슬라이딩 섹터 제어를 이용한 유연한 로봇 팔에 대한 제어기 설계

한종길* · 배성환** · 양근호***

Design on the Controller of Flexible Robot using Sliding Sector Control

Jong-kil Han* · Sung-hwan Bae** · Keun-ho Yang***

요 약

유연한 로봇팔은 모터에 의해 관절 축을 회전할 때 진동이 발생한다. 유연한 팔이 원하는 각으로 회전하면서 동시에 팔 끝의 진동이 안정화되도록 제어하였다. 본 논문에서 유연한 로봇팔의 동력학은 bernoulli-Euler의 beam이론과 라그란지 방정식을 이용하여 구하였고, 섹터 내부에 연속입력함수를 가진 슬라이딩 섹터이론을 이용하여 히스테리시스 사구간을 가진 비선형 제어기를 제안한다.

ABSTRACT

When a flexible arm is rotated by a motor about an joint axis, transverse vibration may occur. The motor torque should be controlled in such a way that the moter rotates by a specified angle, while simultaneously stabilizing vibration of the flexible arm so that it is arrested at the end of rotation. In this paper, the dynamic model of flexible robot arm is modeled by using Bernoulli-Euler beam theory and Lagrange equation. Nonlinear control with hysteresis deadzone using the sliding sector theory with continued input function in the sector is proposed.

키워드

Sliding sector control, Hysteresis deadzone , Flexible arm, Bernoulli-Euler beam theory.

I. 서 론

현재 자동화 생산 작업에 활용되고 있는 대부분의 로봇은 정밀한 위치선정을 위하여 강체로 구성되어 있다. 강체 로봇의 하중률은 인간이 3대 1인데 1대 10대 정도로 매우 낮다[3]. 그래서 앞으로 로봇은 경제성과 특수한 목적에 사용을 위하여 고속 성능을 갖는 경량의 로봇이 필요하다. 그러나 경량의 유연한 로봇은 우연성으로 인해 동작시 진동을 일으키므로 정밀한 위치제어를 위해서는 진동을 제어해야만 한다. 이를 위해서는 새롭고 강인한 제어기의 개발을 요구한다.

슬라이딩 제어의 기본구조는 상태전환 면에 의해 변하는 이론으로 슬라이딩 면을 따라 채터링을 가지는 특징이 있으며, 시스템의 불확실성과 외란에 대해 강인한 특징을 가지고 있기 때문에 최근에 많은 제어 분야에 적용되고 있다. 그러나 실제적용에 있어서는 스위칭 평면에서 제어입력의 불연속적인 스위칭으로

* 한려대학교 멀티정보통신과 (jakan0@yahoo.co.kr) ** 교신저자 : 한려대학교 멀티정보통신과(hlu008@hanmail.net)
*** 한려대학교 멀티정보통신과(khyang@hanlyo.ac.kr)
접수일자 : 2010. 08. 06 심사(수정)일자 : 2010. 09. 20 게제확정일자 : 2010. 10, 15

채터링 현상이 발생하게 된다. 이러한 현상은 고주파를 유발할 수 있기에 바람직하지 못하며, 채터링 입력 특성을 포함하고 있는 시스템 제어시 고주파 동력학은 실제의 시스템의 응용에 있어 물리적 한계 등으로 인해 구현하기 어렵다. 이와 같은 채터링 현상은 슬라이딩모드제어이론의 큰 단점으로 채터링 현상을 줄이거나 제거하기 위한 많은 연구들이 선행되었다[4,5,7]. 그 연구 중에 한방법인 슬라이딩 섹터이론은 가변구조제어의 한 영역으로서 가변구조의 장점을 가지고 있고, 가변구조 제어의 문제점인 채터링 현상을 줄이기 위하여 슬라이딩 평면에 경계층을 형성하고 경계층 내부에 연속 함수를 사용하는 방법을 새롭게 확장시킨 방법이며, 아직은 주로 선형 시스템에 적용되는 미숙한 단계이다[1,2].

