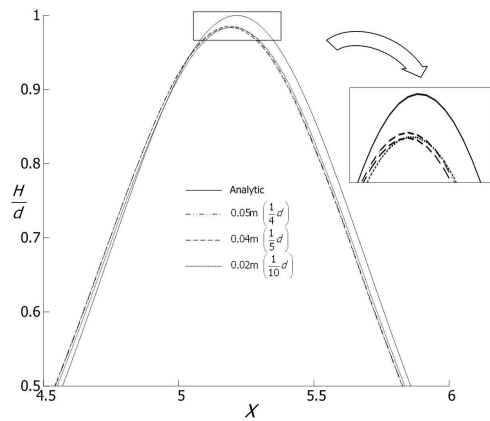
Wave Height		0.01 m / 0.02 m / 0.04 m
Cell	$x$ -axis	Total cell: 700 (maximum cell size 0.06 m, minimum cell size 0.02 m)
	$y$ -axis	Total cell: 10 (uniform cell size 0.02 m)
	$z$ -axis	Total cell: 65 (uniform cell size 0.004 m)
	Total	Computed cell number: 455,000 (18m×0.2m×0.26m)



(a)  $x$ -axis Direction Length of Source Regions ( $L_s = 0.06 m$ )



(b)  $x$ -axis Direction Length of Source Regions ( $L_s = 0.1 m$ )



(c)  $x$ -axis Direction Length of Source Regions ( $L_s = 0.2 m$ )

**Fig. 3. Comparison of Internally Generated Solitary Waves with Different Lengths of Source Regions ( $t = 3.56 \text{ sec}$ )**

파영역의 길이가 길어지면서 내부조파된 파랑에 간섭이

생기기 때문인 것으로 판단된다. 한편, 조파영역의  $z$ -방향 길이가 수심의 1/10인 0.02m를 초과하면 내부조파된 고립파의 파형은 거의 일정하게 유지되는 것을 확인할 수 있으며, Lin and Liu (1999)가 밝힌대로 수심의 1/5인 0.04m에서 가장 안정적인 형태를 지니고 계산시간도 세 케이스 중 가장 빨랐다. 따라서 질량 원천항에 의한 내부조파 시 목표 파랑의 진행방향으로 조파영역의 길이를 제한하여 조파영역에 의한 간섭을 최소화하고, 수심 방향으로 일정 길이를 유지해야 목표 파랑을 효과적으로 재현할 수 있다. 본 연구에서는 이상의 결과를 조합하여 조파영역에 의한 간섭을 최소화할 수 있도록 조파영역을 0.06m ( $x$ -방향) $\times$ 0.04m ( $z$ -방향)로 구성하여 수치모의를 실시하였다.

### 3.1.2 조파영역의 위치 설정

Lin and Liu (1999)는 파랑의 내부조파 시 조파영역이 수심의 1/3~1/2영역에 위치해야 목표 파랑을 조파할 수 있음을 지적하고 있다. 그러나 본 연구에서는 Lin and Liu (1999)가 제안한 조파영역의 위치에서 고립파를 내부조파하였을 때 수심대 파고비가 작은 경우 적절한 결과를 보이는 것으로 나타났으나, 수심대 파고비가 큰 경우에는 수치모의 결과가 해석해와 상당한 차이를 보임을 알 수 있었다. 이러한 문제점을 해결하기 위해 조파영역을 Lin and Liu (1999)가 제안한 영역보다 자유수면에 더 가까운 위치로 수정하여 수치모의를 실시하였다. Fig. 4는 조파영역의 위치를 수심의 0.5d ~ 0.8d (0.1~0.16m)로 변화시키며 내부조파된 고립파의 형태를 비교한 결과이다.

