

하이브리드 복합재 샌드위치 패널로 구성된 전구조 복합재 위성의 랜덤진동 특성 평가

조희근*, 이주훈**

Random Vibration Characteristics of a Whole Structure Composite Satellite Having Hybrid Composite Sandwich Panels

Hee-Keun Cho* and Juhun Rhee**

ABSTRACT

Whole composite structure small class (150kg) satellite, STSAT-3, was initially developed in Korea. The structure does have aluminum frames that support the structure, and it is composed of only composite sandwich panels. A number of electronic boxes and mechanical apparatus will be shielded within the compartments built up by the composite panels. This study focused on the random vibration responses of the satellite. For this objective, vibration tests and analyses have been successfully performed with respect to STM (structure and thermal model) of the satellite. Additionally, through the experiment and theoretical analyses, the both results' accuracy was verified by comparison each other.

초 록

전구조 소형 복합재 위성인 과학기술위성 3호가 국내 최초로 개발되었다. 과학기술위성 3호는 기존의 위성과 달리 알루미늄 프레임이 없는 구조로 되어있으며 알루미늄 코어에 적층복합재 스킨을 가진 샌드위치 패널의 조합으로 구성되었다. 이 복합재 패널의 결합으로 구성된 격자형태의 공간에 다수의 전장박스와 탑재체 및 장치들이 장착된다. 본 연구는 과학기술위성 3호의 랜덤진동 응답에 관한 연구이며 이를 위하여 FEA 해석과 시험이 수행 되었다. 진동시험 결과와 전산해석결과를 서로 상호 비교 검토함으로써 위성의 진동 특성을 규명하고 결과의 신뢰성을 검증하였다.

Key Words : Random Vibration(랜덤진동), Satellite(위성), FEA(유한요소해석)

1. 서 론

국내 인공위성의 개발역사는 90년대 초반부터 시작하여 지금까지 약 20년 동안 지속적으로 발전해 왔다. 1992년 국내 최초의 위성인 우리별 1

호 (KITSAT-1)를 시작으로 우리별 2, 3호, 과학기술위성 1, 2, 3호 (SISAT-1, 2, 3), 무궁화 위성 (KOREASAT), 다목적실용위성 1, 2호 (KOMPSAT-1, 2), 통신해양기상위성 (COMS) 등의 개발로 이어졌다.

위성의 설계 및 개발기술은 많은 부분 국산화되었고 현재 선진국과 거의 비슷한 높은 수준의 기술경쟁력을 가지고 있다. 현재까지 개발된 국내위성의 대부분은 알루미늄 허니컴 패널을 알루미늄 프레임에 부착한 구조로 되어있다. 그러나

† 2010년 6월 4일 접수 ~ 2010년 6월 24일 심사완료

* 정희원, KAIST 인공위성연구센터

** 정희원, 한국항공우주연구원

교신저자, E-mail : jhrhee@kari.re.kr

대전시 유성구 과학로 115

현재 개발완료단계에 있는 과학기술위성 3호는 국내 최초의 전구조 복합재 위성이며 무게 약 150kg 정도의 저궤도 소형위성이다. 특히 소형 경량화를 추구하는 목적에 맞게 알루미늄 프레임이 없는 패널의 조합으로 이루어진 박스형 타입의 위성이다. 미국 NASA 및 유럽 우주국 ESA 등에서는 이미 소형 복합재 위성의 개발이 이루어졌으며, Forte[1], Mighty Sat[2], Proba[3], Wire[4] 등이 대표적인 전구조 복합재 위성이다.

본 연구에서는 국내최초의 전구조 복합재 위성인 과학기술위성 3호의 랜덤 진동 특성을 실험을 통하여 규명하고 그 결과를 수치 해석으로 검증함으로써 결과의 신뢰성을 확보한다. 위성의 랜덤진동에 관한 연구는 많은 논문을 통하여 발표되었다[5,6]. 또한 랜덤진동의 이론적 배경[7-9]과 유한요소 수치해석 이론에[10-13] 대한 연구도 많이 진행되었다. 최근에는 한 단계 더 높은 수준의 적층복합재 구조물에 대해서도 그 이론적 수식의 확립과 연구가 진행되고 있다[13-16].

