

정현파 하중을 받는 EP(Elliptic Paraboloidal)셸 구조물의 동적 불안정 특성 분석

Analysis of Dynamic Instability Characteristic of EP Shell Structures under Sinusoidal Excitations

김 승 덕*
Kim, Seung-Deog

김 두 리**
Kim, Doo-Ri

요 약

동적 불안정 좌굴현상에 관한 연구는 다소 발표되고 있으나, 주기성을 가진 하중하에서의 동적 좌굴을 다룬 연구는 그리 많지 않은 편이다. 주기성을 가진 하중하에서의 거동은 스텝 하중하에서 거동과는 다르리라 예상된다. 본 논문에서는 동적 불안정의 기본 메커니즘을 파악하기 위하여 2자유도의 얇은 EP(Elliptic Paraboloidal)셸이 정현파 하중을 받았을 때의 직접좌굴과 간접좌굴 현상을 조사한다. Newmark- β 법에 의한 수치적분을 이용하여 비선형 운동 방정식의 변위응답을 구하고, 얻어진 비선형 변위응답으로 위상곡면선의 끝개를 비교하고, FFT(Fast Fourier Transform)에 의한 연속 응답 스펙트럼을 구해 동적 불안정 특성에 관해서 분석한다. 그 결과 동적 좌굴하중은 구조물의 고유주기와 외력 탁월진동수와의 관계에 크게 영향을 받는다.

Abstract

The dynamic instability for snapping phenomena has been studied by many researchers. Few paper deal with the dynamic buckling under the load with periodic characteristics, and the behavior under periodic excitation is expected the different behavior against STEP excitation. We investigate the fundamental mechanisms of dynamic instability when shallow EP(Elliptic Paraboloidal) shell of two degree of freedom are subjected to sinusoidal excitation with direct snapping and indirect snapping. By using Newmark- β method, we can get the nonlinear displacement response, and using analyze characteristics of the dynamic instability through the running response spectrum by FFT(fast Fourier Transform) and attractors are compared in the phase plane. Dynamic buckling loads are strongly influenced by the relationships between the natural frequency of structures and the dominant frequency of incident excitations.

키워드 : 불안정, 동적좌굴, 직접좌굴, 간접좌굴, 위상곡면, 연속 스펙트럼

Keywords : Instability, dynamic buckling, direct snapping, indirect snapping, phases plane, running spectrum

1. 서 론

셸 구조물은 힘의 전달 메커니즘인 면내력을 중심으로 하는 형태 저항형 구조물에 속하며, 얇게 넓은 공간을 만

들 수 있는 장점이 있다. 그러나, 하중 레벨이 어느 임계 값에 도달하면 휨 변형을 주체로 하는 불안정 현상이 일어나며, 이러한 불안정 현상으로 인하여 파괴가 일어난다. 따라서 셸 구조물이 재하 능력을 조사하고, 또 파괴 메커니즘을 파악하기 위해서 구조 안정 문제는 매우 중요한 과제이다.

구조 안정 문제는 외력이 정적으로 작용하는 정적 안정 문제와 동적으로 작용하는 동적 안정 문제로 분류된다.

* 정회원 · 세명대학교 건축공학과 교수, 공학박사

Tel: 043-649-1326, Fax: 043-649-1326

E-mail : sabinus@semyung.ac.kr

** 정회원 · 세명대학교 건축공학과 석사과정

동적 안정 문제는 여러 분야에서 다양한 연구자에 의해 장기간 연구되고 있다. 1933년 Koning Taub¹⁾는 단순지지를 받는 추가 축방향의 스텝하중을 받았을 경우의 초기 부정에 의한 응답거동을 처음 발표했으며, 1950년대까지 동적 안정의 임계조건에 관한 논문 및 정의가 Stoker²⁾에 의해 정리 되었다. 구형 쉘의 설계에는 Suhara³⁾가 무한 계속시간의 등분포 스텝 하중을 받는 Shallow cap의 축대칭 변형을 에너지법에 의해 연구하였다. Budiansky and Roth⁴⁾는 스텝 하중을 받는 Shallow cap의 축대칭 변형을 Galerkin법으로 구하였고, 동적 좌굴 판정 기준을 제안하였다. Simitses⁵⁾는 포텐셜 에너지를 이용한 동적 좌굴의 판정 기준을 제안하였다. Humphreys, Roth and Zatlors⁶⁾은 해석법 및 Budiansky-Roth 기준을 비교를 하기위해 충격 하중을 받는 얇은 구형 쉘의 실험을 실시 하였으며, Lock, Okubo and Whitter⁷⁾는 스텝 하중을 받는 얇은 구형 쉘 실험이 보고되었다.