본 논문에서는 유한요소법과 Lagrange 방정식을 이용하여 유연한 로봇팔의 동력학적 방정식을 유도하였고 섹터 내부에 연속입력함수를 가진 슬라이딩 섹터이론을 이용하여 히스테리시스 사구간을 가진 비선형 제어기를 설계하였다.

II. 유연한 팔의 동력학적 모델링

본장에서는 Bernoulli-Euler beam 이론 및 가정모드 방식을 이용하여 단일 관절 유연한 로봇 팔에 대한 동력학 모델을 유도한다.

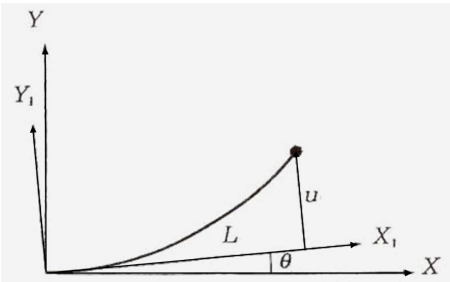

그림 1. 유연한 로봇 팔
Fig. 1 One-link flexible robot arm

로봇팔의 길이를 L, 허브에서의 관성을 J_h, 링크에서의 관성을 J_b, 관절의 단위 길이당 질량을 ρ, 관절의 Young의 계수를 E, 관절의 횡면적을 A, 횡면적 관성 모우멘트를 I로 정의하였다.

로봇팔의 휨에 대하여 Bernoulli-Euler의 Beam 이론을 적용하면 관절에 대한 동력학 방정식은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$EI\frac{\partial^4 u(\xi,t)}{\partial x^4}+\rho AL^4\frac{\partial^2 u(\xi,t)}{\partial x^2}=0 \quad \cdots\cdots (1)$$

여기서 $\xi=x/L$은 관절의 길이를 정규화한 변수이다.

링크의 횡굴절 $u(\xi,t)$을 시간과 공간함수의 곱으로 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$u(\xi,t)=\phi(\xi)\delta(t) \quad \cdots\cdots (2)$$

각각의 시간함수 $\delta(t)$와 공간함수$\phi(\xi)$는 다음과 같이 표현된다.

$$\delta(t)=\exp(jwt),\ w^2=\frac{\beta^4 EI}{\rho AL^4} \quad \cdots\cdots (3)$$

$$\phi(\xi)=C_1\sin\beta\xi+C_2\cos\beta\xi+C_3\sinh\beta\xi+C_4\cosh\beta\xi \quad \cdots\cdots (4)$$

관절의 경계조건을 만족하는 β의 값은 무한히 많으며 이들 각각은 관절의 변형에 대한 공간상의 형태함수를 특정 짓는다.

Lagrangian 접근방식을 이용하여 단일 관절 유연한 로봇팔의 동력학 모델을 유도하여 보면 식(5)과 같은 동력학 방정식이 유도된다.

$$D\begin{bmatrix}\ddot{\theta}\\ \ddot{\delta}\end{bmatrix}+C\begin{bmatrix}\dot{\theta}\\ \dot{\delta}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\ k\delta+F\dot{\delta}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\tau\\ 0\end{bmatrix} \quad \cdots\cdots (5)$$

여기서 $\delta=[\ \delta_1,\delta_2,\cdots,\delta_m]^T$이고, d_{ij}는 다음과 같다.

$$d_{11}=j_h+j_b+j_L+M_LL^2+(M_L\Phi_e^T\ddot{\delta})^2$$

$$d_{1j}=M_LL\phi_{j-1,e}^2+J_L\frac{\dot{\phi}_{j-1,e}}{L}+\sigma_{j-1},$$

$j=2,3,\cdots,m+1$

$$d_{ii}=m_b+M_L\phi_{i-1,e}+J_L\frac{\dot{\phi}_{i-1,e}}{L},\ j=2,3,\cdots,m+1$$

$$d_{ij}=0=M_L\phi_{i-1,e}\phi_{j-1,e}+J_L\frac{\dot{\phi}_{i-1,e}\dot{\phi}_{j-1,e}}{L^2}$$