모든 위성은 발사 전 랜덤진동시험을 반드시 거치게 되며 이러한 진동 시험 결과를 통하여 발사 시 위성의 설계 신뢰성을 검증한다. 랜덤진동은 실제 진동현상을 실험적으로 가장 유사하게 구현할 수 있는 실험방법이며 진동시험 중 가장 보편적이고 일반화된 시험이다. 본 연구에서 제시하는 진동시험 절차, 방법, 해석, 검증 등의 자료는 위성개발에 있어서 매우 중요한 자료이며 위성개발의 오랜 경험과 기술축적을 통하여 이루어졌다. 또한 이러한 자료들이 차후 위성개발에 있어서 매우 중요하게 활용될 수 있을 것으로 기대된다.

II. 본 론

2.1 진동시험

발사체 환경시험은 발사체에 탑재된 위성체가 겪게 되는 극심한 진동, 충격, 음향 환경에 대하여 위성체 및 위성체에 탑재된 전자유닛이 충분한 내구성과 안전성을 갖추었는지를 평가하는 것을 목적으로 한다. 과기3호의 STM 모델에 대하여 인증수준(qualification level)의 랜덤진동해석을 수행하였다. Fig. 1은 진동시험의 절차를 나타낸다. 정현파 및 랜덤진동시험 전/후에 저수준 랜덤 진동시험을 수행함으로써, 위성체의 구조적 변화로 인한 고유진동수 변화여부를 조사한다. 진동시험은 x, y, z축의 각축에 대하여 수행되었으며 진동시험기로는 Ling Electronics 1216VH 전자식 가진기가 사용되었다. 총 43개의 가속도

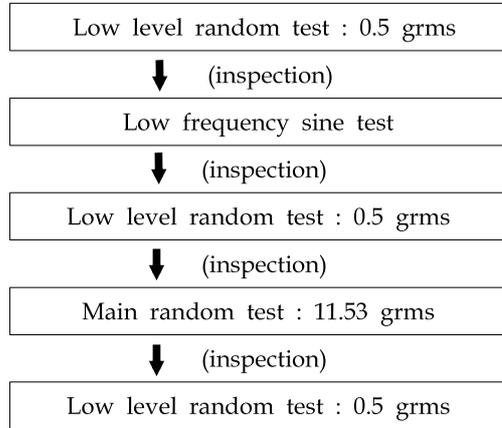


Fig. 1. Random vibration test sequence and specification

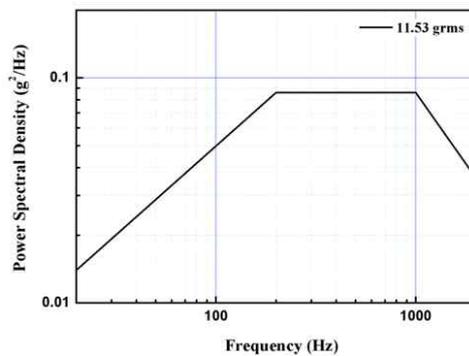
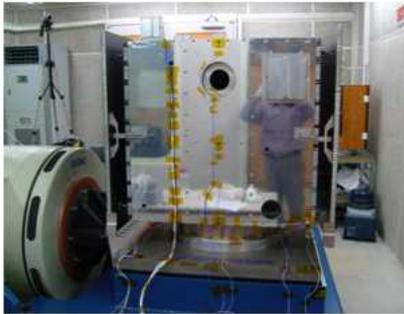


Fig. 2. Random vibration test profile

센서가 위성의 각 부분에 부착되었다.

STM 모델은 각종 하니스 및 기타 부착물이 장착되지 않아서 무게가 약 136kg 정도이며, 각 전장박스들은 이에 상당하는 무게의 알루미늄 더미로 대체 되었다.