Fig. 4를 보면 내부조파된 고립파의 파형은 조파영역의 위치에 따라 매우 큰 변화를 보이고 있다. 두 경우 모두 바닥으로부터 0.75d ~ 0.8d인 지점에 조파영역을 위치하였을 때 해석해의 결과와 가장 유사한 결과를 나타내는 것을 알 수 있다.  $H/d = 0.2$ 인 경우, 조파영역의 위치를 0.9d (0.18m)인 지점으로 조정할 때 해석해의 결과와 약간 더 유사한 결과를 보였다. 그러나 조파영역의 위치가 자유수면에 너무 가깝게 되면 좀 더 복잡한 수치모형실험에서 구조물 등에 의해 반사된 파랑이 조파영역을 지날 때 조파영역에 의한 직접적인 간섭이 발생할 우려가 있어 고려대상에서 제외하였다. 한편, 파고가 상대적으로 큰  $H/d = 0.2$ 인 경우에 고립파의 후면에서 상당한 분산오차가 발생하는 것을 확인할 수 있다. 조파영역의 위치에 따라 분산오차의 크기도 약간의 차이가 있으며, 조파영역의 위치가 0.75d ~ 0.8d일 때 분산오차도 가장 작아지는 것을 확인할 수 있다. 분산오차의 발생에 대한 고찰은 다음 절에서 좀 더 상세하게 다루도록 한다.

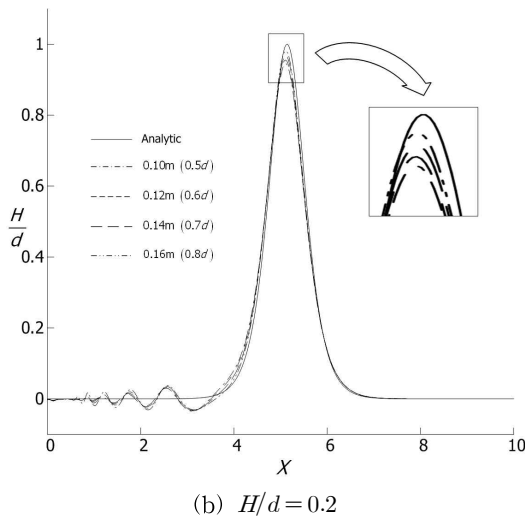
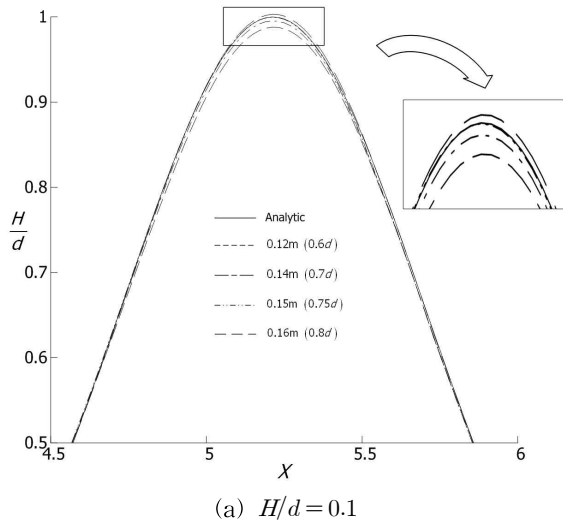
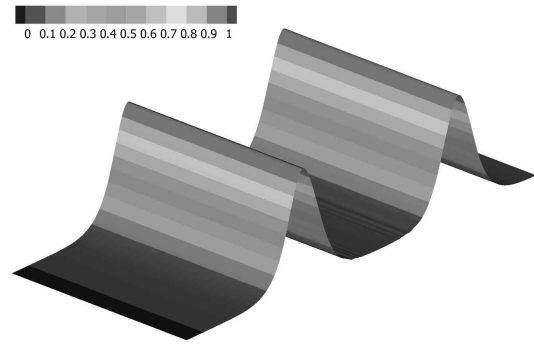


Fig. 4. Comparison of Internally Generated Solitary Waves with Different Location of Source Regions ( $t = 3.35$  sec)