$i=2,3,\cdots,m+1, j\neq i$

여기서

$\Phi_e^T=\Phi^T|_{\xi=1}=[\phi_1,\phi_2,\cdots,\phi_m]|_{\xi=1}$

$\Phi_{i,e}=\Phi_i|_{\xi=1}$

$\dot{\phi}_{i,e}=\dfrac{d\phi_i(\xi)}{d\xi}|_{\xi=1}$

$\sigma_i=\rho AL^2\int_0^1\phi_i(\xi)d\xi,\ i=1,2,3,\cdots,m$

행렬 $C(\delta,\theta,\dot{\delta},\dot{\theta})$는 다음과 같이 coriolis와 centrifugal 항으로 나타낼 수 있다.

$$C(\delta,\theta,\dot{\delta},\dot{\theta})=\begin{bmatrix} M_L(\Phi_e^T\delta)(\Phi_e^T\delta) & M_L\dot{\theta}(\Phi_e^T\delta)\Phi_e^T \\ -M_L\dot{\theta}(\Phi_e^T\Phi_e^T)\delta & 0 \end{bmatrix} \cdots\cdots (6)$$

등가스프링 상수 행렬 K와 댐핑 행렬 F는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$K=diag(k_1,\cdots,k_m)$$
$$F=diag(f_1,\cdots,f_m) \cdots\cdots (7)$$

여기서

$k_i=\dfrac{EI}{L_1^3}\int_0^1[\dfrac{d^2\phi_i(\xi)}{d\xi^2}]^2d\xi \quad i=1,2,3,\cdots,m$

$f_i=-\int_0^1 f\phi_i^2(\xi)d\xi \quad i=1,2,3,\cdots,m$

위의 식에서 행렬 $\dot{D}(\xi)-2C(\delta,\theta,\dot{\delta},\dot{\theta})$는 교대 정치 행렬임을 알 수 있다.

III. 선형시스템에 대한 슬라이딩섹터제어

일반적인 다음과 같은 선형 시불변 단일입력 시스템을 고려한다.

$$\dot{x}(t)=Ax(t)+Bu(t) \cdots\cdots (8)$$

여기서 $x(t)\in R^n$, $u(t)\in R^1$, A,B는 상수행렬이고, (A,B)는 제어 가능하다. 그리고 $x(t)$는 측정 가능하다고 가정한다.

P-norm $\|\cdot\|_P$ 을 다음과 같이 정의한다.

$$\|x\|_P=(x^TPx)^{1/2},\quad x\in R^n \cdots\cdots (9)$$

만약 시스템 식(8)에 입력이 없을 때 안정하다면, 다음 식을 만족하는 P를 찾을 수 있다.

$$\dot{L}(t)=x^T(A^TP+PA)x\leqq 0,\ \forall x\in R^n \cdots\cdots (10)$$

P-norm $\|x\|_P$이 감소하는 영역인 슬라이딩 섹터(sliding sector)라고 하며 아래와 같이 정의한다.

$$S_{ect}=\{x\,|\,s^2(x)\leqq w^2(x),\ x\in R^n\}$$
$$=\{x\,|\,|s(x)|\leqq|w(x)|,\ x\in R^n\} \cdots\cdots (11)$$