Fig. 2는 과기3호의 인증수준의 랜덤 진동시험 프로파일을 나타낸다. 전체 약 11.53grms의 수준으로 가진되었다. 진동시험에서 각 부분의 가속도를 측정하기 위한 가속도계로 Kistler 500g 단축 센서와 50g 3축 센서가 동시에 사용되었다. 각각의 가속도계가 부착되는 위치를 선정함에 있어서는 위성의 진동 특성을 가장 잘 나타낼 수 있는 위치에 부착되었으며 또한 각각의 전장박스가 부착되는 위치에서의 진동 특성을 규명하기 위하여 각 전장박스 혹은 주변에 부착되었다. 진동시험 측정 결과로는 가속도, 속도, 변위 PSD (power spectral density)와 전달율 (transmissibility) 등을 얻을 수 있다. 이러한 데이터를 활용하여 Q-factor, damping 계수 등을 구할 수 있다.



(a) X-axis



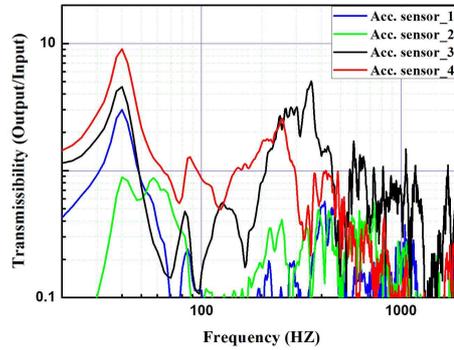
(b) Y-axis



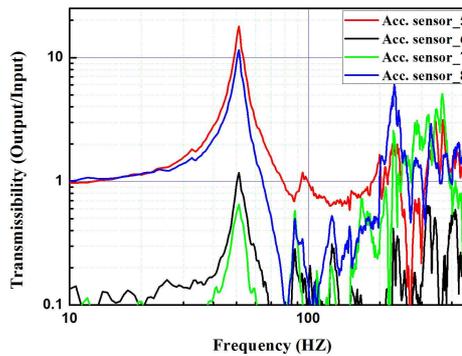
(c) X-axis

Fig. 3. Vibration test setup on shaker's slip table in x, y, z direction

Fig. 3은 x,y,z 각 축으로 진동시험을 수행하는 것을 나타낸다. 진동시험은 KAIST 인공위성연구센터 진동시험실에서 수행되었으며, 진동시험기는 전자식 진동시험기(Ling Electronics 1216VH)가 사용되었다. Fig. 3에서 보는 바와 같이, 과기3호의 STM 모델에 대하여 x축, y축, z축 각축에 대하여 진동시험을 수행하였다. Fig. 4는 네 개의 가속도 센서로부터 얻은 진동시험 결과를 나타낸다. 응답곡선은 입력 가진에 대한 출력 응답의 전달률을 나타낸다. (a)는 x-축방향의 가진에 대한 전달률, (b)는 z-방향의 가진에 대한 전달률을 각각 나타낸다. 각각의 그래프는 각각의 가진에



(a)



(b)

Fig. 4. Experimental results: transmissibility in both transverse direction excitation (a) x-dir., (b) z-dir.

대하여 가장 명확한 응답을 얻을 수 있는 가속도 센서에서 얻은 값이다. 그래프에서 알 수 있는 바와 같이 40Hz 와 50Hz 부근에서 전달률이 갑자기 커지는 것을 알 수 있으며 이것은 공진현상을 나타낸다.

시험결과 첫 번째 모드는 40.5Hz, 두 번째 모드는 51.5Hz로 나타났다. 위성의 경우 횡방향과 축방향의 최소 공진주파수의 기준은 발사체에 의해서 결정된다. 대부분의 소형위성의 경우 횡방향 약 10~15Hz, 축방향의 경우 약 20~30Hz 정도이다. 이러한 설계 요구조건은 발사체의 진동 모드와 관련이 있다. 전달률은 약 x축 9.5, z축 18임을 알 수 있다. 이것은 입력 가진 변위에 대한 응답변위의 비를 나타내며 구조체의 감쇠비가 작을 경우 이것은 Q-factor의 값과 거의 같다.