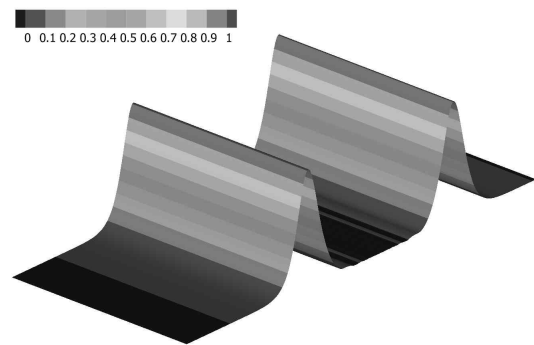
### 3.1.3 3차원 공간에서의 고립파의 내부조파

다음으로 3차원 공간에서 내부조파된 고립파의 전파를 수치모의하였다. 조파영역의 크기와 위치는 앞서 논의한 대로  $0.06 \times 0.04$  m의 영역으로 구성하고 수심대 파고비에 따라 조파위치를 달리하여 실험을 수행하였다. Fig. 5는 수심대 파고비에 따라 내부조파된 고립파가 일정 수심을 전파해가는 형상을 나타내고 있다. 내부조파된 고립파는 조파지점으로부터 양 방향으로 진행하며, 3차원 공간에서 특별한 교란을 일으키지 않고 2차원 결과와 동일한 형태를 보이고 있다.

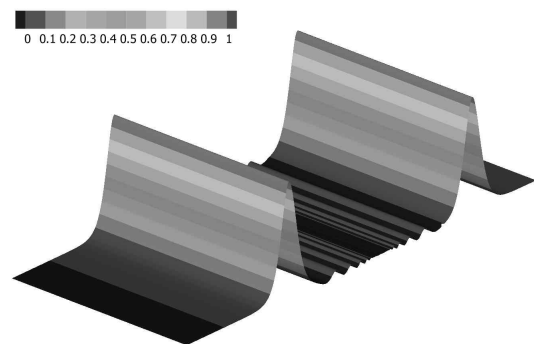
한편, 파고가 상대적으로 큰  $H/d=0.2$ 인 경우에는 앞서 언급한대로 내부조파된 고립파의 후면에서 상당한 분산오차가 발생하는 것을 확인할 수 있다. 이러한 분산오



(a)  $H/d = 0.05$  ( $t = 5.25$  sec)



(b)  $H/d = 0.1$  ( $t = 4.25$  sec)



(c)  $H/d = 0.2$  ( $t = 4.25$  sec)

Fig. 5. Propagation of the Internally Generated Solitary Wave

차의 발생 원인을 알아보기 위해 조파지점에서의 유속분포를 Fig. 6에 나타내었다.

Fig. 6(a)를 보면 고립파의 내부조파시 양의  $z$ -방향 유속이 최대가 될 때 주변의 유속과의 차가 매우 커짐을 알 수 있다. 이 유속의 여파로 인해 Figs. 6(b) and 6(c)에서 확인할 수 있듯이 음의  $z$ -방향 유속이 고립파의 조파를 위한 유속보다 다소 크게 생성되는 현상이 발생한다. 따라서 다소 크게 생성된 유속으로 인해 파랑의 분산이 발생하여 분산오차를 발생시키는 것으로 판단된다. Figs. 6(b) and 6(c)에서 분산으로 인해 생성된 유속을 확인할