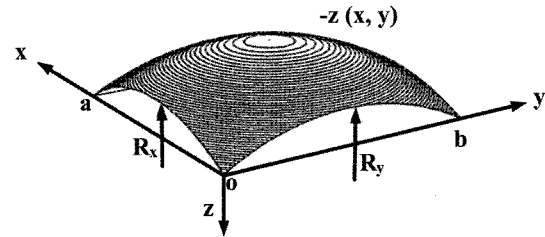
이와 같이 동적 좌굴에 관한 기존 연구의 상당수는 충격 하중이나 스텝 하중 등의 주기성을 가지지 않는 동적 외력에서의 문제를 다루었다.

그러나 장스팬 쉘 구조물이 동적 하중을 받는 경우에 동적 외력에 포함되는 주기성분과 쉘 구조물의 고유주기 사이에서 공진현상을 발생한다. 동적 안정 문제는 일반적으로 주기외력에서 공진현상을 다루는 문제와 동적 외력에 의한 동적 좌굴을 다루는 문제로 크게 나뉜다.

본 논문은 주기성을 가진 정현파 하중 하에서의 동적 불안정 현상에 대하여 알아본다. 즉 고유주기를 가지는 동적 외력에서 동적 불안정 문제를 다룬다. 해석 방법으로는, 기하학적 비선형을 고려한 얇은 쉘의 기본 방정식을 유도하고, Galerkin법을 이용하여 이산계 비선형 운동 방정식을 구한다. Newma가-β법에 의한 수치적분을 이용하여 비선형 변위응답 특성으로 위상곡면상의 끌개 카오스의 발생 과정을 비교하고, FFT(Fast Fourier Transform)에 의한 스펙트럼을 이용하여 얇은 EP(Elliptic Paraboloidal) 쉘의 비선형 동적 불안정 특성에 관해서 분석한다.

2. 쉘의 2자유도 비선형 운동방정식

2.1 얇은 쉘의 기초 방정식



〈그림 1〉 해석 모델

해석대상 모델은 〈그림 1〉에 나타나는 사각형의 투영면을 가지는 2차 곡면의 얇은 쉘이다. 유한 변형 이론에 따라 변위 w 와 응력함수 F 를 이용하여 나타내어진 (1)식, (2)식은 얇은 쉘의 기초 방정식이다.

평형 조건식 :

$$D\nabla^4 w - \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} + 2 \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 F}{\partial y \partial x} - \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} - \frac{1}{R_y} \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} - \frac{1}{R_x} \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} + \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - P_z(t) = 0 \quad (1)$$

적합 조건식 :

$$\frac{1}{Eh} \nabla^4 F + \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 + \frac{1}{R_y} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{1}{R_x} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0 \quad (2)$$

얇은 쉘의 일반화된 좌굴해석을 위하여 (3)식과 같은 무차원 파라메타를 도입한다.

$$\xi = \frac{x}{a}, \quad \eta = \frac{y}{a}, \quad \tau = \sqrt{\frac{E}{\rho h R_x}} t, \quad w^x = \frac{w}{h}, \quad (3)$$

$$F^x = \frac{F}{Eh^3}, \quad \lambda = \frac{R_x}{R_y}, \quad c = \frac{a}{b}, \quad d = \frac{h}{R_x}, \quad e = \frac{a}{R_x}$$

3)식을 이용해 (1)식, (2)식의 기초 방정식을 무차원화하면 다음과 같이 된다.

평형 조건식 :

$$\begin{aligned} & \frac{1}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} \right)^2 w^x - \frac{\partial^2 w^x}{\partial \xi^2} \frac{\partial^2 F^x}{\partial \eta^2} \\ & + 2 \frac{\partial^2 w^x}{\partial \xi \partial \eta} \frac{\partial^2 F^x}{\partial \eta \partial \xi} - \frac{\partial^2 w^x}{\partial \eta^2} \frac{\partial^2 F^x}{\partial \xi^2} \\ & - \frac{e^2}{d} \left(\lambda \frac{\partial^2 F^x}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 F^x}{\partial \eta^2} \right) \\ & + \frac{e^4}{d^3} \frac{\partial^2 w^x}{\partial \tau^2} - \frac{e^4}{Ed^3} p_z \left(\sqrt{\frac{\rho h R_x}{E}} \tau \right) = 0 \end{aligned} \quad (4)$$

적합 조건식 :

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} \right)^2 F^x + \frac{\partial^2 w^x}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 w^x}{\partial \eta^2} - \left(\frac{\partial^2 w^x}{\partial \xi \partial \eta} \right)^2 \\ & + \frac{e^2}{d} \left(\lambda \frac{\partial^2 w^x}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 w^x}{\partial \eta^2} \right) = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

본 논문에서는 (6)식, (7)식과 같은 경계조건을 채용한다.