2.2 구조 유한요소해석

과기3호의 구조를 형성하고 있는 복합재패널의 스킨은 탄소섬유강화 복합재(USN 150, SK Chemicals) 프리프레그를 적층하여 오토클레이브

Table 1. Mechanical properties of orthotropic USN150 and aluminum honeycomb core

	USN 150	AL Core
Density, ρ (kg/m ³)	1,540	83.3
Longitudinal modulus, E_x (GPa)	130	0.005
Transverse modulus, E_y (GPa)	10.5	0.003
Shear Modulus, G_{xy} (GPa)	5.06	0.001
Shear Modulus, G_{yz} (GPa)	3.38	0.214
Shear Modulus, G_{zx} (GPa)	5.06	0.427
Poisson's ratio, ν_{xy}	0.28	0.8

에서 경화시킨 적층복합재 이며, 적층각도는 [0/90]_s 이다. 복합재 스킨의 두께는 0.5mm, 알루미늄 코어(AL5052, Alcore Copr, USA)는 6mm 셀사이즈에 두께가 20mm 이다. Table 1 에 USN150과 알루미늄 코어의 물성치가 제시되었다.

2.2.1 Lanzos 모달해석 방법 [17]

이 방법은 구조의 차수 n 보다 적은 p 개의 저차모드에 대한 고유치와 고유벡터를 구하는 유용한 방법으로 Lanczos 변환을 이용한 고유치문제 해석법의 하나이다. 변환의 시작을 위한 임의의 벡터 {X}를 임의로 선택하여 첫 생성벡터인 {X₁}을 다음의 식으로 구성한다.

$$\{X_1\} = \frac{1}{\gamma} \{X\}, \quad \gamma = (\{X\}^T [M] \{X\})^{1/2} \quad (1)$$

반복계산에 필요한 상수 α_i, β_i 를 다음의 식 (2)~(5)으로 부터 구할 수 있다. 여기서 M, K는 질량과 강성 매트릭스를 나타낸다.

$$[K] \{\bar{X}_i\} = [M] \{X_i\} \quad (2)$$

$$\alpha_i = \{\bar{X}_i\}^T [M] \{X_i\} \quad (3)$$

n 차수 까지 반복 계산을 위한 식은

$$\{\tilde{X}_i\} = \{\bar{X}_i\} - \alpha_i \{X_i\} - \beta_{i-1} \{X_{i-1}\} \quad (4)$$

$$\beta_i = (\{\tilde{X}_i\}^T [M] \{X_i\})^{1/2}, \{X_{i+1}\} = \frac{\{\tilde{X}_i\}}{\beta_i} \quad (5)$$

α_i 와 β_i 를 사용하여 구성되는 Lanczos 변환행렬은 식(6)과 같다.

$$[T_n] = [X_n]^T ([M][K]^{-1}[M])[X_n] \quad (6)$$

고유치와 고유벡터의 일반적인 식(7)을 사용하여 표준형태의 Lanczos 식은 식(8)로 표현된다.

$$[M][K]^{-1}[M]\{\phi\} = \frac{1}{\lambda} [M]\{\phi\} \quad (7)$$

$$[T_n]\{\bar{\phi}\} = \frac{1}{\lambda} \{\bar{\phi}\} \quad (8)$$

이렇게 구해진 고유벡터들을 중첩하여 스펙트럼 및 과도 진동현상을 규명할 수 있다.

2.2.2 랜덤진동 해석 이론 [18]

위성의 내진설계 요구사항 중 랜덤진동에 대한 고려가 반드시 필요한 것은 발사체 및 운송수단에 의한 불규칙한 진동을 받기 때문이다. 이러한 불규칙진동은 일반적으로 확률론적 접근 방법(PSD: power spectral density)에 의해서 해석을 한다. PSD 형태의 가진 종류로는 변위, 속도, 가속도 등이 있으며 이중 어느 것도 입력가진이 될 수 있다. 랜덤진동을 해석하는 방법에도 여러 가지 종류가 있으나 과기3호를 선형시스템이라 가정하고 정적랜덤(stationary random vibration) 해석을 수행하였다. 랜덤신호가 시간에 따라 변하지 않는다고 가정하면 랜덤변수 $x(t)$ 의 제곱의 평균은 \bar{x}^2 은 식(9)와 같다.