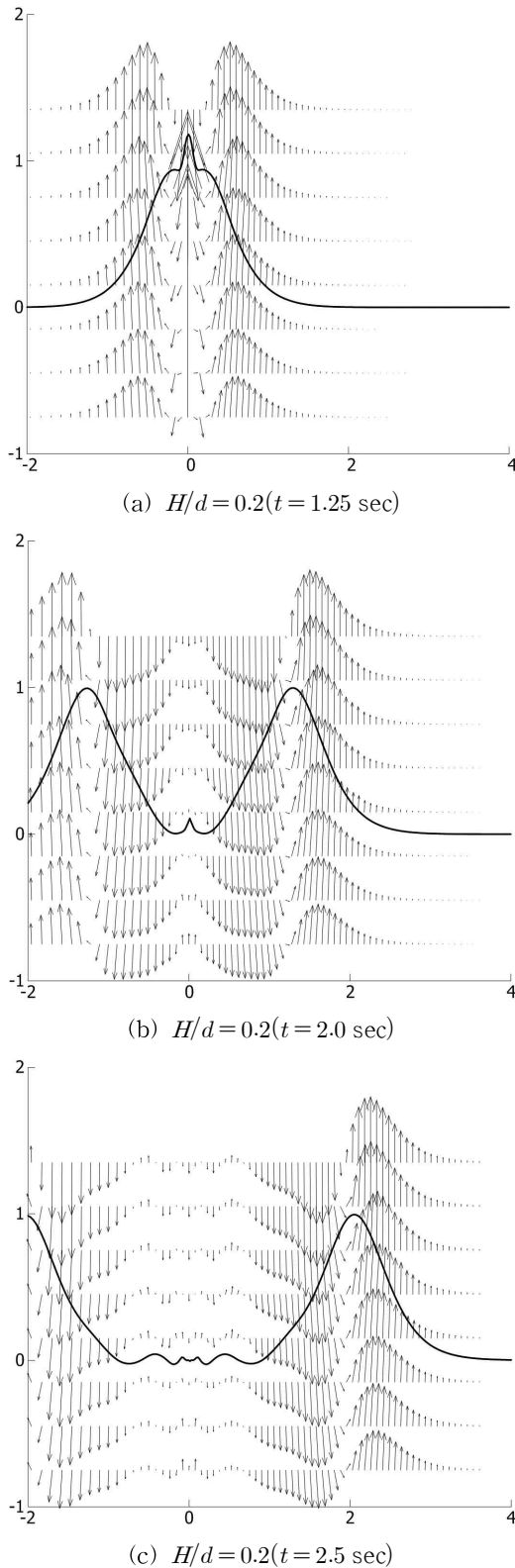


Fig. 6. Velocity Distribution Near the Source Region

수 있다. 유속의 최대값을 낮추기 위해서는 조파영역을 줄이는 방법을 생각할 수 있으나, 앞서 논의한대로 조파

영역의 크기가 커지게 되면 조파영역에 의한 교란효과가 커지기 때문에 단순한 접근으로는 문제를 해결하기가 쉽지 않을 것으로 판단된다. 또한, 고립파 이론은 Boussinesq 방정식의 약비선형 가정을 따르고 있기 때문에 파고가 커짐에 따라 수치모형의 오차뿐만 아니라 해석해 자체에도 오차가 있다고 볼 수 있다. 따라서 이를 종합적으로 고려하여 문제에 접근할 필요성이 있어 현재 이에 대한 추가 연구가 진행 중이며, 연구의 성과는 추후 연구를 통해 발표할 예정이다.

### 3.2 급경사에서의 고립파 처오름 및 처내림

Lin et al. (1999)은 급경사에서 쇄파가 일어나지 않는 고립파에 대한 수치모형실험을 수행하여, PIV (particle image velocimetry) 시스템을 통해 파형의 변화를 측정하였다. Lin et al. (1999)의 실험은 고립파의 처오름 및 처내림 현상에 대한 실험으로 육지경계의 이동이 일어나기 때문에 VOF 기법을 활용한 수치모형의 검증자료로서 그동안 꾸준히 사용되어 왔다. 본 연구에서는 앞서 설명한 내부조파기법을 활용하여 고립파를 조파하고, 수치모형 실험 결과를 수치모형실험 결과와 비교하였다. 실험에 사용된 제원은 Table 2와 같다.

Fig. 7은 수치모형실험에 의한 급경사에서 고립파의 변형 결과를 수치모형실험 결과와 비교한 그림이다. 전체적으로 수치모형실험 결과가 수치모형실험 결과를 잘 재현하고 있으며, 처오름 현상과 처내림 현상을 비교적 정확하게 예측하고 있다.