CASE-A : 비구속 모델

$$\begin{aligned} x=0, a \text{에 대해 } N_x=0, v=0 \\ y=0, b \text{에 대해 } N_y=0, v=0 \end{aligned} \quad (6)$$

CASE-B : 구속 모델

$$\begin{aligned} x=0, a \text{에 대해 } u=0, v=0 \\ y=0, b \text{에 대해 } u=0, v=0 \end{aligned} \quad (7)$$

2.2 Galerkin법에 따른 이산화 기초방정식

무차원화된 기초방정식 (4)식, (5)식을 ξ, η, τ 에 대한 w^*, F^* 의 편미분 방정식이므로 τ 만에 관한 대수방정식에 변환시키기 위해 Galerkin법을 적용한다.

Galerkin법의 적용의 개요는 다음과 같다. 면외방향의 경계조건을 만족하도록 w^* 를 가정하고, 적합조건식(5)을 면내방향의 경계조건을 만족하게 하는 F^* 의 특해 및 제차해를 요구한다. 구해진 w^*, F^* 를 (5)식에 대입해 이산화한다.

Step 1 : 변수분리하면 ;

$$w^* = \sum_i D_i(\tau) f_i(\xi, \eta), \quad F^* = F_b^* + F_c^* \quad (8)$$

Step 2 : 기초방정식에 대입하면 ;

$$G(w^*, F^*) = 0 \quad (9)$$

Step 3 : 이산화하면 ;

$$\int_0^1 \int_0^1 G(w^*, F^*) f_i(\xi, \eta) d\xi d\eta = 0 \quad (10)$$

본 논문에서 이용하는 단순지지의 경계조건, 즉 면외 경계조건을 만족하도록 변위 w^* 를 (11)식과 같은 Fourier 급수로 정의한다.

$$w^* = \sum_m^m \sum_n^n D_{mn}(\tau) \sin m\pi\xi \sin n\pi\eta \quad (11)$$

(m, n은 양의정수)

2.3 고전 좌굴 하중에 의한 외력항의 무차원화

본 절에서는 하중항을 등분포 하중으로 받는 구형 셸의 고전 좌굴 하중으로 무차원화한다. 정적 고전 좌굴 하중을 무차원량으로 이용해 무차원화 한 고전 좌굴 하중 cP_{cr} 을 구하면 (12)식과 같이 얻을 수 있다.

$$cP_{cr} = \frac{2Ed^2}{\sqrt{3(1-\nu^2)}} \quad (12)$$

무차원화 된 지진동가속도를 구하기 위해, (12)식의 정적 고전 좌굴 하중을 질량 및 가속도항으로 분리하여 정리하면, 동적 고전 좌굴 하중 cA_{cr} 는 (13)식과 같이 된다.

$$cA_{cr} = \frac{2d}{\sqrt{3(1-\nu^2)}} \quad (13)$$

3. 얇은 EP 셸의 동적 연성 좌굴

3.1 정적 불안정

본 절에서는 얇은 구조물의 연성응답거동을 조사하기 위해, 2자유도로 나타낸 얇은 EP(Elliptic Paraboloidal) 셸을 해석모델로 한다. 해석하는 모델의 형상은 파라메타, 즉 $\lambda=R_x/R_y, c=a/b, d=h/R_x, e=a/R_x$ 등에 의해 분류된다. 본 논문에서는 $\lambda=1, c=1$, 즉 정방형의 투영면을 가지는 EP(Elliptic Paraboloidal) 셸을 이용해, $d(0.001, 0.005, 0.010)$ 와 $e(0.1, 0.2, 0.3, 0.4)$ 및

경계조건(CASE-A,B)을 변화시켜 24개의 모델을 이용한다.

여기서 EP(Elliptic Paraboloidal)셸의 형상을 결정하는 기준으로서, 구형 셸의 형상 파라메타를 무차원화해서 (14)식의 형상 파라메타 λ_s 를 도입한다.

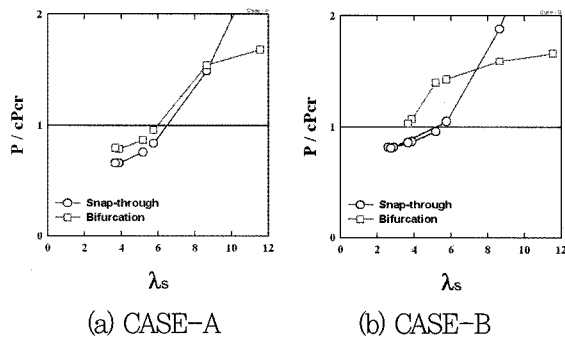
$$\lambda_s = \frac{\sqrt[4]{12(1-\nu^2)}}{\sqrt{d}} \cdot \sin^{-1} \frac{e}{2} \quad (14)$$

각 모델을 비교한 형상 파라메타의 λ_s 값은 <표 1>과 같이 된다.