여기서 $C=B^TP$

$s(x)=Cx(t)=B^TPx(t),$

$w(x)=\sqrt{x^T(t)Hx(t)}$

$H=Q-R\geqq 0$

$$A^TP+PA-PBB^TP=-Q \cdots\cdots (12)$$

IV. 선형화 및 제어기 설계

식(5)로부터 modal δ_1만을 고려하면 동적방정식을 식(13)과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{bmatrix} d_{11(\delta)} & d_{12}^T \\ d_{12} & d_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix}\ddot{\theta}\\ \ddot{\delta}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix} M_L(\Phi_e^T\delta)(\Phi_e^T\delta) & M_L\dot{\theta}(\Phi_e^T\delta)\Phi_e^T \\ -M_L\dot{\theta}(\Phi_e^T\Phi_e^T)\delta & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dot{\theta}\\ \dot{\delta}\end{bmatrix}$$

$$+\begin{bmatrix} 0 \\ k_1\delta+f_1\dot{\delta}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\tau\\ 0\end{bmatrix} \cdots\cdots (13)$$

여기에서 다음과 같이 놓으면

$$x_1=\theta,\quad x_3=\dot{\theta},\quad x_2=\delta,\quad x_4=\dot{\delta} \cdots\cdots (14)$$

시스템의 동적 방정식은 다음과 같다.

$\dot{x}_1=x_3$

$\dot{x}_2=x_4$

$$\dot{x}_3 = -\frac{d_{12}M_L\Phi^2 x_2 x_3^2 + 2d_{22}M_L\Phi^2 x_2 x_3 x_4}{-d_{12}^2 + cd_{22} + d_{22}M_L^2\Phi^2 x_2^2}$$

$$+\frac{d_{12}(x_4 f_1 + x_2 k_1) + d_{22}\tau}{-d_{12}^2 + cd_{22} + d_{22}M_L^2\Phi^2 x_2^2}$$

$$\dot{x}_4 = -\frac{M_L\Phi^2 x_2 x_3^2 (c + x_2^2 M_L^2 \Phi^2) + 2d_{12}M_L\Phi^2 x_2 x_3 x_4}{-d_{12}^2 + cd_{22} + d_{22}M_L^2\Phi^2 x_2^2}$$

$$-\frac{k_1(x_2 + f_1 x_4)(c + M_L^2\Phi^2 x_2^2) + d_{12}\tau}{-d_{12}^2 + cd_{22} + d_{22}M_L^2\Phi^2 x_2^2} \quad \cdots\cdots (15)$$

여기에서 $c = j_k + j_b + j_L + M_L L^2$

일반적인 불확실한 비선형 동력학 방정식은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\dot{x}(t) = (A_L + A_R(t,x) + \Delta A(t,x))x(t) + f(t,x,u) + (B + \Delta B(t,x,u))u \quad \cdots\cdots (16)$$

여기에서 A_L은 A의 선형화한 항이고, $A_R(t,x)$는 A의 선형화 후 나머지 항이며, $\Delta A(t,x)$는 시스템의 불확실한 항이고, $f(t,x,u)$는 시스템의 모든 외란을 고려한 항이며, ΔB는 입력의 불확실성을 고려한 항이다.

모든 선형화 후 나머지 항 및 불확실성과 잡음이 정합조건을 만족한다고 가정하면, 식(17)은 존재한다.

$$A_R(t,x) = Br(t,x), \quad \Delta A(t,x) = Bh(t,x,u)$$
$$\nabla B(t,x)u = Bw(t,x,u), f(t,x,u) = Bd(t,x,u) \quad \cdots\cdots (17)$$

$\eta(t,x,u)$에 대하여 다음과 같은 함수가 존재한다고 가정한다.

$$\eta(t,x,u) = r(t,x)x(t) + h(t,x,u)x(t) + w(t,x,u) + d(t,x,u)$$
$$\rho(x) \geq |\eta(t,x,u)| \quad \cdots\cdots (18)$$

식(16)에 식(18)을 대입하면 다음과 같이 쓰여 질 수 있다.

$$\dot{x}(t) = (A_L + A_R(t,x))x(t) + Bu(t) + B\eta(t,x,u) \quad (19)$$

슬라이딩 섹터에서 채터링을 없애기 위하여 히스테리시스 사구간 방식과 비슷한 다음과 같은 제어법칙을 설계한다.