그러나  $t=7.18$  sec에서 최대 처내림 현상이 발생할 때 수치모형실험 결과가 이를 잘 재현해내지 못하는 현상이 발생하였다. 이러한 결과는 앞서 설명한 고립파의 내부조파 시 발생한 문제, 즉 수심에 비해 상대적으로 파고가 큰 고립파가 조파될 때 유속의 비대화로 인한 분산 오차에 상당부분 기인한 것으로 판단된다. 또한, 구조물과 파랑의 상호 간섭에 대한 접근이 상대적으로 부족하고 육지 경계의 이동에 따른 바닥마찰의 영향 등이 복합적으로 작용한 것으로 사료된다. 그러나 오차의 크기가 상대적으로 크지 않고 전체적으로 수치모형실험 결과가 수치모형실험 결과를 잘 재현하고 있기 때문에 본 수치모형이 처오름 및 처내림 현상의 재현에 적절한 모형이라 판단된다.

## 4. 결 론

본 연구에서는 Lin and Liu (1999)가 제안한 질량 원천 항을 이용하여 3차원 공간에서 고립파를 내부조파하고, 급경사에서의 처오름 및 처내림 현상을 수치모의하였다. 수치모형실험 결과 본 수치모형은 처오름 및 처내림 현상



Table 2. Conditions of the Numerical Model Experiments

Water Depth ( $d$ )		0.16 m	Wave Height ( $H$ )	0.027 m (0.16875 $d$ )
Cell	$x$ -axis	Total cell: 350 (uniform cell size 0.01 m)		
	$y$ -axis	Total cell: 10 (uniform cell size 0.02 m)		
	$z$ -axis	Total cell: 95 (uniform cell size 0.003 m)		
	Total	Computed cell number: 332,500 (3.5 m $\times$ 0.2 m $\times$ 0.285 m)		