< 표 1 > 형상 파라메타 λ_s 의 값

$d = \frac{h}{R_x}$	$e = a / R_x$			
	0.1	0.2	0.3	0.4
0.001	2.876	5.758	8.655	11.58
0.005	1.286	2.575	3.871	5.177
0.010	0.909	1.821	2.737	3.660

각 모델의 정적 좌굴 하중과 형상 파라메타 λ_s 와의 관계를 나타내면 <그림 2>가 된다. CASE-A의 경우는 λ_s 가 3내지 4로부터 뿔좌굴 현상이, 8내지 9로부터는 분기좌굴 현상이 나타나고 있다. CASE-B의 경우는 λ_s 가 2내지 3으로부터 뿔좌굴 현상이, 7내지 8부터는 분기좌굴 현상이 나타난다.



<그림 2> 정적 좌굴 하중

여기서 뿔좌굴 현상 및 분기좌굴 현상을 조사하기 위해 다음과 같은 4개의 모델을 선택한다.

- Model-I (뿔좌굴 모델) : CASE-A, $\lambda_s = 5.76$
($d=0.001, e=0.2$)

- Model-II (뿔좌굴 모델) : CASE-B, $\lambda_s = 5.76$
($d=0.001, e=0.2$)

- Model-III (분기좌굴 모델) : CASE-A, $\lambda_s = 11.58$
($d=0.001, e=0.4$)

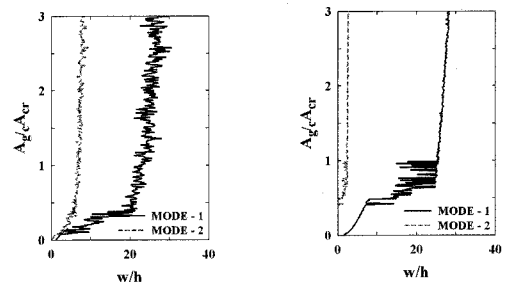
- Model-IV (분기좌굴 모델) : CASE-B, $\lambda_s = 11.58$
($d=0.001, e=0.4$)

3.2 정현파 하중에 의한 동적 불안정

본 절에서는 주기성을 가진 정현파 하중에 의한 동적 불안정 현상을 분석한다. 수치계산을 실시할 때, 시간영역에서의 적분법은 Newmark's- β 법을 이용하고, $\beta=1/4$, 즉 평균 가속도법을 이용하여 비선형 운동방정식의 수렴 계산에 의한 비선형 응답곡선을 구한다. 저차 모드의 고유 주기인 1차 고유 주기를 T_0 라 한다면, 시간간격을 $\Delta t = T_0/100$. 계속시간을 $100T_0$ 로 한다. 정현파하중으로는 식(15)을 이용한다.

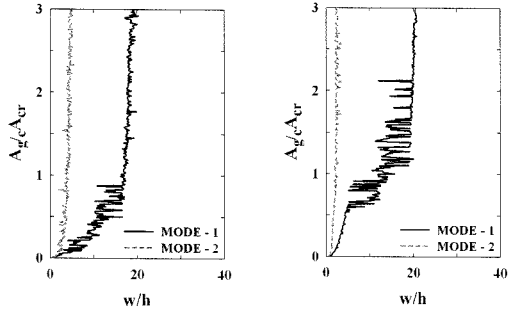
$$A_g(\tau) = A \cdot \sin \alpha \omega_0 \tau \quad (15)$$

여기에 ω_0 는 해석 대상 모델의 1차 고유 각진동수이다. 주기성을 가지는 정현파 하중의 탁월 진동수와 각 모델의 1차 고유 진동수를 비교하기 위해 파라미터 α 를 도입하여 변화시킨다. $\alpha=1.0$ 의 경우는 입력 동적외력의 탁월 진동수와 각 모델의 1차 고유 진동수가 일치하는 것을 나타낸다. 본 연구에서는 동적 좌굴 현상의 판정을 Budiansky-Roth의 판정법을 이용하며, 정현파 하중을 받았을 경우, 각 하중레벨의 시각력 곡선으로부터 얻을 수 있던 최대 변위응답을 <그림 3>로부터 <그림 6>에 나타내었다.



(a) 대칭 모드 (1,3) (b) 비대칭 모드 (5,8)

<그림 3> 하중-변위곡선, Model-I



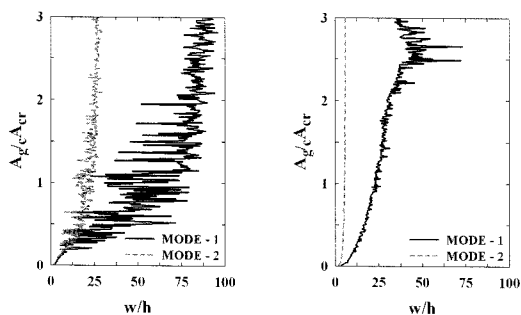
(a) 대칭 모드 (1,3) (b) 비대칭 모드 (1,4)

〈그림 4〉 하중-변위곡선, Model-II

대칭 모드에서 제 1모드, 제 2모드 모두 연성 응답을 나타내고 있기 때문에 동적 뒤틀짐 발생의 판정은 제 1모드의 변위가 급격하게 증가하는 Direct snapping 현상을 일으키는 하중레벨은 동적 뒤틀짐 이라한다.