$x \not\in S_{ect}$에서
$u = -(CB)^{-1}(CAx + k(x)) - sgn(s(x))\rho(x)$

$x \in (S_{ect} - S_i)$에서
$u =$ 무변화(unchange)

$x \in S_i$에서

$$u = -(CB)^{-1}(CA_R(t,x)x + ks(x)) - sgn(x^T PB)\rho(x) \quad \cdots\cdots (20)$$

[증명] 증명은 두 단계로 나누어서 한다. 첫 번째는 슬라이딩 섹터밖에 있을 때, 슬라이딩 섹터 안으로 수렴하도록 하는 것을 보이며, 두 번째는 슬라이딩 섹터 안에서 안정도를 보이겠다.

Case 1 : sliding sector 밖에서
Lyapunov 함수를 다음과 같이 잡았다.

$$V_1(x) = \frac{1}{2}s^2(x) \quad \cdots\cdots (21)$$

Lyapunov 함수의 도함수는 다음과 같다.

$$\dot{V}_1(x) = s(x)\dot{s}(x)$$
$$= s(x)(CA(t,x)x(t) + CBu(t) + CB(\eta(t,x,u))$$
$$\leq -ks^2(x) \quad \cdots\cdots (22)$$

슬라이딩 섹터 밖에서 Lyapunov 함수가 감소함을 의미하며, 시스템의 상태가 슬라이딩 섹터 안으로 이동할 때까지 $|s(x)|$가 감소하는 것을 의미한다. 결국

유한 시간 안에 슬라이딩 섹터의 밖에서 안쪽으로 수렴할 것이다.

Case 2 : sliding sector 안에서

$$V_2(x) = \frac{1}{2} s^2(x) \quad \cdots\cdots (23)$$

Lyapunov 함수의 도함수는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(x) &= s(x)\dot{s}(x) \\ &= s(x)\,(C(A_L + A_R(t,x))x(t) + CBu(t) \\ &\quad + CB(\eta(t,x,u)) \\ &\leqq s^2(x) - w^2(x) - x^T Rx - ks^2(x) \\ &\leqq -x^T Rx - ks^2(x) \quad \cdots\cdots (24) \end{aligned}$$

제어기의 구조를 그려보면 다음과 같다.

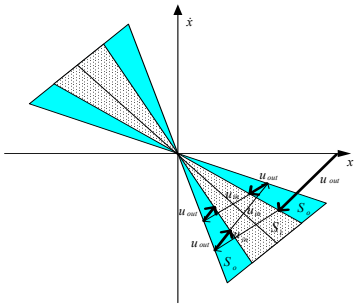

그림 2. 제어기의 구조
Fig. 2 Structure of controller

V. 컴퓨터 시뮬레이션

슬라이딩 섹터 안에 히스테리시스 사구간을 갖는 비선형 제어기를 사용하여, 유연한 로봇팔의 제어를 통하여 제안된 제어기의 성능을 분석하였다. 그림 3은 허브의 각도이며 원하는 각으로 빠르게 수렴함을 보여준다. 그림 4는 진동모드로서 끝점이 진동하면서 빠르게 수렴함을 보여준다. 그림 5는 제어입력으로서 일반적인 슬라이딩 제어에 비하여 현저하게 작은 채터링 현상을 볼 수 있다. 이것은 슬라이딩 섹터를 사용한 제어기는 슬라이딩 평면이 아닌 슬라이딩 영역을 둠으로서 채터링을 현저하게 줄 일수 있으나 슬라이딩 섹터의 영역이 작아지면 채터링 현상이 발생한다.

앞으로 연구는 선형화를 통하지 않고 제어기를 설계 할 수 있는 연구와 안정도를 바탕으로 제어기 설계에 대하여 연구를 진행할 계획이다.