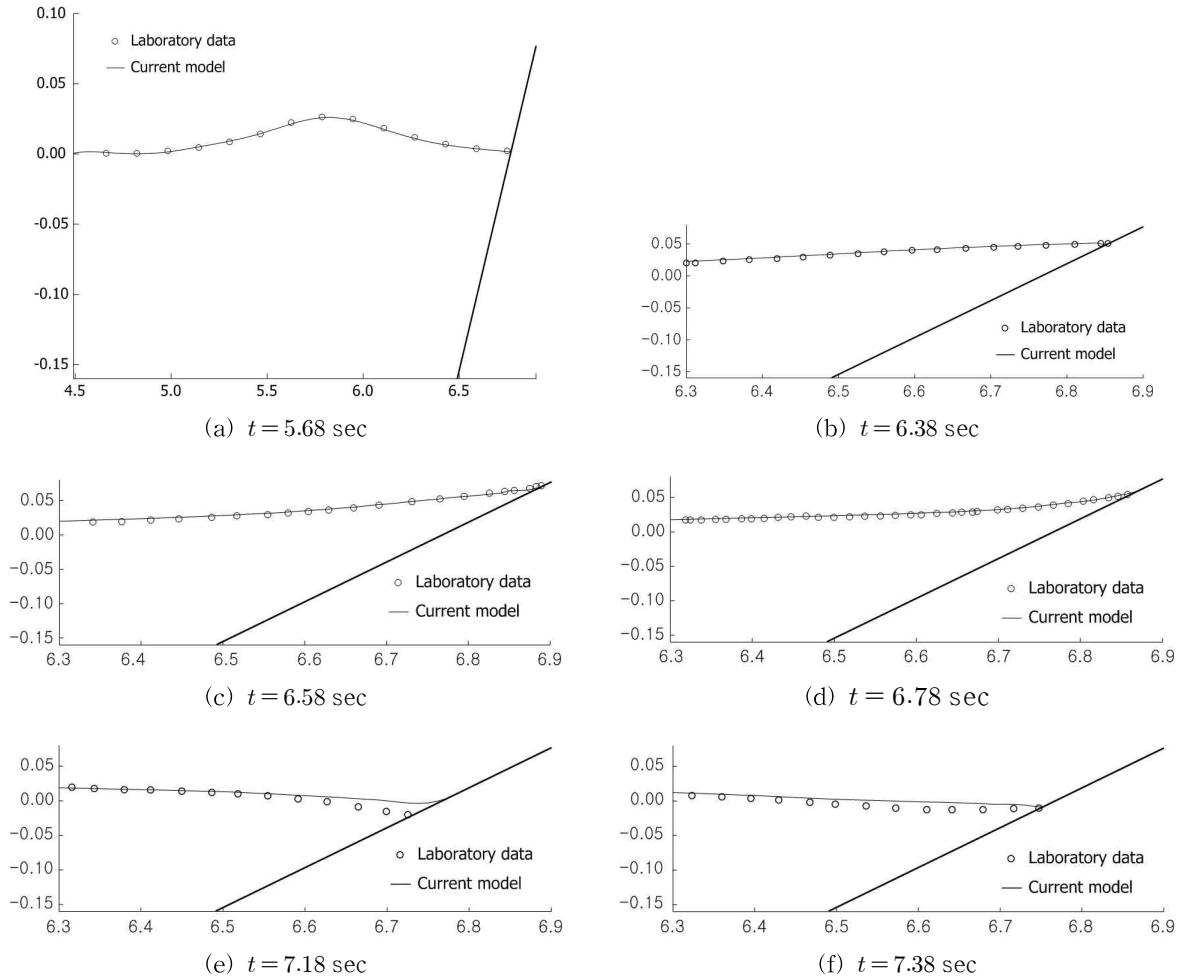


Fig. 7. Solitary Wave Run-up on a Steep Slope

의 적용에 적절한 모형으로 판단된다. 고립파의 내부조파 시 분산오차의 발생으로 인해 약간의 오차가 발생하였으나, 해석해와 비교할 때 파형을 상당히 잘 재현하고 있음을 알 수 있었다. 그러나 분산오차의 발생은 Cnoidal wave나 규칙파 및 불규칙파의 재현 시 수치모의 결과에 상당한 영향을 줄 수 있기 때문에 본문에서 언급한대로 다양한 요소를 고려한 추가 연구가 반드시 필요하다.

고립파의 처오름 및 처내림 현상은 지진해일 등의 해양 재해를 연구하는 연구자들에 의해 꾸준히 연구되어 왔다.

그러나 아직까지 3차원 Navier-Stokes 방정식 모형을 이용한 연구는 방대한 계산시간과 적용의 어려움 등의 제약으로 인해 상대적으로 미비한 실정이다. 본 연구에서는 3차원 Navier-Stokes 방정식 모형이 이러한 문제에 상당히 뛰어난 결과를 보일 수 있음을 검증하였다. 아직까지 수치모형의 적용이 단순한 지형에 머물고 있으나, 좀 더 다양하고 복잡한 사례를 통한 검증을 통해 기존의 2차원 수치모형에서 다룰 수 없는 다양한 사례에 대한 추가 연구가 가능할 것으로 사료된다.

## 감사의 글

본 연구는 국토해양부가 출연하고 한국건설교통기술평가원에서 위탁시행한 건설기술혁신사업 (08기술혁신F01)에 의한 차세대홍수방어기술개발연구단의 연구비 지원에 의해 수행되었습니다.