그러나 비대칭 모드에서는 상계에서는 초기부정에 의해 연성응답을 나타낸다. 따라서 본문에서는 동적 분기좌굴의 발생의 판정은 제 2모드의 변위가 확대하는 하중레벨 즉, Indirect snapping 현상을 일으키는 하중레벨을 동적 분기좌굴 이라한다.

Model-I 을 제외하고는 Model-II, Model-III, Model-IV는 하중레벨이 꽤 낮은 단계로부터 제 2모드에 분기현상이 발생한다.



(a) 대칭 모드 (1,3) (b) 비대칭 모드 (1,8)

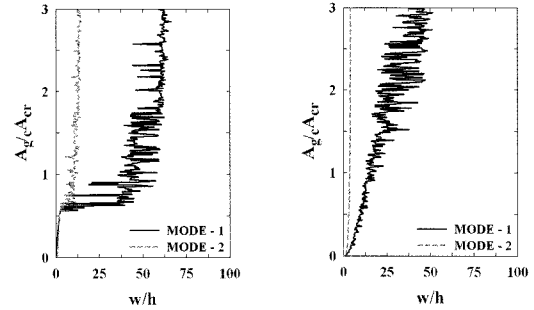
〈그림 5〉 하중-변위곡선, Model-III

정현파 하중을 받았을 경우 각 모델의 동적 좌굴 하중을 형상 파라미터 λ_s 의 관계를 〈그림 7〉에 나타내었다.

비구속의 경계 조건을 가지는 CASE-A에서는, λ_s 가 약 5로부터 대칭 모드에 의한 동적 뒤틀짐이, 7 내지 8부터

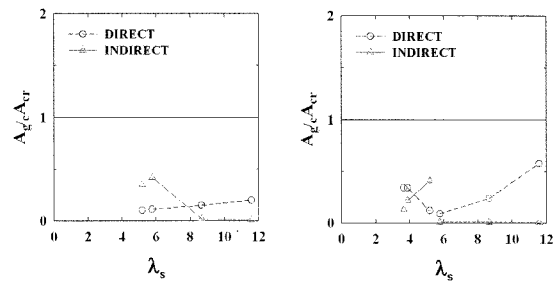
는 비대칭 모드에 의한 동적 분기좌굴을 나타낸다.

구속의 경계조건을 가지는 CASE-B에서는, λ_s 가 3 내지 4로부터 비대칭 모드에 의한 동적 분기좌굴이 나타나고, 전 모델에서는 Indirect Snapping 현상이 강하게 나타난다.



(a) 대칭 모드 (3,3) (b) 비대칭 모드 (1,8)

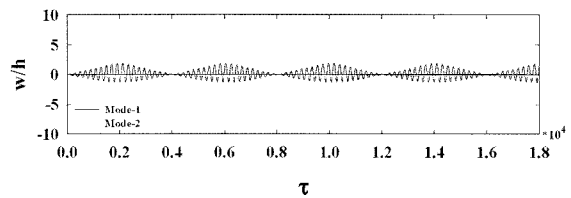
〈그림 6〉 하중-변위곡선, Model-IV



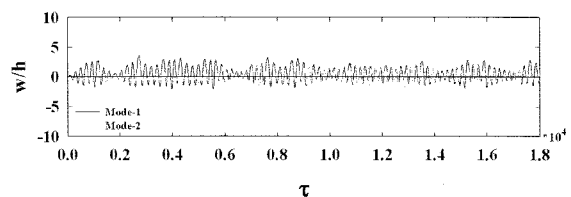
(a) CASE-A

(b) CASE-B

〈그림 7〉 동적 좌굴 하중

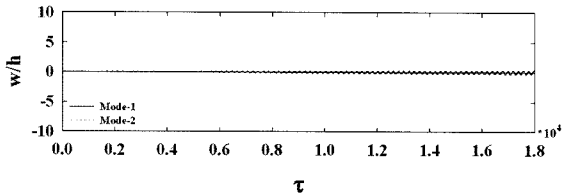


(a) pre-bucking($\lambda=0.05$)

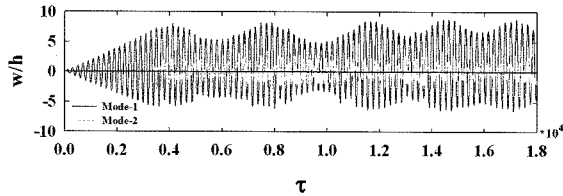


(b) post-buckling($\lambda=0.15$)