$$\bar{x}^2 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt \quad (9)$$

랜덤진동에서 얼마나 빨리 변수들이 변하는가를 자기상관함수(autocorrelation function)로 나타내며 다음과 같다.

$$R_{xx}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t)x(t+\tau) dt \quad (10)$$

이 함수에서 τ 는 $x(t)$ 가 샘플링된 지점의 시간차를 나타낸다. 랜덤진동과 같이 불규칙적인 주기를 갖고 있는 함수를 나타낼 때 유용하게 적용되는 것이 Fourier series이다. 자기상관함수의 Fourier 변환은 $S_{xx}(\omega)$ 로 표현되는 PSD를 나타내며 다음과 같다.

$$S_{xx}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_{xx}(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \quad (11)$$

식(11)에 주어진 PSD 응답함수 또한 충격응답 함수로 나타내어질 수 있다. 식(10)을 식(11)에 대입하면

$$s_{xx}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(\sigma)x(\sigma+\tau) d\tau \right] e^{-j\omega\tau} d\tau \quad (12)$$

위의 식에서 적분항의 $x(t)$ 를 외력함수 F 로 대체하면 식(13)과 같다.

$$S_{xx}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \left[\int_{-\infty}^{\infty} F(\sigma-\theta)h(\theta)d\theta \right] \left[\int_{-\infty}^{\infty} F(\sigma-\theta+\tau)h(\theta)d\theta \right] d\sigma \right] e^{-j\omega\tau} d\tau$$

$$= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \left[\int_{-\infty}^{\infty} F(\hat{t})F(\hat{t}+\tau) \int_{-\infty}^{\infty} h(\theta)e^{-j\omega\theta} d\theta \right] d\sigma e^{-j\omega\tau} d\tau$$

$$\left[\int_{-\infty}^{\infty} h(\theta)e^{j\omega\theta} d\theta \right] \quad (13)$$

여기서 $\hat{t} = \sigma - \theta$ 는 함수 F 에 의해 계산되어지고 적분항의 바깥으로 빠져 나올 수 있다. 식(13)에서 괄호안의 두 적분 항은 충격응답함수의 Fourier 변환이며 $H(\omega)$ 와 상당복소수 $H(-\omega)$ 로 표현할 수 있다. 주파수 응답함수 $H(\omega)$ 를 사용하여 식(13)을 다시 표현하면

$$S_{xx}(\omega) = |H(\omega)|^2 \left[\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_{ff}(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \right] \quad (14)$$

$$= |H(\omega)|^2 S_{ff}(\omega)$$

여기서 R_{ff} 와 S_{ff} 는 각각 외부힘 입력함수 $F(t)$ 에 대한 자기상관함수와 PSD를 나타낸다.

2.2.3 모달해석

과기3호의 모달해석을 위하여 먼저 3D 캐드 모델링을 하였다. 이것을 가지고 모달해석을 위한 FEA 모델로 mesh generation을 하였다. 상용 캐드 및 FEA 코드인 NX-IDEAS V. 5.0을 사용하여 해석을 수행하였다. 복합재 shell, beam, rigid, solid 및 lumped mass 요소를 사용하여 모델링 하였고 전체 요소수는 73,728개 이다.

Fig. 5에 나타낸 것과 같이 위성의 모달해석이 수행되었고 다수의 모드가 구해졌다. 첫 번째 모드는 39Hz 부근에서 나타나는 횡방향의 굽힘 모드이다. Table 2는 진동시험 결과와 전산 유한요소해석 결과 값을 나타낸다. 시험의 결과와 FEA 해석 값이 잘 일치함을 알 수 있다.