## 참고문헌

- Berkhoff, J.C.W (1972). "Computation of combined refraction-diffraction." *Proceedings of 13th International Conference on Coastal Engineering*, ASCE, New York, pp. 471-490.
- Casulli, V. (1999). "A semi-implicit finite difference method for non-hydrostatic, free-surface flows." *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 30, pp. 425-440.
- Chen, X. (2003). "A fully hydrodynamic model for three-dimensional, free-surface flows." *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 42, No. 9, pp. 929-952.
- Choi, J.W., and Yoon, S.B. (2009). "Numerical simulation using momentum source wave-maker applied RANS equation model." *Coastal Engineering*, Vol. 56, pp. 1043-1060.
- Chorin, A.J. (1968). "Numerical solution of the Navier-Stokes equations." *Mathematics of Computation*, Vol. 22, pp. 745-762.
- Chorin, A.J. (1969). "On the convergence of discrete approximations of the Navier-Stokes equations." *Mathematics of Computation*, Vol. 23, pp. 341-353.
- Deardorff, J.W. (1970). "A numerical study of three-dimensional turbulent channel flow at large Reynolds numbers." *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 41, pp. 453-480.
- Garcia, N., Lara, J.L., and Losada, I.J. (2004). "2-D numerical analysis of near-field flow at low-crested permeable breakwaters." *Coastal Engineering*, Vol. 51, pp. 991-1020.
- Gueyffier, D., Li, J., Nadim, A., Scardovelli, R., and Zaleski, S. (1999). "Volume-of-fluid interface tracking with smoothed surface stress methods for three-dimensional flows." *Journal of Computational Physics*, Vol. 152, pp. 423-456.
- Lara, J.L., Garcia, N., and Losada, I.J., (2006). "RANS modelling applied to random wave interaction with submerged permeable structures." *Coastal Engineering*, Vol. 53, pp. 396-417.
- Lee, C.H., Cho, Y.-S., and Yum, K. (2001). "Internal generation of waves for extended Boussinesq equations." *Coastal Engineering*, Vol. 42, pp. 155-162.
- Lee, C.H., and Suh, K.D. (1998). "Internal generation of waves for time-dependent mild-slope equations." *Coastal Engineering*, Vol. 34, pp. 35-57.
- Li, B. (2008). "A 3-D model based on Navier-Stokes equations for regular and irregular water wave propagation." *Ocean Engineering*, Vol. 35, pp. 1842-1853.
- Lin, P., Chang K.A., Liu, P.L.-F (1999). "Runup and rundown of solitary waves on sloping beaches." *Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering*, Vol. 125, pp. 247-255.
- Lin, P., and Karunarathna, S.A.S. (2007). "Numerical study of solitary wave interaction with porous breakwaters." *Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering*, Vol. 133, No. 5, pp. 352-363.
- Lin, P., and Li, C.W. (2002). "A sigma-coordinate three-dimensional numerical model for surface wave propagation." *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 38, pp. 1045-1068.
- Lin, P., and Liu, P.L.-F. (1998). "A numerical study of breaking waves in the surf zone." *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 359, pp. 239-264.
- Lin, P., and Liu, P.L.-F (1999). "Internal wave-maker for Navier-Stokes equations models." *Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering*, Vol. 125, pp. 207-215.
- Liu, D. (2007). Numerical modeling of three-dimensional water waves and their interaction with structures, Ph.D. Dissertation, National University of Singapore, Singapore.
- Liu, D., and Lin, P. (2008). "A numerical study of three-dimensional liquid sloshing in tanks." *Journal of Computational Physics*, Vol. 227, No. 8, pp. 3921-3939.
- Liu, P.L.-F., and Cho, Y.-S. (1994). "An integral equation model for wave propagation with bottom frictions." *Journal of Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering*, Vol. 120, pp. 594-608.
- Mahadevan, A., Oliger, J., and Street, R. (1996). "A

- non-hydrostatic mesoscale ocean model. Part 1: well posedness and acaling.” *Journal of Physics and Oceanography*, Vol. 26, pp. 1868-1880.
- Nwogu, O. (1993). “Alternative form of Boussinesq equations for nearshore wave propagation.” *Journal of Waterway, Port, Coastal, Ocean Engineering*, Vol. 119, pp. 618-638.
- Peregrine, D.H. (1967). “Long waves on a beach.” *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 27, pp. 815-827.
- Pope, S.B. (2000) *Turbulent Flows*. Cambridge University Press, New York, USA.
- Rider, W.J., and Kothe, D.B. (1998). “Reconstructing volume tracking.” *Journal of Computational Physics*, Vol. 141, pp. 112-152.
- Smagorinsky, J. (1963). “General circulation experiments with the primitive equations: I. The basic equations.” *Monthly Weather Review*, Vol. 91, pp. 99-164.
- Van der Vorst, H.A. (2003). *Iterative Krylov Methods for Large Linear Systems*. Cambridge University Press, New York, USA.

논문번호: 10-058	접수: 2010.07.10
수정일자: 2010.08.24	심사완료: 2010.08.24