〈그림 8〉 시각력 변위 응답 곡선 (Model-I)



(a) pre-buckling($\lambda=0.001$)



(b) post-buckling($\lambda=0.10$)

〈그림 9〉 시각력 변위 응답 곡선 (Model -III)

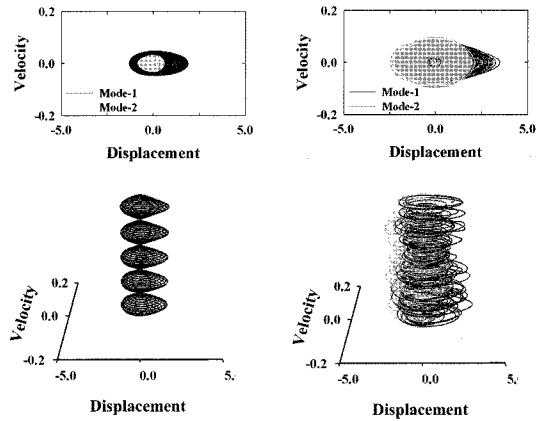
비선형 변위응답의 특성을 분석하기 위해 pre-buckling 및 post-buckling 레벨에서 시각력 응답곡선을 비교하였다. 해석 대상 모델은, 동적 뒤틀좌굴 모델로서 Model-I (CASE-A, $\lambda_s=5.76$)의 대칭 모드(제 2모드가 $m=1, n=3$), 동적 분기좌굴 모델로서 Model-III(CASE-A, $\lambda_s=11.58$)의 비대칭 모드(제 2모드가 $m=1, n=8$)를 도입하였다.

Model-I ($\lambda_s=5.76$)에서는 동적좌굴하중 보다 낮은 하중레벨인 pre-buckling은 0.05로, 높은 하중레벨인 post-buckling은 0.15로 선택하고, 시각력 변위응답 곡선을 〈그림 8〉에 나타내었다. 또, Model-III($\lambda_s=11.58$)에서는 pre-buckling 레벨은 0.001로, post-buckling 레벨은 0.10를 선택하고, 시각력 변위응답 곡선을 〈그림 9〉에 나타내었다.

Model-I 는 pre-buckling는 규칙적인 포락곡선 패턴을 나타내지만, post-buckling에서는 Direct Snapping 현상으로 인해 완전 다른 비규칙적인 패턴을 나타낸다. Model-III는 깊은 웰이어서 post-buckling에서는 $\tau=0.35 \times 10^4$ 까지의 초기진동은 공진현상을 나타내고 있으나, τ 가 0.35×10^4 를 지나면서 제 2모드의 진폭이 생성되면서 제 1모드를 간섭하며 연성작용에 의한 새로운 진동패턴이 나타난다.

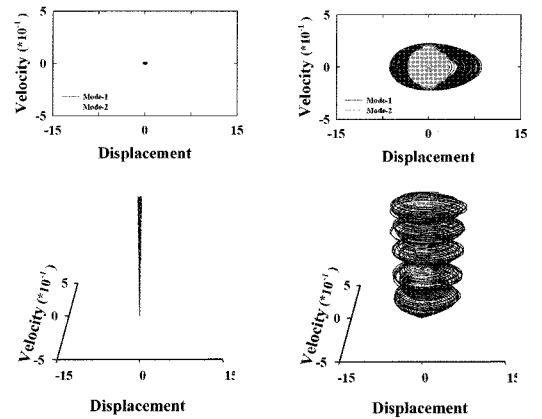
〈그림 10〉와 〈그림 11〉는 비선형 시각력 응답결과를 분석하기 위해 pre-buckling 및 post-buckling 레벨에서

변위-속도의 위상곡면을 비교하였다.



(a) pre-buckling($\lambda=0.05$) (b) post-buckling($\lambda=0.15$)

〈그림 10〉 변위-속도 위상곡선 (Model -I)

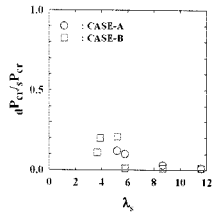


(a) pre-buckling($\lambda=0.001$) (b) post-buckling($\lambda=0.10$)

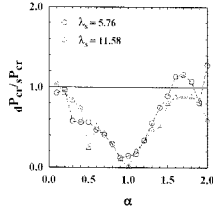
〈그림 11〉 변위-속도 위상곡선 (Model -III)

Model-I 의 pre-buckling에서는 끌개(attractor)가 한계순환을 나타내고 있으나, post-buckling 레벨로 변화함에 따라 비선형의 증폭으로 인해 위상곡선의 궤도는 중복되지 않는 새로운 궤도를 만들며 카오스를 생성한다. 초기 진동 궤도에서는 비교적 단순한 양상을 나타내고 있으나, Snapping 이후에는 제 1모드와 제 2모드가 서로 간섭하며 복잡한 양상을 나타낸다.