과기3호는 하이브리드 복합재 스킨을 가진 허니컴 샌드위치 패널로 제작되었고 또한 이러한 패널들이 수백개의 볼트로 체결되어있는 구조이다. 이러한 구조를 FEA 해석을 통해서 실험치와 정확히 일치시키는 것은 매우 어려운 일이며 많은 모델링, 해석, 이론 등에서 많은 경험과 기술이 필요하다. Fig. 5에서는 12개의 모드를 나타내었으나 Table 2에서는 5차 모드까지만 상호 비교

하였다. 이것은 시험에서는 한정된 가속도 센서에서 얻어진 값으로 고차의 모드까지 정확하게 얻을 수 없었기 때문이며 실질적으로 위성의 설계에서는 저차의 3개 혹은 4개 모드 정도만 전체 동적특성을 평가하는데 중요하게 취급된다. Fig. 5에서는 태양전지판의 국부모드가 200Hz대에서 많이 나타나는 것을 알 수 있다.

Table 2. STSAT-3 mode results from both FEA and experiment

Mode	Frequency	
	FEA	Experiment
1 st mode	39.4	40.5
2 nd mode	50.7	51.5
3 rd mode	105.3	107.5
4 th mode	115.4	114.7
5 th mode	153.2	155.6



Fig. 4. The STSAT-3 full model of real, cad and fea

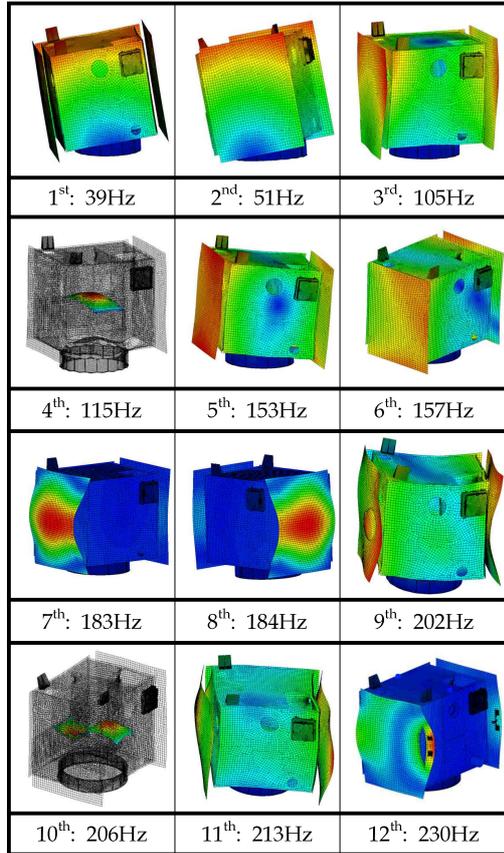


Fig. 5. STSAT-3 modal analysis results

2.2.4 램턴진동해석

램턴 진동 스펙트럼 해석은 주파수영역에서의 가진에 대한 진동계의 응답을 얻는 것으로써 가

진 및 응답을 표현하는 변수는 가속도, 속도, 변위, 또는 힘이 될 수 있다. 스펙트럼 해석의 중요성은 불규칙한 진동의 경우 과도해석에서는 하중을 제대로 적용하기 어려울 뿐만 아니라 하중을 적용하기 위해서는 매우 작은 시간간격을 요구하기 때문에 해석에 시간과 비용이 많이 소요되는데 있다. 스펙트럼 해석에서는 진동시험과 마찬가지로 어댑터의 바닥면에 Fig. 2에서 제시한 PSD를 가진 입력하였다. 이때 사용한 좌표계는 Fig. 4에 나타낸 위성좌표계이다. x,y,z 축의 3축 방향으로 각각 가진되어 해석되었으며 Fig. 6에 대표적인 해석결과 및 시험결과를 제시하였다. 랜덤과 정현과 가진에 대해서 위성의 윗부분과 (1,2번 센서) 아랫부분 (3번 센서)에 표시된 곳에 부착된 가속도센서에서 얻은 시험값과 동일 위치에서의 해석 응답 값을 비교 하였다.