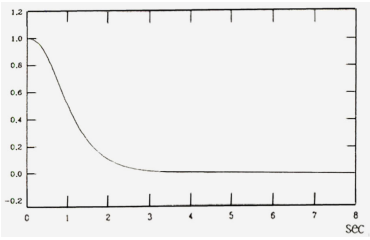

그림 3. 허브의 각도(θ)
Fig. 3 Hub angle(θ)

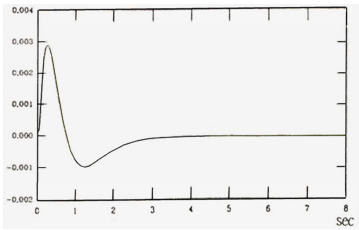

그림 4. 진동모드(δ)
Fig. 4 Vibration mode(δ)

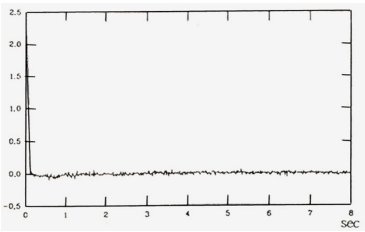

그림 5. 제어입력
Fig 5. Control input

참고 문헌

[1] K. Furuta, S. Hatakeyama, Y. Pan, " VS controller design for continuous system from sampled data," Proc. of Amer. Control Conf. pp.1032-1035,1999.

[2] K. Furuta, Y.Pan, "Variable structure control

with sliding sector for hybrid systems", VSS'06. Inter. Wor., pp.286-291, 2006 pkP. Kopacek, K.Desoyer and P.Lugner, "Modelling of flexible robots an introduction," IFAC Symposium, Karlsruhe, FRG, Oct, 1988, pp. 20-28.

[3] Y.Sakawa, F.Matsuno, and S.Fukushima, "Modeling and feedback control of a flexible arm", J. of Robotic systems, Vol. 2, No.4, 1985, pp. 453-472.

[4] S.Nicosia, P.Tomei, and A.Tornambe, " Nonlinear control and observation algorithms for a single-link flexible arm", Int.J.Control, Vol. 49, No.3, 1989,pp.827-840.

[5] A.D. Luca and B.Siciliano, "Trajectory control of a nonlinear one-link flexible arm", I.J. Control, Vol.50, No.5, 1989, pp. 1699-1715.

[6] W.C.Ham, "Adaptive control based on explicit model of robot manipulators", IEEE Trans. Automat. Contr., to be published on march, 1993.

[7] R.J.Wai, M.C.Lee, "Intelligent optimal control of single-link flexible robot arm", IEEE Trans. Indu., vol.51, 2004, pp201- 220.

저자 소개

한종길(Jong-kil Han)

1992년 2월 전북대학교 전자공학과 졸업(공학사)
1994년 2월 전북대학교 대학원 전자공학과 졸업(공학석사)
2002년 2월 전북대학교 대학원 전자공학과 졸업(공학박사)
한려대학교 멀티정보통신학과 교수
※ 주 관심분야 : 적응제어, 슬라이딩제어, 슬라이딩 섹터제어, 퍼지제어 등

배성환(Sung-hwan Bae)

1993년 2월 전북대학교 전자공학과 졸업(공학사)
1995년 2월 전북대학교 대학원 전자공학과 졸업(공학석사)
2000년 2월 전북대학교 대학원 전자공학과 졸업(공학박사)
한려대학교 멀티미디어정보통신학과 교수
※ 주 관심분야 : ASIC 테스팅, 통신시스템 설계

양근호(Keun-ho Yang)

1987년 2월 전북대학교 전자공학과 졸업(공학사)
1992년 2월 전북대학교 대학원 전자공학과 졸업(공학석사)
1999년 2월 전북대학교 대학원 전자공학과 졸업(공학박사)
한려대학교 멀티미디어정보통신학과 교수
※ 주 관심분야 : 퍼지시스템, 적응신호처리, 이미지처리, DSP 응용 등