Model-III의 pre-buckling에서는 끌개가 한계 순환을 나타내며 공진현상을 보이고 있으나, post-buckling에서는 Indirect Snapping현상 때문에 위상곡선의 궤도는 중복되지 않는 새로운 궤도 즉 strange attractor를 생성하며 카오스적 거동을 나타낸다.

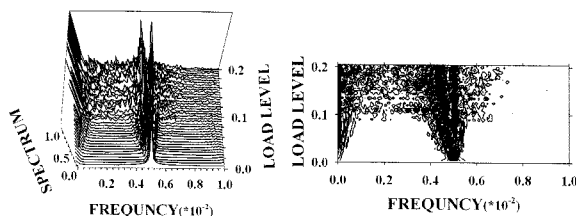


〈그림 12〉 좌굴 하중



이상으로 얻을 수 있던 동적 좌굴 하중을 각 모델의 정적 좌굴 하중으로 표준화 하여 〈그림 12〉에 나타내었다. 동적 좌굴 하중을 정적 좌굴 하중과 비교하는 것으로, 형상 파라미터 λ_s 의 6 내지 8을 경계로서, 좌굴하중 레벨이 되는 양상이 나타난다. 즉, 정현파 하중의 경우에 Direct snapping이 약 5-25%, Indirect snapping이 약 1-5%이다. 〈그림 13〉은 α 의 변화에 의한 동적 좌굴 하중을 구한 결과이다. $\lambda_s=5.76$ 의 경우는 $\alpha=0.9$ 일 때, $\lambda_s=11.58$ 의 경우는 $\alpha=1.0$ 일 때 가장 낮은 좌굴하중을 나타낸다. 이는 주기성이 있는 정현파 하중에서의 동적 좌굴은 동적외력의 탁월 진동수와 구조물의 고유 진동수 사이 관계인 α 값에 크게 의존한다.

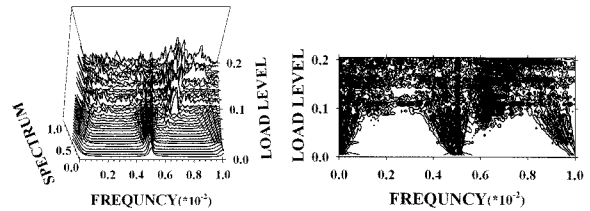
2 자유도를 가지는 얇은 셸의 동적 좌굴거동을 파악하기 위해, 비선형 변위 응답을 FFT(Fast Fourier Transform)해석을 이용하여 동적 연속 응답의 Spectra 해석을 실시한다. 해석 대상 모델은, 뿔좌굴 모델로 Model-I (CASE-A, $\lambda_s=5.76$)의 대칭 모드(제2 모드가 $m=1, n=3$), 분기좌굴 모델로 Model-III(CASE-A, $\lambda_s=11.58$)의 비대칭 모드(제2 모드가 $m=1, n=8$)를 도입한다.