일반적으로 스펙트럼 해석에서는 다수의 모드를 사용하여 결과 값을 계산하는데, 여기서는 1차부터 50개모드를 사용하였다. 과기3호 위성의 구조체와 같이 여러 장의 패널이 수많은 볼트로 고정된 복잡한 구조물의 경우 진동시험 시 가진에 의해 볼트 체결 부위의 슬립 및 구조물의 비선형 변형 등으로 인해 전체 구조체의 강성변화가 생기게 된다. 이러한 현상은 고주파 영역에서 상대적으로 높게 나타난다. 모드해석에서는 해석하려는 유한요소모델의 자유도 수 만큼의 모드가 존재하며 이러한 모드를 전부 계산하기는 사실상 불가능하며 또한 그렇게 계산할 필요도 없다. 모델의 종류, 형상, 특성 등에 따라서 상이하기는 하지만, 일반적으로 구조해석의 특성상 고차모드

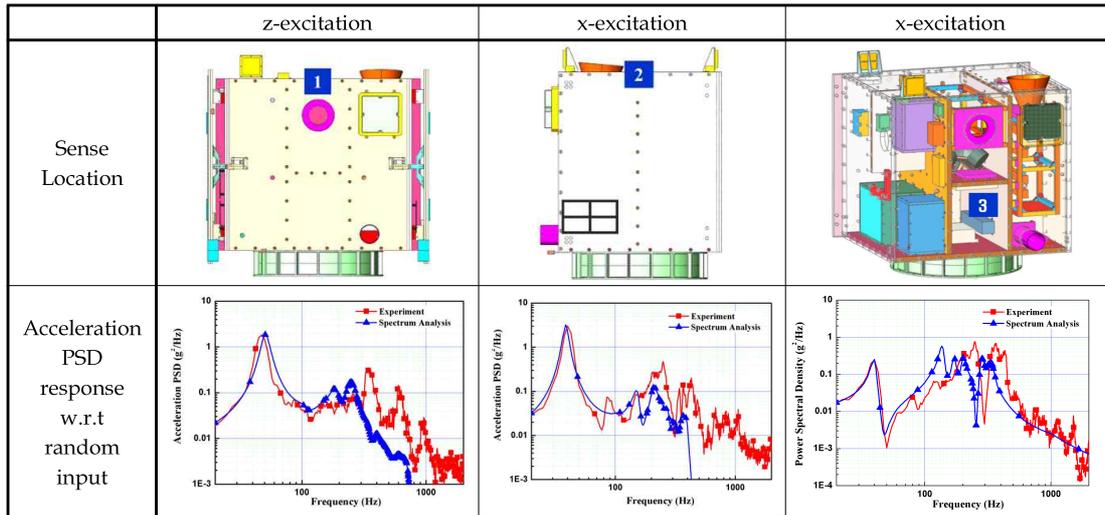


Fig. 6. Acceleration responses of the FEA and experiment obtained from random excitation

에서는 실제 시험 치와 오차가 커지게 되며 여러 가지 원인이 있다. 하지만 저차의 몇 개 모드만으로도 충분히 정확한 결과 값을 얻을 수 있다. 고차모드에 대한 시험 값과 해석 값의 차이를 줄이기 위해서는 어느 특정한 주파수 대역만 선택적으로 추출하여 이것을 다수의 저차 모드와 함께 통합하여 계산을 수행한다면 특정 주파수대역(고주파)에서의 값이 매우 근사한 값을 가질 것이다. Fig. 6에서 알 수 있는 바와 같이 해석의 결과가 시험결과와 잘 일치하며 매우 정확한 해석 및 시험이 이루어 졌음을 알 수 있다.

III. 결 론

본 연구는 국내최초의 복합재 위성인 과기 3호의 랜덤진동 특성 평가에 관한 내용이며, 위성의 제작, 시험, 3D 캐드 모델링, 전산해석의 과정을 통하여 해석과 시험 결과의 정확성을 확인함으로써 설계의 신뢰성을 확보하고 위성설계의 기술축적 및 차후 위성개발에 중요한 설계 데이터를 제공한다.