(a) 입체도 (b) 등고선도

〈그림 14〉 연속스펙트럼

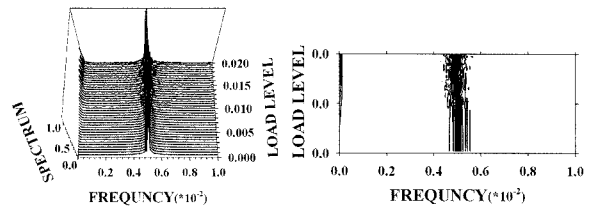
(Model-I, $9000\tau-18000\tau$), 제 1모드



(a) 입체도 (b) 등고선도

〈그림 15〉 연속스펙트럼

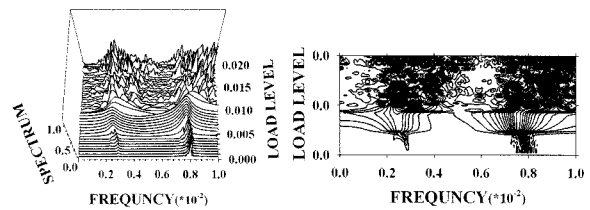
(Model-I, $9000\tau-18000\tau$), 제 2모드



(a) 입체도 (b) 등고선도

〈그림 16〉 연속스펙트럼

(Model-III, $9000\tau-18000\tau$), 제 1모드



(a) 입체도 (b) 등고선도

〈그림 17〉 연속스펙트럼

(Model-III, $9000\tau-18000\tau$), 제 2모드

Model-I ($\lambda_s=5.76$)의 경우는, 제1 모드에서는 제1 모드 자신의 진동 성분만을 가지고 snapping이 발생하기 전의 하중레벨에서는 하중레벨이 증가와 함께 주성분으로부터 부성분으로 이탈해가는 현상이 나타난다. 제2 모드에서는 제1모드의 0배, 1배, 2배의 크기를 가지는 진동수로부터 파생한 성분이 나타나고 있어, 완전공진과 같은 성질을 나타내고 있다. 포락 곡선에 대응하는 진동수 성분, 즉 좌측 하단으로부터 파생하는 성분들은 하중레벨의 증가와 함께 포락곡선의 주기가 점차 짧아짐을 나타낸다. $\lambda_s=11.58$ 의 경우는, 제1 모드에서는 자신의 진동수 성분만을 소유하고, 제2 모드에서는 제2 모드의 진동수 성분

과 제1 모드의 1/2배의 크기를 가지는 진동수 성분이 독립에 진행되고 있다. 또 변위응답 곡선으로부터 공진 현상과 비선형 효과에 의한 억제 작용과 상호작용에 의해서 불안정한 현상을 나타낸다.

4. 결론

본 연구에서는 수직방향의 정현파 하중을 받는 2자유도 EP(Elliptic Paraboloidal)셸 모델의 동적 불안정 현상을 파악하였다. 동적 하중을 받는 EP(Elliptic Paraboloidal)셸의 형상 파라메타 λ_s 와 좌굴 하중의 관계를 비교하면 다음과 같다.

1) 주기성이 있는 정현파 하중에서의 동적 좌굴은 α 값에 크게 의존하며, α 를 변화시키면 동적 좌굴 하중의 변화는 $\lambda_s=5.76$ 에서는 0.9 근방에서, $\lambda_s=11.58$ 에서는 1.0 근방에서 가장 낮다.

2) 동적 좌굴 하중을 정적 좌굴 하중으로 표준화하면, λ_s 가 6내지 8을 경계로 좌굴 하중 레벨이 다르게 나타난다. 즉 Direct snapping은 약5-25%, Indirect snapping은 약1-5%가 된다.

3) 위상곡면의 분석결과, $\lambda_s=5.76$ 의 Direct Snapping은 제 1모드와 제 2모드가 서로 간섭하며, 카오스가 생성된다. 또한 $\lambda_s=11.58$ 의 Indirect Snapping은 제 1모드의 공진현상을 제 2모드의 발생으로 억제시키는 현상이 나타난다.

4) 비선형 변위응답을 Running Spectra 분석하여 탁월 진동수의 변화를 비교하면, Model-I에서는 고조화 공진(super-harmonic resonance), Model-III에서는 분수조화 공진(sub-harmonic resonance)이 나타난다.

- 감사의 글 -

본 연구는 국토해양부 첨단도시개발사업의 연구비지원(과제번호# '06 R&D B03)에 의해 수행되었습니다.

- 참고 문헌 -

1. Koning, C., and Taub, J., "Impact buckling of thin bars in the elastic range hinged at both ends,"

Luftfahrtforschung, 10, 2, 1933, 55-64(translated as NACA TM 748 in 1934).

2. Stoker, J.J., "On the stability of mechanical systems," Commun. Pure Appl. Math., VIII, 1955, 133-142.

3. Suhara, J., "Snapping of shallow spherical shells under static and dynamic loadings," ASRL TR 76-4, Aeroelastic and Structures Research Laboratory, Cambridge, Mass., June 1960.

4. Budiansky, B., and Roth, R.S., "Axisymmetric dynamic buckling of clamped shallow spherical shells," Collected Papers on Instability of Shells Structures, NaSA TND-1510, Washington, D.C., 1962, 597-606.

5. Simitises, G.J., "Dynamic snap-through buckling of shallow spherical caps." Proc. Seventh AIAA/ASME Structures and Materials Conference, Cocoa Beach, Fla., April 1966, 112-124.

6. Humphreys, J.S., Roth, R.S., and Zatlars, J., "Experiments on Dynamic buckling of shallow spherical shells under shock loading," AIAA J., 3, 1, 1965, 33-39.

7. Lock, M.H., Okubo, S., and Whittier, J.S., "Experiments on the snapping of a shallow dome under a step pressure load," AIAA J., 6, 7, 1968, 1320-1326.

8. 김승덕, "기하학적 비선형을 고려한 얇은 타원포물 곡면 셸의 동적 불안정 현상," 대한건축학회 논문집, 10, 6, 1994, pp.121-132.

9. 김승덕, "얇은 타원포물곡면셸의 동적 불안정 현상의 규명을 위한 비선형 동적 응답의 스펙트럼 분석," 전산구조공학, 제8권, 제 2호, 1995.6., pp.153-132.

▶ 접수일자 : 2009년 11월 17일

▶ 심사 완료일자 : 2010년 2월 9일

▶ 게재 확정일자 : 2010년 2월 10일