복합재 스킨을 가진 허니컴패널의 구조체는 해석에 많은 어려움이 있으며 더욱이 위성과 같이 수백~수천 개의 볼트결함에 의해 이루어진 구조물은 해석과 시험결과와의 일관성을 확보하기가 매우 어렵다. 본 연구에서는 오랜 기간 위성개발의 노하우와 기술축적을 통하여 과기3호 위성의 랜덤진동 특성을 정확하게 평가하고 설계에 반영하였다.

후 기

본 연구는 한국과학기술원(KAIST) 인공위성연구센터(SaTReC)와 한국항공우주연구원(KARI)의 지원으로 수행되었으며, 깊이 감사드립니다.

참고문헌

- 1) Thompson, T. C., Grastataro, C., and Smith, B. G., "Development of an All-Composite Spacecraft Structure for Small Satellite Programs", 8th Annual AIAA/USU Conference on Small Satellites, 1994.
- 2) Freeman, L. J., Rudder, C. C., and Thomas, P., "Mighty Sat II: On-Orbit Lab Bench for Air Force Research Laboratory", 14th Annual AIAA/USU Conference on Small

Satellites, SSC00-I-2, 2000.

- 3) www.esa.int/proba "Mechanical Egeineering"
- 4) <http://sunland.gsfc.nasa.gov/smex/wire/>
- 5) Pearce, M., Lund, J., Lundin, M., and Lundquist, J., "Random Vibration Tests of the Anticoincidence System of the PAMELA Satellite Experiment", Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A, Vol. 488, pp. 536~542, 2002.
- 6) Cambiaghi, D., Giordano, F. and Raino, S., "Space Instrumentation Environmental Verification: Dynamic Tests on GLAST LAT Tracker Trays", Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A, Vol. 563, pp. 381~384, 2006.
- 7) Rice, S. O., "Mathematical Analysis of Random Noise", Bell System Technical Journal, Vol. 23, pp. 282~332, 1944.
- 8) Engelhardt, C. W., "Random Vibration Analysis Using Statistically Equivalent Transient Analysis", International Modal Analysis Conference, pp. 1852~1855, 1999.
- 9) Dempsey, K. M. and Irvine, H. M., "A Note on the Numerical Evaluation of Duhamel's Integral", Earthquake Engineering & Structural Dynamics, Vol. 6, pp. 511~515, 2007.
- 10) Harichandran, R. S., and Hawwari, A., "Non-linear Random Vibration of Filamentary Composites", Computing Systems in Engineering, Vol. 3, pp. 469~475, 1992.
- 11) Olson, M. D., "A Consistent Finite Element Method for Random Response Problems", Computers & Structures, Vol. 2, pp. 163~180, 1972.
- 12) Elishakoff, I., and Zhu, L., "Random Vibration of Structures by the Finite Element Method", Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 105, pp. 359~373, 1993.
- 13) 조희근, 서정기, 명로훈, "소형 복합재위성의 스펙트럼 및 과도진동해석", 한국항공우주학회지, Vol. 37, No. 6, pp. 586~594, 2009.
- 14) Harichandran, R. S., and Naja, M. K., "Random Vibration of Laminated Composite Plates with Material Non-Linearity", International Journal of Non-Linear Mechanics, Vol. 32, No. 4, pp. 707-720, 1997.
- 15) Dai, X. J., Lin, J. H., Chen, H. R., and

Williams, F. W., "Random Vibration of Composite Structures with and Attached Frequency-Dependent Damping Layer, Composite Part-B, Vol. 39, pp. 405-413, 2008.

16) Chang, T. P., Chang, H. C., and Liu, M. F., "A Finite Element Analysis on Random Vibration of Nonlinear Shell Structures",

Journal of Sound and Vibration, Vol. 291, pp. 240~257, 2006.

17) Bathe, K. J., Finite Element Procedures in Engineering Analysis, Prentice Hall, 1982.

18) Newland, D. E., An Introduction to Random Vibrations, Spectral & Wavelet Analysis, 3rd ed. Dover Publications, 2006.